ISSN: 2411-7978
e-ISSN: 2500-3526

ВЕСТНИК

ТЮМЕНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ. НЕФТЬ, ГАЗ, ЭНЕРГЕТИКА

2016. Том 2. № 2

Журнал основан в 1998 г.

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-60410 выдано 29 декабря 2014 г. Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР:

А. Б. Шабаров, д. т. н., проф.

Заместители главного редактора:

А. А. Губайдуллин, д. ф.-м. н., проф.; ***А. А. Захаров***, д. т. н., проф.;
В. Н. Кутрунов, д. ф.-м. н., проф.; ***А. А. Кислицын***, д. ф.-м. н., проф.

Контактная информация:

Объединенная редакция
научных журналов «Вестник ТюмГУ»
625003 г. Тюмень ул. Республики, 9, каб. 100
vestnik-energy-r@utmn.ru
☎ (3452) 59-74-32

Подписка на печатную версию журнала:
Каталог Российской прессы (индекс 31915)

Журнал выходит 4 раза в год

Прием статей:
vestnik-energy-r@utmn.ru

Информация для авторов:
http://vestnik.utmn.ru

Электронный вариант журнала находится в открытом доступе:
http://www.e-library.ru
http://vestnik.utmn.ru

Учредитель:
ФГ АОУ ВО «Тюменский государственный университет»

Contact information:

The united editorial staff of scientific journals
"Tyumen State University Herald"
of. 100, 9 Respubliki St.,
Tyumen, 625003, Russia
vestnik-energy-r@utmn.ru
☎ (3452) 59-74-32

Subscription to the printed edition of the journal:
No 31915 in the Russian Post catalogue

The journal is released 4 times a year

To send your articles or for any requests contact:
vestnik-energy-r@utmn.ru
http://vestnik.utmn.ru

E-version of the journal can be accessed at:
http://www.e-library.ru
http://vestnik.utmn.ru

© Вестник Тюменского государственного университета.
Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика, 2016
(Вестник Тюменского государственного университета, 1998-2014)

http://vak.ed.gov.ru/87

ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
1930

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Баутин Сергей Петрович	доктор физико-математических наук, член NYAS и РНКТПМ, профессор кафедры высшей и прикладной математики УрГУПС (Екатеринбург)
Бровко Георгий Леонидович	доктор физико-математических наук, профессор кафедры теории упругости МГУ (Москва)
Вакулин Александр Анатольевич	доктор технических наук, профессор кафедры механики многофазных систем ТюмГУ
Гумеров Наиль Асгатович	доктор физико-математических наук, директор ЦМНДДС БашГУ, научный руководитель Лаборатории ММиИС, профессор UMIACS (США)
Гуров Валерий Игнатьевич	доктор технических наук, профессор, начальник сектора ЦИАМ (Москва)
Гуц Александр Константинович	доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа, декан факультета компьютерных наук и заведующий кафедрой кибернетики ОмГУ (Омск)
Добронец Борис Станиславович	доктор физико-математических наук, профессор кафедры систем искусственного интеллекта СФУ (Красноярск)
Костюченко Сергей Владимирович	доктор технических наук, старший эксперт ООО «ТННЦ»
Лежнин Сергей Иванович	доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник ИТ СО РАН (Новосибирск)
Луна-Елизаррарáс Мария Елена	доктор, профессор кафедры физики и математики Национального политехнического университета (Мексика)
Массель Людмила Васильевна	доктор технических наук, профессор, член-корреспондент МАИ, заведующий кафедрой автоматизированных систем ИРНИТУ, заведующий лабораторией информационных технологий в энергетике ИСЭМ СО РАН (Иркутск)
Новиков Евгений Александрович	доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник ИВМиМГ СО РАН, заведующий кафедрой математического обеспечения дискретных устройств и систем СФУ (Красноярск)
Степанов Олег Андреевич	доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой промышленной теплоэнергетики ТИУ

Стрекалов Александр Владимирович	доктор технических наук, профессор кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений ТИУ
Татосов Алексей Викторович	доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математического моделирования ТюмГУ
Удовиченко Сергей Юрьевич	доктор физико-математических наук, профессор кафедры микро- и нанотехнологий, руководитель НОЦ Нанотехнологии ТюмГУ
Шапиро Майкл В.	доктор, профессор кафедры физики и математики Национального политехнического университета (Мексика)
Шорников Юрий Владимирович	доктор технических наук, профессор кафедры автоматизированных систем управления НГТУ (Новосибирск)
Ягов Виктор Владимирович	доктор технических наук, профессор кафедры инженерной теплофизики МЭИ (Москва)
Игошин Дмитрий Евгеньевич	кандидат физико-математических наук, научный сотрудник ТФ ИТПФ СО РАН, доцент кафедры механики многофазных систем и кафедры математического моделирования ТюмГУ — ответственный секретарь

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Вараксин Алексей Юрьевич	доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделением ОИВТ РАН, заведующий кафедрой МГТУ, член-корреспондент РАН (Москва)
Губайдуллин Амир Анварович	доктор физико-математических наук, профессор кафедры механики многофазных систем ТюмГУ, директор ТФ ИТПМ СО РАН
Губайдуллин Дамир Анварович	доктор физико-математических наук, профессор, директор ИММ КазНЦ РАН, член-корреспондент РАН (Казань)
Захаров Александр Анатольевич	доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информационной безопасности ТюмГУ
Зыонг Нгок Хай	доктор физико-математических наук, профессор, вице-президент ВАНТ (Вьетнам)
Ивашко Александр Григорьевич	доктор технических наук, профессор, директор ИМКН ТюмГУ, проректор по информационным технологиям ТюмГУ
Кислицын Анатолий Александрович	доктор физико-математических наук, профессор кафедры механики многофазных систем, заведующий кафедрой микро- и нанотехнологий ТюмГУ
Кутрунов Владимир Николаевич	доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой алгебры и математической логики ТюмГУ
Нигматулин Роберт Искандрович	доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой газовой и волновой динамики МГУ, академик РАН (Москва)
Фомин Василий Михайлович	доктор физико-математических наук, профессор, научный руководитель ИТПМ СО РАН, заместитель председателя СО РАН, академик РАН (Новосибирск)
Шайдуров Владимир Владимирович	доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН (Красноярск)

ISSN: 2411-7978
e-ISSN: 2500-3526

TYUMEN STATE UNIVERSITY HERALD

PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODELING. OIL, GAS, ENERGY

2016. Vol. 2. No 2

The journal was founded in 1998

The certificate of registration PI No FS77-60410 issued on December 29th by RF Press Committee

EDITOR-IN-CHIEF:

A. B. Shabarov, Dr. Sci. (Tech.), Prof.

Deputy Editors-in-Chief:

A. A. Gubaidullin, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.; ***A. A. Zakharov***, Dr. Sci. (Tech.), Prof.;
V. N. Kutrunov, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.; ***A. A. Kislitsyn***, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.

EDITORIAL BOARD

S. P. Bautin, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Yekaterinburg)
G. L. Brovko, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Moscow)
S. V. Kostyuchenko, Dr. Sci. (Tech.)
A. A. Vakulin, Dr. Sci. (Tech.), Prof.
N. A. Gumerov, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (USA)
V. I. Gurov, Dr. Sci. (Tech.), Prof. (Moscow)
A. K. Guts, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Omsk)
B. S. Dobronets, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Krasnoyarsk)
S. I. Lezhnin, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Novosibirsk)
L. V. Massel, Dr. Sci. (Tech.), Prof. (Irkutsk)
E. A. Novikov, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Krasnoyarsk)
Maria Elena Luna-Elizarrarás, Dr., Prof., Instituto Politécnico Nacional (Mexico)
O. A. Stepanov, Dr. Sci. (Tech.), Prof.
A. V. Strekalov, Dr. Sci. (Tech.), Prof.
A. V. Tatosov, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.
S. Yu. Udovichenko, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.
M. V. Shapiro, Dr., Prof., Instituto Politécnico Nacional (Mexico)
Yu. V. Schornikov, Dr. Sci. (Tech.), Prof. (Novosibirsk)
V. V. Yagov, Dr. Sci. (Tech.), Prof. (Moscow)
D. Ye. Igoshin, Cand. Sci. (Phys-Math.) — executive Secretary

EDITORIAL COUNCIL

A. Yu. Varaksin, Dr. Sci. (Phys-Math.), RAS corr. member (Moscow)
A. A. Gubaidullin, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.
D. A. Gubaidullin, Dr. Sci. (Phys-Math.), RAS corr. member (Kazan)
A. A. Zakharov, Dr. Sci. (Tech.), Prof.
Duong Ngoc Hai, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Vietnam)
A. G. Ivashko, Dr. Sci. (Tech.), Prof.
A. A. Kislitsyn, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.
V. N. Kutrunov, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.
R. I. Nigmatulin, Dr. Sci. (Phys-Math.), RAS academician (Moscow)
V. M. Fomin, Dr. Sci. (Phys-Math.), RAS academician (Novosibirsk)
V. V. Shaidurov, Dr. Sci. (Phys-Math.), RAS corr. member (Krasnoyarsk)

© Tyumen State University Herald.
Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, 2016
(Tyumen State University Herald, 1998-2014)
http://vak.ed.gov.ru/87

TYUMEN STATE UNIVERSITY
1930

В НОМЕРЕ:

ТЕПЛОФИЗИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА

Тюльков А. Т., Гильмиев Д. Р.
Моделирование процессов фильтрации при разработке подгазовых зон методом экранирования газовой шапки посредством закачки полимерного раствора 10

Столповский М. В., Щеглова Е. П.
О нагреве пористой среды при образовании газовых гидратов 23

Чекардовский М. Н., Михайлов П. Ю., Шалагин И. Ю.
Параметры теплообмена в наружных стеновых конструкциях каркасно-щитового типа 36

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

Шабаров А. Б., Шаталов А. В.
Потери давления при течении водонефтяной смеси в поровых каналах 50

Родионов С. П., Боталов А. Ю., Легостаев Д. Ю.
Моделирование процесса двухфазной фильтрации с учетом воздействия периодической нагрузки 73

Тарасов В. В.
Расчет времени истечения идеального газа из резервуара постоянного объема в среду с постоянным давлением при адиабатическом процессе 84

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Литневский А. Л.

Аппроксимация зависимости скорости деления возбужденных ядер от времени гладкой функцией 96

Губайдуллин А. А., Игошин Д. Е., Хромова Н. А.

Обобщение подхода Козени к определению проницаемости модельных пористых сред из твердых шаровых сегментов 105

Самсонов К. Ю., Шевелев А. П.

Методика определения технических параметров ограничения водопритока 121

CONTENTS

THERMAL PHYSICS AND THERMOLOGY

Andrey T. Tyulkov, Denis R. Gilmiev
Modeling of Filtration in the Development of Under-Gas Area Using the Method of Screening Gas Cap by Injecting the Polymer Solution 10

Maxim V. Stolpovskii, Ekaterina P. Scheglova
On Heating the Porous Media Under Gas Hydrates Formation 23

Mikhail N. Chekardovskiy, Pavel Yu. Mikhailov, Igor Yu. Shalagin
Parameters of Heat Transfer in the Exterior Wall Structures of Frame-Panel Type 36

FLUID, PLAZMA, AND GAS MECHANICS

Aleksandr B. Shabarov, Aleksandr V. Shatalov
Pressure Drops in Water-Oil Mixture Flow in Porous Channels 50

Sergey P. Rodionov, Andrei Yu. Botalov, Dmitry Yu. Legostaev
Simulation of Two-Phase Filtration Considering the Effect of the Periodic Load 73

Vadim V. Tarasov
Calculation of the Ideal Gas Outflow Time from the Reservoir of Constant Volume into the Environment with a Constant Pressure at an Adiabatic Process 84

MATHEMATICAL MODELING, NUMERICAL METHODS AND SOFTWARE SYSTEMS. INFORMATION TECHNOLOGIES

Andrey L. Litnevsky
The Approximation of the Time Dependence of Excited Nuclei Fission Rate on the Smooth Function.....96

Amir A. Gubaidullin, Dmitriy Ye. Igoshin, Nadezhda A. Khromova
The Generalization of the Kozeny Approach to Determining the Permeability of the Model Porous Media Made of Solid Spherical Segments 105

Kirill Yu. Samsonov, Aleksandr P. Shevelev
Method For Determining the Technical Parameters of Water Restrictions 121

ТЕПЛОФИЗИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА

Андрей Тимофеевич ТЮЛЬКОВ[1]
Денис Рустамович ГИЛЬМИЕВ[2]

УДК 532.54

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ПОДГАЗОВЫХ ЗОН МЕТОДОМ ЭКРАНИРОВАНИЯ ГАЗОВОЙ ШАПКИ ПОСРЕДСТВОМ ЗАКАЧКИ ПОЛИМЕРНОГО РАСТВОРА

[1] студент-бакалавр
кафедры механики многофазных систем,
Физико-технический институт,
Тюменский государственный университет
a.t.tyulkov@gmail.com

[2] кандидат физико-математических наук,
старший преподаватель
кафедры механики многофазных систем,
Физико-технический институт,
Тюменский государственный университет
drgilmiev@rosneft.tu

Аннотация

В последнее время вопросам разработки подгазовых зон уделяется все больше внимания. Несмотря на обилие научной и научно-технической литературы, посвященной разработке нефтегазовых залежей, процесс выработки запасов подгазовых зон пред-

Цитирование: Тюльков А. Т. Моделирование процессов фильтрации при разработке подгазовых зон методом экранирования газовой шапки посредством закачки полимерного раствора / А. Т. Тюльков, Д. Р. Гильмиев // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 10-22.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-10-22

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

ставляется нам недостаточно исследованным. Не совсем ясно объясняется механизм вытеснения нефти из низкопродуктивных подгазовых зон, запасы в которых, зачастую, содержатся в незначительных нефтенасыщенных интервалах.

В настоящей статье представлено описание ключевых проблем, возникающих при разработке таких месторождений, и рассмотрены пути их решения. В частности, разбирается проблема прорыва газа из шапки к добывающей скважине, что приводит к неизбежному «загазовыванию» скважины и резкому снижению дебита нефти, в связи с чем встает вопрос о рентабельности разработки подгазовых месторождений с незначительной нефтенасыщенной толщиной, т. е. нефтяных оторочек. Для решения этой проблемы сравнительно недавно был предложен метод экранирования газовой шапки путем закачки в пласт полимерного раствора на границу газонефтяного контакта. Данное решение способствует увеличению продолжительности работы скважины.

При помощи моделирования процессов фильтрации частично изучен механизм извлечения нефти из нефтяных оторочек с изолированной газовой шапкой. Моделирование проводилось на синтетической гидродинамической модели при помощи симулятора “tNavigator” (Rock Flow Dynamics). В данной модели был реализован метод экранирования газовой шапки посредством закачки полимерного раствора через горизонтальную нагнетательную скважину, проведено комплексное исследование степени влияния основных параметров разработки на КИН, а также были найдены оптимальные режимы эксплуатации способные обеспечить максимальный коэффициент нефтеизвлечения.

Ключевые слова

Подгазовые зоны, экранирование газовой шапки, полимерное заводнение, параметры разработки, исследование, влияния.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-10-22

Разработка газонефтяных месторождений с газовой шапкой в последнее время приобретает все большую актуальность, т. к. в нефтяных оторочках сосредоточена значительная доля запасов нефти. Основная проблема разработки таких месторождений обусловлена быстрым прорывом газа к забоям скважин, перфорируемых в нефтяных интервалах, что приводит к загазовыванию нефтяных скважин и невозможности дальнейшей эксплуатации [2].

В настоящее времени разработано значительное количество методов и технологий выработки запасов нефти из подгазовых зон, в том числе и при помощи горизонтальных скважин (ГС) [4]. Одним из наиболее эффективных методов разработки является экранирование газовой шапки при помощи внутриконтурного (барьерного) заводнения. Вода закачивается в ряд нагнетательных скважин, расположенных вдоль или вблизи внутреннего контура газоносности, в результате чего образуется водяной барьер, который отрезает газовую шапку от нефтяной залежи. Преимущества данного метода перед законтурным заводнением следующие:

1. возможность одновременной добычи нефти и газа;
2. снижение затрат на закачку воды за счет частичного использования упругой энергии активной законтурной области;

3. возможность выделения в самостоятельный объект разработки не только нефтяной залежи в целом, но и отдельных ее участков, что имеет особое значение для оторочек, состоящих из отдельных участков.

Недостатком барьерного заводнения является возможное возникновение прорывов воды в эксплуатационные скважины, что актуально для пластов, характеризующихся большой неоднородностью, а также значительными углами падения [3].

Одним из путей решений проблемы преждевременного прорыва газа в нефтяную оторочку является искусственное экранирование газовой шапки посредством закачки полимерного раствора на границу газонефтяного контакта [7; 9]. Данный метод лишен недостатков, присущих барьерному заводнению.

С целью оценки влияния основных технологических параметров метода «полимерного экранирования газовой шапки» на коэффициент извлечения нефти (КИН) нефтяной оторочки было проведено комплексное исследование процессов фильтрации.

Исследования проводились на трехмерной синтетической гидродинамической модели нелетучей нефти (Рис. 1), которая обладает следующими параметрами:

— размеры модели 1х1 км;
— размеры сетки 20х20 м;
— пористость 0,15 д. ед.;
— проницаемость по латерали 100 мД;
— начальное пластовое давление 400 атм;
— ВНК на уровне 2 020 м;
— ГНК на уровне 2 010 м;
— заданы две горизонтальные скважины: нагнетательная расположена на ГНК (2 010 м); добывающая скважина расположена на глубине 2 010–2 020 м;
— длина горизонтального участка 400 м;
— мощность оторочки 10 м.

В качестве варьируемых параметров использовались следующие характеристики: анизотропные свойства пласта, объем прокачки рабочего агента, расстояние между горизонтальными скважинами (нагнетательной и добывающей), концентрация полимера в нагнетаемом растворе и скорость закачки раствора в пласт (Таблица 1).

В настоящей работе предполагается, что десорбционные свойства полимера могут влиять на КИН, в связи с чем исследуемые варианты были разделены на две группы: в первой группе десорбция полимера возможна, во второй — десорбционные свойства полимера отсутствуют (Таблица 2). В том случае, если десорбционные свойства не оказывают влияние на КИН, то исследование будет ограничено первыми десятью вариантами.

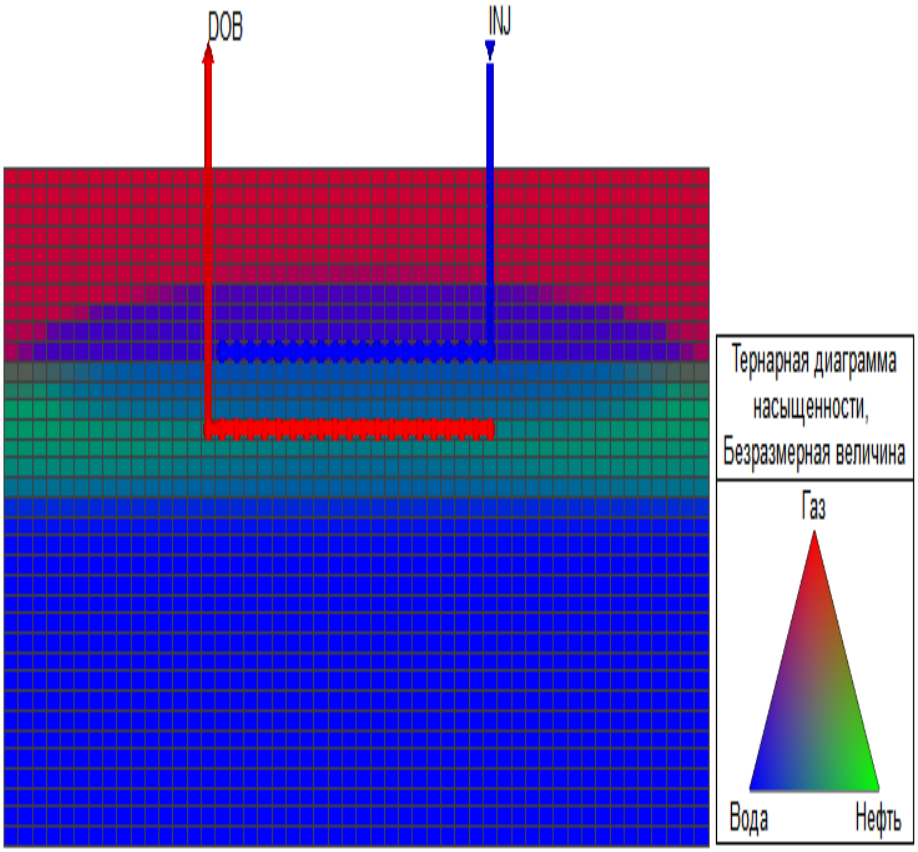


Рис. 1. Реализация метода барьерного полимерного заводнения и добычи нефти при помощи двух горизонтальных скважин в ПК “tNavigator”

Fig. 1. The implementation of the barrier polymer flooding method and oil production by means of two horizontal wells in the “tNavigator” program complex

Таблица 1

Пределы варьируемых параметров

Table 1

The limits of the varying parameters

Параметр	Значение	Ед. изм.
Объем закачиваемого агента	0,05-0,25	%
Расстояние между скважинами	2-6	м
Анизотропия по проницаемости	0-0,1	д. ед
Концентрация полимера	0,0005-0,0025	кг/см^3
Скорость прокачки	150-250	см^3/д

Варианты, представленные в Таблице 2, рассчитывались следующим образом: фиксировался один из исследуемых параметров, второй варьировался в диапазоне согласно Таблице 1.

Таблица 2

Матрица планирование эксперимента

Table 2

The experiment planning matrix

Параметр	Объем закачиваемого агента	Расстояние между скважинами	Анизотропия по проницаемости	Концентрация полимера	Скорость прокачки
Объем закачиваемого агента		1	2	3	4
Расстояние между скважинами	11		5	6	7
Анизотропия по проницаемости	12	13		8	9
Концентрация полимера	14	15	16		10
Скорость прокачки	17	18	19	20	

десорбция возможна

десорбция невозможна

Для оценки эффективности метода «полимерного экранирования газовой шапки» варианты, представленные в Таблице 2, сравнивались с двумя базовыми вариантами: без экранирования газовой шапки и с экранированием посредством закачки пластовой воды.

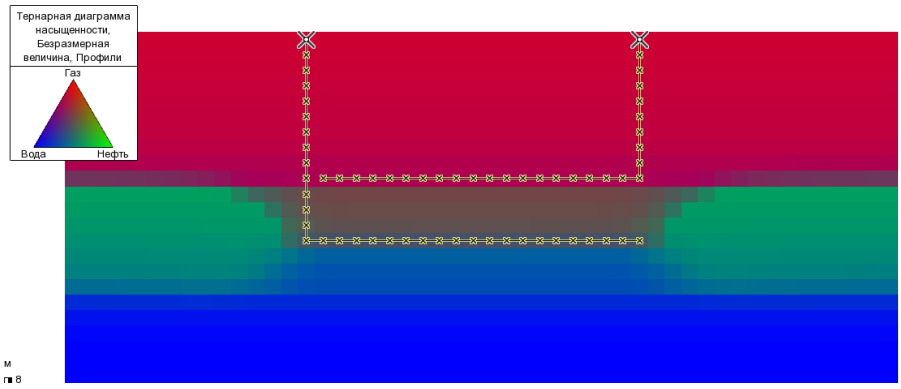


Рис. 2. Прорыва газа к добывающей скважине

Fig. 2. Gas breakthrough to the production well

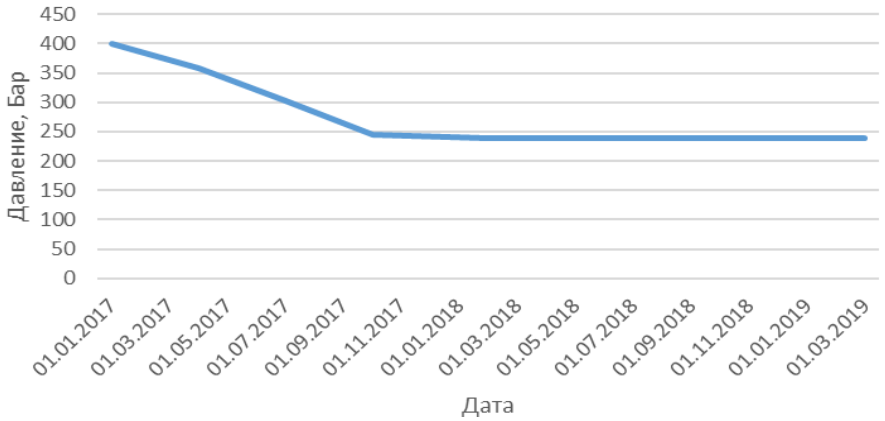


Рис. 3. Падение давления при отсутствии закачки в пласт

Fig. 3. The pressure drop without reinjection into the plast

В базовом варианте без экранирования газовой шапки (Рис. 2 и 3) в результате прорыва газа к добывающей скважине наблюдается резкое снижение давления и падение дебитов. В короткие сроки скважина отключается по достижению ограничения по ГНФ 5 000 м^3/м^3. Максимальный КИН составляет 0,028 д. ед.

В базовом варианте с экранированием газовой шапки посредством закачки воды коэффициент извлечения нефти увеличивается почти в два раза и составляет 0,05 д. ед. Прорыв газа происходит на сравнительно поздней стадии разработки, следовательно, добывающая скважина отбирает значительно больше нефти, нежели в первом базовом варианте.

Предполагалось, что экранирование газовой шапки посредством закачки полимера, а не воды, позволит повысить допустимый КИН, поэтому дальнейшие исследования проводились при помощи этого метода и сравнивались с двумя базовыми вариантами.

В связи с тем, что результаты расчетов вариантов 5-10 полностью подтвердили результаты, полученные в вариантах 1–4, то в дальнейшем будут рассмотрены только первые четыре варианта.

В варианте 1 исследуется влияние объема закачиваемого агента и расстояния между горизонтальными скважинами на коэффициент извлечения нефти.

Результаты моделирования, представленные на Рис. 4, свидетельствуют, что уровень нефтеотдачи существенно зависит от расстояния между горизонтальными скважинами. При размещении скважин на расстоянии 2 м и объеме закачиваемого полимерного раствора менее 0,15 д. ед. от порового объема пласта происходит преждевременный прорыв газа через полимерный экран и, как следствие, загазовывание скважины. Закачка полимерного раствора свыше 0,15 д. ед. от порового объема приводит к преждевременному обводнению добываемой продукции полимерным раствором и нерентабельным дебитам нефти.

При расположении добывающей скважины близко к водонефтяному контакту также происходит преждевременное обводнение скважинной продукции, только уже не полимерным раствором, а пластовой водой.

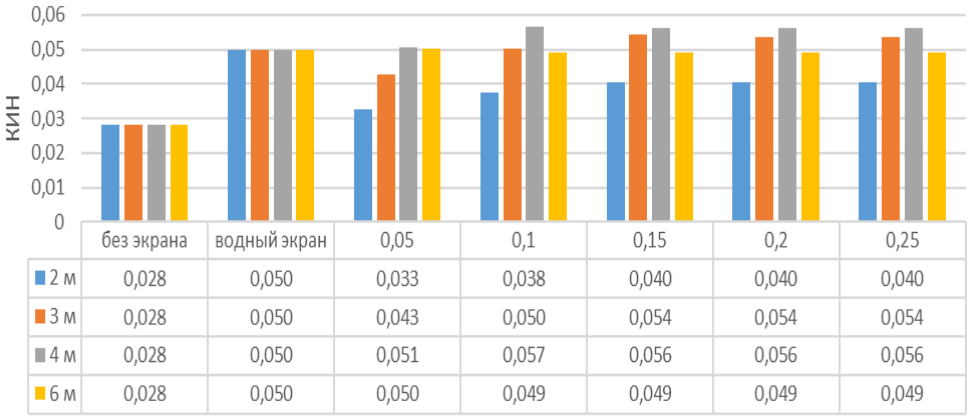


Рис. 4. Зависимость КИН от изменения объема прокачки пор и расстояния между скважинами

Fig. 4. Dependence of the oil recovery factor on the changes in the pores pumping volume and the distances between the wells

Расчеты показали, что наивысший КИН в первом варианте достигается при межскважинном расстоянии, равном 4 м, и объемом прокачки полимера, равном 0,1 д. ед. от порового объема пласта.

Во втором варианте исследовалось влияние вертикальной анизотропии пласта (отношение между проницаемостями по вертикали и латерали) и объема закачиваемого агента на коэффициент нефтеизвлечения. Расстояние между горизонтальными скважинами принималось равным 4 м.

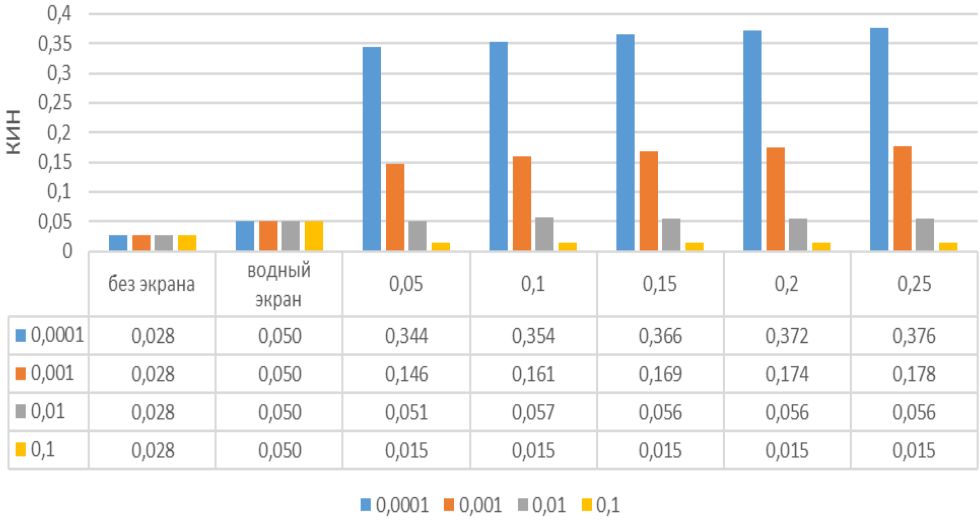


Рис. 5. Зависимость КИН от анизотропии и объема прокачки пор

Fig. 5. Dependence of the oil recovery factor on anisotropy and pores pumping volume

Результаты моделирования, представленные на Рис. 5, свидетельствуют, что в пластах с ярко выраженными анизотропными свойствами гораздо проще экранировать газовую шапку, т. к. полимер не прорывается к добывающей скважине и не уходит в газовую шапку, а распространяется в горизонтальной плоскости и создает надежный барьер между газовой и нефтяной оторочкой. Наивысший КИН достигается при объеме прокачки, равном 0,1 д. ед. объема пор, что подтверждает результат, полученный в первом варианте.

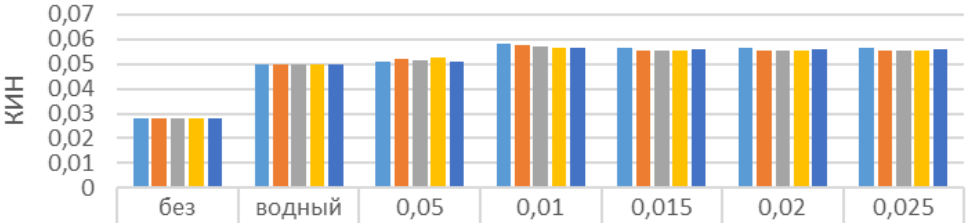
В третьем варианте отслеживалось влияние концентрации полимера и объема закачиваемого агента на КИН. Как видно из гистограммы, представленной на Рис. 6, наибольшее влияние на КИН оказывает объем прокачки, оптимальное значение которого составляет также 0,1 д. ед. от порового объема пласта.

Концентрация полимера в нагнетаемом растворе, не оказывает существенного влияния. В третьем варианте наивысший КИН достигается при концентрации 0,0005 кг/см^3.

В варианте 4 исследовалось влияние скоростей закачки полимерного раствора в пласт и объема закачиваемого агента на коэффициент нефтеизвлечения.

Результаты моделирования показали, что при больших скоростях и объемах прокачки происходит раннее обводнение продукции. Наивысший КИН был достигнут при оптимальной скорости 200 м^3/д и объеме 0,1 д. ед.

Проведенные гидродинамические расчеты (при оптимальных параметрах, выявленных в вариантах 1-4) показали, что десорбция не оказывает существенного влияния на КИН (Рис. 8). Разница в накопленной добыче нефти составила 4 т (или 0,0001%), что сопоставимо с погрешностью расчетов.



	без экрана	водный экран	0,05 д.ед.	0,01 д.ед.	0,015 д.ед.	0,02 д.ед.	0,025 д.ед.
0,0005	0,028	0,050	0,051	0,058	0,056	0,056	0,056
0,001	0,028	0,050	0,052	0,057	0,055	0,055	0,055
0,0015	0,028	0,050	0,052	0,057	0,055	0,055	0,055
0,002	0,028	0,050	0,053	0,057	0,055	0,055	0,055
0,0025	0,028	0,050	0,051	0,056	0,056	0,056	0,056

Рис. 6. Зависимость КИН от концентрации полимера и объема прокачки

Fig. 6. Dependence of the oil recovery factor on polymer concentration and pumping volume

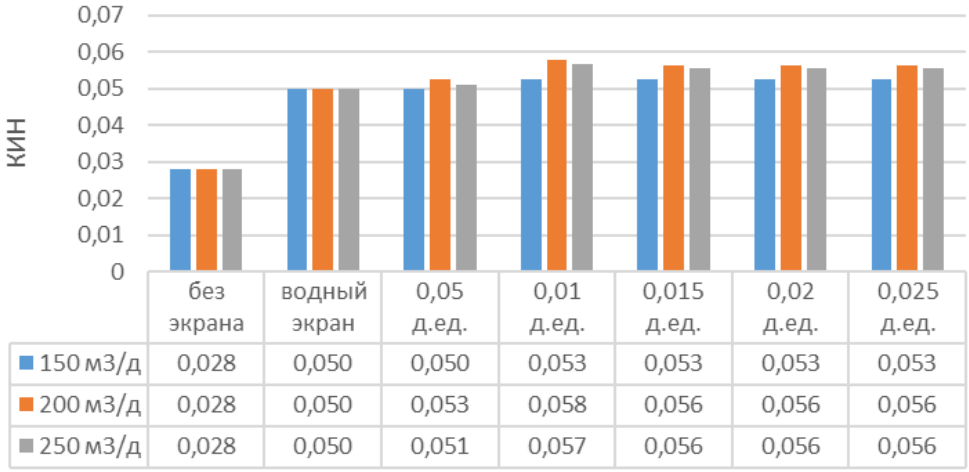


Рис. 7. Зависимость КИН от скорости и объема прокачки

Fig. 7. Dependence of the oil recovery factor on pumping speed

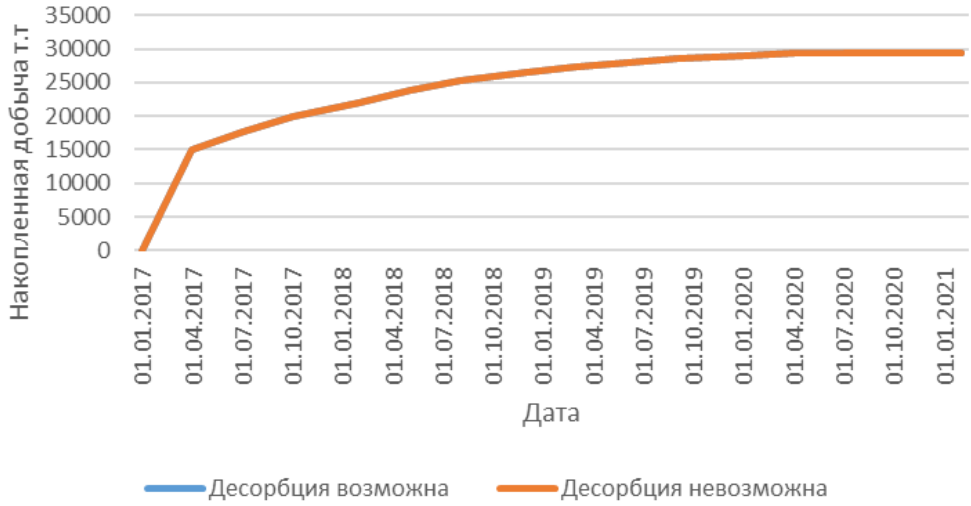


Рис. 8. Вариант сравнения при оптимальных показателях разработки

Fig. 8. Comparison variant under the optimal development indicators

Выводы проведенного исследования таковы:

1. проведенные гидродинамические расчеты выявили, что при выработке подгазовых зон методом «полимерного экранирования газовой шапки» для достижения максимального КИН оптимальный объем закачки составляет 0,1 д. ед. от порового объема пласта, оптимальное расстояние между горизонтальными скважинами составило 4 м, оптимальная скорость прокачки — 200 м^3/д;

2. наибольшее влияние на КИН при выработке запасов подгазовых зон методом «полимерного экранирования газовой шапки» оказывает анизотропия пласта, наименьшее влияние — десорбционные свойства полимера и его концентрация в нагнетаемом растворе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абраев Н. Повышение эффективности разработки нефтегазоконденсатных месторождений Западной Сибири с применением горизонтальных скважин / Н. Абраев. Тюмень, 2013.
2. Афанасьева А. В. К вопросу о потерях нефти при разработке залежей с нефтяной оторочкой / А. В. Афанасьева, А. А. Боксерман, Н. Г. Егоров, М. Д. Розенберг // Труды ВНИИ, вып. 37. Гостоптехиздат, 1962.
3. Афанасьева А. В. Некоторые вопросы разработки нефтегазовых залежей. Разработка нефтяных месторождений и гидродинамика пласта / А. В. Афанасьева // Труды ВНИИ, выпуск XL. М., 1963. С. 192–219.
4. Вафин Б. И. Интенсификация выработки запасов нефти из подгазовых зон (на примере Михаловско-Коханского месторождения). Дисс. канд. техн. наук / Б. И. Вафин. Уфа, 2008. 174 с.
5. Гавура В. Е. Современные методы и системы разработки газонефтяных залежей / В. Е. Гавура, В. В. Исайчев, А. К. Курбанов, В. Е. Лапидус, В. Е. Лещенко, Г. Ю. Шовкринский. М.: ВНИИОЭНГ, 1994. 345 с.
6. Гиматудинов Ш. К. Физика нефтяного и газового пласта / Ш. К. Гиматудинов, А. И. Ширковский. М.: Недра, 1982. 312 с.
7. Григоращенко Г. Н. Применение полимеров в добыче нефти / Г. Н. Григоращенко, Ю. В. Зайцев, В. В. Кучин. М.: Недра, 1978. 213 с.
8. Кундин С. А. Исследования на моделях нефтеотдачи при вытеснении газированной нефти водой / С. А. Кундин // Нефтяное хозяйство. 1959. № 11. С. 54–59.
9. Саттаров М. М. Системы разработки месторождений нефти и газа с помощью горизонтальных скважин / М. М. Саттаров, М. Х. Мусин, И. А. Полудень. М.: ВНТИЦентр, 1991.
10. Хайрединов Н. Ш. Прогнозирование применения методов увеличения нефтеотдачи для крупных нефтегазоносных регионов / Н. Ш. Хайрединов, В. Е. Андреев, К. М. Федоров, Ю. А. Котенев. Уфа: ГИЛЕМ, 1997. 106 с.

Andrey T. TYULKOV[1]
Denis R. GILMIEV[2]

MODELING OF FILTRATION IN THE DEVELOPMENT OF UNDER-GAS AREA USING THE METHOD OF SCREENING GAS CAP BY INJECTING THE POLYMER SOLUTION

[1] Student, Department of Multiphase Systems Mechanics,
Institute of Physics and Technology,
Tyumen State University
a.t.tyulkov@gmail.com

[2] Cand. Sci. (Phys-Math.), Senior Lecturer,
Department of Multiphase Systems Mechanics,
Institute of Physics and Technology,
Tyumen State University
drgilmiev@rosneft.tu

Abstract

In the recent years, the issues of developing the under-gas-cap zones receive increasing attention. Despite the abundance of scientific and technical literature on the development of oil and gas deposits, the process of development of oil reserves in the under-gas-cap areas remains insufficiently studied. The mechanism of oil displacement from low-productive under-gas-cap zones is not clearly described, as they often contain reserves in small oil-saturated intervals immediately below the gas cap.

This article describes the key issues arising from the development of such deposits and the ways of their solution — in particular, the problem of gas breakout to extractive well cap hole that leads to the inevitable wells, "aeration" and a sharp decrease in oil production. In this connection, a question arises about the cost-effectiveness of the development of under-gas deposits with negligible oil-saturation thickness — oil rims. To resolve this issue, there has relatively recently been proposed a method of gas cap shielding by injecting the polymer

Citation: Tyulkov A. T., Gilmiev D. R. 2016. "Modeling of Filtration in the Development of Under-Gas Area Using the Method of Screening Gas Cap by Injecting the Polymer Solution". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 10-22.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-10-22

© Tyumen State University

solution into the reservoir on the border of gas-oil contact. This method helps to increase the length of the well operation.

The simulation of filtration processes allows to partially study the mechanism of oil extraction from oil rims with isolated gas cap. The simulation was performed on a synthetic simulation model using the "tNavigator" simulator (Rock Flow Dynamics). In this model, the method of shielding gas cap has been realized by injecting a polymeric solution through a horizontal injection well. A comprehensive study of the degree of influence of the main parameters on the development of oil recovery factor has been performed. The optimal operating modes capable of providing the maximum oil recovery factor have been found.

Keywords

Under-gas-cap areas, gas cap shielding, polymer flooding, development parameters, influence study.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-10-22

REFERENCES

1. Abraev N. 2013. Povyshenie ehffektivnosti razrabotki neftegazokondensatnykh mestorozhdeniy Zapadnoy Sibiri s primeneniem gorizontalnykh skvazhin [Improving the Efficiency of Developing Oil and Gas Fields in the Western Siberia with the Use of Horizontal Wells]. Tyumen.
2. Afanasyeva A. B. 1963. "Nekotorye voprosy razrabotki neftegazovykh zalezhey. Razrabotka neftyanykh mestorozhdeniy i gidrodinamika plasta" [Some Issues of Developing Oil and Gas Deposits. The Development of Oil Fields and the Hydrodynamics of the Reservoir]. Trudy VNII, vol. XL, pp. 192–219. Moscow: Gostoptekhizdat.
3. Afanasyeva A. B., Bokserman A. A., Egorov N. G., Rozenberg M. D. 1962. "K voprosu o poteryakh nefti pri razrabotke zalezhey s neftyanoy otorochkoy" [On the Issue of the Loss of Oil in the Development of Deposits with Oil Rim]. Trudy VNII, vol. 37. Moscow: Gostoptekhizdat.
4. Gavura V. Ye., Isaychev V. V., Kurbanov A. K., Lapidus V. Ye., Leshhenko V. Ye., Shovkrinskiy G. Yu. 1994. Sovremennye metody i sistemy razrabotki gazoneftyanykh zalezhey [The Modern Methods of Gas and Oil Deposits and the Development of the System]. Moscow: VNIIOEHNG.
5. Gimatudinov Sh. K., Shirkovskiy A. I. 1982. Fizika neftyanogo i gazovogo plasta [The Physics of Oil and Gas Plate]. Moscow: Nedra.
6. Grigorashhenko G. N., Zaytsev Yu.V., Kuchin V. V. 1978. Primenenie polimerov v dobyche nefti [The Use of Polymers in the Oil Production]. Moscow: Nedra.
7. Khayredinov N. Sh., Andreev V. Ye., Fedorov K. M., Kotenev Yu. A. 1997. Prognozirovanie primeneniya metodov uvelicheniya nefteotdachi dlya krupnykh neftegazonosnykh regionov [Forecasting Application of Enhanced Oil Recovery Methods for Major Oil and Gas Regions]. Ufa: GILEM.

8. Kundin S. A. 1959. “Issledovaniya na modelyakh nefteotdachi pri vytesnenii gazirovannoy nefti vodoy” [Research on Models of Recovery in the Displacement of Oil by Water Carbonated]. Neftyanoe khozyaystvo, no 11, pp. 54–59.
9. Sattarov M. M., Musin M. Kh., Poluden I. A. 1991. Sistemy razrabotki mestorozhdeniy nefti i gaza s pomoshhyu gorizontal'nykh skvazhin [The Systems of Oil and Gas Development with Horizontal Wells]. Moscow: VNTITSentr.
10. Vafin B. I. 2008. “Intensifikatsiya vyrabotki zapasov nefti iz podgazovykh zon (na primere Mikhalovsko-Kokhanskogo mestorozhdeniya)” [The Intensification of Oil Production of from Under-Gas Zones (On the Example of the Michalowski-Kochanski Field)]. Cand. Sci. (Tech.) diss. Ufa.

Максим Владимирович СТОЛПОВСКИЙ[1]
Екатерина Павловна ЩЕГЛОВА[2]

УДК 532.546:536.421

О НАГРЕВЕ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ ПРИ ОБРАЗОВАНИИ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ

[1] кандидат физико-математических наук,
старший преподаватель кафедры физики,
Уфимский государственный нефтяной технический университет
s_maxim.pmm@mail.ru

[2] преподаватель кафедры физики,
Уфимский государственный нефтяной технический университет
ekaterina-scheglova@rambler.ru

Аннотация

Проведено численное моделирование процесса образования газогидрата в результате нагнетания холодного газа в пористую среду, изначально насыщенную газом и водой. Особенностью математической модели этой задачи является не только учет фазовых переходов, но и учет массопереноса в пористой среде. Необходимость учитывать движение газа в пористой среде усложняет задачу, т. к., хотя она и сводится к задаче Стефана, здесь температура фазового перехода зависит от давления. Эта особенность является существенной, поскольку, как показано в работах, это приводит к возникновению ситуации, когда фазовые переходы реализуются в протяженной области.

Для получения решений, адекватно описывающих рассматриваемый процесс для последующих этапов времени, возникает необходимость в построении численных схем, пригодных для пластов конечной протяженности. Алгоритмы сквозного счета особенно широко применяются для многомерных задач, однако точность расчета значения температуры и положения границы раздела фаз сильно зависит от параметра сглаживания, определение которых часто затруднительно. В данной работе для решения задачи

Цитирование: Столповский М. В. О нагреве пористой среды при образовании газовых гидратов / М. В. Столповский, Е. П. Щеглова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 23–35.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-23-35

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

используется метод ловли фронта в узел пространственной сетки. При этом аналитические решения задач в автомодельном приближении используются для тестирования численных алгоритмов, основанных на данном методе.

В статье показано, что в зависимости от параметров нагнетаемого газа образование гидрата может происходить как на фронтальной поверхности, так и в протяженной области. В первом случае образование гидрата происходит без нагрева среды, а во втором сопровождается ее нагревом, причем его величина увеличивается с ростом давления нагнетаемого газа. Численными расчетами установлено, что режим с нагревом пористой среды реализуется в высокопроницаемых пластах в тех случаях, когда величина давления нагнетаемого газа превышает величину равновесного давления, соответствующего исходной температуре пласта.

Ключевые слова

Газовые гидраты, подвижные границы фазовых переходов, метод ловли фронтов в узлы пространственной сетки.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-23-35

Многие технологические процессы в нефтегазовой отрасли сопровождаются образованием и отложением газовых гидратов как в пласте, так и в системах подземного и наземного оборудования нефтяных и газовых месторождений. В настоящее время в большинстве случаев гидратообразование носит чаще негативный характер, связанный с аварийными остановками из-за «склероза» установок и с последующими затратами на устранение таких осложнений. Однако процессы гидратообразования могут иметь и положительный аспект: например, их можно использовать для увеличения емкости подземных резервуаров для хранения углеводородного газа. Такая возможность обусловлена резким ростом массового содержания газа в газогидратном состоянии в единице объема по сравнению со свободным состоянием при тех же температуре и давлении [1].

При этом процессы гидратообразования сопровождаются выделением скрытой теплоты гидратообразования, что может приводить к значительным повышениям температуры в пористой среде [3]. Этот эффект может быть использован, например, для очистки пористых сред от склеротических бляшек или разжижения углеводородных систем, находящихся изначально в твердом состоянии, для последующего извлечения из недр.

В работах [1–3] было получено аналитическое решение рассматриваемой задачи в автомодельном приближении для пласта бесконечной протяженности. Такая постановка применительно к задаче об образовании газовых гидратов в пористых пластах конечной протяженности соответствует начальному этапу процесса, когда влияние границ несущественно.

Математическая модель образования и разложения газогидратов в пористой среде бесконечной протяженности рассмотрена в работах [4–14]. В этих работах получены автомодельные решения и показано, что в зависимости от начальных

и граничных условий образование и разложение газогидрата может происходить как на фронтальной поверхности, так и в протяженной области. В данной работе рассмотрена математическая модель образования газогидрата в пористой среде конечной протяженности с формированием протяженной области фазовых переходов. Исследовано влияние исходных параметров (а также параметров на границе среды на эволюции полей температуры).

Рассмотрим прямолинейно-параллельную задачу об образовании газогидрата в пористом пласте длины L ($0 \le x \le L$) при закачке холодного газа через его левую границу $x = 0$. При этом интенсивность процесса образования газогидрата лимитируется отводом скрытой теплоты гидратообразования.

Для теоретического описания процессов тепломассопереноса в пористой среде при нагнетании газа, сопровождающегося образованием газогидрата, примем следующие допущения: пористость среды постоянна, а ее скелет, гидрат и вода несжимаемы и неподвижны. Допущение о неподвижности жидкости оправдано тем, что, как показывают оценки, скорость фильтрации газа во много раз превосходит скорость фильтрации воды [12] за исключением случаев, когда водонасыщенность близка к единице. Поэтому в большинстве случаев, когда водонасыщенность пор жидкостью составляет не более половины, допущение о ее неподвижности оправдано. Кроме того, принимается однотемпературная модель пористой среды, т. е. модель, при которой температура самой среды и насыщающего ее вещества (газа, гидрата и воды) в каждой точке совпадают. При этом гидрат является двухкомпонентной системой с массовой концентрацией газа G (при этом массовая концентрация воды равна $1 - G$), а газ является калорически совершенным.

В рассматриваемом случае, направив ось x вдоль течения газа, система основных уравнений, описывающая процессы фильтрации и теплопереноса, сопровождающиеся образованием газогидрата в пористой среде, и представляющая собой законы сохранения масс и энергии, закон Дарси и уравнение состояния совершенного газа, при отмеченных выше допущениях имеет вид [5]

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(mS_g\rho_g + mGS_h\rho_h\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(mS_g\upsilon_g\rho_g\right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(mS_l\rho_l + m(1-G)S_h\rho_h\right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho c \cdot T\right) + c_g\rho_g mS_g\upsilon_g\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(m\rho_h L_h S_h\right), \qquad (1)$$

$$mS_g\upsilon_g = -\frac{k_g}{\mu_g}\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$p = \rho_g R_g T.$$

Здесь m — пористость; ρ_j и S_j ($j = g, h, l$) — истинные плотности и насыщенности пор j-й фазой; υ_g, k_g, c_g и μ_g — соответственно скорость, проницаемость, удельная теплоемкость и динамическая вязкость газовой фазы; p — давление; T — температура; L_h — удельная теплота гидратообразования; ρc и λ представляют собой удельную объемную теплоемкость и коэффициент теплопроводности системы «пористая среда — газогидрат», которые при отмеченных допущениях можно считать постоянными величинами; индексы h, l и g относятся к параметрам гидрата, воды и газа соответственно.

Данная система дополняется зависимостью коэффициента проницаемости для газа от газонасыщенности, заданной на основе формулы Козени:

$$k_g = k_0 S_g^3,$$

где k_0 — абсолютная проницаемость пласта.

При образовании газогидрата в пористом пласте возникают зоны, в которых газ, гидрат и вода находятся в различных состояниях. На поверхностях разрыва между этими зонами, где терпят скачки насыщенности фаз, а также потоки массы и тепла, выполняются следующие из условий баланса массы и тепла:

$$\left[m\left(\rho_l S_l\left(\upsilon_l - \dot{x}_{(i)}\right) - \rho_h S_h (1-G)\dot{x}_{(i)}\right)\right] = 0,$$

$$\left[m\left(\rho_g S_g\left(\upsilon_g - \dot{x}_{(i)}\right) - \rho_h S_h G\dot{x}_{(i)}\right)\right] = 0, \qquad (2)$$

$$\left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right] = \left[m\rho_h L_h S_h \dot{x}_{(i)}\right].$$

Здесь $[\psi] = \psi^+ - \psi^-$ — скачок параметра ψ на границе $x = x_{(i)}$, $\dot{x}_{(i)}$ — скорость движения данной границы. Температуру и давление на границе будем считать непрерывными величинами.

В трехфазной области, где одновременно присутствуют газ, газогидрат и вода и происходит процесс гидратообразования, принимается условие фазового равновесия:

$$T = T_0 + T_* \ln\left(\frac{p}{p_{s0}}\right), \qquad (3)$$

где T_0 — исходная температура системы, p_{s0} — равновесное давление, соответствующее исходной температуре, T_* — эмпирический параметр, зависящий от вида газогидрата. Из (3) следует, что

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_*}{p}\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_*}{p}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{T_*}{p^2}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2. \qquad (4)$$

Пусть пористый пласт протяженности L в исходном состоянии насыщен газом и водой под давлением p_0 и температурой T_0, удовлетворяющих условиям их свободного существования и одинаковым во всем пласте:

$$p = p_0,\ T = T_0,\ S_l = S_{l0}\ \ (0 \le x \le L,\ t = 0). \qquad (5)$$

Условия на левой границе ($x = 0$), через которую происходит нагнетание газа под давлением p_e и температурой T_e, удовлетворяющие условиям стабильного существования газа и гидрата, можно представить в виде

$$p = p_e,\ T = T_e \quad (x = 0,\ t > 0). \tag{6}$$

На правой границе пласта ($x = L$) поставим условия, моделирующие отсутствие через нее потока тепла и массы:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (x = L,\ t > 0). \tag{7}$$

Будем полагать, что при инжекции холодного газа в пласте в общем случае образуются три характерные области, в которых газ, гидрат и вода находятся в различных состояниях. В первой (ближней) области, примыкающей к левой границе пласта, вода полностью перешла в гидратное состояние, поэтому в порах присутствуют только газ и гидрат. Примыкающая к правой границе пласта третья (дальняя) область насыщена газом и водой, а промежуточная область, разделяющая между собой вышеуказанные области, содержит газ, гидрат и воду в состоянии термодинамического равновесия. Соответственно, образуются две подвижные поверхности: между дальней и промежуточной областями, где начинается переход воды в гидрат, и между ближней и промежуточной областями, на которой процесс образования гидрата заканчивается. Границу, на которой справедливы условия (6), будем называть непроницаемой.

Из системы (1) для ближней и дальней областей уравнения пьезо- и теплопроводности могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{T}\right) = \frac{k_g}{m\mu_g S_g}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{T}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}\right),\\ \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa^{(T)}\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{c_g k_g}{\mu_g \rho c}\frac{p}{R_g T}\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x}.\end{gathered} \tag{8}$$

Для промежуточной области аналогичные уравнения примут вид

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{T}\right) = \frac{k_g}{m\mu_g S_g}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{T}\frac{\partial p}{\partial x}\right) - \Re\frac{\partial S_h}{\partial t},\\ \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa^{(T)}\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{c_g k_g}{\mu_g \rho c}\frac{p}{R_g T}\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + \Delta T\frac{\partial S_h}{\partial t},\end{gathered} \tag{9}$$

где $\Re = \dfrac{G\rho_h R_g}{1 - S_{l0}}$, $\Delta T = \dfrac{m\rho_h L_h}{\rho c}$, $\kappa^{(T)} = \dfrac{\lambda}{\rho c}$ — коэффициент температуропроводности пласта. Исключив из системы (9) производную гидратонасыщенности по времени с учетом соотношений (5), мы получим систему для нахождения распределений давления (и соответственно температуры) и гидратонасыщенности в протяженной области:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{T}\right)=\frac{k_g}{m\mu_g S_g}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{T}\frac{\partial p}{\partial x}\right)-\frac{\Re}{\Delta T}\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\kappa^{(T)}\Re}{\Delta T}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{c_g k_g \Re}{\mu_g \rho c \Delta T R_g}\frac{p}{T}\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x},$$
$$\frac{\partial S_h}{\partial t}=\frac{1}{\Delta T}\left[\frac{\partial T}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa^{(T)}\frac{\partial T}{\partial x}\right)-\frac{c_g k_g}{\mu_g \rho c}\frac{p}{R_g T}\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x}\right]. \quad (10)$$

Будем полагать, что при нагнетании газа в пласт на поверхности $x = x_{(n)}$, разделяющей между собой ближнюю и промежуточную области, происходит скачок гидратонасыщенности от $S^-_{h(n)} = S_{he} > 0$ до $S^+_{h(n)} > 0$, обусловленный переходом на этой границе части воды в гидратное состояние. Условия баланса масс (для газа и воды) и энергии на этой поверхности, как следует из (2), имеют вид

$$mS^-_{g(n)}\rho^-_{g(n)}\left(\upsilon^-_{g(n)}-\dot{x}_{(n)}\right)=mS^+_{g(n)}\rho^+_{g(n)}\left(\upsilon^+_{g(n)}-\dot{x}_{(n)}\right)+m\left(S^-_{h(n)}-S^+_{h(n)}\right)\rho_h G\dot{x}_{(n)},$$
$$mS^+_{l(n)}\rho_l\dot{x}_{(n)}=m\left(S^-_{h(n)}-S^+_{h(n)}\right)\rho_h(1-G)\dot{x}_{(n)}, \quad (11)$$
$$\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^-_{(n)}-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^+_{(n)}=m\rho_h L_h\left(S^-_{h(n)}-S^+_{h(n)}\right)\dot{x}_{(n)}.$$

Здесь $\dot{x}_{(n)}$ — скорость движения границы $x = x_{(n)}$; верхние знаки «плюс» и «минус» относятся к параметрам перед и за фронтом соответственно. Можно показать, что на поверхности $x = x_{(d)}$, разделяющей между собой промежуточную и дальнюю области, значение гидратонасыщенности непрерывно и равно нулю: $S^-_{h(d)} = S^+_{h(d)} = 0$. Тогда из (2) соотношения для нахождения давления и температуры на этой границе будут иметь следующий вид:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^-_{(d)}=\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^+_{(d)},\ \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^-_{(d)}=\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^+_{(d)}. \quad (12)$$

Система уравнений (8) и (10) с начальными и граничными условиями (5)–(7) и условиями на границах фазовых переходов (11) и (12) в конечно-разностном виде решается с использованием метод ловли фронтов в узлы пространственной сетки [2].

На Рис. 1 *а)* представлены распределения температуры и гидратонасыщенности пласта при нагнетании газа (метана) под давлением p_e = 5 МПа и температурой T_e = 276 К в модельный пористый пласт длины L = 1 м и начальными давлением p_0 = 3 МПа, температурой T_0 = 280 К и водонасыщенностью S_{l0} = 0,2. Для остальных параметров, характеризующих систему, приняты следующие значения: пористость m = 0,1, G = 0,12, T_* = 10 К, p_{s0} = 5,5 МПа, абсолютная проницаемость пласта $k_0 = 10^{-13}$ м^2, приведенная газовая постоянная R_g=520 Дж/(К·кг), плотности $\rho_{sk} = 2\cdot10^3$ кг/м^3, ρ_h = 900 кг/м^3, ρ_l = 1000 кг/м^3, удельные теплоемкости c_{sk} = 1 000 Дж/(К·кг), c_h = 2 500 Дж/(К·кг), c_l = 4 200 Дж/(К·кг), c_g = 1 560 Дж/(К·кг), ρc = 2,5·10^6 Дж/(К·м^3), коэффициенты теплопроводности λ_s = 2 Вт/(м·К), λ_h = 2,11 Вт/(м·К), λ_l = 0,58 Вт/(м·К), λ = 2 Вт/(м·К), вязкость газовой фазы $\mu_g = 10^{-5}$ кг/(м·с), удельная теплота гидратообразования $L_h = 5\cdot10^5$ Дж/кг. В этом случае, как видно из рисунка, образование гидрата происходит на фронтальной

поверхности без нагрева пористой среды и образования протяженной области гидратообразования.

На Рис. 1 *б)* представлены распределения температуры и гидратонасыщенности при нагнетании газа под давлением p_e = 7 МПа. Как следует из рисунка, образование гидрата происходит в протяженной области и сопровождается нагревом пористой среды, которое объясняется высокой интенсивностью фазовых переходов. При этом образование гидрата происходит в два этапа.

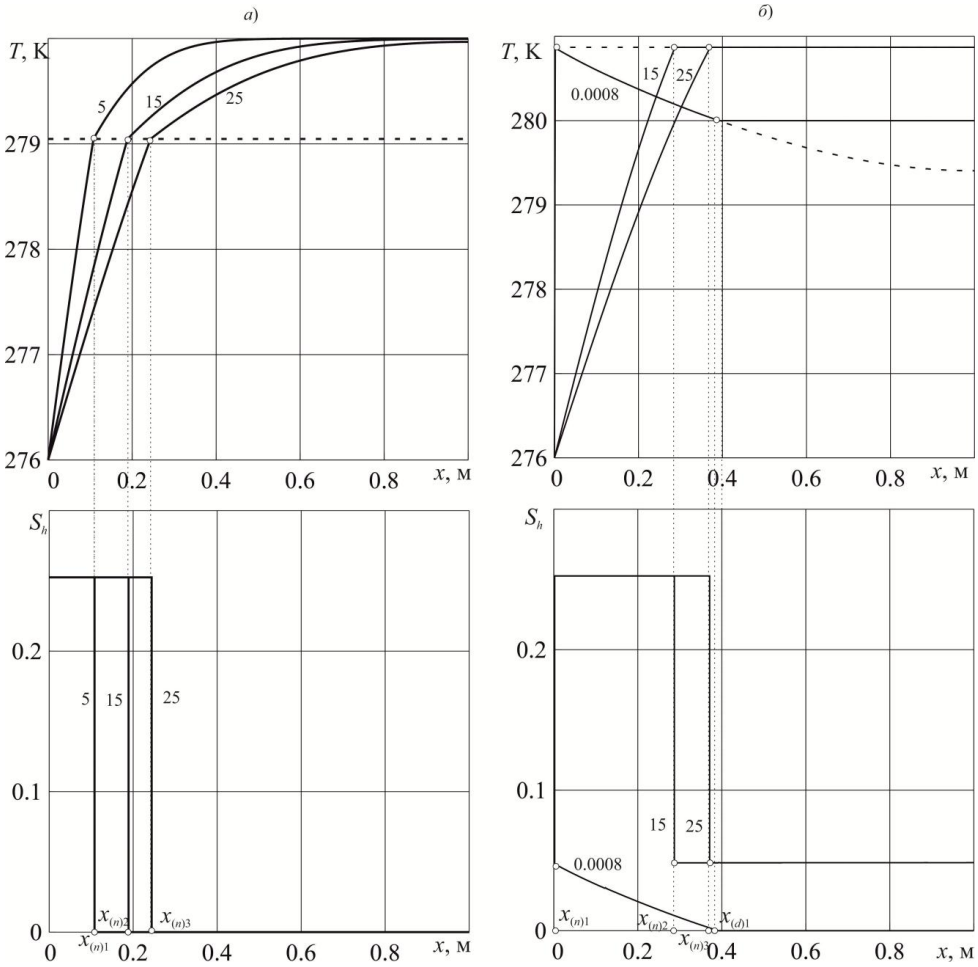


Рис. 1. Распределение температуры и гидратонасыщенности по координате *x* при нагнетании газа под давлением: а) p_e = 5 МПа; б) p_e = 7 МПа. Численные значения на кривых — время в часах, пунктирная линия — равновесная температура

Fig. 1. Distribution of temperature and hydrate saturation at *x* coordinate when injecting gas under pressure: а) p_e = 5 MPa; б) p_e = 7 MPa. The numerical values on the curves are the time in hours, the dotted line — the equilibrium temperature

На первом, быстром по времени, этапе происходит частичное образование в объемной зоне. В этом случае в пласте существуют три области и, соответственно, две подвижные границы. На втором этапе, когда дальняя подвижная граница достигает правой границы пласта, происходит полная гидратация пористой среды за счет теплопроводности. В результате в пласте уже существуют две области, одна из которых (ближняя) содержит газ и газогидрат, а другая (дальняя) — газ, гидрат и воду в состоянии термодинамического равновесия. При этом распределения гидратонасыщенности и температуры в трехфазной зоне со временем становятся постоянными.

На Рис. 2 *а)* представлены зависимости значений температуры $T_{(n)}$ и гидратонасыщенности на ближней границе $S_{h(n)}$ со стороны протяженной области

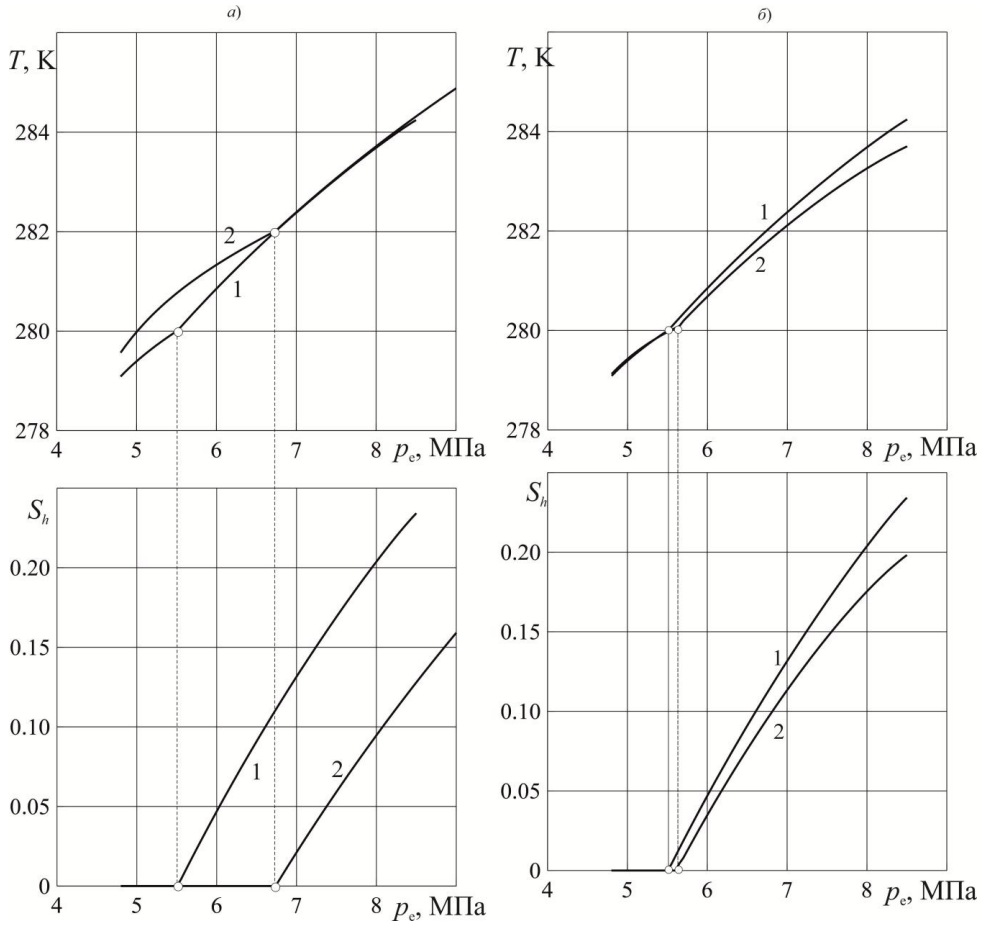


Рис. 2. Зависимость температуры и гидратонасыщенности на ближней границе (со стороны протяженной области) от давления нагнетаемого газа: а) 1 — T_0 = 280 К, 2 — T_0 = 282 К; б) 1 — $k_0 = 10^{-13}$ м^2, 2 — $k_0 = 10^{-15}$ м^2

Fig. 2. Temperature and hydrate saturation dependence on the near edge (from the side of the extended region) of the discharge gas pressure: а) 1 — T_0 = 280 K, 2 — T_0 = 282 K; б) 1 — $k_0 = 10^{-13}$ m^2, 2 — $k_0 = 10^{-15}$ m^2

от давления нагнетаемого газа в пласт с абсолютной проницаемостью $k_0 = 10^{-13}$ м^2. Линии 1 и 2 соответствуют исходной температуре пласта $T_0 = 280$ и 282 К.

Как следует из рисунка, существует такое значение давления p_* нагнетаемого газа, при превышении которого реализуется режим с повышением температуры пласта и образованием протяженной области гидратообразования. В этом случае температура на границе $x = x_{(n)}$ поднимается выше исходной, а значения гидратонасыщенности на ней отличны от нуля.

Численными расчетами показано, что величина данного давления в высокопроницаемых пластах с большой точностью совпадает с величиной равновесного давления, соответствующего исходной температуре пласта: для $T_0 = 280$ К величина $p_* = 5{,}5$ МПа, а для $T_0 = 282$ К — $p_* = 6{,}7$ МПа. Кроме того, с увеличением давления нагнетаемого газа на границе $x = x_{(n)}$ наблюдается увеличение величин гидратонасыщенности $S_{h,(n)}$ и температуры $T_{(n)}$.

На Рис. 2 *б)* представлены аналогичные зависимости, что и на Рис. 2 *а)*. Линии 1 и 2 соответствуют значениям абсолютной проницаемости пласта $k_0 = 10^{-13}$, $k_0 = 10^{-15}$ м^2. Из рисунка следует, что если в высокопроницаемых пластах значение величины p_* совпадает с величиной равновесного давления, соответствующего исходной температуре системы, то с уменьшением абсолютной проницаемости данная величина растет.

В результате проведения численного моделирования процесса образования газогидрата в пористой среде, изначально насыщенной газом и водой, было показано, что нагнетание холодного газа может привести к нагреву пласта и образованию протяженной области гидратообразования. Также было установлено, что данный режим в высокопроницаемых пластах реализуется в тех случаях, когда величина давления нагнетаемого газа превышает величину равновесного давления, соответствующего исходной температуре пласта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бык С. Ш. Газовые гидраты / С. Ш. Бык, Ю. Ф. Макогон, В. И. Фомина. М.: Химия, 1980. 296 с.
2. Васильев В. И. Вычислительные методы в разработке месторождений нефти и газа / В. И. Васильев, В. В. Попов, Т. С. Тимофеева. Новосибирск, 2000. 127 с.
3. Истомин В. А. Газовые гидраты в природных условиях / В. А. Истомин, В. С. Якушев. М.: Недра, 1992. 235 с.
4. Хасанов М. К. Математическая модель инжекции холодного газа в пористую среду, частично насыщенную льдом / М. К. Хасанов, М. С. Доровская // Фундаментальные исследования. 2014. № 9. Ч. 4. С. 741–746.
5. Хасанов М. К. Особенности образования газогидратов при нагнетании холодного газа в пористую среду, насыщенную газом и водой / М. К. Хасанов, И. К. Гималтдинов, М. В. Столповский // Теоретические основы химических технологий. 2010. Т. 44. № 4. С. 442–449.

6. Хасанов М. К. Численное решение задачи Стефана с несколькими границами фазовых переходов методом ловли фронта в узел сетки / М. К. Хасанов, М. В. Столповский // Фундаментальные исследования. 2015. № 11-4. С. 748–752.
7. Цыпкин Г. Г. Математическая модель диссоциации газовых гидратов, сосуществующих с газом в пластах / Г. Г. Цыпкин // Докл. РАН. 2001. Т. 381. № 1. С. 56–59.
8. Цыпкин Г. Г. О режимах диссоциации газовых гидратов в высокопроницаемых пластах / Г. Г. Цыпкин // Инженерно-физический журнал. 1992. Т. 63. № 6. С. 714–721.
9. Цыпкин Г. Г. О режимах диссоциации газовых гидратов, сосуществующих с газом в природных пластах / Г. Г. Цыпкин // Инженерно-физический журнал. 2001. Т. 75. № 5. С. 24–28.
10. Шагапов В. Ш. Нагнетание газа в пористый резервуар, насыщенный газом и водой / В. Ш. Шагапов, Н. Г. Мусакаев, М. К. Хасанов // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12. № 4. С. 645–656.
11. Шагапов В. Ш. Нагрев пористой среды, частично заполненной газогидратом, при наличии непроницаемых границ / В. Ш. Шагапов, Л. А. Насырова // Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 37. № 5. С. 784–789.
12. Шагапов В. Ш. Образование газогидрата в пористом резервуаре, частично насыщенном водой, при инжекции холодного газа / В. Ш. Шагапов, М. К. Хасанов, Н. Г. Мусакаев // Прикладная математика и техническая физика. 2008. Т. 49. № 3. С. 462–472.
13. Шагапов В. Ш. Численное моделирование образования газогидрата в пористой среде конечной протяженности при продувке газом / В. Ш. Шагапов, М. К. Хасанов, И. К. Гималтдинов, М. В. Столповский // Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 52. № 4. С. 116–126.
14. Shagapov V. Sh. Formation of Gas Hydrates in a Porous Medium During an Injection of Cold Gas / V. Sh. Shagapov, N. G. Musakaev, M. K. Khasanov // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2015. Vol. 84. Pp. 1030–1039.

Maxim V. STOLPOVSKII[1]
Ekaterina P. SCHEGLOVA[2]

ON HEATING THE POROUS MEDIA UNDER GAS HYDRATES FORMATION

[1] Cand. Sci. (Phys-Math.), Senior Lecturer,
Department of Physics,
Ufa State Petroleum Technological University
s_maxim.pmm@mail.ru

[2] Teacher of Department of Physics,
Ufa State Petroleum Technological University
ekaterina-scheglova@rambler.ru

Abstract

Numerical model operation of gas hydrate formation process as a result of cold gas forcing is carried out to the porous medium, which is initially saturated with gas and water. The feature of the mathematical model in this task is not only the accounting of phase changes, but also the accounting of a mass transfer in a porous medium. The necessity to consider flow of gas in a porous medium complicates the task as, though it also comes down to the Stefan's task, however, the transition temperature in this case depends on pressure. This feature is essential because, as shown in different works, it leads to the emergence of the situation when phase changes are implemented in a stretched area.

To obtain the decisions, which adequately describe the considered process for the subsequent time stages, there is a need for creation of the numerical schemes suitable for layers of terminating extent. Algorithms of the continuous account are especially widely applied to many-dimensional tasks, however, the accuracy of calculating temperature value and the position of the phase boundary strongly depends on the smoothing parameter, to define which is often difficult. In this work to solve the task the method of catching the front in a knot of a space grid is used. At the same time analytical problem solving in a self-similar approximation is used for testing the numerical algorithms based on this method.

It is shown that depending on parameters of the forced gas the hydrate formation can happen both on the frontal surface and in a stretched area. At the same time in the first case

Citation: Stolpovskii M. V., Scheglova E. P. 2016. "On Heating the Porous Media under Gas Hydrates Formation". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 23–35.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-23-35

© Tyumen State University

the hydrate formation happens without heating the environment, and in the second is followed by its heating, and its size increases with pressure boost of the forced gas. By numerical calculations it is established that the mode with heating of a porous medium is implemented in high-permeability layers, when the size of pressure of the forced gas exceeds the size of the pressure balance corresponding to the initial temperature of layer.

Keywords

Gas hydrates, moving boundaries of phase transitions, method of catching fronts in nodes of spatial grid.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-23-35

REFERENCES

1. Byk S. Sh., Makogon Yu. F., Fomina V. I. 1980. Gazovye gidraty [Gas Hydrates]. Moscow: Khimiya.
2. Istomin V. A., Yakushev V. S. 1992. Gazovye gidraty v prirodnykh usloviyakh [Gas Hydrates in Nature]. Moscow: Nedra.
3. Khasanov M. K., Dorovskaya M. S. 2014. "Matematicheskaya model inzhektsii kholodnogo gaza v poristuyu sredu, chastichno nasyshchennuyu ldom" [The Mathematical Model of Cold Gas Injection into a Porous Medium, Partially Saturated with Ice]. Fundamental Research, no 9, part 4, pp. 741–746.
4. Khasanov M. K., Gimaltdinov I. K., Stolpovskiy M. V. 2010. "Osobennosti obrazovaniya gazogidratov pri nagnetanii kholodnogo gaza v poristuyu sredu, nasyshchennuyu gazom i vodoy" [Features of Gas Hydrate Formation During the Cold Gas Injection into a Porous Medium Saturated with Gas and Water]. Theoretical Foundations of Chemical Engineering, vol. 44, no 4, pp. 442–449.
5. Khasanov M. K., Stolpovskiy M. V. 2015. "Chislennoe reshenie zadachi Stefana s neskolkimi granitsami fazovykh perekhodov metodom lovli fronta v uzel setki" [Numerical Solution of the Stefan Problem with Multiple Boundaries of Phase Transitions by Catching the Front Grid Node]. Fundamental Research, no 11-4, pp. 748–752.
6. Shagapov V. Sh., Khasanov M. K., Gimaltdinov I. K., Stolpovskiy M. V. 2011. "Chislennoe modelirovanie obrazovaniya gazogidrata v poristoy srede konechnoy protyazhennosti pri produvke gazom" [Numerical Simulation of Gas Hydrate Formation in Porous Media of Finite Length during the Gas Purging]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, vol. 52, no 4, pp. 116–126.
7. Shagapov V. Sh., Khasanov M. K., Musakaev N. G. 2008. "Obrazovanie gazogidrata v poristom rezervuare, chastichno nasyshchennom vodoy, pri inzhektsii kholodnogo gaza" [Gas Hydrate Formation in Porous Reservoir, Partly Saturated with Water during the Cold Gas Injection]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, vol. 49, no 3, pp. 462–472.
8. Shagapov V. Sh., Musakaev N. G., Khasanov M. K. 2005. "Nagnetanie gaza v poristyy rezervuar, nasyshchennyy gazom i vodoy" [Gas Injection into the Porous Reservoir Saturated with Gas and Water]. Thermophysics and Aeromechanics, vol. 12, no 4, pp. 645–656.

9. Shagapov V. Sh., Musakaev N. G., Khasanov M. K. 2015. “Formation of Gas Hydrates in a Porous Medium During an Injection of Cold Gas”. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 84, pp. 1030–1039.
10. Shagapov V. Sh., Nasyrova L. A. 1999. “Nagrev poristoy sredy, chastichno zapolnennoy gazogidratom, pri nalichii nepronitsaemykh granits” [Heating Porous Media Partially Filled with Gas Hydrate, in the Presence of Impermeable Borders]. High Temperature, vol. 37, no 5, pp. 784–789.
11. Tsypkin G. G. 1992. “O rezhimakh dissotsiatsii gazovykh gidratov v vysokopronitsaemykh plastakh” [On the Conditions of Gas Hydrates Dissociation in Highly Permeable Formations]. Journal of Engineering Physics and Thermophysics, vol. 63, no 6, pp. 714–721.
12. Tsypkin G. G. 2001. “Matematicheskaya model dissotsiatsii gazovykh gidratov, sosushchestvuyushchikh s gazom v plastakh” [The Mathematical Model of Gas Hydrates Dissociation, Coexisting with Gas in Formations]. RAS Reports, vol. 381, no 1, pp. 56–59.
13. Tsypkin G. G. 2001. “O rezhimakh dissotsiatsii gazovykh gidratov, sosushchestvuyushchikh s gazom v prirodnykh plastakh” [On the Dissociation Modes of Gas Hydrates Coexisting with Gas in the Natural Reservoirs]. Journal of Engineering Physics and Thermophysics, vol. 75, no 5, pp. 24–28.
14. Vasilyev V. I., Popov V. V., Timofeeva T. S. 2000. Vychislitelnye metody v razrabotke mestorozhdeniy nefti i gaza [Computational Methods in Oil and Gas Development]. Novosibirsk.

Михаил Николаевич ЧЕКАРДОВСКИЙ[1]
Павел Юрьевич МИХАЙЛОВ[2]
Игорь Юрьевич ШАЛАГИН[3]

УДК 536.245; 536.255

ПАРАМЕТРЫ ТЕПЛООБМЕНА В НАРУЖНЫХ СТЕНОВЫХ КОНСТРУКЦИЯХ КАРКАСНО-ЩИТОВОГО ТИПА

[1] доктор технических наук, доцент,
профессор кафедры теплогазоснабжения и вентиляции,
Тюменский индустриальный университет
misha.tchekardovskij@yandex.ru

[2] кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры механики многофазных систем,
Тюменский государственный университет
pav84369437@yandex.ru

[3] старший преподаватель кафедры
теплогазоснабжения и вентиляции,
Тюменский индустриальный университет
igor-shalagin@mail.ru

Аннотация

Цель исследования заключается в сокращении энергопотребления жилых зданий на основе лабораторных исследований и совершенствовании методов расчета, позволяющих уточнить совместно происходящие процессы передачи теплоты и фильтрации воздуха в ограждающих конструкциях зданий каркасно-щитового типа.

Лабораторные исследования стеновых конструкций каркасно-щитового типа проводились с помощью климатической камеры тепло-холод-влага марки REOCAM TCM-1000, принадлежащей кафедре теплогазоснабжения и вентиляции ФГБОУ ВО Тюменского

Цитирование: Чекардовский М. Н. Параметры теплообмена в наружных стеновых конструкциях каркасно-щитового типа / М. Н. Чекардовский, П. Ю. Михайлов, И. Ю. Шалагин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 36–49.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-36-49

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

индустриального университета. Были испытаны два типа фрагментов каркасно-щитовых ограждающих конструкций. Экспериментальные данные использовались для совершенствования расчетной модели.

В результате проведенных исследований была усовершенствована и предложена для проектирования теплофизическая модель нестационарного тепломассопереноса в наружных стеновых конструкциях, позволяющая более точно отразить совместно протекающие процессы фильтрации воздуха и передачи теплоты. Использование теплофизической модели позволяет учесть потери теплоты и выполнить подбор эффективных материалов для стеновых конструкций.

Ключевые слова

Каркасно-щитовые конструкции, теплофизическая модель, фильтрация воздуха, тепломассоперенос, контрольный объем.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-36-49

Ресурсосбережение является одним из приоритетных направлений политики России. Данные различных исследований показывают, что потенциальные ресурсы энергосбережения жилых зданий составляют не менее 40% [2, 3].

В период эксплуатации здания в наружных стеновых конструкциях непрерывно происходят теплофизические процессы передачи теплоты, фильтрации воздуха и движения влаги. Поэтому каждый из процессов может внести существенные изменения в формирование общей картины теплового и воздушного режимов эксплуатации наружных стеновых конструкций.

Для проведения лабораторных исследований стеновых конструкций каркасно-щитового типа использовалась климатическая камера тепло-холод-влага марки REOCAM TCM-1000 кафедры теплогазоснабжения и вентиляции Тюменского индустриального университета. Климатическая камера представляет собой испытательную камеру, в которой можно испытывать конструкции в диапазоне температур от – 60°C до + 100°C и относительной влажности от 20 до 98%.

Для измерения и регистрации плотности тепловых потоков и температур на поверхностях ограждения использовался прибор ИТП МГ 4.03/10(1) «ПОТОК» зав. № 695 (СКБ Стройприбор, Челябинск). Для измерения и регистрации температур на поверхностях и в слоях ограждения использовались термоэлектрические преобразователи ТХК 0006 с вычислителем ИТ-2-48 зав. № А02 (НПП ЭТАЛОН, Омск). Регистрация температуры и относительной влажности воздуха теплого отсека, а также перепад давлений между теплым и холодным объемами, выполнялась многофункциональным измерительным прибором Testo-480 зав. № 02817032. Технические характеристики вышеуказанных приборов указаны в работе [8].

В лабораторных условиях испытаны два типа фрагментов каркасно-щитовых ограждающих конструкций. Для каждого типа конструкции выполнялось по три цикла испытаний. Испытываемый фрагмент типа 2 представлен на Рис. 1.

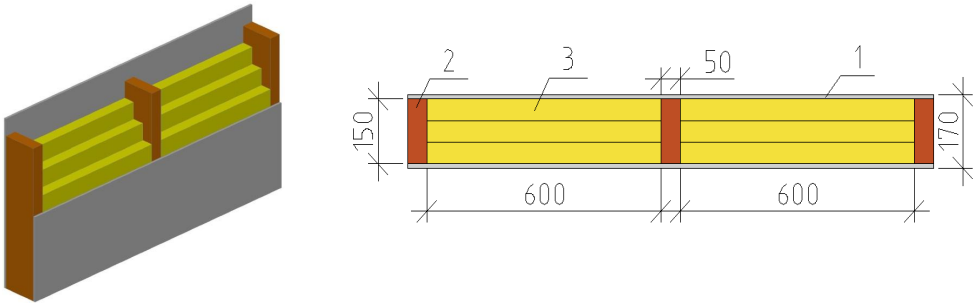


Рис. 1. Испытываемый фрагмент каркасно-щитового ограждения типа 1:
1 — гипсостружечная плита;
2 — деревянная стойка;
3 — минераловатный утеплитель

Fig. 1. The test fragment of the frame-panel fencing type 1:
1 — gypsum-chip board;
2 — wooden desk;
3 — mineral wool insulation

Изменение плотности кондуктивных тепловых потоков (q_1, q_2), а также температуры на внутренней (t_1, t_2, t_3) и наружной (t_4, t_5, t_6) поверхности в контролируемых точках за один цикл испытаний представлено на Рис. 2.

В результате испытаний средняя плотность кондуктивных тепловых потоков при внутренней температуре воздуха + 25°С и наружной (в камере) температуре воздуха – 35°С при среднем значении перепада давлений внутреннего и наружного воздуха ± 5 Па составила 16,4 Вт/м². В соответствии с действующими

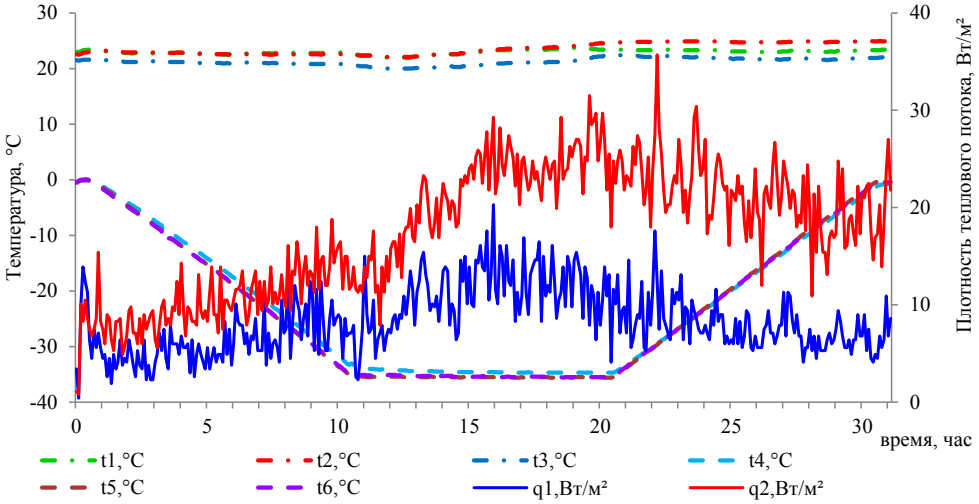


Рис. 2. Изменение плотности кондуктивных тепловых потоков и температуры на поверхностях фрагмента каркасно-щитового ограждения за один цикл испытаний

Fig. 2. The change in density of the conductive heat flow and temperature on the surface of the fragment frame-panel fencing during one test cycle

нормативными методиками был выполнен расчет фактического сопротивления теплопередаче ограждающей конструкции, которое составило 3,66 (м^2·°С)/Вт [1]. Фактическое сопротивление теплопередаче удовлетворяет требованиям тепловой защиты зданий для условий г. Тюмень (нормируемое сопротивление теплопередаче составляет 3,5 (м^2·°С)/Вт).

Экспериментальные данные использовались для совершенствования расчетной модели. В предложенной теплофизической модели тепломассопереноса пористый проницаемый строительный материал рассматривается как двухкомпонентная среда, состоящая из твердого недеформируемого скелета (минерального, органического) и воздуха, занимающего поровое пространство.

Тепломассоперенос описывается законом сохранения энергии, записанным для многофазной среды в интегральной форме. С учетом двухкомпонентности, одинаковой температуры фаз и аддитивности внутренней энергии уравнение записывается в виде [7]

$$\int_V \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{2}\rho_i \cdot U_i\right)}{\partial t} \cdot dV = -\int_S (\rho_2 \cdot v_2^n \cdot U_2) \cdot dS - \int_S q^n \cdot dS, \qquad (1)$$

где нижний индекс соответствует компоненту ($i = 1$ — скелет, $i = 2$ — воздух); ρ_i — приведенная плотность компонента; U_2 — удельная внутренняя энергия воздуха; q^n — удельный тепловой поток; $\rho_2 \cdot v_2^n$ — поток массы воздуха в единицу времени. Слева записано изменение внутренней энергии компонентов в конечном объеме V в единицу времени, первое слагаемое в правой части описывает перенос энергии компонента через замкнутую поверхность S, второе слагаемое — перенос тепловой энергии теплопроводностью через замкнутую поверхность S.

Массоперенос воздуха описывается уравнением неразрывности в интегральной форме, записанным для многокомпонентной среды. С учетом двухкомпонентности уравнение примет следующий вид [7]:

$$\int_V \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \cdot dV = -\int_S \rho_2 \cdot v_2^n \cdot dS. \qquad (2)$$

Особенностями предложенной модели являются

— моделирование нестационарных тепломассообменных процессов, позволяющее анализировать нестандартные тепловые режимы здания;

— решение задачи в трехмерной постановке, позволяющее учитывать изменение температуры и давления воздуха по высоте ограждения.

Конечно-разностная аппроксимация описанных уравнений выполняется по методу контрольного объема. Нахождение неизвестных температур и давлений на $n+1$ временном шаге определяется по неявной схеме.

Уравнение баланса массы в контрольном объеме [7] —

$$\frac{\rho_{\text{в}ijk}^{(n+1)} - \rho_{\text{в}ijk}^{(n)}}{\Delta t} \cdot V_{ijk} = -\sum_{l=1}^{l=4(6)} \rho_{\text{в}ijk} \cdot v_{\text{в}ijk}^n \cdot \Delta S_{ijkl}, \qquad (3)$$

где верхний индекс (n) соответствует временному шагу; нижние индексы k=1, 2, 3, 4 при решении двумерных задач и k=1, 2, .., 6 для пространственных задач соответствуют W, E, S, N, H, O граням V_{ijk} контрольного объема (Рис. 3).

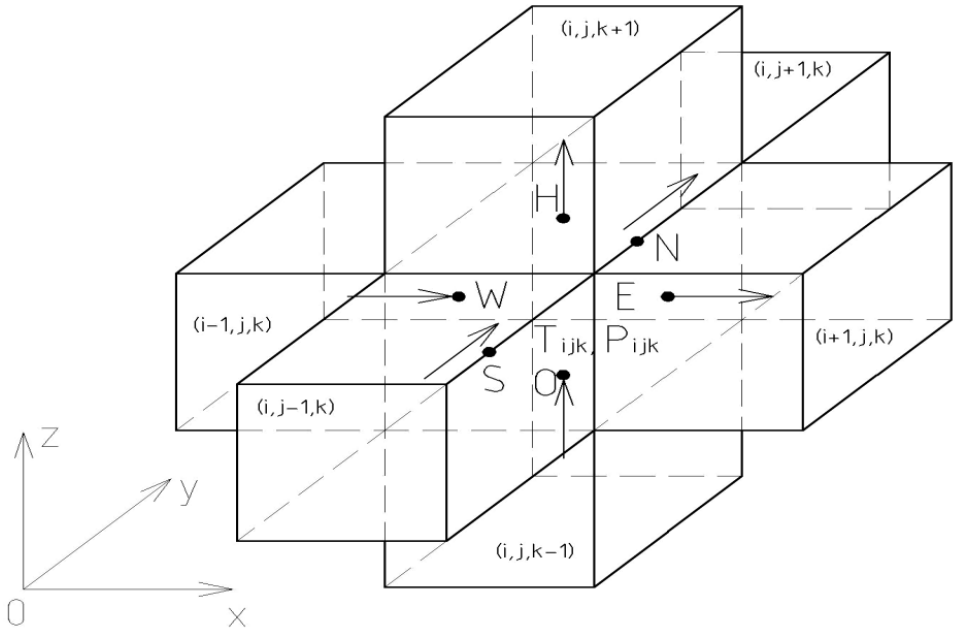


Рис. 3. К определению тепловых потоков и потоков массы воздуха через грани W, E, S, N, H, O контрольного объема V_{ijk}

Fig. 3. For determining the heat flows and flows of air masses through the edges of W, E, S, N, H, O of the control volume Vijk

Поток массы $\rho_в \cdot v_в^n$ определяется в соответствии с принятым в строительной теплофизике способом [7]:

$$\rho_в \cdot v_в^n = g \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x}, \tag{4}$$

где g — коэффициент воздухопроницаемости, кг/(м·с·Па); ΔP — разность давлений воздуха между слоями, Па, находящимися на расстоянии Δx, м.

Удельный поток массы воздуха через грань S контрольного объема (i,j,k) (Рис. 1) находится как [7]:

$$(\rho_{в,l=1} \cdot v_{в,l=1})^{n+1} = -\frac{P_{ijk}^{n+1} - P_{i-1,jk}^{n+1}}{\Delta x / g_{ijk} + \Delta x / g_{i-1,jk}}. \tag{5}$$

Потоки массы через грани W, E, N, H, O находится аналогичным образом. Уравнение баланса энергии для контрольного объема в V_{ijk} [7]:

$$\frac{\sum_{i=1}^{2}(\rho_i \cdot U_i)^{(n+1)} - \sum_{i=1}^{2}(\rho_i \cdot U_i)^{(n)}}{\Delta\tau} \cdot V_{ijk} = -\sum_{l=1}^{l=6}\left(\rho_в \cdot v_{в,l} \cdot U_в\right)^{n+1} \cdot \Delta S_l - \sum_{l=1}^{l=6} q_l^{n+1} \cdot \Delta S_l. \tag{6}$$

Удельный тепловой поток через грань S контрольного объема (*i, j, k*) (Рис. 1) находится как [7]:

$$q_{l=1}^{n+1} = -\frac{T_{ijk}^{n+1} - T_{i-1,jk}^{n+1}}{\Delta x/\lambda_{ijk} + \Delta x/\lambda_{i-1,jk}}. \quad (7)$$

Удельный тепловой поток через грани W, E, N, H, O находится аналогичным образом. Удельная внутренняя энергия [7]

скелета $U_{ск} = C_{ск,ijk} \cdot T_{ijk}$, воздуха $U_{в} = C_{в,ijk} \cdot T_{ijk}$.

Совместное решение уравнений (4) и (7) проводится на основе следующих этапов расчета:

1. определяется поле давлений на *n+1* шаге, а температура в контрольных объемах принимается по *n*-му временному шагу;
2. определяется поле температур на *n+1* шаге, при этом значения в соответствующих контрольных объемах принимается на на *n+1* шаге.

С помощью предложенной теплофизической модели выполнено расчетно-параметрическое исследование влияния фильтрации воздуха на изменение полей температур и тепловых потоков в наружных стеновых конструкциях каркасно-щитового типа. В качестве расчетной области принят симметричный относительно вертикальной стойки каркаса фрагмент стеновой конструкции (Рис. 4).

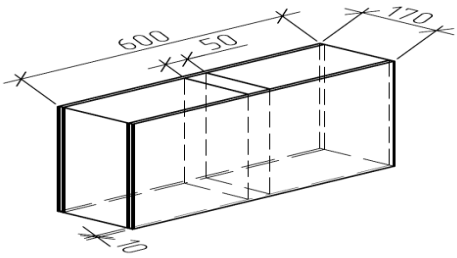


Рис. 4. Расчетная область фрагмента стеновой конструкции каркасно-щитового типа

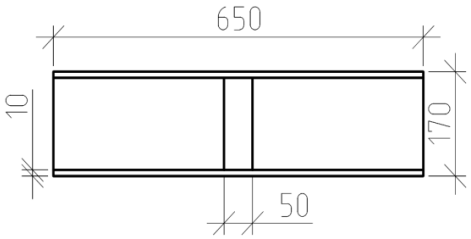


Fig. 4. Computational domain of the wall structure fragment of the frame-switchboard type

Для численного исследования был задан ряд параметров, приведенных ниже.

1. Значения абсолютных давлений воздуха вблизи наружной и внутренней поверхности рассматриваемого фрагмента конструкции:

а) значение абсолютного давления вблизи наружной поверхности больше значения вблизи внутренней поверхности (инфильтрация);

б) значение абсолютного давления вблизи наружной поверхности меньше значения вблизи внутренней поверхности (эксфильтрация).

2. Температуры и удельные плотности тепловых потоков воздуха вблизи поверхностей наружной стеновой конструкции при начальных условиях:

— для тепловой задачи задается начальное распределение температур по всей расчетной области: $T = T(x, y, z, \tau)$ при стационарном режиме (СР);

— для фильтрационной задачи задается начальное распределение давлений воздуха по всей расчетной области: $P = P(x, y, z, \tau)$ при СР.

3. Температуры и удельные тепловые потери воздуха вблизи поверхностей наружной стеновой конструкции при граничных условиях:

— для тепловой задачи (условия 3 рода): $-\lambda \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=y_{nc}} = \alpha \cdot (T_в - T_{nc})$ при СР;

— для фильтрационной задачи (условия 1 рода): $P = P(y = y_{nc}, \tau)$ при СР.

По справочным данным [7] задаются теплофизические характеристики материалов наружной стеновой конструкции. Для проверки достоверности усовершенствованной программы выполнено сравнение полей температуры с результатами расчета коммерческого пакета Elcut и удельного кондуктивного теплового потока с экспериментальными данными.

Для проверки достоверности усовершенствованной программы выполнено сравнение полей температуры с результатами расчета коммерческого пакета Elcut и экспериментальными данными, а также сравнение удельного кондуктивного теплового потока с экспериментальными данными.

Расчеты без учета фильтрации воздуха выполнялись на условия наружной и внутренней температуры – 35°С и + 20°С. Временной период формирования теплообменных процессов составляет 10 часов. Результаты распределения полей температуры в установившемся тепловом режиме и изменение удельного кондуктивного теплового потока за расчетный период по усовершенствованной программе представлены на Рис. 5 и 6.

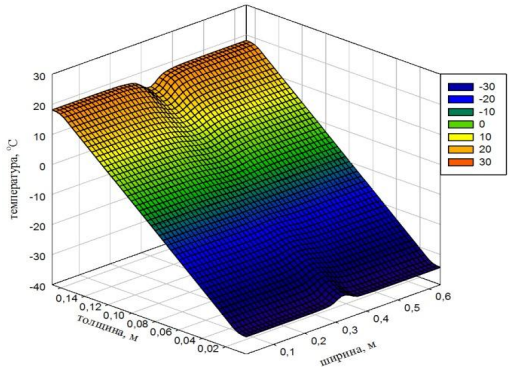


Рис. 5. Расчетные данные распределения температур по сечению наружной стеновой конструкции при отсутствии фильтрации воздуха по результатам эксперимента

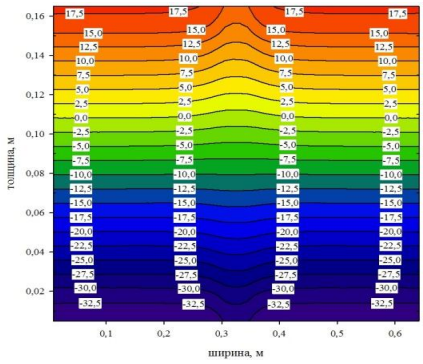


Fig. 5. Calculated temperature distribution data on the cross section of the outer wall structure in the absence of air filtration according to the results of the experiment

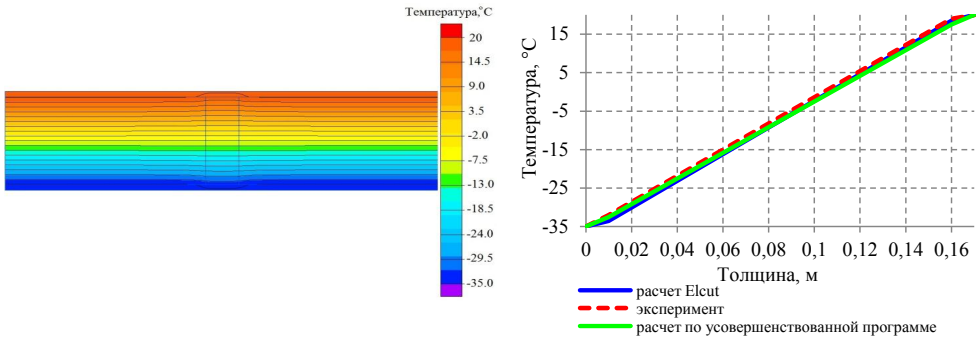


Рис. 6. Распределение температуры по сечению наружной стеновой конструкции при отсутствии фильтрации воздуха по программе Elcut

Fig. 6. The temperature distribution over the cross section of the outer wall structure in the absence of air filtering according to the “Elcut” program

Рис. 7 иллюстрирует выход фрагмента каркасно-щитовой ограждающей конструкции на стационарный тепловой режим. Установившийся удельный кондуктивный тепловой поток, определенный экспериментальным и расчетным способом, наблюдается через 6 часов.

Анализ Рис. 5, 6 и 7 показывает совпадение результатов расчета полей температуры с результатами расчета распределения температуры по сечению в программе Elcut, а также удельного кондуктивного теплового потока с экспериментальными данными, что подтверждает корректность разработанного программного кода в частном случае. В естественных условиях формирование тепловых режимов ограждающих конструкций происходит под действием различных факторов (ветер, разность объемных весов воздуха и т. д.) [6].

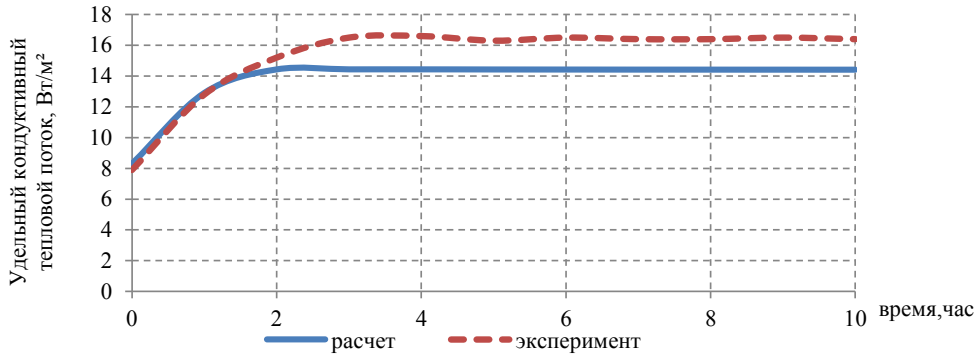


Рис. 7. Изменение удельного кондуктивного теплового потока от времени при отсутствии фильтрации воздуха

Fig. 7. Changing the proportion of conductive heat flow from time to time in the absence of air filtration

Моделировалось ступенчатое разрежение (инфильтрация) и избыточное давление воздуха (эксфильтрация) в здании [4, 5]. На Рис. 8 представлены результаты распределения полей температуры по сечению ограждающей конструкции при перепаде давлений 50 Па.

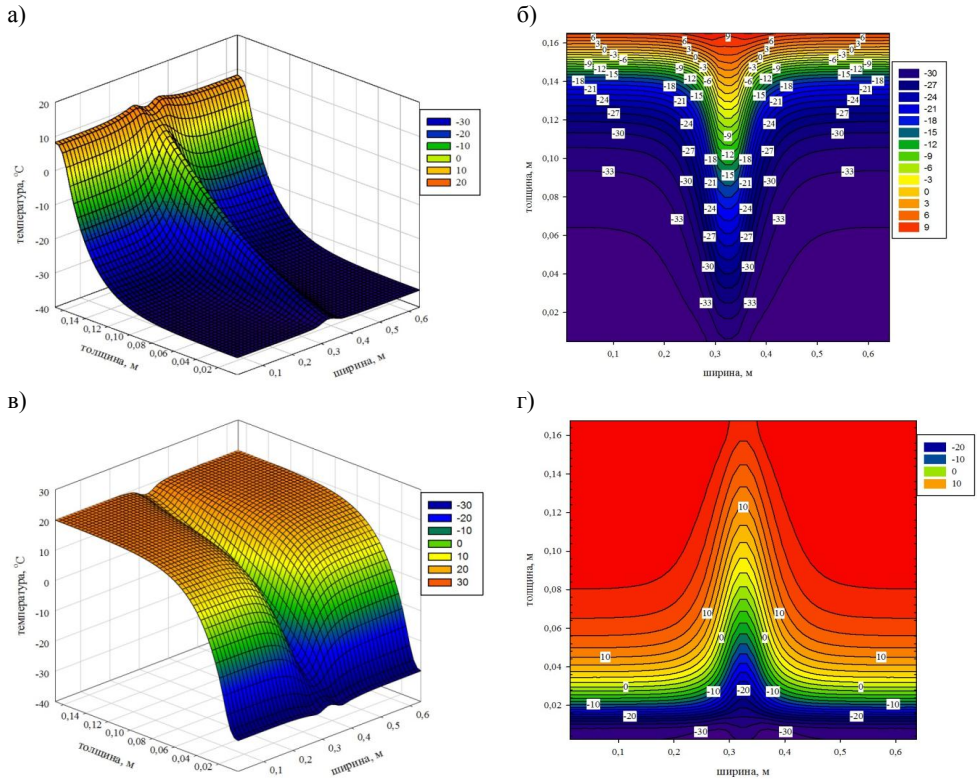


Рис. 8. Распределение температуры по сечению конструкции при перепаде давлений 50 Па:
а, б — при инфильтрации;
в, г — при эксфильтрации

Fig. 8. The temperature distribution on the cross section of the structure at a differential pressure of 50 Pa:
а, б — during the infiltration;
в, г — during the exfiltration

На Рис. 9 представлены результаты изменения удельных (кондуктивного, $q_т$, и фильтрационного, $q_ф$) тепловых потоков при различном перепаде давлений (инфильтрации) воздуха.

На Рис. 10 представлены результаты изменения удельных (кондуктивного, $q_т$, и фильтрационного, $q_ф$) тепловых потоков (в установившемся режиме) при различном перепаде давлений (эксфильтрации) воздуха.

Как видно из Рис. 9 и 10, удельные фильтрационные потери теплоты в исследованных каркасно-щитовых ограждающих конструкциях превышают нормативные значения (более 30%). Для доведения удельных фильтрационных потерь теплоты до нормативных значений выполнена модернизация существующих ограждающих конструкций, заключающаяся в применении дополнительных обшивных

слоев с меньшим коэффициентом воздухопроницаемости. Теплофизические характеристики дополнительных обшивных слоев представлены в Таблице 1.

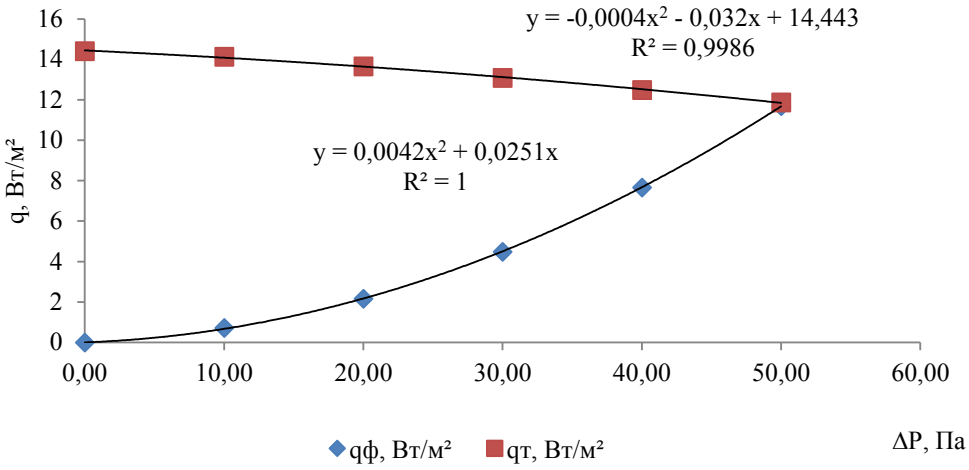


Рис. 9. Удельные кондуктивные ($q_т$) и фильтрационные ($q_ф$) тепловые потоки в установившемся режиме при различном перепаде давления (инфильтрации)

Fig. 9. Specific conductive ($q_т$) and filtration ($q_ф$) heat flows in steady state operation at various differential pressure (infiltration)

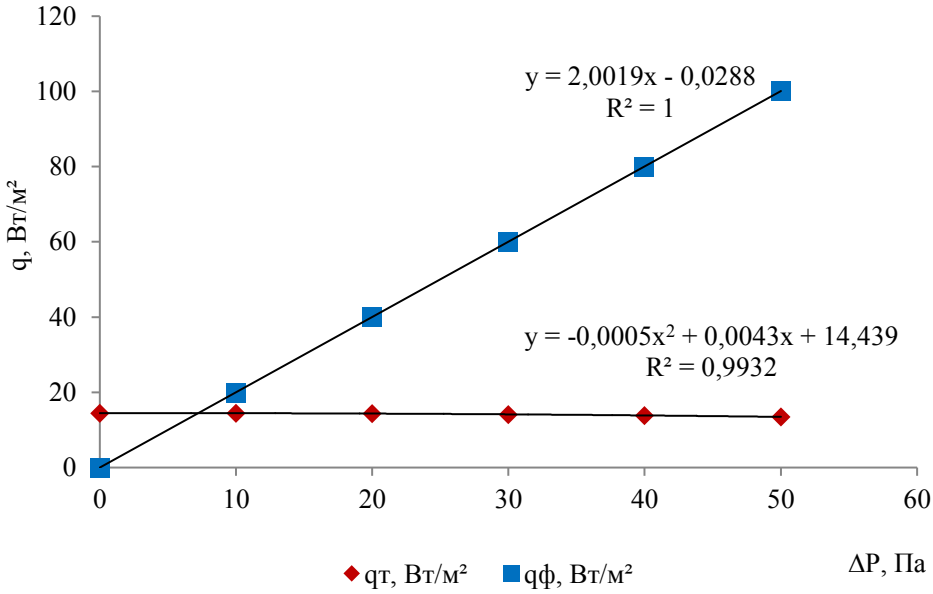


Рис. 10. Удельные кондуктивные ($q_т$) и фильтрационные ($q_ф$) тепловые потоки в установившемся режиме при различном перепаде давления (эксфильтрации)

Fig. 10. Specific conductive ($q_т$) and filtration ($q_ф$) heat flow in steady state at different pressure drop (exfiltration)

Таблица 1

Характеристики материалов

Table 1

Materials characteristics

Материал	Тепло-проводность, Вт/(м·°С)	Воздухо-проницаемость, кг/(м·ч·Па)	Паро-проницаемость, мг/(м·ч·Па)	Стоимость, руб/м²
Гипсостружечная плита	0,41	5×10^{-4}	0,098	165,6
Строительный картон	0,15	$2{,}03 \times 10^{-5}$	0,083	25,2
Фанера клееная	0,15	$1{,}03 \times 10^{-6}$	0,02	204,7
Полиэтиленовая пленка	0,25	не проницаем	0,001	14,2

Результаты расчета коэффициента удельных тепловых потерь из-за фильтрации воздуха с выбранными материалами представлены на Рис. 11.

Таким образом, наиболее рациональным решением ($q_ф \leq 30\%$) при выборе материала, снижающего удельные затраты теплоты с фильтрующимся воздухом, будет применение строительного картона в качестве дополнительных слоев между наружным и теплоизоляционным слоем.

В результате проведенного исследования были сделаны следующие выводы:

1. разработана теплофизическая модель пространственного процесса тепломассопереноса в ограждающих конструкциях зданий;
2. разработана и реализована в виде компьютерного кода программа расчета температурных полей и тепловых потоков при наличии кондуктивного и конвективного переноса теплоты через ограждающие конструкции;

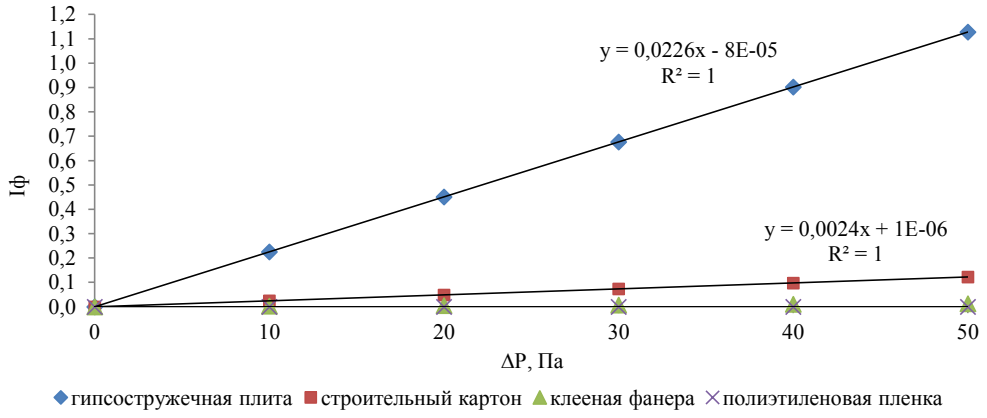


Рис. 11. Изменение коэффициента удельных тепловых потерь из-за фильтрации воздуха различных материалов при различных перепадах давлений (эксфильтрации) воздуха

Fig. 11. Changing the ratio of specific heat losses due to air filtration of various materials at various differential pressures (exfiltration) of air

3. спроектирован и изготовлен рабочий участок, содержащий реальную конструкцию экспериментальной установки стеновой панели каркасно-щитового типа, и создана автоматизированная система тепловых измерений, позволяющая управлять термобарическими параметрами процессов;
4. выполненные экспериментальные и расчетные исследования параметров показывают, что ряд конструкций каркасно-щитового типа не удовлетворяют требованиям эффективной тепловой защиты из-за повышенного конвективного переноса теплоты при фильтрации воздуха;
5. одним из рациональных решений при выборе материала, обеспечивающим ограничения потери теплоты ($q_ф \leq 30\%$) из-за фильтрации воздуха и снижающим удельные затраты теплоты, будет применение материалов с низким коэффициентом воздухопроницаемости в качестве дополнительного слоя между наружным и теплоизоляционным слоем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крайнов Д. В. Определение дополнительных потоков теплоты через элементы фрагмента ограждающей конструкции / Д. В. Крайнов, Р. А. Садыков // Жилищное строительство. 2012. № 6. С. 10–12.
2. Крайнов Д. В. Расчет термического сопротивления ограждающих конструкций с интегральным учетом их воздухопроницаемости и источников теплоты / Д. В. Крайнов, Р. А. Садыков // Материалы X международного симпозиума «Энергоэффективность и энергосбережение». Казань, 2009. С. 187–195.
3. Савин В. К. Энергоэффективность наружных конструкций зданий / В. К. Савин // Энергосбережение. 2002. № 6. С. 63–65.
4. Труды института. Выпуск 22. Строительная теплофизика / под ред. Ф. В. Ушкова, А. П. Кротова. М.: Госстрой, 1979. 132 с.
5. Ушков Ф. В. Влияние воздухопроницаемости на теплозащиту стен / Ф. В. Ушков // Строительная промышленность. 1951. № 8. С. 16–19.
6. Ушков Ф. В. Исследование температурных полей стыков трехслойных панелей / Ф. В. Ушков; Гос. ком. по гражд. строительству и архитектуре при Госстрое СССР. Науч.-исслед. ин-т теории, истории и перспективных проблем советской архитектуры. М.: 1966. 44 с.
7. Шабаров А. Б. Тепломассоперенос в нефтегазовых и строительных технологиях. Учебное пособие / А. Б. Шабаров, А. А. Кислицын, Б. В. Григорьев, П. Ю. Михайлов, Л. А. Пульдас, У. Ю. Шастунова. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2014. 332 с.
8. Shalagin I. Yu. Heat Transfer in the Filtration Conditions in Heterogeneous Building Envelopes / I. Yu. Shalagin, N. I. Kurilenko, R. R. Davlyatchin // MATEC Web of Conferences. 2015. Vol. 23. DOI: 10.1051/matecconf/20152301042

Mikhail N. CHEKARDOVSKIY[1]
Pavel Yu. MIKHAILOV[2]
Igor Yu. SHALAGIN[3]

PARAMETERS OF HEAT TRANSFER IN THE EXTERIOR WALL STRUCTURES OF FRAME-PANEL TYPE

[1] Dr. Sci. (Tech.), Associate Professor,
Department of Heat, Ventilation and Gas Supply,
Industrial University of Tyumen
misha.tchekardovskij@yandex.ru

[2] Cand. Sci. (Phys-Math.), Associate Professor,
Department of Multiphase Systems Mechanics,
Physics and Technical Institute,
Tyumen State University
pav84369437@yandex.ru

[3] Associate Professor, Department of Heat,
Ventilation and Gas Supply,
Industrial University of Tyumen
igor-shalagin@mail.ru

Abstract

The purpose of the study is to reduce the energy consumption of residential buildings with the help of laboratory studies on the improvement of calculation methods, which could specify together the processes of heat transfer and air filtration in the building envelope of the frame-panel type.

Laboratory tests of wall structures of the frame-type switchboard have been carried out with the help of the climatic heat-cold-moisture chamber REOCAM TCM-1000 belonging to the Department of Heat and Ventilation of Industrial University of Tyumen. Two types of skeleton-shield walling fragments have been tested. The experimental data were used to improve the computational model.

Citation: Chekardovskiy M. N., Mikhailov P. Yu, Shalagin I. Yu. 2016. “Parameters of Heat Transfer in the Exterior Wall Structures of Frame-Panel Type”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 36–49.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-36-49

© Tyumen State University

As a result of the research, it has been refined and offered to design a thermophysical model of non-stationary heat and mass transfer in external wall structures, allowing to more accurately reflect together the processes under the air filter and heat transfer. Using thermophysical model allows to take into account the heat loss and to perform the selection of efficient materials for wall construction.

Keywords

Frame-panel structures, thermophysical model, air filtration, heat-and-mass transfer, control volume.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-36-49

REFERENCES

1. Kraynov D. V., Sadykov R. A. 2009. "Raschet termicheskogo soprotivleniya ograzhdayushchikh konstruktsiy s integralnym uchetom ikh vozdukhopronitsaemosti i istochnikov teploty" [Calculation of Thermal Resistance Fencing Structures with an Integral View of Their Air Permeability and Heat Sources]. Proceedings of the 10th international symposium "Energoeffektivnost i energosberezhenie", pp. 187–195. Kazan.
2. Kraynov D. V., Sadykov R. A. 2012. "Opredelenie dopolnitelnykh potokov teploty cherez elementy fragmenta ograzhdayushchey konstruktsii" [Identification of Additional Heat Flows through the Building Envelope Elements of the Fencing Structure Fragment]. Housing Construction, no 6, pp. 10–12.
3. Savin V. K. 2002. "Energoeffektivnost naruzhnykh konstruktsiy zdaniy" [Energy Efficiency of the External Building Structures]. Energosberezhenie, no 6, pp. 63–65.
4. Shabarov A. B., Kislitsyn A. A., Grigorev B. V., Mikhaylov P. Yu., Puldas L. A., Shastunova U. Yu. 2014. Teplomassoperenos v neftegazovykh i stroitelnykh tekhnologiyakh. Uchebnoe posobie [Heat and Mass Transfer in the Oil and Gas and Construction Technologies: A Handbook]. Tyumen: Tyumen State University.
5. Shalagin I. Yu., Kurilenko N. I., Davlyatchin R. R. 2015. "Heat Transfer in the Filtration Conditions in Heterogeneous Building Envelopes". MATEC Web of Conferences, vol. 23. DOI: 10.1051/matecconf/20152301042.
6. Ushkov F. V. 1951. "Vliyanie vozdukhopronitsaemosti na teplozashchitu sten" [The Impact of Air Permeability on the Walls' Thermal Protection]. Stroitelnaya promyshlennost, no 8, pp. 16–19.
7. Ushkov F. V. 1966. "Issledovanie temperaturnykh poley stykov trekhsloynykh paneley" [Investigation of Temperature Fields Joints of Sandwich Panels]. Moscow: State Committee on Civil Construction and Architecture under State Committee for Construction of the USSR. Scientific-Research Institute of Theory, History, and Prospective Issues of the Soviet Architecture.
8. Ushkov F. V., Krotova A. P. (eds). 1979. Trudy instituta [The Institute's Works]. Vol. 22. Stroitelnaya teplofizika [Construction Thermal Physics]. Moscow: Gosstroy.

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

Александр Борисович ШАБАРОВ[1]
Александр Владимирович ШАТАЛОВ[2]

УДК 532.546.3

ПОТЕРИ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ ВОДОНЕФТЯНОЙ СМЕСИ В ПОРОВЫХ КАНАЛАХ

[1] доктор технических наук, профессор,
Тюменский государственный университет
kaf_mms@utmn.ru

[2] аспирант, Тюменский государственный университет
sashatl@yandex.ru

Аннотация

Целью исследования является разработка алгоритма построения кривых относительных фазовых проницаемостей (ОФП) по данным малозатратных по времени лабораторных испытаний кернового материала: абсолютной проницаемости K_0, кривых капиллярного давления, значений остаточной водонасыщенности $S_{WC} = S_*$ и остаточной нефтенасыщенности $1 - S_{or} = S^*$, а также относительных фазовых проницаемостей керна по воде f_{WS*} и нефти f_{PS_*} в данных граничных точках.

Для получения обобщенных опытных данных о параметрах межфазного взаимодействия используются зависимости ОФП от водонасыщенности для образцов кернов характерных литологических типов.

Приведена методика расчета потерь давления при течении водонефтяной смеси в поровых каналах с помощью разработанной сетевой кластерной модели пористой

Цитирование: Шабаров А. Б. Потери давления при течении водонефтяной смеси в поровых каналах / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 50–72.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

среды. Потери на участке канала представлены в виде суммы трех составляющих потерь давления: 1) на вязкое трение о стенки поровых каналов, 2) местных потерь при изменении площади сечения и наличии кривизны каналов, 3) потерь давления при межфазных взаимодействиях фильтрующейся смеси.

Приведены кривые потерь давления при межфазных взаимодействиях для ряда образцов кернов месторождений Сибири, полученных в результате расчетного исследования.

Установлено, что данный вид потерь в безразмерных переменных описывается универсальной «колоколообразной» двухпараметрической функцией от водонасыщенности; подобраны значения эмпирических параметров.

Полученные данные позволяют предложить расчетно-экспериментальную методику определения ОФП, заключающуюся в экспериментальном определении параметров K_0, S_*, S^*, f_{PS*}, f_{WS*} и кривых капиллярного давления с последующим расчетом зависимости ОФП от водонасыщенности на основе результатов исследования, изложенных в данной работе.

Ключевые слова

Двухфазная фильтрация, кластерная сетевая модель, обобщенное уравнение Бернулли, потери давления при межфазных взаимодействиях.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72

Введение

При течении флюидов в поровых каналах пластов длина этих каналов на порядки больше, чем их эквивалентные диаметры. Подобным же образом происходит фильтрация флюидов в экспериментах по определению относительных фазовых проницаемостей (ОФП) методом стационарной фильтрации [8], широко применяемым в настоящее время в нефтегазовой промышленности. Такой характер течения предполагает возможность описания его с помощью обобщенных уравнений Бернулли [11], в которых учтены дополнительные потери давления, возникающие при совместном течении нефти и воды по капиллярам [1; 9; 10] вследствие таких эффектов, как эффект Жамена [24] и др. Снятие каждой точки ОФП в экспериментах [8] требует применения дорогостоящего оборудования и занимает около суток, что долгосрочно; получение же кривых ОФП стандартной методикой на слабоконсолидированных образцах сильно затруднено. Описанные особенности порождают актуальность разработки численных, теоретических и теоретико-эмпирических методик, способных воспроизвести или частично (полностью) заменить традиционный эксперимент.

В середине XX века Перселл провел эксперименты по ртутной порометрии и вывел аналитическую формулу для расчета фазовой проницаемости (ФП) керна [30]:

$$K = \frac{F \cdot (\sigma \cdot \cos\theta)^2 \cdot m}{2 \cdot 10^4} \int_{0\%}^{100\%} \frac{dS}{P_c^2}, \qquad (1)$$

где F — литологический фактор, связанный с различиями между процессами течения жидкости в гипотетической и реальной среде; σ — поверхностное натяжение; θ — краевой угол смачивания; m — пористость; S — насыщенность жидкостью; P_c — капиллярное давление.

Бурдайн провел эксперименты по установлению распределения пор по размерам с помощью дилатометра и предложил схожие формулы для расчета фазовой проницаемости керна [16]. Позднее в формулы расчета фазовой проницаемости (ФП), для лучшей сходимости с экспериментальными данными, был введен фактор извилистости $X_{rw} = \frac{S - S_*}{1 - S_*}$ для смачивающей фазы в уравнение ОФП [17]:

$$K_{rw} = \frac{0.126 \cdot m \cdot X_{rw}^2}{K} \sum_{i=0}^{n} \frac{V_i \cdot \overline{R_i^4}}{X_i^2 \cdot \overline{R_i^2}}, \tag{2}$$

где K_{rw} — ОФП керна по воде, K — абсолютная ФП керна, m — пористость; для i сорта капилляров обозначено: V_i — доля объема, ими занятого, R_i — радиус, X_i — извилистость, 0,126 — коэффициент перевода единиц измерения.

Гейтс и Лиц предложили использовать формулу (1) в виде [23]

$$K_r(S) = \frac{\int_{0\%}^{S} \frac{dS}{P_c^2}}{\int_{0\%}^{100\%} \frac{dS}{P_c^2}}. \tag{3}$$

Фэтт и Дикстра дополнили (3) зависимостью коэффициента извилистости от радиуса капилляра $t=a/r^b$, где a, b — константы, r — радиус капилляра; таким образом они получили выражение для ОФП [20]:

$$K_r(S) = \frac{\int_{0\%}^{S} \frac{dS}{P_c^{2(1+b)}}}{\int_{0\%}^{100\%} \frac{dS}{P_c^{2(1+b)}}}. \tag{4}$$

Авторы провели расчеты для b = 0,5 и др. и утверждают, что для кернов месторождений Миссисипи и Калифорния — это лучший выбор.

Кори заметил, что для изучаемых им образцов $\frac{1}{P_c^2} \approx const \cdot \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*}\right)$, и предложил на основании работы Бурдайна [17] выражения для ОФП смачивающей и несмачивающей фаз [18]:

$$K_{r\,w}(S) = \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*}\right)^4,$$
$$K_{r\,nw}(S) = \left[1 - \left(\frac{S - S_*}{S^* - S_*}\right)\right]^2 \left[1 - \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*}\right)^2\right], \tag{5}$$

где S^* — насыщенность смачивающей фазой в точке остаточной насыщенности несмачивающей фазой, S_* — связанная насыщенность смачивающей фазой,

S — насыщенность смачивающей фазой, K_{rw} и $K_{r\,nw}$ — ОФП керна по смачивающей и несмачивающей фазам, соответственно.

Брукс и Кори расширили формулы (5), введя в них λ и P_b — коэффициенты, характеризующие распределение пор по размерам и максимальный размер пор, формирующих единую сеть каналов в образце, соответственно [15]:

$$S_e = \left(\frac{P_b}{P_c}\right)^{\lambda}, P_c \geq P_b,$$
$$K_{r\,w}(S) = (S_e)^{\frac{2+3\lambda}{\lambda}}, \tag{6}$$
$$K_{r\,nw}(S) = [1 - S_e]^2 \left[1 - S_e^{\frac{2+\lambda}{\lambda}}\right].$$

А. В. Мальшаков и В. А. Ефимов получили аналитические формулы для ОФП керна на основе перколяционной теории [5: 91–110; 7]:

$$K_{r\,w}(S_n) = \frac{(S_{n*} - S_n)^{\bar{t}}}{(S_{n*} - S_n^0)^{\bar{t}}} \cdot \frac{\int_{S_n}^{S_{n*}} \frac{dS_n}{P_c^3}}{\int_{S_n^0}^{S_{n*}} \frac{dS_n}{P_c^3}},$$
$$K_{r\,nw}(S_n) = \frac{(S_n - S_n^*)^{\bar{t}}}{(S_{n*} - S_n^0)^{\bar{t}}} \cdot \frac{\int_{S_n^*}^{S_n} \frac{dS_n}{P_c^3}}{\int_{S_n^0}^{S_{n*}} \frac{dS_n}{P_c^3}}, \tag{6a}$$

где $S_n = 1 - S$ — насыщенность керна несмачивающей фазой, S_{n*} — максимальная насыщенность несмачивающей фазой, S_n^0 — минимальная насыщенность несмачивающей фазой, начиная с которой образуется бесконечный кластер пор фильтрующегося флюида, S_n^* — остаточная насыщенность несмачивающей фазой, $\bar{t} = \frac{\left(t + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right)}{\beta}$, t=1,9, α=2/3 — константы. Формулы используют данные кривых капиллярного давления в качестве входных и не имеют подстроечных коэффициентов.

Кроме вышеописанных аналитических методик расчета ОФП предложены методики численных расчетов. Среди них — сетевые модели, включающие решение уравнений гидравлики [13; 19; 21; 22; 29; 34], анализ динамики ганглий [14; 27; 28; 32; 33], а также сетевые модели, включающие решение уравнений Навье–Стокса методом контрольных объемов [31] и методом решеточных уравнений Больцмана [25; 26]. Разрабатываемым направлением является применение метода функционала плотности [4].

Фэтт [21; 22], использовал регулярные одинарную, двойную, тройную гексагональные и квадратную двумерные сети, состоящие из цилиндрических трубок с различными распределениями их числа по диаметрам. Он показал, что дисперсия этого распределения существенно влияет на кривые капиллярного

давления (ККД). Автор сделал вывод об адекватности модели по сходству расчетных и экспериментальных кривых ОФП и относительного удельного сопротивления. ОФП тесно связаны со строением сети пористой среды: в средах с одинаковыми распределением пор по диаметрам относительные характеристики течения, которые являются функциями только структуры пор (ОФП и относительные резистивности) будут идентичными между собой функциями насыщенности.

Эрлих и Крейн представили численное решение гидравлической задачи фильтрации в пространстве, состоящем из каналов, связанных между собой поровыми дублетами из цилиндрических капилляров (Рис. 1), в которых формировалась остаточная насыщенность вытесняемым флюидом [19]. Распределения диаметров элементов дублетов задавалось случайным образом.

А. С. Пайатакес с соавторами [14; 27; 28; 33] прошел путь от простейших моделей к сложным вычислительным алгоритмам. Автор исследовал процессы стационарного двухфазного течения, динамического вытеснения нефти водой при скоростях обоих фаз, отличных от нуля. При данных условиях массив несмачивающей фазы разбивается на ганглии различных размеров. Пайатакес выделил несколько процессов образования ганглий: snap-off — процесс смыкания смачивающих слоев вокруг лидирующей трубки несмачивающего флюида, протискивающейся через малое отверстие; pinch-off — процессы отделения «отстающих» трубок от массива вытесняемого несмачивающего флюида; dynamic breakup — динамический разрыв ганглий [28]. Автор показал, что образование ганглий повышает потери давления в образце. В 1994–1999 гг. были проведены экспериментальные исследования данного вида двухфазных течений [14] на трехмерных моделях пористой среды, протравленных в стекле. Было выделено несколько видов течения — динамики ганглий. На основании проведенных опытов был предложен расчетный алгоритм, позволяющий восстановить функции ОФП исследованных моделей пористой среды без использования «подстроечных па-

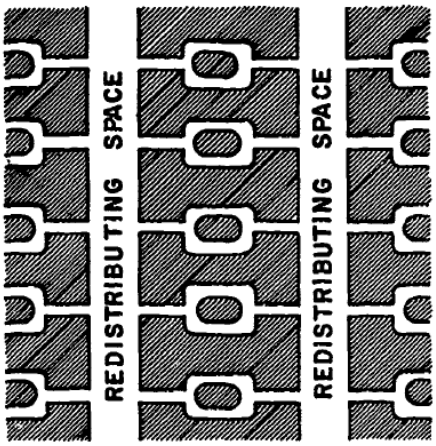


Рис. 1. Поровое пространство из поровых дублетов [19]

Fig. 1. The porous space of the porous doublets

раметров» [33]. Дальнейшее усовершенствование алгоритма (DeProF, Impro-DeProF) осуществляется учениками автора (М. С. Валанидес [32]).

М. Дж. Блант с соавторами разработал численные способы решения задачи двухфазной фильтрации с помощью решения систем гидравлических уравнений [13; 29; 34] и прямого решения уравнений Навье–Стокса методом конечных объемов с применением алгоритма Volume of Fluid [31].

М. С. Аль-Гарби [13] представил поровое пространство плоской регулярной сетью с координационным числом 4. Поры и перемычки представляют в сечении неравносторонние треугольники, их продольная огибающая — период косинусоиды. Амплитуда огибающей и длины перемычек задаются распределением Вейбулла. Анализируется течение в центре поры/перемычки и в пристеночных слоях, благодаря чему моделируются процессы образования ганглий (snap-off). Гидравлические сопротивления между центрами пор вычисляются с помощью эквивалентных электрических цепей. Положение межфазных границ на каждом временном шаге определяется объемами фаз и краевым углом смачивания. Исследовано влияние на нестационарный процесс вытеснения (первичного дренажа, пропитки) капиллярного числа, вязкостей флюидов. Аль-Гарби также указал на некоторые недостатки: малы размеры моделируемой сети, что влияет на остаточные насыщенности, двумерность сети, а также большую вычислительную сложность расчета.

А. К. Раэини [31] использовал метод прямого расчета двухфазного течения с помощью решения уравнения Навье–Стокса методом конечных объемов с применением метода Volume of Fluid для локализации межфазных границ. Размеры сети составляют микроны. Поровый объем может быть получен в результате трехмерной рентгеновской микротомографии керна. Алгоритм позволяет в деталях наблюдать процессы межфазных взаимодействий, происходящие на микроуровне. Данный алгоритм также имеет большую вычислительную сложность.

Метод функционала плотности является новым направлением в моделировании многофазных течений. Некоторые особенности данного метода изложены в работе А. Ю. Демьянова [4].

В работах К. Лангаас, П. Папацакос [25], П. Е. Орен, С. Бакке, Х. Г. Руслаттен [26] используется метод решеточных уравнений Больцмана для численного моделирования уравнения Навье–Стокса. Лангаас и Папацакос показали исследование спутного и противоточного двухфазных течений, зависимости их ОФП от водонасыщенности, отношения вязкостей. Авторы решили задачу течения на плоскости.

Орен, Бакке и Руслаттен [20] воспроизвели процесс седиментации для построения трехмерной поровой сети и сравнили ее параметры с параметрами сети, сгенерированной с помощью трехмерной микротомографии керна, а также провели в ней численные эксперименты по многофазной фильтрации. В работе приведены расчетные ОФП, согласующиеся с некоторыми экспериментальными данными.

Таким образом, в настоящее время отсутствуют достаточно точные методы расчета ОФП, соответствующие различным экспериментальным данным. Данная статья посвящена разработке расчетно-экспериментальной методики интегрального учета потерь, возникающих при совместной фильтрации нефти и воды через поровые каналы, которая отличается низкой вычислительной сложностью и использует в качестве входных данных результаты малозатратных по времени и широко применяемых в России экспериментов. В процессе анализа экспериментальных данных суммарный перепад давления при четочном режиме течения в поровом канале представляется в виде суммы потерь давления на вязкое трение и местных по воде, потерь давления на вязкое трение и местных по нефти, а также потерь давления при межфазных взаимодействиях фильтрующейся смеси. Отдельные аспекты такого подхода приведены в работах [1; 9; 12].

Расчетная модель потерь давления в водонефтяной смеси в поровых каналах

Следуя гипотезе о квазиодномерности течения, представим пористую среду набором не сообщающихся между собой капиллярных кластеров, состоящих из пучка (4–12) малых извилистых каналов переменного сечения со средним диаметром d, связанных перемычками того же диаметра с большим извилистым каналом переменного сечения со средним диаметром D (Рис. 2).

Полагаем, что по большому каналу движутся чередующиеся капли нефти и воды, по малым и перемычкам — вода (Рис. 3).

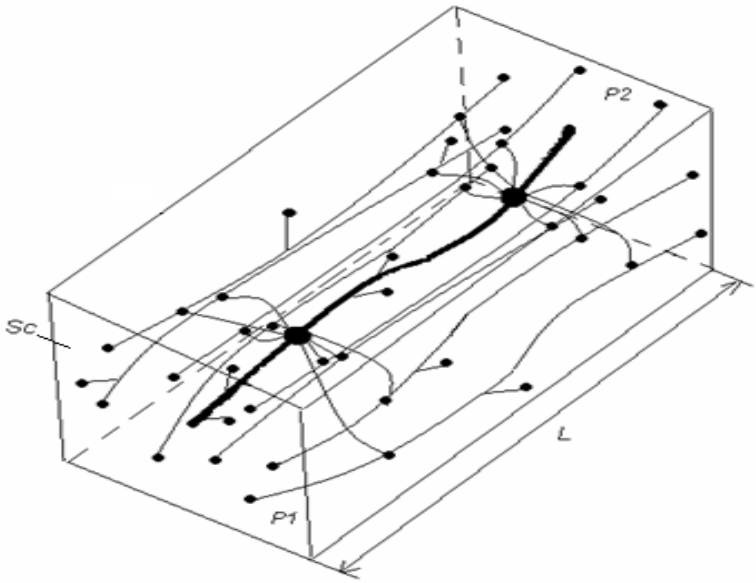


Рис. 2. Схема капиллярного кластера [1; 12]. *Sc* — сечение кластера, *P1*, *P2* — давления при входе и выходе из кластера, *L* — длина кластера (керна)

Fig. 2. The scheme of capillary cluster. *Sc* — cross-section of the cluster, *P1*, *P2* — the pressure at the inlet and outlet of the cluster, *L* — the length of the cluster (core)

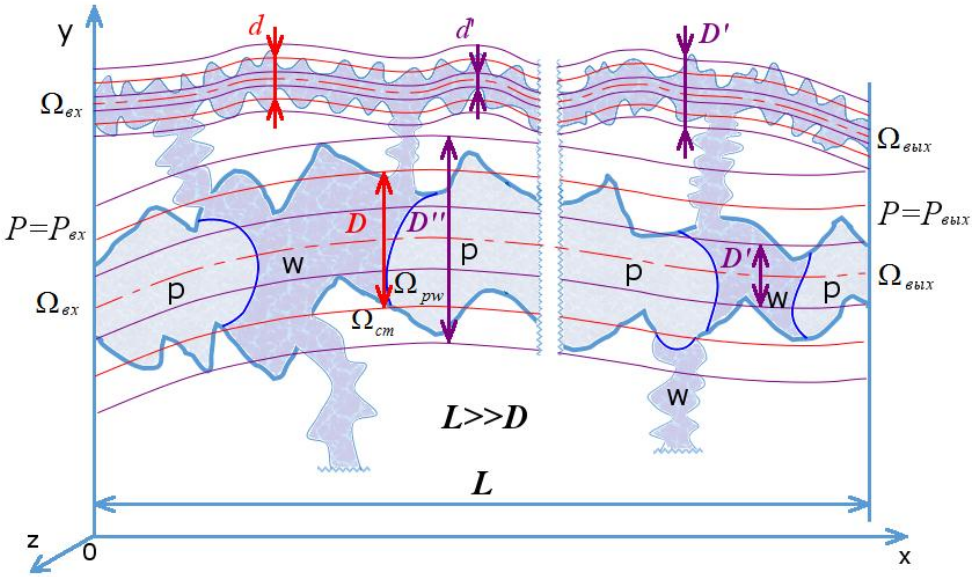


Рис. 3. Движение жидкостей по капиллярам кластера (показаны большой, один малый каналы и перемычки). *L* — длина кластера, *d*, *D* — среднерасходные диаметры малых, больших капилляров; *d'*, *D'*, *D''* — диаметры по гистограмме распределения пор, соответствующие началу отсчета, граничному значению, концу отсчета (см. Рис. 4); $P_{вх}$, $P_{вых}$ — давления при входе и выходе из кластера; p, w — нефть и вода; $\Omega_{ст}$, W_{pw}, $W_{вх}$, $W_{вых}$ — поверхность кластера, межфазная граница нефть-вода, входное и выходное сечение кластера

Fig. 3. The movement of liquids through the cluster capillaries (the large and small canals and bridges are shown). *L* — length of the cluster, *d*, *D* — average diameters of small and large capillaries; *d'*, *D'*, *D''* — diameters of the histogram distribution of pores, corresponding to the beginning of counting, the limit values, and the end of counting (see Fig. 4); $P_{вх}$, $P_{вых}$ — the pressure at the inlet and outlet of the cluster; p, w — oil and water; $\Omega_{ст}$, W_{pw}, $W_{вх}$, $W_{вых}$ — the surface of the cluster, the interface oil-water inlet and outlet cross-section of the cluster

Течение считается установившимся: рассматривается стационарный процесс фильтрации, при котором функция Баклея–Леверетта [3: 231]

$$f_{БЛ}(S) = \frac{Q_{W0}(S)}{Q_{W0}(S) + Q_{P0}(S)}, \tag{7}$$

(где $Q_{W0}(S)$ — суммарный объемный расход воды через образец, $Q_{P0}(S)$ — суммарный объемный расход нефти через образец) изменяется от 0 в точке связанной водонасыщенности $S_* = S_{WC}$ до 1 в точке водонасыщенности $S^* = 1 - S_{or}$ при остаточной нефтенасыщенности S_{or}. Длины перемычек, сходящихся в одном узле, принимаются равными друг другу; также длины примыкающих к ним против направления течения воды участков малых каналов принимаются равными друг другу.

Среднерасходные диаметры малых d и большого D каналов определяются по гистограммам распределения пор по диаметрам, которые строятся по данным малозатратных по времени экспериментов определения кривых капиллярного давления (Рис. 4).

По гистограмме определяются величины $n_j = n_j(d_j \pm \Delta_j)$, где $n_j = \frac{V_j}{V} = \frac{S_j}{S_{\text{пор}}}$ — доля объема поровых каналов с диаметрами $d_j \pm \Delta_j$ в объеме пор, S_j и $S_{\text{пор}}$ — площади сечения пор j сорта и всех пор соответственно. Точка j_{min} соответствует началу отсчета «активных» пор ($d \geq d'$). Число поровых каналов j сорта рассчитывается по формуле

$$N_j = \frac{n_j S_{\text{пор}}}{\pi d_j^2/4}. \tag{8}$$

Приняв соотношение между числом малых N_M и больших N_B капилляров β=4–12 (среднее 8) и подсчитав общее число капилляров N,

$$\begin{cases} \frac{N_M}{N_B} = \beta, \\ N_M + N_B = N, \end{cases} \tag{9}$$

получаем расчетные выражения для искомых диаметров капиллярного кластера:

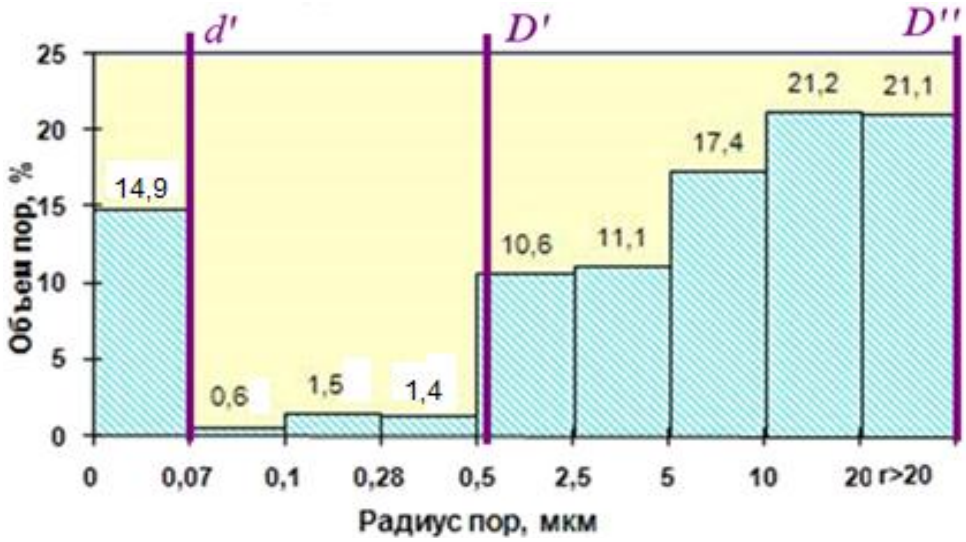


Рис. 4. Исходная характерная гистограмма распределения пор по диаметрам (песчаник)

Fig. 4. The initial characteristic histogram of the distribution of pore diameters (sandstone)

$$\begin{cases} d = \left(\dfrac{1}{N_M} \displaystyle\sum_{j_{min}}^{NINTM} N_j d_j^4 \right)^{0.25}, \\ D = \left(\dfrac{1}{N_B} \displaystyle\sum_{NINTM+1}^{NINT} N_j D_j^4 \right)^{0.25}, \\ \displaystyle\sum_{j_{min}}^{NINTM} N_j \le N_M \le \sum_{j_{min}}^{NINTM+1} N_j . \end{cases} \tag{10}$$

Число кластеров в образце по (9, 10) равно $N_C = \dfrac{N_M}{\beta}$.

Для построения кривых межфазных потерь кроме гистограмм распределения пор по диаметрам (для расчета диаметров капилляров кластера) необходимы экспериментальные данные ОФП (Рис. 5): точки водонасыщенности $\{S_k\}$, соответствующие им значения ОФП образца по воде $\{f_{W\,k}\}$, по нефти $\{f_{P\,k}\}$ (в т. ч. в точках связанной водонасыщенности S_* и водонасыщенности при остаточной нефтенасыщенности S^*), нормированные на абсолютную фазовую проницаемость керна по нефти в точке связанной водонасыщенности F_{PM}, расходы флюидов $\{Q_{P0\,k}\}$ и $\{Q_{W0\,k}\}$ в данных точках с долей воды, меняющейся от 0 (в S_*) до 1 (в S^*), либо суммарный расход флюидов и функция Баклея–Леверетта $\{f_{BL\,k}\}$, k = [1 ÷ NEXP], NEXP — число экспериментальных точек ОФП, а также пористость *m,* площадь сечения $F_{керн}$ и длина керна *L*, вязкости нефти и воды μ_P, μ_W.

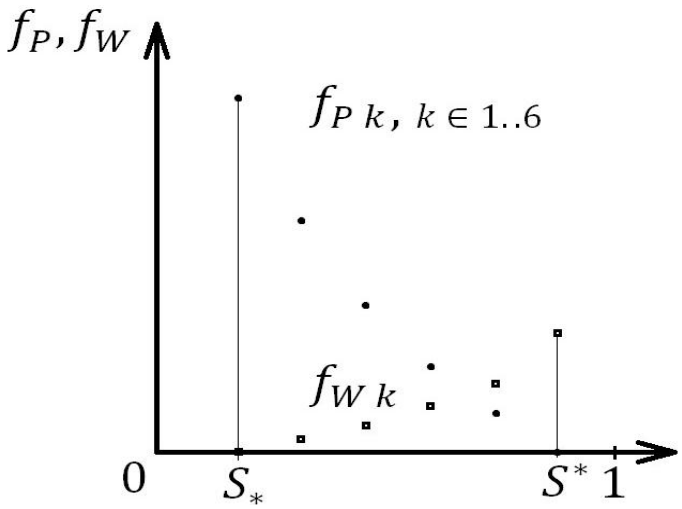


Рис. 5 Характерные экспериментальные зависимости ОФП от водонасыщенности

Fig. 5. Characteristics of the experimental dependence of RP (relative permeability) on water saturation

Потери давления в каналах кластера рассчитываются в соответствии с обобщенным уравнением Бернулли [11]:

$$\alpha_k \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) + l_{\text{ТР}} + l_{\text{М}} + l_{\text{МФ}} - l' - l_{\text{ТЕХН}} - \tilde{l} = 0, \quad (11)$$

в котором далее пренебрегается изменение кинетической энергии ($\alpha_k \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2} = 0$), работа сил тяжести ($g(z_2 - z_1)=0$), удельная подведенная работа ($l_{\text{ТЕХН}} = 0$), работа, связанная с обменом импульсом при подводе или отводе массы через боковую поверхность каналов ($l' = 0$), а также работа сил инерции ($\tilde{l} = 0$). В уравнении (11) учитываются следующие параметры: отнесенная к единице массы работа сил вязкого трения о стенки для фаз $l_{\text{ТР}}$; удельная, отнесенная к единице массы, диссипация энергии в области местных сопротивлений для фаз l_M, а также $l_{\text{МФ}}$ — удельная работа сил межфазного взаимодействия (эффект Жамена, образование ганглий и др.). В результате уравнение (11), записанное для участка большого капилляра, преобразуется к виду:

$$|\Delta \text{P}|_B^i = P_i - P_{i+1} = \rho_W \left(l_{\text{ТР}\,W}^i + l_{\text{М}\,W}^i\right) + \rho_P \left(l_{\text{ТР}\,P}^i + l_{\text{М}\,P}^i\right) + \rho_{\text{СМ}} l_{\text{МФ}}\left(S^k\right), \quad (12)$$

где $\rho_{\text{СМ}}$, ρ_W, ρ_P — плотности смеси, воды и нефти соответственно, $\rho_W(l^i_{\text{ТР}\,W} + l^i_{M\,W})$, $\rho_P(l^i_{\text{ТР}\,P} + l^i_{M\,P})$ — потери давления на участках больших каналов керна по нефти и воде соответственно, $\rho_{\text{СМ}}\, l_{\text{МФ}}(S^k) = \Delta \text{P}^i_{\text{МФ}}(S^k)$ — потери давления из-за межфазного взаимодействия.

Сначала рассчитываются коэффициенты K_P и K_W, показывающие, во сколько раз при заданном расходе флюида потери давления в кластерах в точке связанной водонасыщенности (скорость движения воды равна нулю, нефть движется по большому капилляру) и водонасыщенности при остаточной нефтенасыщенности (скорость движения нефти равна нулю, вода движется по всему кластеру) меньше экспериментальных потерь давления на образце. Предполагается, что данные коэффициенты учитывают потери давления на трение и потери на резких изменениях направления, сужениях и расширениях потока.

Расход воды в участках одного малого ($\chi=M$) капилляра, подходящего к i узлу, перемычке ($\chi=PER$), примыкающей к i узлу, описывается формулой Пуазейля с учетом K_W:

$$Q_{1\chi}^i = \frac{\pi d^4 |\Delta \text{P}|_\chi^i}{K_W 128 \tilde{L}_\chi^i \mu_W} = \frac{|\Delta \text{P}|_\chi^i}{C_\chi^i}, \quad (13)$$

где $\text{Q}^i_{1\chi}$ — объемный расход, $\tilde{L}_i^\chi$ — длина i участка капилляра, C^i_χ — «гидравлическое сопротивление».

Потери давления на i участке большого капилляра:

$$\begin{cases} |\Delta \text{P}|_B^i = Q_{1WB}^i C_{BW}^i + Q_{1P} C_{BP}^i + \overline{P}_{\text{МФ}}\left(S^k\right) \cdot |\Delta \text{P}|_B^i, \\ C_{B\psi}^i = \dfrac{K_\psi 128 \tilde{L}_B^i \mu_\psi}{\pi D^4}, \psi = W, P, \end{cases} \quad (14)$$

где Q^i_{1WB}, Q_{1P} — объемные расходы воды и нефти, $Q^i_{1WB}C^i_{BW}=\rho_W(l^i_{\text{ТР }W}+l^i_{M\ W})$, $Q_{1P}C^i_{BP}=\rho_P(l^i_{\text{ТР }P}+l^i_{M\ P})$, $\tilde{L}^i_{\text{В}}$ — длина участка капилляра, $\overline{P}_{\text{МФ}}(S^k)=\Delta P^i_{\text{МФ}}(S^k)\big/|\Delta P|^i_B(S^k)$, $\overline{P}_{\text{МФ}}(S^k)\in[0;1]$ — величина, показывающая какую долю от суммарных потерь составляют межфазные потери.

Гидравлическая схема кластера приведена на Рис. 6.

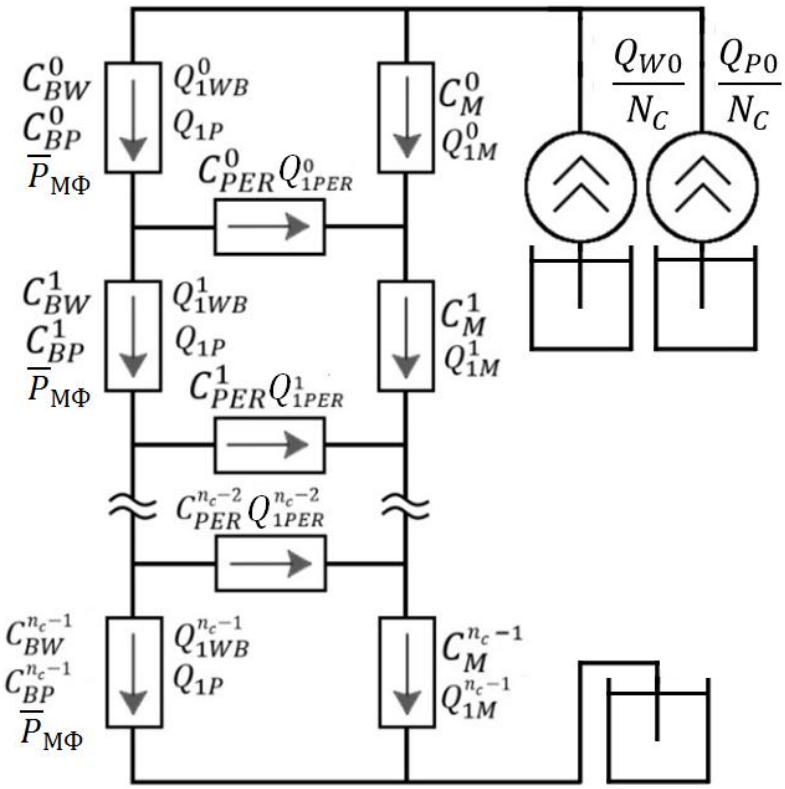


Рис. 6 Гидравлическая схема кластера. Обозначено: C^i_{BW}, C^i_M, C^i_{PER} — коэффициенты потерь трения и «местных» при движении воды в участке большого канала, малого канала, перемычке; C^i_{BP} — коэффициент потерь трения и «местных» при движении нефти в *i* участке большого канала; Q^i_{1WB}, Q^i_{1M}, Q^i_{1PER}; Q_{1P} — расходы воды и нефти по *i* участку одного капилляра соответственно; $\overline{P}_{\text{МФ}}$ — относительная величина межфазных потерь; Q, N_C — суммарный расход жидкости через керн и количество кластеров в керне

Fig. 6. Hydraulic cluster scheme. Marks: C^i_{BW}, C^i_M, C^i_{PER} — the coefficients of friction losses and “locals” as the water in the *i* section of the big channel, small channel, and bridge; C^i_{BP} — the coefficient of friction losses and “locals” when moving oil in the *i* section of the big channel; Q^i_{1WB}, Q^i_{1M}, Q^i_{1PER}; Q_{1P} — water and oil consumption in the *i* section of the capillary, respectively; $\overline{P}_{\text{МФ}}$ — the relative magnitude of the interfacial losses; Q, N_C — the total liquid flow through the core and the number of clusters in the core

Длины каждой из β перемычек и малых капилляров для каждого $i=const$ приняты соответственно одинаковыми. Система уравнений для кластера, состоящего из n_c участков большого и малых капилляров и n_c – 1 перемычек, включает в себя следующие $3n_c$ соотношения:

— уравнение потерь давления в контуре «насос – арматура питания – малые капилляры»

$$\Delta P_B(S^j) = \sum_{i=0}^{n_c-1} \left(Q_{1M}^i C_M^i\right); \tag{15}$$

— сумма потерь давлений на контурах $i = \overline{0, n_c - 1}$ выражаются через соответствующие расходы и гидравлические сопротивления

для входного контура (i=0)

$$Q_{1WB}^0 C_{BW}^0 + (Q_{1PER}^0 C_{PER}^0 - Q_{1M}^0 C_M^0)\left(1 - \overline{P}_{\text{МФ}}(S^j)\right) = -Q_{1P} C_{BP}^0; \tag{16}$$

для контуров ($i = \overline{1, n_c - 2}$)

$$Q_{1WB}^i C_{BW}^i + \left(Q_{1PER}^i C_{PER}^i - Q_{1M}^i C_M^i - Q_{1PER}^{i-1} C_{PER}^{i-1}\right)\left(1 - \overline{P}_{\text{МФ}}(S^j)\right) = -Q_{1P} C_{BP}^i; \tag{17}$$

для выходного контура (i=n_c-1)

$$Q_{1WB}^{n_c-1} C_{BW}^{n_c-1} + \left(-Q_{1M}^{n_c-1} C_M^{n_c-1} - Q_{1PER}^{n_c-2} C_{PER}^{n_c-2}\right)\left(1 - \overline{P}_{\text{МФ}}(S^j)\right) = -Q_{1P} C_{BP}^{n_c-1}, \tag{18}$$

в уравнениях (16-18) $Q_{1P} = \dfrac{Q_{P0}}{N_C}$;

— уравнения баланса объемных расходов в n_c – 1 внутренних узлах «большой капилляр – перемычки» (n_c – 1 уравнений)

$$Q_{1WB}^i - Q_{1WB}^{i+1} - \beta\, Q_{1PER}^i = 0, \quad i \in [0; n_c - 2]; \tag{19}$$

— уравнения баланса объемных расходов в n_c – 1 внутренних узлах «малый капилляр – перемычка» (n_c – 1 уравнений)

$$Q_{1M}^i - Q_{1M}^{i+1} + Q_{1PER}^i = 0, \quad i \in [0; n_c - 2]; \tag{20}$$

— уравнение баланса объемных расходов в узле «кластер – отводящая арматура»

$$Q_{1WB}^0 + \beta\, Q_{1M}^0 = \frac{Q_{W0}}{N_C}. \tag{21}$$

В системе линейных алгебраических уравнений (15–21)* содержится $3n_c$ неизвестных: $3n_c$ – 1 расходов на участках капилляров кластера и перепад давления на кластере. Система решается стандартными методами [6].

При расчете K_W (в правой граничной точке водонасыщенности при остаточной нефтенасыщенности $S = S^*$) в системе уравнений (*) полагается $K_W = 1$, $\overline{P}_{\text{МФ}}(S^k) = 0$, а расход равный расходу воды при данной водонасыщенности через керн по

эксперименту, деленный на число кластеров. При этом получается перепад давления на кластере $|\Delta P|^*_0$. Зная экспериментальный перепад на кластере (керне) $|\Delta P|^*$, который рассчитывается по обобщенному уравнению Дарси [3] и известным экспериментальным данным, находим $K_W = \frac{|\Delta P|^*}{|\Delta P|^*_0}$. Т. к. в режиме фильтрации при скорости воды равной нулю (в противоположной граничной точке по водонасыщенности) нефть движется только по большим капиллярам, то для расчета K_P применяется следующая формула:

$$K_{\text{P}} = \frac{|\Delta P|_* \pi D^4 N_C}{128\, \mu_P \tilde{L}_B Q^*_{P0}} = \frac{\pi D^4 N_C}{128\, F_{PM} F_K} \frac{L}{\tilde{L}_B}, \tag{22}$$

где Q^*_{P0}, $|\Delta P|_*$ — объемный расход нефти и перепад давления на керне по экспериментальным данным, $\tilde{L}_B$ и L — длина большого капилляра и керна соответственно, F_{PM}, F_K — абсолютная проницаемость образца при данной водонасыщенности и площадь сечения керна.

После того, как рассчитаны значения K_P и K_W, производится расчет потерь давления из-за межфазного взаимодействия $\overline{P}_{\text{МФ}}(S^k)$ во внутренних точках диапазона изменения водонасыщенности $k = [2 \div NEXP - 1]$ по итерационному методу Ньютона [6].

Данные расчетов аппроксимируются колоколообразными кривыми

$$\overline{P}_{\text{МФ}}(S) = \begin{cases} AKC\left(a\left(\frac{S - S_*}{DSW - S_*}\right)^2 - (a-1)\left(\frac{S - S_*}{DSW - S_*}\right)^3\right), S < DSW, \\ AKC\left(1 - 0{,}25a\left(\frac{S - DSW}{S^* - DSW}\right)^2 - (0{,}25a - 1)\left(\frac{S - DSW}{S^* - DSW}\right)^3\right), S \geq DSW, \end{cases} \tag{23}$$

где $a = 3$ для всех образцов; *AKC, DSW* — эмпирические константы, которые могут определяться по установленным с помощью регрессионного анализа эмпирическим формулам:

песчаники (образцы 1.1, 1.2, 1.4, 1.6, 2.1-2.3, 3.1-3.4)

$$\begin{gathered} AKC = 0{,}315 + 7{,}93 \cdot 10^{-8}/Ca + 8{,}27 \cdot KSS^2 - 5{,}58 \cdot 10^{-14} \frac{KSS}{Ca^2}, \\ \overline{DSW} = 2{,}85 \cdot 10^{-2} - 1{,}43 \cdot \ln(KSS) + 1{,}20 \cdot 10^3 \sqrt{Ca} - 22{,}3 \frac{\ln(KSS)}{\ln(Ca)}. \end{gathered} \tag{24}$$

гравелиты (образцы 1.3, 1.5, 3.5)

$$\begin{gathered} AKC = 0{,}694 - 1{,}28 \cdot 10^5 Ca, \\ \overline{DSW} = 0{,}590 + 1{,}11 \cdot 10^5 Ca, \end{gathered} \tag{25}$$

где $DSW = S_* + (S^* - S_*)\overline{DSW}$ — безразмерный параметр; $KSS = \frac{K_0}{D^2 m}$, $Ca = \frac{\mu_P w}{\sigma}$ — безразмерные критерии, K_0– абсолютная проницаемость образца по газу, $w = \frac{Q_{P0}}{F_K}$ — скорость фильтрации нефти в левой граничной точке, σ —

коэффициент поверхностного натяжения. Эти параметры могут уточняться по мере накопления экспериментальных данных.

По изложенной методике обработаны экспериментальные данные 14 образцов горных пород месторождений Сибири [1; 12]. Некоторые петрофизические величины, характеризующие описанные образцы, приведены в Таблице 1.

На Рис. 7 показана зависимость межфазных потерь, отнесенных к суммарным и нормированных на максимальное значение данного отношения ($\bar{P}_{МФ}(S)/\bar{P}_{МФ}(S)_{max}$), для 14 образцов горной породы трех месторождений Сибири. Эксперименталь-

Таблица 1

Петрофизические величины численно исследованных образцов

Table 1

Petrophysical values of the numerically studied samples

№ Обр.	Тип коллектора	Пористость	Вязкость нефти, мПа*с	Абсолютная проницаемость, мД
1.1	песчаник среднемелкозернистый гравелитистый нефтенасыщенный	17,4	4,2	598
1.2	песчаник среднемелкозернистый гравелитистый нефтенасыщенный	18,8	4,2	117,3
1.3	гравелит мелкообломочный песчанистый нефтенасыщенный	18,7	4,15	4875
1.4	песчаник среднемелкозернистый известковистый нефтенасыщенный	24	4,15	813
1.5	гравелит, мелко обломочный песчанистый микрокавернозный нефтенасыщенный	10	4,15	258
1.6	песчаник разнозернистый гравийный нефтенасыщенный	17,3	4,15	106
2.1	песч. слабосцем. средне/мелкозерн. с глин. цементом	37,7	217	1468
2.2	песч. слабосцем. средне/мелкозерн. с глин. цементом	32,4	217	653
2.3	песч. слабосцем. мелкозерн. с глин. цементом	36,9	217	375
3.1	песчаник	16	3,7	14,6
3.2	песчаник	22,9	3,7	523,3
3.3	песчаник	18,4	4	6,1
3.4	песч. крупно-среднезернистый	15,5	24	7,5
3.5	гравелит	18,2	24	85,4

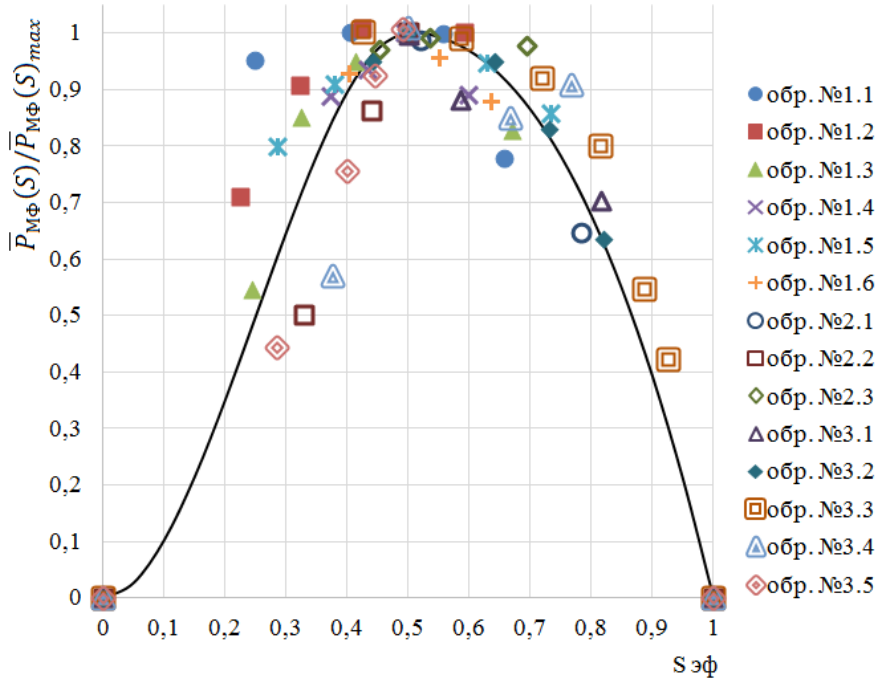


Рис. 7. Зависимость межфазных потерь, отнесенных к суммарным и нормированных на максимальное значение данного отношения ($\overline{P}_{МФ}(S)/\overline{P}_{МФ}(S)_{max}$) для 14 образцов горной породы трех месторождений Сибири

Fig. 7. The dependence of the interfacial losses ascribed to the total and normalized to the maximum value of the ratio ($\overline{P}_{МФ}(S)/\overline{P}_{МФ}(S)_{max}$) for 14 rock samples from three fields in Siberia

ные точки лежат таким образом, что интервал $S \in [S_*; DSW]$ подвергнут линейному преобразованию и соответствует на рисунке интервалу $S_{эф} \in [0; 0{,}5]$, интервал $S \in [DSW; S^*]$ соответствует интервалу Sэф ∈ [0,5; 1]; положение амплитуды *АКС* соответствует точке $\frac{\overline{P}_{МФ}(S)}{\overline{P}_{МФ}(S)_{max}} = 1$.

После определения, по приведенным выше соотношениям, потерь давления и расходов фаз ОФП вычисляются из обобщенного уравнения Дарси:

$$\bar{f}_i = -\frac{Q_i \mu_i L}{k_0 \Delta p F_k}, \qquad i = w, p.$$

Выводы

1) Предложена и обоснована расчетная модель потерь давления при течении двухфазной среды в системе пересекающихся извилистых поровых каналов переменного сечения, основанная на обобщенном уравнении Бернулли, с учетом потерь трения, местных потерь и межфазных потерь при пробко-

вом течении фаз с использованием экспериментальных данных о кривых капиллярного давления и фильтрации при наличии движения одной из фаз.

2) Установлено, что зависимость потерь давления из-за межфазного взаимодействия движущихся фаз описывается в безразмерных переменных «$\bar{P}_{МФ}(S)/\bar{P}_{МФ}(S)_{max}$ – Sэф» универсальной «колоколообразной» кривой, амплитуда и положение максимума которой зависят от параметров коллектора и свойств флюидов.
3) Разработан алгоритм, позволяющий установить параметры межфазного взаимодействия с использованием экспериментальных данных об относительных фазовых проницаемостях и провести обобщение опытных данных о потерях давления при межфазном взаимодействии.
4) На основе обработки известных экспериментальных данных об относительных фазовых проницаемостях по 14 кернам получены обобщенные эмпирические зависимости, которые позволяют оценивать потери давления от межфазного взаимодействия при течении водонефтяной смеси в пористых средах.
5) Разработана компьютерная программа расчета потерь давления при фильтрации водонефтяной смеси с известными расходами фаз, основанная на предложенной в данной работе расчетно-экспериментальной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алтунин А. Е. Расчетный метод получения ОФП на основе решения обобщенных уравнений Бернулли для системы поровых каналов / А. Е. Алтунин, С. В. Соколов, С. В. Степанов, Н. А. Черемисин, А. Б. Шабаров // Нефтепромысловое дело. 2013. № 8. С. 40–46.
2. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. В 3-х ч. Ч. I. Линейные электрические цепи: учебник для вузов / Г. И.Атабеков. 5-е изд., испр. и доп. М.: Энергия, 1978. 592 с. ил. С. 158.
3. Басниев К. С. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. М.: Недра, 1993. 416 с: ил.
4. Демьянов А. Ю. Основы метода функционала плотности в гидродинамике / А. Ю. Демьянов, О. Ю. Динариев, Н. В. Евсеев. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 312 с.
5. Дорогиницкая Л. М. Актуальные вопросы петрофизики сложно построенных коллекторов / Л. М. Дорогиницкая, Б. Н. Еникеев, В. А. Ефимов, Г. Д. Исаев, К. А. Костеневич, А. В. Мальшаков, И. Б. Ратников, В. В. Семенов, К. И. Сокова, И. В. Федорцов, И. Г. Шнурман; под ред. И. Г. Шнурмана. Краснодар: Просвещение-Юг, 2010. 306 с.
6. Калиткин Н. Н. Численные методы. Учебное пособие для студентов вузов. / Н. Н. Калиткин; под ред. Е. В. Шикина. М.: Наука, 1978. 512 с. ил.
7. Мальшаков А. В. Проницаемость и перколяционные свойства порового пространства осадочных горных пород / А. В. Мальшаков, В. А. Ефимов // Инженерно-физический журнал. 1991. Т. 61. № 4. С. 635–640.

8. ОСТ 39-235-89 Нефть. Метод определения фазовых проницаемостей в лабораторных условиях при совместной стационарной фильтрации.
9. Степанов С. В. Исследование динамических фазовых проницаемостей на основе численного моделирования двухфазного течения в поровых каналах / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров, Г. С. Бембель, А. В. Шаталов // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник докладов (Казань, 20–24 августа 2015 г.) / Сост. Д. Ю. Ахметов, А. Н. Герасимов, Ш. М. Хайдаров; под ред. Д. А. Губайдуллина, А. М. Елизарова, Е. К. Липачева. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2015. 4480 с. С. 3600–3601.
10. Шабаров А. Б. Геометрическая модель порового пространства для расчета фильтрации нефти и воды / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов // Сборник статей IX школы-семинара молодых ученых Теплофизика, теплотехника, гидрогазодинамика. Инновационные технологии под руководством заслуженного деятеля науки РФ, д. т. н., профессора А. Б. Шабарова. Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2016. С. 25–36.
11. Шабаров А. Б. Гидрогазодинамика: учебное пособие. / А. Б. Шабаров. 2-е изд., перераб. Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2013. 460 с. С. 156.
12. Шабаров А. Б. Итоговый отчет по теме «Численное исследование процесса вытеснения в масштабах керна для получения согласованных кривых капиллярного давления и относительных фазовых проницаемостей» (Рамочный договор ТННЦ-ТюмГУ от 16.06.2011 г) / А. Б. Шабаров, Н. В. Саранчин, Н. Ф. Чистякова, А. В. Ширшова, Л. А. Пульдас, А. А. Ступников, И. М. Ветров, А. В. Шаталов, Г. С. Бембель, А. А. Вакулин, С. Е. Варюхин, С. В. Бердюгин, Д. Н. Медведев, Д. А. Молчанов, В. В. Воробьев. ТННЦ-ТюмГУ, 2011.
13. Al-Gharbi M. S. Dynamic Pore-Scale Modelling of Two-Phase Flow. PhD thesis / M. S. Al-Gharbi. University of London and the Diploma of Imperial College, 2004.
14. Avraam D. G. Generalized Relative Permeability Coefficients during Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media, and Correlation with the Flow Mechanisms / D. G. Avraam, A. C. Payatakes // Transport in Porous Media. 1995. Vol. 20. Pp. 135–168.
15. Brooks R. H. Hydraulic Properties of Porous Media / R. H. Brooks, A. T. Corey // Hydrology Papers. 1964. No 3. Colorado State U., Fort Collins, Colorado.
16. Burdine N. T. Pore Size Distribution of Petroleum Reservoir Rocks / N. T. Burdine, L. S. Gournay, P. P. Reichertz // Journal of Petroleum Technology. 1950, July. Vol. 2. No 7. Pp. 195–204.
17. Burdine N. T. Relative Permeability Calculations from Pore Size Distribution Data / N. T. Burdine // Journal of Petroleum Technology. 1953, March. Vol. 5. No 3. Pp. 71–78.
18. Corey A. T. The Interrelation between Gas and Oil Relative Permeabilities / A. T. Corey // Producers Monthly. 1954, November 19. Pp. 38–41.
19. Ehrlich R. A Model for Two-Phase Flow in Consolidated Materials / R. Ehrlich, F. E. Crane // Society of Petroleum Engineers Journal. 1969, June. Vol. 2. No 2. Pp. 221–231.
20. Fatt I. Relative Permeability Studies / I. Fatt, H. Dykstra // Journal of Petroleum Technology. 1951, September. Vol. 3. No 9. Pp. 249–256.
21. Fatt I. The Network Model of Porous Media, I. Capillary Pressure Characteristics / I. Fatt // Petroleum Transactions, AIME. 1956. Vol. 207. Pp. 144–159.

22. Fatt I. The Network Model of Porous Media, II. Dynamic Properties of a Single Size Tube Network / I. Fatt // Petroleum Transactions, AIME. 1956. Vol. 207. Pp. 160–181.
23. Gates J. I. Relative Permeabilities of California Cores by the Capillary — Pressure Method / J. I. Gates, W. T. Lietz // Paper Presented at the Drilling and Production Practice Conference, 1 January 1950, New York. API-50-285.
24. Jamin M. J. Mémoire sur l'équilibre et le movement des liquids dans les corps poreux / M. J. Jamin / Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. 1860. No 50. Pp. 172-176.
25. Langaas K. Numerical Investigations of the Steady State Relative Permeability of a Simplified Porous Medium / K. Langaas, P. Papatzacos // Transport in Porous Media. 2001, November. Vol. 45. No 2. Pp. 241–266.
26. Øren P. E. Digital Core Laboratory Rock and Flow Properties Derived from Computer Generated Rocks / P. E. Øren, S. Bakke, H. G. Rueslåtten // Paper Presented at the SCA2006-21 (Trondheim, Norway, November 12–16, 2006).
27. Payatakes A. C. Immiscible Microdisplacement and Ganglion Dynamics in Porous Media / A. C. Payatakes, M. M. Dias // Reviews in Chemical Engineering. 1984. Vol. 2. Pp. 85–174.
28. Payatakes A. C. Oil Ganglion Dynamics during Immiscible Displacement: Model Formulation / A. C. Payatakes, K. M. Ng, R. W. Flumerfelt // American Institute of Chemical Engineers Journal. 1980. Vol. 26. No 3. Pp. 430–443.
29. Piri M. Pore-Scale Modeling of Three-Phase Flow. PhD thesis / M. Piri. University of London and the Diploma of Imperial College December, 2003.
30. Purcell W. R. Capillary Pressures — Their Measurement Using Mercury and the Calculation of Permeability Therefrom / W. R. Purcell // Journal of Petroleum Technology. 1949, February. Vol. 1. No 2. Pp. 39–48.
31. Raeini A. Q. Modelling Multiphase Flow through Micro-CT Images of the Pore Space. PhD thesis / A. Q. Raeini; supervised by Dr Branko Bijeljic and Prof. Martin Blunt. Imperial College London, 2013.
32. Valavanides M. S. ImproDeProF Project: Recent Advances and New Challenges in the Development of the DeProF Tentative Theory for Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media / M. S. Valavanides // Paper Presented at the International Conference "Science in Technology" SCinTE 2015.
33. Valavanides M. S. True-to-Mechanism Model of Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media, Using Decomposition into Prototype Flows / M. S. Valavanides, A. C. Payatakes // Advanced Water Resources. 2001. Vol. 24. Pp. 385–407.
34. Valvatne P. H. Predictive Pore-Scale Modelling of Multiphase Flow. PhD diss. / P. H. Valvatne. Imperial college of London, 2004.

Aleksandr B. SHABAROV[1]
Aleksandr V. SHATALOV[2]

PRESSURE DROPS IN WATER-OIL MIXTURE FLOW IN POROUS CHANNELS

[1] Dr. Sci. (Tech.), Professor,
Tyumen State University
kaf_mms@utmn.ru

[2] Post-Graduate Student,
Tyumen State University
sashatl@yandex.ru

Abstract

The aim of the study is to develop an algorithm for constructing the curves of relative permeabilities (RP) according to the time-efficient laboratory tests of the core material: absolute permeability K_0, capillary pressure curves, residual water saturation values $S_{wc} = S_*$, and residual oil saturation $1 - S_{or} = S^*$, as well as relative permeability of the core on the water f_{WS*} and oil f_{PS_*} in the given bordering points.

To obtain the generalized experimental data about the parameters of interphase interaction, the authors use the RP dependencies on water saturation for the core samples of the characteristic lithological types.

The methodology of calculation of the pressure loss in the flow of oil-water mixture in the pore channels is given with the help of the developed network of the cluster model of a porous medium. The losses on the section of the channel losses are presented as the sum of the three components of the pressure loss: on the viscous friction of the wall of the pore channels; local losses with the changes in the cross-sectional area and the presence of the channel curvature; and the pressure loss in interfacial interactions of the filtering mixture.

Results of pressure loss curves for interfacial interactions for a number of core samples from the fields in Siberia, obtained in the calculation study, are presented.

Citation: Shabarov A. B., Shatalov A. V. 2016. “Pressure Drops in Water-Oil Mixture Flow in Porous Channels”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 50–72.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72

© Tyumen State University

It has been found that this type of loss in the dimensionless variables can be described as the universal two-parameter "bell" function of water saturation; the values of empirical parameters have been selected.

The obtained data allow to suggest computational and experimental methods for determining the RP, which consists in experimental determination of the parameters K_0, S_*, S^*, f_{WS*}, f_{PS_*} and the capillary pressure curves followed by the calculation of the RP dependency on water saturation based on the results of the research outlined in this paper.

Keywords

Two-phase filtration, cluster network model, generalized Bernoulli equation, interphase interaction pressure losses.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72

REFERENCES

1. Al-Gharbi M. S. 2004. "Dynamic Pore-Scale Modelling of Two-Phase Flow". PhD thesis. University of London and the Diploma of Imperial College.
2. Altunin A. Ye., Sokolov S. V., Stepanov S. V., Cheremisin N. A., Shabarov A. B. 2013. "Raschetnyy metod polucheniya OFP na osnove resheniya obobshchennykh uravneniy Bernulli dlya sistemy porovykh kanalov" [Calculation Method for Producing RP (Relative Permeability) Based on the Decision of the Generalized Bernoulli Equation for the Pore Channels of the System]. Neftepromyslovoe delo, no 8, pp. 40–46.
3. Atabekov G. I. 1978. Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki [Theoretical Foundations of Electrical Engineering]. In 3 vols. Vol. I. Lineynye elektricheskie tsepi: uchebnik dlya vuzov [Linear Circuits: Students' Textbook]. 5th edition, revised, p. 158. Moscow: Energiya.
4. Avraam D. G., Payatakes A. C. 1995. "Generalized Relative Permeability Coefficients during Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media, and Correlation with the Flow Mechanisms". Transport in Porous Media, vol. 20, pp. 135–168.
5. Basniev K. S., Kochina I. N., Maksimov V. M. 1993. Podzemnaya gidromekhanika: Uchebnik dlya vuzov [Underground Fluid Mechanics: Students' Textbook]. Moscow: Nedra.
6. Brooks R. H., Corey A. T. 1964. "Hydraulic Properties of Porous Media". Hydrology Papers, no 3. Colorado State U., Fort Collins, Colorado.
7. Burdine N. T. 1953. "Relative Permeability Calculations from Pore Size Distribution Data". Journal of Petroleum Technology, March, vol. 5, no 3, pp. 71–78.
8. Burdine N. T., Gournay L. S., Reichertz P. P. 1950. "Pore Size Distribution of Petroleum Reservoir Rocks". Journal of Petroleum Technology, July, vol. 2, no 7, pp. 195–204.
9. Corey A. T. 1954. "The Interrelation between Gas and Oil Relative Permeabilities". Producers Monthly, November 19, pp. 38–41.
10. Demyanov A. Yu., Dinariev O. Yu., Yevseev N. V. 2009. Osnovy metoda funktsionala plotnosti v gidrodinamike [Foundations of the Density Functional Theory Method in Hydrodynamics]. Moscow: FIZMATLIT.

11. Doroginitskaya L. M., Yenikeev B. N., Yefimov V. A., Isaev G. D., Kostenevich K. A., Malshakov A. V., Ratnikov I. B., Semenov V. V., Sokova K. I., Fedortsov I. V., Shnurman I. G. 2010. Aktualnye voprosy petrofiziki slozhno postroennykh kollektorov [Topical Petrophysics Issues of Complex Collectors]. Edited by I. G. Shnurman. Krasnodar: Prosveshchenie-Yug.
12. Ehrlich R., F. E. Crane 1969. "A Model for Two-Phase Flow in Consolidated Materials". Society of Petroleum Engineers Journal, June, vol. 2, no 2, pp. 221–231.
13. Fatt I. 1956. "The Network Model of Porous Media, I. Capillary Pressure Characteristics". Petroleum Transactions, AIME, vol. 207, pp. 144–159.
14. Fatt I. 1956. "The Network Model of Porous Media, II. Dynamic Properties of a Single Size Tube Network". Petroleum Transactions, AIME, vol. 207, pp. 160–181.
15. Fatt I., Dykstra H. 1951. "Relative Permeability Studies". Journal of Petroleum Technology, September, vol. 3, no 9, pp. 249–256.
16. Gates J. I., Lietz W. T. 1950. "Relative Permeabilities of California Cores by the Capillary — Pressure Method". Paper Presented at the Drilling and Production Practice Conference (New York, January1). API-50-285.
17. Jamin M. J. 1860. "Mémoire sur l'équilibre et le movement des liquids dans les corps poreux". Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, no 50, pp. 172-176.
18. Kalitkin N. N. 1978. Chislennye metody. Uchebnoe posobie dlya studentov vuzov [Numerical Methods: Students' Textbook]. Edited by Ye. V. Shikin. Moscow: Nauka.
19. Langaas K., Papatzacos P. 2001. "Numerical Investigations of the Steady State Relative Permeability of a Simplified Porous Medium". Transport in Porous Media, November, vol. 45, no 2, pp. 241–266.
20. Malshakov A. V., Yefimov V. A. 1991. "Pronitsaemost i perkolyatsionnye svoystva porovogo prostranstva osadochnykh gornykh porod". Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal, vol. 61, no 4, pp. 635–640.
21. Øren P. E., Bakke S., Rueslåtten H. G. 2006. "Digital Core Laboratory Rock and Flow Properties Derived from Computer Generated Rocks". Paper Presented at the SCA2006-21 (Norway, Trondheim, November 12–16).
22. Payatakes A. C., Dias M. M. 1984. "Immiscible Microdisplacement and Ganglion Dynamics in Porous Media". Reviews in Chemical Engineering, vol. 2, pp. 85–174.
23. Payatakes A. C., Ng K. M., Flumerfelt R. W. 1980. "Oil Ganglion Dynamics during Immiscible Displacement: Model Formulation". American Institute of Chemical Engineers Journal, vol. 26, no 3, pp. 430–443.
24. Piri M. 2003. "Pore-Scale Modeling of Three-Phase Flow". PhD thesis. University of London and the Diploma of Imperial College December.
25. Purcell W. R. 1949. "Capillary Pressures — Their Measurement Using Mercury and the Calculation of Permeability Therefrom". Journal of Petroleum Technology, February, vol. 1, no 2, pp. 39–48.
26. Raeini A. Q. 2013. "Modelling Multiphase Flow through Micro-CT Images of the Pore Space". PhD thesis. Supervised by Dr Branko Bijeljic and Prof. Martin Blunt. Imperial College London.
27. Shabarov A. B. 2013. Gidrogazodinamika: uchebnoe posobie [Fluid Dynamics: Textbook]. 2nd edition, reworked, p. 156. Tyumen: Tyumen State University.

28. Shabarov A. B., Saranchin N. V., Chistyakova N. F., Shirshova A. V., Puldas L. A., Stupnikov A. A., Vetrov I. M., Shatalov A. V., Bembel G. S., Vakulin A. A., Varyukhin S. Ye., Berdyugin S. V., Medvedev D. N., Molchanov D. A., Vorobyov V. V. 2011. The Final Report on "Chislennoe issledovanie protsessa vytesneniya v masshtabakh kerna dlya polucheniya soglasovannykh krivykh kapillyarnogo davleniya i otnositelnykh fazovykh pronitsaemostey" [Numerical Investigation of the Process of Repression Across the Core for Consistent Curve of Capillary Pressure and Relative Permeability] (Framework Agreement of Tyumen Oil Research Center—Tyumen State University of June 16, 2011)] Tyumen Oil Research Center–Tyumen State University.
29. Shabarov A. B., Shatalov A. V. 2016. "Geometricheskaya model porovogo prostranstva dlya rascheta filtratsii nefti i vody" [Geometric Model of the Pore Space to Calculate Oil and Water Filtration]. In: Proceedings of the 9th seminar-school of young scientists "Teplofizika, teplotekhnika, gidrogazodinamika. Innovatsionnye tekhnologii" under the supervision of honored RF science representative professor Shabarov A. B. (Tyumen, May 25-27, 2016), pp. 25–36. Tyumen: Tyumen State University.
30. Stepanov S. V. Shabarov A. B., Bembel G. S., Shatalov A. V. 2015. "Issledovanie dinamicheskikh fazovykh pronitsaemostey na osnove chislennogo modelirovaniya dvukhfaznogo techeniya v porovykh kanalakh" [Investigation of Dynamic Permeability, Based on Numerical Simulation of Two-Phase Flow in Porous Channels]. In: Akhmetov D. Yu., Gerasimov A. N., Khaydarov Sh. M. (comps). 2015. XI Vserossiyskiy syezd po fundamentalnym problemam teoreticheskoy i prikladnoy mekhaniki: sbornik dokladov (Kazan, 20–24 avgusta 2015 g.). Edited by D. A. Gubaydullin, A. M. Yelizarov, Ye. K. Lipachev. Pp. 3600–3601. Kazan: Kazan University.
31. USSR Industrial Standard 39-235-89 of July 1, 1989. "Neft. Metod opredeleniya fazovykh pronitsaemostey v laboratornykh usloviyakh pri sovmestnoy statsionarnoy fil'tratsii" [Oil. The Method for Permeability Determining under the Laboratory Conditions in the Joint Stationary Filtration].
32. Valavanides M. S. 2015. "ImproDeProF Project: Recent Advances and New Challenges in the Development of the DeProF Tentative Theory for Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media". Paper Presented at the International Conference "Science in Technology" SCinTE 2015 (Greece, Athens, November 5-7).
33. Valavanides M. S., Payatakes A. C. 2001. "True-to-Mechanism Model of Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media, Using Decomposition into Prototype Flows". Advanced Water Resources, vol. 24, pp. 385–407.
34. Valvatne P. H. 2004. "Predictive Pore-Scale Modelling of Multiphase Flow". PhD diss. Imperial college of London.

Сергей Павлович РОДИОНОВ[1]
Андрей Юрьевич БОТАЛОВ[2]
Дмитрий Юрьевич ЛЕГОСТАЕВ[3]

УДК 532.685

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ С УЧЕТОМ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

[1] доктор физико-математических наук, профессор,
Тюменский государственный университет;
заведующий лабораторией нефтегазовой механики,
Тюменский филиал Института теоретической
и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН
rodionovsp@bk.ru

[2] кандидат физико-математических наук, научный сотрудник,
Тюменский филиал Института теоретической
и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН
aybotalov@bk.ru

[3] студент бакалавриата, Физико-технический институт,
Тюменский государственный университет
legostaevdmitrii@icloud.com

Аннотация

Горные породы, вмещающие углеводороды, находятся в напряженном состоянии из-за нагрузки от вышележащих слоев. Процессы разработки месторождений оказывают влияние на напряженно-деформированное состояние пласта, что влечет за собой изменение фильтрационно-емкостных свойств горных пород. Для учета влияния процессов, происходящих в скелете горной породы, на добычу углеводородов используется совместное геомеханическое и гидродинамическое моделирование.

Цитирование: Родионов С. П. Моделирование процесса двухфазной фильтрации с учетом воздействия периодической нагрузки / С. П. Родионов, А. Ю. Боталов, Д. Ю. Легостаев // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 73–83.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-73-83

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

Целью настоящей статьи является исследование влияния периодических нагрузок на процесс фильтрации флюидов. Примером периодических нагрузок в реальных пластовых системах могут быть гравитационные приливы земной коры. В работе представлены результаты решения одномерной задачи о вытеснении нефти водой. Гравитационные приливы земной коры моделировались периодической боковой нагрузкой на пласт, изменяющейся по гармоническому закону.

На основе расчетов установлено, что в условиях периодической нагрузки на нефтеотдачу влияет режим закачки воды. Установлено, что существует оптимальный режим закачки, при котором нефтеотдача максимальна.

Ключевые слова

Моделирование пластовых систем, геомеханика, напряженно-деформированное состояние, гравитационные приливы земной коры.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-73-83

Введение

Совместное гидродинамическое и геомеханическое моделирование [7; 8] пластовых систем дает возможность оценить влияние напряженно-деформированного состояния пласта на процессы фильтрации. Одним из факторов, изменяющих напряженное состояние пласта, являются гравитационные приливы земной коры. Влияние гравитационных приливов земной коры на процессы разработки месторождений рассмотрены в [4; 5].

В данной статье представлены результаты исследования влияния периодических нагрузок, имитирующих гравитационные приливы земной коры, на процесс вытеснения нефти, показана возможность оптимизации процесса закачки воды для увеличения добычи нефти.

Модель Био

В геомеханике рассматриваются горные породы, находящиеся под нагрузкой σ от вышележащих слоев. В скелете горной породы возникают эффективные напряжения σ', а в насыщающем флюиде поровое давление p.

В рамках концепции эффективных напряжений Био [7; 8] для насыщенной пористой среды эффективное напряжение может быть записано в виде

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + bp\delta_{ij}, \tag{1}$$

где σ'_{ij} — тензор эффективных напряжений; σ_{ij} — тензор полных напряжений; p — поровое давление; $b = 1 - \frac{K_{dr}}{K_s}$ — коэффициент Био; K_{dr} — объемный модуль среды в условиях дренажа; K_S — объемный модуль скелета.

Объемные модули определяются соответственно как [10]

$$\frac{1}{K_{dr}} = \frac{1}{V_b}\left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma}\right)_p, \qquad \frac{1}{K_s} = \frac{1}{V_b}\left(\frac{\partial V_b}{\partial \sigma}\right)_{\sigma-p}.$$

Для нахождения деформаций в скелете горной породы используем обобщенный закон Гука. Т. к. на скелет, согласно (1), действуют не полные напряжения, а только их эффективная часть $\sigma_{ij} + bp\delta_{ij}$, то в общем случае запишем

$$\varepsilon_{ij} = C_{ijkl}(\sigma_{ij} + bp\delta_{ij}), \tag{2}$$

где C_{ijkl} — тензор коэффициентов упругостей; $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$ — тензор малых деформаций.

В случае изотропной среды, главные оси которой совпадают с осями координат, (2) можем записать в виде:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x + bp - \nu\left((\sigma_y + bp) + (\sigma_z + bp)\right)\right], \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y + bp - \nu\left((\sigma_x + bp) + (\sigma_z + bp)\right)\right], \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z + bp - \nu\left((\sigma_x + bp) + (\sigma_y + bp)\right)\right], \end{cases} \tag{3}$$

где E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона.

В любой момент времени состояние скелета горной породы должно описываться уравнением равновесия деформированного тела

$$\nabla\boldsymbol{\sigma} + \rho_b\boldsymbol{g} = 0, \tag{4}$$

где $\rho_b = \varphi\rho_f + (1 - \varphi)\rho_S$ — плотность системы «флюид + скелет»; ρ_f — плотность флюида; ρ_S — плотность скелета горной породы; σ — полное напряжение; $\boldsymbol{g}$ — вектор гравитации.

Описание процесса фильтрации флюида основывается на законе сохранения массы и законе Дарси. Закон сохранения массы для случая двухфазной фильтрации имеет вид

$$\frac{\partial m\rho_f S_f}{\partial t} + \nabla(m\rho_f v_f) = 0, \tag{5}$$

где ρ_f — плотность фазы f; m — пористость; v_f — скорость движения фазы f.

Движение в поровом пространстве описывается законом Дарси

$$v_f = -\frac{kk_{rf}}{\mu_f}(\nabla p + \rho_f\boldsymbol{g}), \tag{6}$$

где k — абсолютная проницаемость; k_{rf} — относительная фазовая проницаемость фазы f; μ_f — вязкость фазы f; p — поровое давление.

Изменение напряженно-деформационного состояния пласта приводит к изменению фильтрационно-емкостных характеристик. В частности, как показано в [10], изменение пористости можно выразить через изменения объемной деформации ε_v и порового давления:

$$dm = \frac{m - b}{K_s}dp + (b - m)d\varepsilon_v, \tag{7}$$

где $\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$.

Тестирование

При использовании описанного подхода моделирования пластовых систем появляется необходимость в совместном решении уравнений гидродинамики и геомеханики. Решение данной системы уравнений осуществлялось итерационным методом: на каждом шаге про времени поочередно решались уравнения фильтрации и геомеханики до достижения сходимости.

Тестирование данного подхода для однофазной задачи проводилось на основе задачи Терцаги, постановка и аналитическое решение которой приведены в [8]. На Рис. 1–2 приведены результаты сравнения решений.

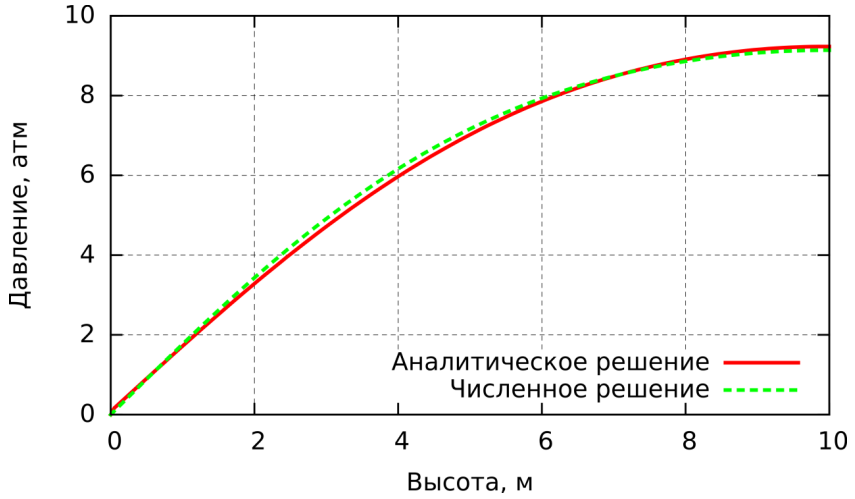


Рис. 1. Распределение порового давления в образце для численного и аналитического решения

Fig. 1. The pore pressure distribution in the sample for analytical and numerical solutions

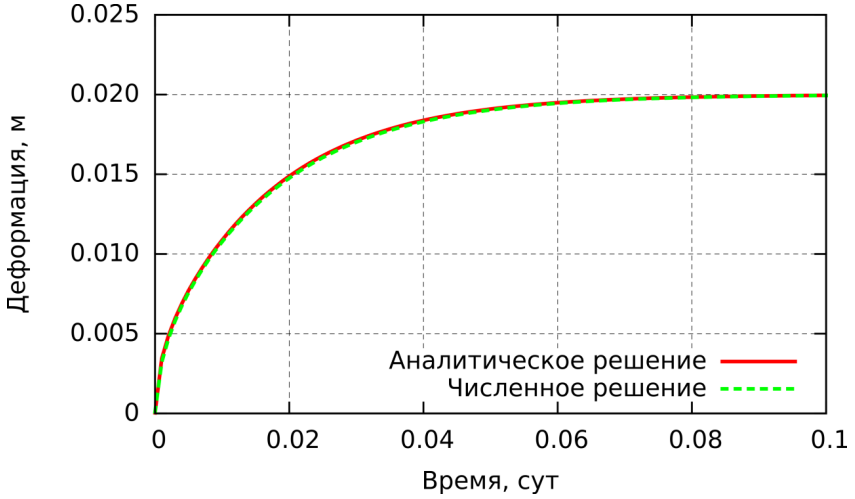


Рис. 2. Деформации образце для численного и аналитического решения

Fig. 2. Deformation of the sample for analytical and numerical solutions

Получена хорошая сходимость с аналитическим решением, на основании чего сделан вывод о корректности используемого алгоритма решения.

При решении задачи двухфазной фильтрации использовался IMPES-метод [1; 3], имеющий широкое распространение при моделировании пластовых систем. Для аппроксимации относительных фазовых проницаемостей использовался метод «вверх по потоку», описанный в [1]. Система линейных алгебраических уравнений, полученная при дискретизации дифференциальных уравнений, решалась методом Гаусса-Зейделя [6].

Постановка задачи

Рассмотрим влияние гравитационных приливов земной коры на примере одномерной задачи вытеснения нефти водой [2]. Будем считать, что в рассматриваемом пласте по всему объему равномерно распределены трещины. При построении модели пренебрегаем влиянием силы тяжести и капиллярных сил.

На левой границе ($x = 0$) и правой границе ($x = L$) зададим давление p_l и p_r соответственно ($p_l > p_r$). В начальный момент времени пласт насыщен нефтью ($S_w = 0$), на левой границе зададим ($S_w = 1$).

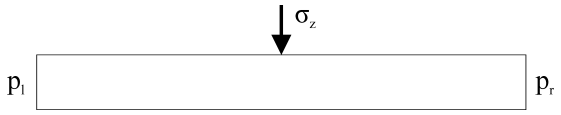


Рис. 3. Постановка задачи *Fig. 3.* The problem statement

Влияние гравитационных приливов земной коры модельно представим в виде гармонических колебаний внешней нагрузки, действующей на пласт с суточным периодом:

$$\sigma_z = A_\sigma \sin(\omega t),$$

где A_σ — амплитуда колебаний, м; $\omega = 2\pi$ 1/сут.

Оптимизация процесса заводнения может быть произведена путем изменения давления закачки воды. Изменение давления будем осуществлять по гармоническому закону

$$p = p_0 + A_p \sin(\omega t + \varphi).$$

Рассмотрим 3 случая:

– постоянное деление ($p = p_0$),

– изменение давления синфазно изменению нагрузки ($\varphi = 0$),

– изменение противофазно изменению нагрузки ($\varphi = \pi$).

При моделировании течения жидкости в трещиновато-пористых средах фильтрационные свойства будут складываться из свойств трещин и матрицы. Для модели трещиноватой среды упорядоченной системой трещин проницаемость трещин k_{frac} может быть найдена из формулы

$$k_{frac} = \frac{h^2}{12},$$

где $h = h_0 + \varepsilon_y$ - раскрытость трещины (Рис. 4).

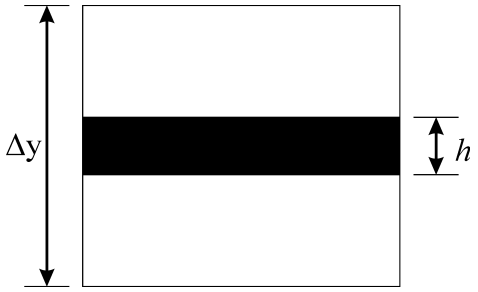


Рис. 4. Модель трещины

Fig. 4. The crack model

Проницаемость ячейки k_{cell}, содержащей трещины, матрица которой имеет проницаемость k_{mat}, может быть найдена из

$$k_{cell} = \frac{k_{frac}h + k_{mat}(\Delta y - h)}{\Delta y},$$

где Δy — размер рассматриваемой ячейки (Рис. 4).

Для двухфазной фильтрации с учетом напряжений в скелете горной породы основные уравнения могут быть сведены к следующей системе:

$$\begin{cases} \frac{1}{M_w} S_w \frac{\partial p}{\partial t} + \varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} + S_w b \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k k_{rw}}{\mu_w}\frac{\partial P}{\partial x}\right) = f_w, \\ \frac{1}{M_o} S_o \frac{\partial p}{\partial t} + \varphi \frac{\partial S_o}{\partial t} + S_o b \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k k_{ro}}{\mu_o}\frac{\partial P}{\partial x}\right) = f_o, \\ \frac{\partial}{\partial x}\left(E\frac{\partial u}{\partial x} - b(1-2\nu)p\right) = 0, \end{cases}$$

где $S_{w,o}$ — насыщенности соответственно водой и нефтью ($S_w + S_o = 1$); $k_{rw,ro}$ — относительные фазовые проницаемости для нефти и воды; $\frac{1}{M_{w,o}} = C_{w,o}\varphi + \frac{b-\varphi}{K_s}$ — модуль Био для воды и нефти.

Результаты расчетов

Расчеты проводились на сетке с шагом в $\Delta x = 2$ м, общая длина расчетной области составляет $L = 100$ м. Значения параметров пласта и флюидов, используемые при расчетах приведены в Таблице 1.

Таблица 1

Значения параметров пласта и флюидов

Table 1

The parameters values of reservoir and fluids

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
E	*29 000 атм*	φ	0,1	$C_{w,o}$	*0,0002 атм*
ν	0,1	k_{mat}	*100 мД*	μ_w	1 сП
b	1	h_0	0,0001 м	μ_o	1 сП

На графиках представлена зависимость дебитов флюидов при различных способах задания давления на левой границе расчетной области. Видно, что для данной модели оптимальным является вариант изменения давления в противофазе ($\varphi = \pi$) к гравитационным колебаниям, в то время как синфазное заводнение несколько снижает скорость извлечения углеводородов.

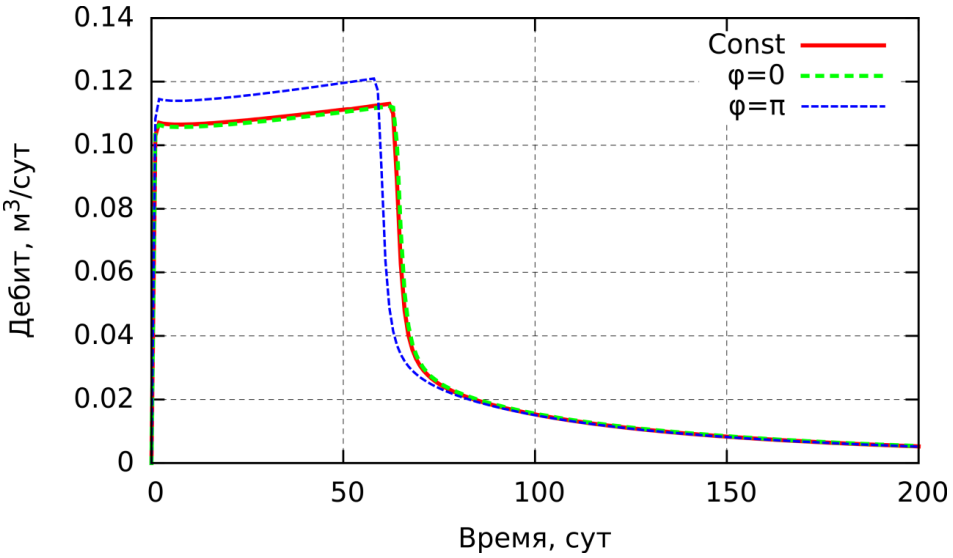


Рис. 5. Средний за сутки дебит нефти для различных вариантов заводнения

Fig. 5. The average (per day) oil production debit for the various flooding options

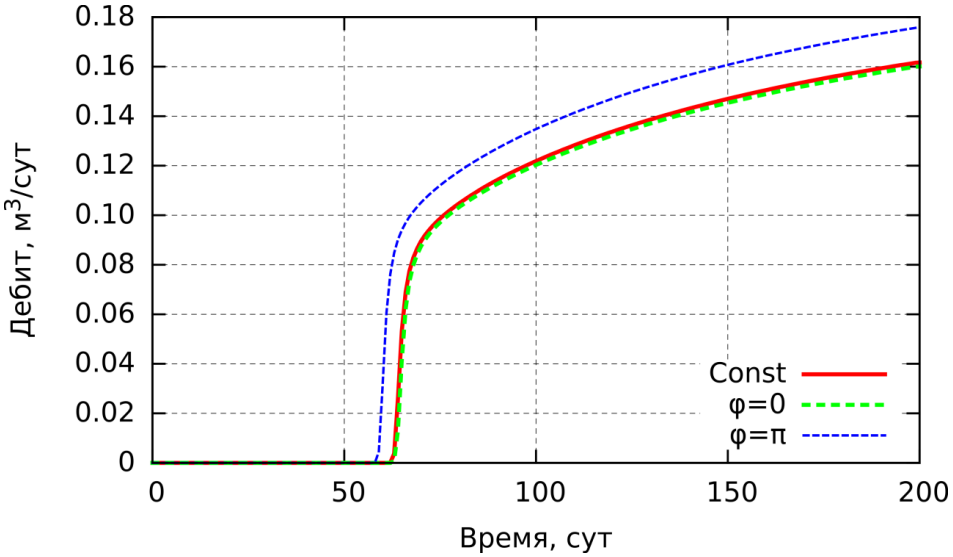


Рис. 6. Средний за сутки дебит воды для различных вариантов заводнения

Fig. 6. The average (per day) flow rate of water for different flooding options

Противофазное заводнение увеличивает скорость движения водяного фронта, в результате чего он достигает правой границы расчетной области за 60 суток (за 64 суток без применения циклического заводнения), что в свою очередь увеличивает скорость роста накопленной добычи. На Рис. 7 проведено сравнение накопленных добыч для разных вариантов заводнения.

Расчеты показали, что в данной постановке, оптимизируя процесс заводнения, возможно увеличить скорость роста накопленной добычи нефти. До момента прорыва водяного фронта накопленная добыча возрастает на 7%, а после прорыва на 1–2%.

На Рис. 8 представлен график деформаций ε_z скелета горной породы, которые влияют на фильтрационные свойства пласта. Как мы можем видеть из (3), ε_z

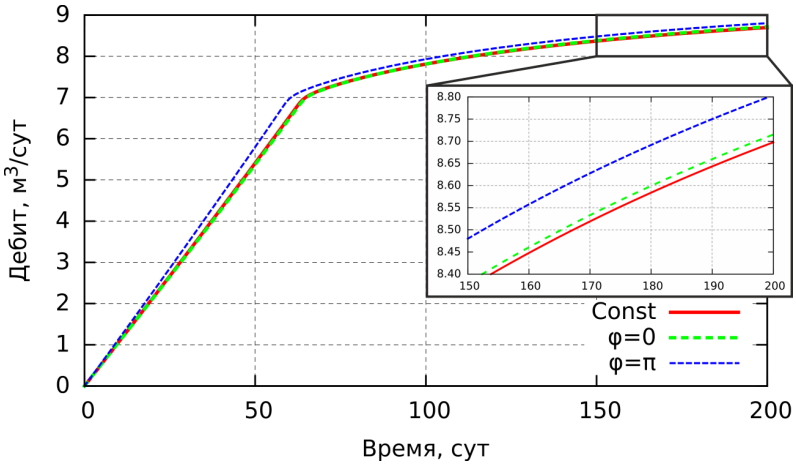


Рис. 7. Накопленная добыча нефти для различных вариантов заводнения

Fig. 7. Cumulative oil production for the various flooding options

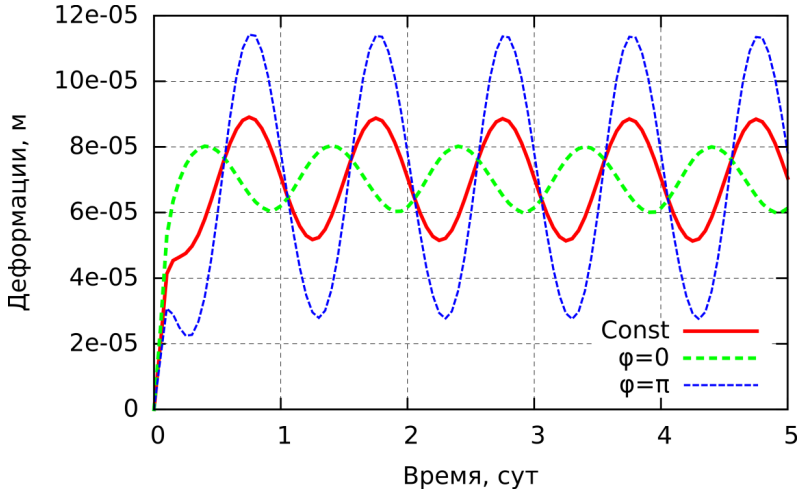


Рис. 8. Деформации ε_z в пласте

Fig. 8. The ε_z deformation in the plate

зависит от внешней нагрузки и порового давления. В случае взаимодействия двух факторов: внешней периодической нагрузки и воздействия нагнетающей скважины, значительно улучшаются ФЕС, что сказывается на добыче.

Вывод

На основе выполненных расчетов одномерного процесса заводнения нефтяного пласта в условиях периодической боковой нагрузки показано, что в этих условиях на нефтеотдачу влияет режим закачки воды. Установлено, что существует оптимальный режим закачки, при котором нефтеотдача принимает наибольшее значение. В рамках данной модели оптимальный вариант заводнения соответствует сдвигу колебаний давления по фазе на $\varphi = \pi$. Получена количественная оценка возможности увеличения дебита нефти.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари; пер. с англ. М.: Недра, 1982. 407 с.
2. Басниев К. С. Подземная гидромеханика. Учебник для вузов / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. М.: Недра, 1993. 416 с.
3. Каневская Р. Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов / Р. Д. Каневская. Ижевск: ИКИ, 2003. С. 121.
4. Мирзоев К. М. Способы увеличения добычи нефти с учетом приливных движений Земли / К. М. Мирзоев, А. В. Николаев, В. К. Мирзоев, А. А. Лукк, А. И. Харламов, А. В. Дещеревский // Экспозиция Нефть Газ. 2014, апрель. № 2/Н (34). С. 93–96.
5. Муслимов Р. Х. Влияние гравитационных лунно-солнечных приливов земной коры на добычу нефти / Р. Х. Муслимов, К. М. Мирзоев, Р. Г. Ахмадиев, В. А. Агафонов, Р. Р. Хузин, В. С. Тимиро, В. К. Мирзоев, А. А. Лукк, А. В. Дещеревский // Нефтяное хозяйство. 2006. № 8. С. 111–115.
6. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар: пер. с англ.; М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
7. Biot M. A. General Solutions of the Equations of Elasticity and Consolidation for a Porous Material / M. A. Biot // Journal of Applied Mechanics. 1956. No 78. Pp. 91–96.
8. Biot M. A. General Theory of Three-Dimensional Consolidation / M. A. Biot // Journal of Applied Physics. 1941. No 12. Pp. 155–164.
9. Coussy O. Poromechanics / O.Coussy. Chichester, England: John Wiley and Sons, 2004. 298 pp.
10. Geertsma J. The Effect of Fluid Pressure Decline on Volumetric Change of Porous Rocks / J. Geertsma // Transactions of the Metallurgical Society of AIME. 1957. No 210. Pp. 331–340.

Sergey P. RODIONOV[1]
Andrei Yu. BOTALOV[2]
Dmitry Yu. LEGOSTAEV[3]

SIMULATION OF TWO-PHASE FILTRATION CONSIDERING THE EFFECT OF THE PERIODIC LOAD

[1] Dr. Sci. (Phys-Math.), Professor,
Department of Multiphase Systems Mechanics,
Tyumen State University;
Head of Laboratory of Oil and Gas Mechanics,
Tyumen Branch of Khristianovich Institute
of Theoretical and Applied Mechanics
of the Siberian Branch of the RAS
rodionovsp@bk.ru

[2] Cand. Sci. (Phys-Math.), Researcher,
Tyumen Branch of Khristianovich Institute
of Theoretical and Applied Mechanics
of the Siberian Branch of the RAS
aybotalov@bk.ru

[3] Undergraduate Student, Institute of Physics
and Technical Science, Tyumen State University
legostaevdmitrii@icloud.com

Abstract

The geological materials containing hydrocarbons are under strain due to the pressure of the overlying layers. Field development processes have an impact on the reservoir stress-strain state, which leads to a change in reservoir properties of geological materials. To account for the influence of the processes occurring in the skeleton of the material on hydrocarbons production, the coupled geomechanical and hydrodynamic modeling of hydrocarbon extraction is used.

The purpose of this article is to study the influence of periodic pressures on the fluid filtration process. An example of such pressure in real reservoir systems can be seen in the gravitational tides of the earth's crust. The paper presents the results of a one-dimensional solution of

Citation: Rodionov S. P., Botalov A. Yu., Legostaev D. Yu. 2016. "Simulation of Two-Phase Filtration Considering the Effect of the Periodic Load". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 73–83.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-73-83

© Tyumen State University

the problem of the displacement of oil by water. Harmonically changing gravitational tides of the earth's crust were simulated by periodic lateral load on the reservoir.

Based on the calculations, it has been found that water injection mode has an impact on oil recovery under the conditions of periodic pressure. It is established that there is an optimum injection mode at which the maximum oil recovery is achieved.

Keywords

Reservoir simulation, geomechanics, stress-strained state, gravity tides of Earth Crust.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-73-83

REFERENCES

1. Aziz K., Settari E. 1982 (1979). Matematicheskoye modelirovanie plastovykh sistem [Petroleum Reservoir Simulation]. Translated from English by A. V. Korolyov, V. P. Kestner; edited by M. M. Maksimov. Moscow: Nedra.
2. Basniev K. S., Kochina I. N., Maksimov V. M. 1993. Podzemnaya gidromekhanika. Uchebnik dlya vuzov [Underground Hydromechanics. University Textbook]. Moscow: Nedra.
3. Biot M. A. 1941. "General Theory of Three-Dimensional Consolidation". Journal of Applied Physics, no 12, pp. 155–164.
4. Biot M. A. 1956. "General Solutions of the Equations of Elasticity and Consolidation for a Porous Material". Journal of Applied Mechanics, no 78, pp. 91-96,
5. Coussy O. 2004. Poromechanics. Chichester, England: John Wiley and Sons.
6. Geertsma J. 1957. "The Effect of Fluid Pressure Decline on Volumetric Change of Porous Rocks". Transactions of the Metallurgical Society of AIME, no 210, pp. 331–340.
7. Kanevskaya R. D. 2003. Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamicheskikh protsessov razrabotki mestorozhdeniy uglevodorodov [Mathematical Modeling of Hydrodynamic Processes of Hydrocarbon Field Development], p. 121. Izhevsk: IKI.
8. Mirzoyev K. M., Nikolayev A. V., Mirzoyev V. K., Lukk A. A., Kharlamov A. I., Deshcherevskiy A. V. 2014. "Sposoby uvelicheniya dobychi nefti s uchetom prilivnykh dvizheniy Zemli" [Ways to Increase Oil Production in View of the Tidal Movements of the Earth]. Ekspozitsiya Neft Gaz, no 2/H (34), April, pp. 93–96.
9. Muslimov R. Kh., Mirzoev K. M., Akhmadiev R. G., Agafonov V. A., Khuzin R. R., Timiro V. S., Mirzoev V. K., Lukk A. A., Deshcherevskiy A. V. 2006. "Vliyanie gravitatsionnykh lunno-solnechnykh prilivov zemnoy kory na dobychu nefti" [The Influence of Gravity Lunar-Solar Tides of the Earth's Crust on Oil Production]. Neftyanoye khozyaystvo, no 8, pp. 111–115.
10. Patankar S. 1984. Chislennye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti [Numerical Heat Transfer and Fluid Flow]. Translated from English. Moscow: Energoatomizdat.

Вадим Викторович ТАРАСОВ[1]

УДК 536-34

РАСЧЕТ ВРЕМЕНИ ИСТЕЧЕНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА ИЗ РЕЗЕРВУАРА ПОСТОЯННОГО ОБЪЕМА В СРЕДУ С ПОСТОЯННЫМ ДАВЛЕНИЕМ ПРИ АДИАБАТИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ

[1] кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной графики,
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана
midav-5491@mail.ru

Аннотация

В работе рассматривается расчет времени истечения идеального газа из резервуара постоянного объема в среду с постоянным давлением при адиабатическом процессе. В общем случае с учетом всех теплофизических факторов, влияющих на процесс истечения газа, определение зависимостей изменения термодинамических параметров газа от времени является достаточно сложной задачей, требующей разработки специальных вычислительных программ. В ряде случаев решение этой задачи может быть упрощено. Например, если рассматривать процесс адиабатического истечения идеального газа из резервуара постоянного объема в среду с постоянным давлением. Такой подход возможен, например, в следующих случаях: 1) процесс истечения проходит быстро, т. е. за достаточно короткий промежуток времени; 2) резервуар хорошо теплоизолирован.

Известно, что в зависимости от величины перепада давлений газа в резервуаре и в области (в которую происходит его истечение) процесс может быть разбит на два периода: критический и докритический. В первом случае истечение происходит при постоянном перепаде давлений, равным критическому, во втором — при непрерывно уменьшающемся перепаде давлений.

В принятой постановке задачи дифференциальное уравнение, описывающее процесс истечения газа в критической области по времени, интегрируется достаточно просто, что дает точное решение для данной области. Дифференциальное уравнение, определяющее

Цитирование: Тарасов В. В. Расчет времени истечения идеального газа из резервуара постоянного объема в среду с постоянным давлением при адиабатическом процессе / В. В. Тарасов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 84–95.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-84-95

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

временную зависимость термодинамических параметров в резервуаре, в докритической области истечения не имеет аналитического решения и в настоящее время может быть проинтегрировано только численными методами с использованием компьютерных программ.

В данной работе была поставлена задача найти аналитические соотношения, позволяющие проводить расчеты на инженерном уровне в докритической области истечения с достаточно высокой степенью точности.

В результате расчетно-аналитического исследования было получено решение дифференциального уравнения для докритического режима истечения, содержащее знакочередующийся ряд с бесконечным числом членов. Было установлено, что в расчетной области данный ряд сходится достаточно быстро, что позволяет получить высокую точность расчетов при небольшом числе членов ряда. Дальнейшее исследование позволило найти аппроксимирующую функцию, позволяющую исключить расчет ряда и проводить вычисления с максимальной ошибкой менее 1%. Кроме того, найденное соотношение позволило найти функциональную зависимость между временем истечения и давлением газа в резервуаре, которая при использовании принятой аппроксимации позволяет также получить достаточно точные результаты расчета.

Приближенные соотношения были проверены путем сопоставления с точными решениями, определенными при численном интегрировании. Сравнение показало, что в результате расчетов по приближенным зависимостям получаются достаточно точные результаты. Полученные в данной работе расчетные зависимости, связывающие время истечения и давление газа в резервуаре при адиабатическом процессе, могут быть использованы как в инженерных расчетах, так и в качестве первого приближения в более сложных задачах, связанных с определением времени истечения газа из резервуара постоянного объема.

Ключевые слова

Адиабатический процесс, истечение, давление, температура, объем.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-84-95

Введение

Задача определения времени истечения газа из резервуара постоянного объема имеет важное практическое значение. Ее решение базируется на известных законах и положениях термодинамики [6] и газодинамики [1; 5].

Известно, что, если начальный перепад между давлениями в резервуаре и в среде, в которую происходит истечение, больше критического, процесс истечения разбивается на два режима: критический и докритический.

В данной работе рассматриваются оба режима истечения. Расчет истечения базируется на решении дифференциальных уравнений для каждого режима. Для критического режима дифференциальное уравнение интегрируется достаточно просто, и получается точное решение. В докритической области истечения вид дифференциального уравнения в общем случае не позволяет применить табличное интегрирование, поэтому предлагается новый метод расчета с использованием приближенных соотношений, обеспечивающих достаточно высокую точность.

Постановка задачи, принятые допущения

Пусть газ вытекает из теплоизолированного резервуара постоянного объема V через простой насадок (без сопла Лаваля) с площадью проходного сечения на выходе $f_н$ в окружающую среду с постоянным давлением p_2. В начальный момент времени ($t = 0$) давление и температура в резервуаре равны соответственно p_0 и T_0.

В данной работе были поставлены две задачи: первая — определить время истечения газа из резервуара; вторая — найти зависимость изменения давления, а следовательно, и других термодинамических параметров газа в резервуаре от времени.

Для решения этих задач были приняты следующие допущения:

1. газ — идеальный (истечение проходит без фазовых переходов, связь между термодинамическими параметрами газа определяется уравнением Клайперона–Менделеева);

2. изменение параметров газа в резервуаре и в выходной насадке соответствует адиабатическому процессу, а потери энергии газа при истечении условно отнесены к коэффициенту расхода насадка μ;

3. при расчете принимается, что показатель адиабаты k — величина постоянная.

Предлагаемый вариант вывода основного расчетного уравнения, описывающего процесс адиабатического истечения идеального газа из резервуара постоянного объема, базируется на известном уравнении адиабаты, связывающем давление p и удельный объем v газа в резервуаре:

$$pv^k = const. \tag{1}$$

Поскольку объем резервуара V — величина постоянная, то: $mv = V = const$ (m — масса газа в резервуаре). Тогда из соотношения (1) следует

$$p / p_0 = (m / m_0)^k, \tag{2}$$

где p_0 и m_0 — начальные значения давления и массы газа в резервуаре.

Поскольку давление и масса газа в резервуаре являются функциями времени, то, обозначив $p(t) / p_0 = x(t)$, после дифференцирования соотношения (2) по t получим

$$\frac{dx}{dt} = -\left(k\frac{m^{k-1}}{m_0^k}\right)\frac{dm}{dt}.$$

Знак минус справа соответствует уменьшению массы газа в резервуаре по мере увеличения времени его истечения. Т. к. $dm / dt = G$ — текущее значение расхода газа, то дифференциальное уравнение принимает вид

$$-\frac{dx}{dt} = k\frac{G}{m}x.$$

Для идеального газа справедливо равенство $m = pV / RT$ (R — газовая постоянная, T — температура газа в резервуаре), а при адиабатическом процессе:

$$T/T_0 = (p/p_0)^{\frac{k-1}{k}} = x^{\frac{k-1}{k}}.$$

Тогда, выполнив необходимые преобразования, получим дифференциальное уравнение для всей области истечения в рассматриваемом случае:

$$-\frac{dx}{dt} = K_0 \cdot x^{\frac{k-1}{k}} G(t), \tag{3}$$

где $K_0 = \dfrac{kRT_0}{Vp_0} = const$.

Истечение из резервуара всегда будет начинаться с критического режима, если начальный перепад давлений π_0 ($\pi_0 = p_0 / p_2$) будет больше или равен критическому, т. е. при $\pi_0 \geq \pi_{кр}$, где

$$\pi_{кр} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

При $p / p_2 < \pi_{кр}$ наступает докритический режим истечения.

Разобьем общее время истечения на два периода:

1-й: $0 \leq t \leq t_1$, где t_1 — время окончания критического режима истечения;

2-й: $t_1 \leq t \leq t_2$, где t_2 — полное время истечения газа из резервуара.

Критический режим истечения газа

При критическом режиме истечения расход газа определяется по известному соотношению [6]

$$G = f_{ен}\beta\frac{p}{\sqrt{RT}}, \tag{4}$$

где $\beta = \sqrt{k\left(\dfrac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$, $f_{ен} = \mu_н f_н$ — эффективная площадь выходного сечения насадка, $\mu_н$ — коэффициент расхода, учитывающий потери энергии газа и сжатие струи в выходной насадке, который в первом приближении примем постоянным. Тогда, подставив (4) в (3), после ряда преобразований получим дифференциальное уравнение

$$-\frac{dx}{dt} = B \cdot x^{\frac{3k-1}{2k}},$$

где $B = \dfrac{f_{ен}a_0}{V}k\sqrt{\left(\dfrac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} = const$, $a_0 = \sqrt{kRT_0}$.

После разделения переменных уравнение принимает следующий вид:

$$-\int_{x_0}^{x} x^{-\frac{3k-1}{2k}}dx = B\int_{t_0}^{t} dt.$$

В начальный момент времени $t_0 = 0$, а $p = p_0$, следовательно, $x_0 = 1$. Тогда в результате интегрирования и обратной замены $x = p / p_0$ найдем зависимость для давления в резервуаре от времени при критическом режиме истечения:

$$p(t) = \frac{p_0}{(B_0 t + 1)^{\frac{2k}{k-1}}}, \tag{5}$$

где $B_0 = B\dfrac{k-1}{2} = \dfrac{f_{ен} a_0}{V}\dfrac{k-1}{2}\sqrt{\left(\dfrac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} = const.$

Используя известные соотношения для адиабатического процесса [6], можно получить формулы для расчета текущих значений температуры $T(t)$ и плотности $\rho(t)$ газа в резервуаре при критическом режиме истечения.

В момент окончания критического режима $p_1 = p_2\,\pi_{кр}$. Тогда из формулы (5) найдем время окончания критического режима:

$$t_1 = \frac{1}{B_0}\left(\sqrt{\frac{2}{k+1}\pi_0^{\frac{k-1}{k}}} - 1\right). \tag{6}$$

Докритический режим истечения газа

При докритическом режиме расход определяется по формуле [6]:

$$G = f_e \frac{p}{\sqrt{RT}}\sqrt{\frac{2k}{k-1}\left[\left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}. \tag{7}$$

Поскольку дифференциальное уравнение (3) является общим для обоих режимов истечения, то, подставив в него значение расхода из (7), после ряда преобразований получим дифференциальное уравнение для докритической области истечения

$$\frac{z^q}{\sqrt{z-1}}dz = Adt,$$

где $z = (p/p_2)^{\frac{k-1}{k}}$, $q = \dfrac{2-k}{k-1} = const$, $A = 2B_0\sqrt{\dfrac{2}{k-1}\left(\dfrac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}\pi_0^{-\frac{k-1}{k}}} = const.$

Т. к. согласно экспериментальным данным k находится в диапазоне $1 < k < 2$ [2], то показатель степени q теоретически может меняться от 0 до ∞.

Проинтегрировав полученное дифференциальное уравнение, определим зависимость между временем истечения и давлением газа в резервуаре $z(p)$:

$$t = t_{0d} + \frac{1}{A}\int_z^{z_{0d}} \frac{z^q}{\sqrt{z-1}}dz, \tag{8}$$

где t_{0d} — время начала докритического режима, $z_{0d} = \left(p_{0d} / p_2\right)^{\frac{k-1}{k}}$, p_{0d} — давление газа в резервуаре в начале докритического режима.

Если $\pi_0 \geq \pi_{кр}$, то началу докритического режима соответствует момент окончания критического режима истечения. В этом случае: $t_{0d} = t_1$ определяется по формуле (6) при $\pi_0 = \pi_{кр}$, $z_{0d} = z_1 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \pi_{кр}^{\frac{k-1}{k}} = \frac{k+1}{2}$. Тогда, учитывая, что при $t = t_2$ $z = z_2 = 1$, получим соотношение для определения полного времени истечения:

$$t_2 = t_1 + \frac{1}{A}\int_1^{z_1} \frac{z^q}{\sqrt{z-1}}\,dz\,. \tag{9}$$

Табличное решение неопределенного интеграла $\int \frac{z^q}{\sqrt{z-1}}\,dz$ возможно только при определенных дискретных значениях q [3], в то время как в реальных условиях $q(k)$ может принимать различные значения.

В настоящее время численное значение определенного интеграла (9) при любых значениях q, а следовательно, и k, можно получить с помощью вычислительных компьютерных программ, например, Mathcad 15. Однако в практике инженерных расчетов наиболее востребованы аналитические зависимости, позволяющие проводить достаточно простые вычисления.

В результате расчетно-аналитического исследования была найдена функция, позволяющая заменить интеграл в формуле (8):

$$\int \frac{z^q}{\sqrt{z-1}}\,dz = 2z^q\sqrt{z-1}\cdot\alpha(z,q) + C\,, \tag{10}$$

где $\alpha(z,q) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty}\left\{(-1)^n\left[2\left(1-\frac{1}{z}\right)\right]^n\left[\prod_{m=1}^{n}\frac{(q+1)-m}{2m+1}\right]\right\}$ — функция, содержащая знакочередующийся ряд с бесконечным числом членов. Расчеты показали, что данный ряд при $z \geq 1$ сходится достаточно быстро, что при расчетах позволяет заменить верхний предел над знаком суммы с ∞ на N, тогда α (z, q, N). Число членов ряда N определяет только точность вычислений. В реальных диапазонах изменения z и k уже при $N = 7$ точность вычислений имеет порядок 10^{-7}. Поэтому при выбранной точности расчета величину N можно считать постоянной. Таким образом, при постоянных $q(k)$ и N функция α зависит только от z. Расчеты показали, что полученные в этом случае результаты идентичны результатам, полученным при компьютерном интегрировании с точностью до 10^{-5} уже при $N = 5$.

Высокая точность результатов расчетов, получаемых по формулам, содержащим функцию α (z, k), даже при небольшом числе членов ряда N позволяет считать эти формулы точными. Однако, чтобы избежать компьютерных вычислений рядов и интегралов и тем самым упростить расчеты, для α (z, k) была получена приближенная аппроксимирующая функция, которая в заданных пределах изменения отношения давлений ($1 \leq \pi_{0d} \leq \pi_{кр}$) и показателя адиабаты

($1 < k < 2$) позволяет проводить расчеты с достаточно высокой степенью точности. Функция имеет вид

$$\tilde{\alpha}(z,q) = \frac{1}{z^{0.645 \cdot q}}. \tag{11}$$

Ошибка определения $\tilde{\alpha}$ по формуле (11), как видно, зависит от значений z и $q(k)$. Увеличение k приводит к ее уменьшению, а при изменении z при любом k ошибка имеет экстремум при некотором значении z_m. Так, например, при $N = 7$, $k = 1{,}1$ и $z_m = 1{,}023$ максимальная относительная ошибка составляет 0,22%, а при $k = 1{,}8$ и $z_m = 1{,}16$ — только 0,037%.

Формулы, определяющие приближенное значение полного время истечения, в результате преобразований, можно привести к виду представленному в Таблице 1. При выводе этих формул использованы соотношения:

$$\pi_{кр} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad \frac{1}{B_0} = K_a \frac{2}{k-1}\sqrt{\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}, \text{ где } K_a = \frac{V}{f_{ен} a_0}, \; a_0 = \sqrt{kRT_0}.$$

Точность определения времени истечения по этим формулам определяется точностью аппроксимации функции α (z, k) по формуле (11), ошибка не превышает 0,5%.

Таблица 1

Формулы для определения времени истечения газа из резервуара

Table 1

The formulas to determine the gas outflow from the reservoir

Расчетная область	Время истечения газа из резервуара
$\pi_0 > \pi_{кр}$	$t_1 = K_a \frac{2}{k-1}\sqrt{\pi_{кр}^{\frac{k+1}{k}}}\left(\sqrt{\left(\frac{\pi_0}{\pi_{кр}}\right)^{\frac{k-1}{k}}} - 1\right)$ $\tilde{t}_2 = t_1 + K_a \pi_{кр}^{0.355\frac{2-k}{k}}\sqrt{\pi_0^{\frac{k-1}{k}}}$
$\pi_0 = \pi_{0d} = \pi_{кр}$	$\tilde{t}_2 = K_a \pi_{кр}^{0.355\frac{2-k}{k}}\sqrt{\pi_{кр}^{\frac{k-1}{k}}}$
$\pi_0 < \pi_{кр}$	$\tilde{t}_2 = K_a \pi_0^{0.145\frac{k+1.45}{k}}\sqrt{\frac{2}{k-1}\left(\pi_0^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)}$

Определение зависимости *p*(*t*) при докритическом режиме

Помимо определения времени истечения газа из резервуара, в ряде практических задач может понадобиться знание зависимости изменения давления в резервуаре от времени — $p(t)$. Для критического режима истечения такое соотношение было уже получено — формула (5).

Для определения функциональной зависимости между $p(t)$ при докритическом режиме воспользуемся уравнением (8):

$$t(z) = t_{0d} + \frac{1}{A}\left[J_{0d}\left(z_{0d}\right) - J(z)\right],$$

где $z(p) = (p/p_2)^{\frac{k-1}{k}}$, $J(z) = 2z^{\frac{2-k}{k}}\sqrt{z-1}\cdot\alpha(z)$.

Учитывая, что при $\pi_0 > \pi_{кр}$: $t_{0d} = t_1$, $z_{0d} = z_{кр} = (k+1)/2$, получим

$$t(p) = t_1 + K_t\left[\left(\frac{k+1}{2}\right)^q\sqrt{\frac{k-1}{2}}\cdot\alpha_1(k) - J(p)\right], \tag{12}$$

где $K_t = K_a\sqrt{\frac{2}{k-1}\pi_0^{\frac{k-1}{k}}}$, $J(p) = \left[\left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{2-k}{k}}\sqrt{\left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}\right]\cdot\alpha(p)$.

С учетом приближенной формулы для $\tilde{\alpha}(z, k)$ (11) функция $J(p)$ принимает вид $J(p) = \left(\frac{p}{p_2}\right)^{0.355\frac{2-k}{k}}\sqrt{\left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}$. Тогда из соотношения (12) можно получить приближенные зависимости $\tilde{t}(p)$ для трех возможных вариантов истечения (Таблица 2).

Таблица 2

Расчетные соотношения, определяющие зависимость между давлением в резервуаре и временем истечения

Table 2

The calculated ratio, determining the relationship between the pressure in the reservoir and the expiration time

Расчетная область	Расчетные соотношения
$\pi_0 > \pi_{кр}$	$\tilde{t}(p) = t_1 + K_t\left[\left(\frac{k+1}{2}\right)^{0.355\frac{2-k}{k-1}}\sqrt{\frac{k-1}{2}} - J(p)\right]$
$\pi_0 = \pi_{кр}$	$\tilde{t}(p) = K_t\left[\left(\frac{k+1}{2}\right)^{0.355\frac{2-k}{k-1}}\sqrt{\frac{k-1}{2}} - J(p)\right]$
$\pi_0 < \pi_{кр}$	$\tilde{t}(p) = K_t\left[\left(\pi_0^{0.355\frac{2-k}{k}}\sqrt{\pi_0^{\frac{k-1}{k}} - 1}\right) - J(p)\right]$

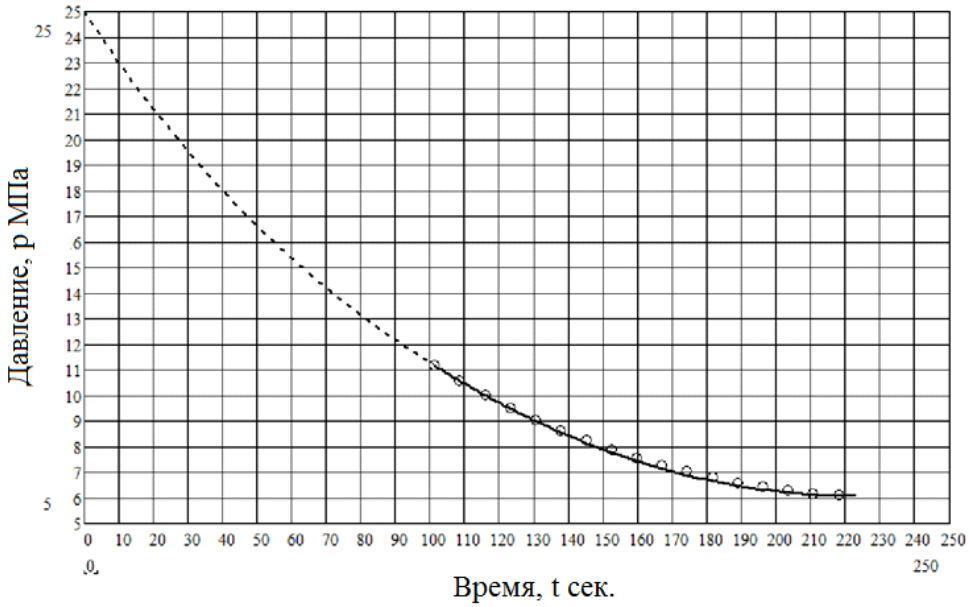


Рис. 1. График изменения давления в резервуаре от времени (1-й участок (точки) — критический режим по формуле (5) и работа [4]; 2-й участок — докритический режим, сплошная линия — точное решение (12) [4], кружки — приближенное решение, первая формула из Таблицы 2)

Fig. 1. The graph of pressure change in the reservoir with time (1st section (dots) — the critical mode by the formula (5) and the work [4]; 2nd section — the subcritical mode, solid line — the exact solution (12) [4], circles — the approximate solution, the first formula in Table 2)

После построения табличной (графической) зависимости $t(p)$, ее можно перестроить в наиболее востребованную зависимость $p(t)$.

Полученные приближенные соотношения были проверены путем сопоставления с точными результатами расчета, определенными в результате численного интегрирования уравнения (8) с использованием программы Mathcad 15.

Кроме того, было проведено сопоставление приближенных результатов с данными, полученными в работе [4] для идеального газа. Расчеты, как указано в этой работе, проводились численным методом с использованием программы MATLAB. Для решения дифференциальных уравнений термодинамики, описывающих истечение газа из резервуара, использовался метод Рунге–Кутта 4-го порядка.

На Рис. 1 представлены зависимости $p(t)$, полученные в результате расчета по формулам, представленным в данной работе для тех же исходных данных, что и в упомянутой работе, кроме коэффициента расхода, о величине которого не было информации. Было принято, что $\mu = 0{,}9$.

Расчет точной зависимости $t(p)$ выполнялся по формуле (12) с последующим перерасчетом на – $p(t)$ с использованием программы Mathcad-15.

В работе [4] из данных, полученных в результате расчета для идеального газа, приводится только время полного истечения — t_2 = 225 сек — и окончательная температура газа в резервуаре — T_2 = 215° К. По представленному в работе графику можно оценить значение времени окончания критического режима — $t_1 \approx 103$ сек.

В данной работе получено: время окончания критического режима истечения t_1 = 101,2 сек, полное время истечения t_2 = 222,8 сек, T_2 = 213,26° К. При расчете дозвукового режима по приближенной зависимости максимальная ошибка составила 0,17% (t = 170 сек).

Таким образом, результаты данной работы хорошо согласуются с результатами работы [4]. В отличие от работы [4], в которой использовалась специальная программа решения дифференциальных уравнений уравнений. В данной работе практически тот же результат получен более простым путем – расчетом по приближенным аналитическим зависимостям.

Выводы

Полученные результаты позволяют рекомендовать предложенный метод для решения задачи по определению общего времени истечения, а также зависимости давления в резервуаре (а следовательно, и других параметров) от времени истечения идеального газа при адиабатическом процессе. Также данный метод может быть использован как предварительный расчет при решении более сложных уравнений, связанных с истечением газа, когда при решении необходимо задавать распределение параметров в первом приближении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика / Г. Н. Абрамович. М.: Наука, 1969. 824 с.
2. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н. Б. Варгафтик. М.: Наука, 1972. 720 с.
3. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г. Б. Двайт. М.: Наука, 1983. 180 с.
4. Курбатов Е. С. Газодинамика процесса истечения из резервуаров со сжатыми газами / Е. С. Курбатов // Молодой ученый. 2014. № 8. С. 49.
5. Повх И. Л. Теоретическая гидромеханика / И. Л. Повх / М.: Машиностроение, 1976. 502 с.
6. Техническая термодинамика / под ред. В. И. Крутова. М.: Высшая школа, 1981. 472 с.

Vadim V. TARASOV[1]

CALCULATION OF THE IDEAL GAS OUTFLOW TIME FROM THE RESERVOIR OF CONSTANT VOLUME INTO THE ENVIRONMENT WITH A CONSTANT PRESSURE AT AN ADIABATIC PROCESS

[1] Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor,
Department of Engineering Graphics,
Bauman Moscow State Technical University
midav-5491@mail.ru

Abstract

This paper describes the calculation of the outflow time of an ideal gas from a tank of constant volume in the environment with constant pressure for adiabatic process. In the common case, taking into account all the thermophysical factors that affect the process of gas flow, to determine the dependency of changes of the thermodynamic parameters of the gas from time is quite a challenge, requiring the development of special computer programs. In some cases, this task can be simplified. For example, if we consider the adiabatic process of an ideal gas outflow of the tank of constant volume in the environment with constant pressure. This approach is possible, for example, in the following cases: 1) the process of expiration is quick, i. e. in a relatively short period of time; 2) the tank is well insulated.

It is known that depending on the magnitude of the pressure drop of the gas in the tank and the environment pressure, the process can be divided into two periods: critical and subcritical. In the first case the expiration occurs at a constant pressure differential, equal to the critical, and in the second — with a continuously decreasing pressure drop.

In the adopted formulation, the differential equation describing the process of gas outflow in the critical region at a time, integrates simply. Thus, for this region, an exact solution can be obtained. The differential equation that determines the time dependence of the thermodynamic parameters in the tank in the subcritical region has no analytical solution and the present time can be integrated only by numerical methods using computer programs.

Citation: Tarasov V. V. 2016. “Calculation of the Ideal Gas Outflow Time from the Reservoir of Constant Volume into the Environment with a Constant Pressure at an Adiabatic Process”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 84–95.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-84-95

© Tyumen State University

In this work, the task was to find the analytical relation, which allows to perform calculations on engineering level in the subcritical region with a high degree of accuracy.

As a result of analytical studies, the solution of the differential equation for the subcritical regime was obtained, containing a series with an infinite number of members. It was found that in the computational domain this series converges quite quickly, allowing to get high accuracy of calculations with a small number of members. Further researches allowed finding the approximation function, which allows to avoid the computation of the series and carry out the calculation with the maximum error less than 1%. In addition, the ratio allowed us to determine the relationship between time of outflow and change in gas pressure in the tank, which using the adopted approximation allows to obtain fairly accurate results of calculation.

The approximate ratio was checked by comparing with the exact solution, defined in numerical integration. The comparison showed that the result of the calculation by the approximate dependencies, obtained fairly accurate results. Obtained in this work, the calculated dependencies linking the expiry time and the pressure of the gas in the tank under adiabatic process, can be used in engineering calculations and as a first approximation in more complex tasks related to determining the time of expiration gas from a reservoir of constant volume.

Keywords

Adiabatic process, outflow, pressure, temperature, volume.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-84-95

REFERENCES

1. Abramovich G. N. 1969. Prikladnaya gazovaya dinamika [Applied Gas Dynamics]. Moscow: Nauka.
2. Dwight H. B. 1983. Tablitsy integralov i drugie matematicheskie formuly [Tables of Integrals and Other Mathematical Data]. Moscow: Nauka.
3. Krutov V. I. (ed.). 1981. Tekhnicheskaya termodinamika [Technical Thermodynamics]. Moscow: Vysshaya shkola.
4. Kurbatov Ye. S. 2014. “Gazodinamika protsessa istecheniya iz rezervuarov so szhatymi gazami” [Gasdynamics of the Outflow Process in the Tanks with Compressed Gases]. Molodoy uchenyy, no 8, p. 49.
5. Povkh I. L. 1976. Teoreticheskaya gidromekhanika [Theoretical Hydromechanics]. Moscow: Mashinostroenie.
6. Vargaftik N. B. 1972. Spravochnik po teplofizicheskim svoystvam gazov i zhidkostey [The Handbook of Thermophysical Properties of Gases and Liquids]. Moscow: Nauka.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Андрей Леонидович ЛИТНЕВСКИЙ[1]

УДК 539.173(04)

АППРОКСИМАЦИЯ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ ДЕЛЕНИЯ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЯДЕР ОТ ВРЕМЕНИ ГЛАДКОЙ ФУНКЦИЕЙ[1]

[1] кандидат физико-математических наук, доцент
кафедры электроснабжения промышленных предприятий,
Омский государственный технический университет
a_lit@list.ru

Аннотация

В данной работе рассматриваются основные достоинства и недостатки трех типов моделей деления возбужденных атомных ядер: статистических, динамических и комбинированных. Основное внимание уделяется статистическому моделированию. Одной из основных проблем такого подхода к теоретическим исследованиям процесса деления ядер является некорректный учет релаксационной стадии временной зависимо-

[1] Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-32-00379.

Цитирование: Литневский А. Л. Аппроксимация зависимости скорости деления возбужденных ядер от времени гладкой функцией / А. Л. Литневский // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 96–104.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-96-104

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

сти скорости деления. Для того чтобы избавиться от этого недостатка статистических моделей, необходим корректный способ аналитического расчета зависимости скорости деления ядер от времени.

В настоящей статье сделан первый шаг к решению этой задачи: предложен метод аппроксимации зависимости скорости деления возбужденных ядер от времени гладкой функцией, построенной на основе функции Вудса-Саксона. Модификация этой зависимости заключается в добавлении параметра, отвечающего за изменение диффузности с течением времени. Подбором этого параметра можно добиться согласия аналитической и динамической зависимостей в области релаксации скорости деления. Вычисление значений параметров аппроксимирующей функции осуществляется методом наименьших квадратов. Дана количественная оценка степени согласованности аппроксимирующей функции с динамической зависимостью.

В заключении работы сформулированы перспективы дальнейших исследований. Использование предложенного в данной работе подхода в статистических моделях деления возбужденных атомных ядер может дать возможность проводить более реалистичное моделирование с меньшими погрешностями.

Ключевые слова

Деление ядер, скорость деления, аппроксимация.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-96-104

Общеизвестным является тот факт, что теоретические исследования чрезвычайно важны при изучении физики деления ядер. В частности, для исследования процесса деления возбужденных ядер широко применяется компьютерное моделирование. Существуют модели деления нескольких типов: статистические [5; 6], динамические [1; 9; 10] и комбинированные [2; 7; 8]. Остановимся вкратце на достоинствах и недостатках каждого класса моделей.

Статистические модели деления появились первыми. Их идеология заключается в следующем: в начале моделирования процесса деления ядро имеет заданные значения массового и зарядового чисел, полной энергии возбуждения и углового момента. В соответствии с этими начальными параметрами рассчитываются ширины эмиссии частиц и деления, которые определяют вероятность того или иного канала распада. Дальнейшее поведение ядра в большинстве статистических моделей определяется методом Монте-Карло. Преимущество статистических моделей заключается в том, что проведение моделирования с их использованием не требует больших затрат компьютерного времени. Они позволяют получить зависимости, согласующиеся с экспериментальными данными на качественном уровне, однако достаточного количественного согласия наблюдаемых в большинстве случаев нет. Это происходит из-за того, что прежде чем ядра начнут делиться со скоростью, рассчитываемой аналитически на подготовительном этапе моделирования, скорость деления должна выйти на свое квазистационарное значение. Для этого необходимо время, сопоставимое со средним временем деления. В результате того, что релаксация скорости деления не учитывается, ока-

зывается, что при статистическом моделировании ядра «делятся» быстрее, чем это происходило бы в реальности (уменьшается среднее время деления, увеличивается вероятность деления), и при этом испускается меньшее количество частиц (их средние множественности оказываются заниженными).

Динамические модели имеют те же входные параметры, что и статистические, но к ним добавляются параметры, отвечающие за форму ядра. Наиболее существенное отличие динамических моделей от статистических связано с тем, что в них моделируются флуктуации формы ядра. В результате в таких моделях иным образом регистрируется деление, кроме того, в них по-другому учитывается ядерное трение, препятствующее коллективному движению ядерной материи. Использование таких моделей теоретически может позволить получить удовлетворительные значения наблюдаемых, однако полноценное динамическое моделирование неосуществимо практически из-за необходимости огромных затрат компьютерного времени.

Для того, чтобы обойти эту сложность, создаются и используются *комбинированные модели*, которые сочетают в себе свойства статистических и динамических моделей. Рассмотрим модели типа Комбинированной динамическо-статистической модели [8]. Моделирование процесса деления ядра начинается с динамического. Затем при выполнении определенных условий программа, реализующая модель, переходит в статистический режим работы. Динамическая и статистическая ветви модели должны быть согласованы. Для этого необходимо, чтобы скорость деления ядер в статистическом режиме совпадала с динамической квазистационарной скоростью деления, R_{dqs}. Динамическая скорость деления в момент начала моделирования равна нулю, а затем постепенно выходит на свое квазистационарное значение. Это происходит за время порядка 10–100 зс. Среднее время деления ядер может иметь значения до 10^5 зс, времена жизни отдельных нуклидов могут достигать 10^9 зс. Именно наличие таких долгоживущих ядер делает принципиально невозможным полноценное чисто динамическое моделирование. Проводить динамическое моделирование имеет смысл только до момента выхода скорости деления на квазистационарное значение, затем целесообразно переключиться в статистический режим, в котором расчет идет в несколько раз быстрее. Глядя на приведенные выше значения времен деления, можно увидеть, во сколько раз использование комбинированных моделей позволяет сократить время динамического моделирования. Однако и при такой организации модели требуется немало времени для проведения расчетов, особенно если в модель заложено несколько параметров формы ядра. Представляется, что использование статистических моделей с корректным учетом релаксационной стадии процесса деления может дать возможность значительно сократить время расчетов без потери реалистичности и точности модели, что, в свою очередь, позволит в дальнейшем избавиться от значительного количества приближений и допущений, встроенных в существующие сегодня модели для ускорения их работы.

Итак, в настоящей работе мы уделим внимание некоторым аспектам статистического моделирования. Как уже говорилось, одним из основных недо-

статков статистических моделей является фиксированное значение скорости деления ядра на протяжении моделирования процесса его распада. В действительности скорость деления релаксирует от нуля до своего квазистационарного значения по мере протекания процесса деления. Для того, чтобы в какой-то степени скомпенсировать этот недостаток, при статистическом моделировании вводится задержка деления. Это позволяет в некотором приближении решить проблему, но при таком подходе скорость деления ядер в определенный момент времени изменяется скачком, что не делает модель реалистичной. Кроме того, оказывается, что от значения времени задержки существенно зависят результаты моделирования. В настоящей работе будет предложен метод аппроксимации зависимости скорости деления ядер от времени гладкой функцией, использование которого позволит сделать статистическое моделирование более реалистичным.

Для решения поставленной задачи необходимо подобрать такую гладкую функцию, которая бы наилучшим образом могла воспроизвести зависимость скорости деления ядер от времени. В литературе имеется несколько подходов к такой аппроксимации. Они обсуждались в работе [3]. Наиболее точная из описанных там аппроксимаций имеет вид потенциала Вудса–Саксона. Именно такую функцию мы возьмем за основу для построения новой аппроксимации.

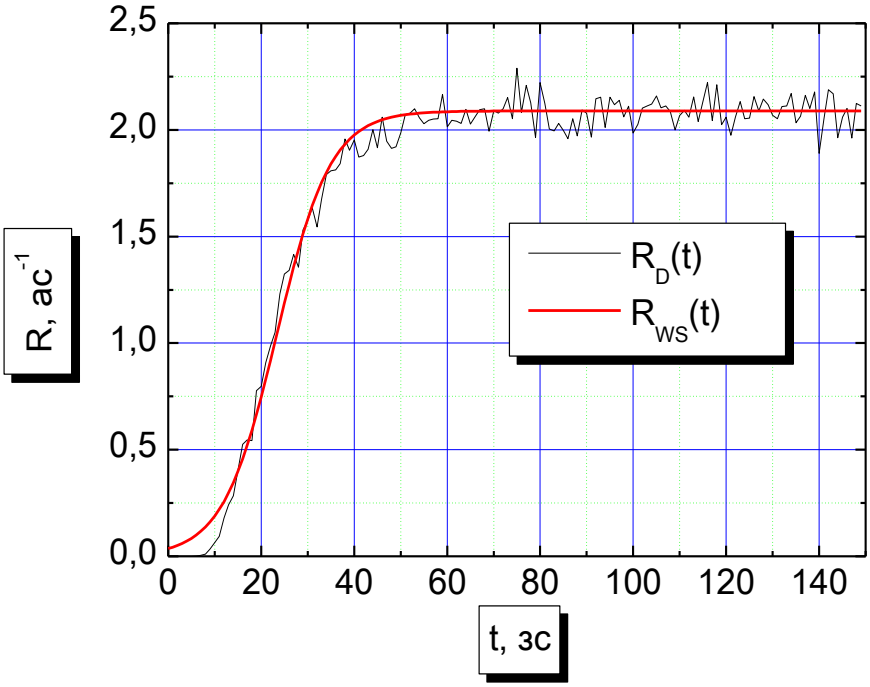


Рис. 1. Аппроксимация зависимости скорости деления от времени функцией Вудса-Саксона

Fig. 1. The approximation of the division speed dependence based on the Woods-Saxon time function

Сравнивать аппроксимирующую функцию мы будем с зависимостью скорости деления от времени, полученной путем динамического моделирования процесса распада ядра платины-190 с начальной энергией возбуждения 150 МэВ. Барьер деления ядра 5,35 МэВ. При расчетах используется система уравнений Ланжевена. Коэффициент затухания 10 зс$^{-1}$. При моделировании выбран W-потенциал из работы [4]. На Рис. 1 представлена зависимость скорости деления ядер от времени, полученная путем динамического моделирования (R_D, обозначена тонкой линией), и аппроксимация этой зависимости гладкой функцией Вудса-Саксона (R_{WS}, обозначена толстой линией). Хорошо видно, что релаксационная стадия процесса деления не является симметричной, в то время как приведенная аппроксимация обладает этим свойством. Рассмотрим аналитическую запись этой зависимости (1):

$$R(t) = R_{dqs}\left(1 - \frac{1}{1 + \exp(\frac{t - t_{1/2}}{d})}\right). \quad (1)$$

Она имеет три параметра, отвечающих за квазистационарную скорость деления, R_{dqs}, за время, соответствующее половинному значению скорости деления, $t_{1/2}$, и за диффузность функции (скорость возрастания), d. Первый параметр несложно вычислить, усреднив значения скорости деления на квазистационарном участке зависимости. Второй параметр определяется по релаксационному участку зависимости. Для вычисления третьего параметра необходимо использовать метод наименьших квадратов. Впрочем, идеального согласия аппроксимирующей и динамической зависимостей добиться не удастся ввиду симметричности функции Вудса-Саксона. Диффузность реальной (динамической) зависимости оказывается зависящей от времени: она заметно возрастает по мере приближения к квазистационарному участку.

Для того, чтобы учесть этот эффект, предлагается ввести в аналитическую формулу (1) экспоненциальную зависимость диффузности (2), содержащую еще один временной параметр, t_d, отвечающий за изменение диффузности с течением времени:

$$d(t) = d_0(1 - \exp(-\frac{t}{t_d})). \quad (2)$$

В результате, аналитическая зависимость скорости деления от времени примет вид (3):

$$R(t) = R_{dqs}\left(1 - \frac{1}{1 + \exp(\frac{t - t_{1/2}}{d_0(1 - \exp(-\frac{t}{t_d}))})}\right). \quad (3)$$

После проведения динамического моделирования параметры функции подбираются методом наименьших квадратов. Результаты расчетов представлены на Рис. 2. Толстая линия соответствует модифицированной функции Вудса–Саксона, R_{MWS}.

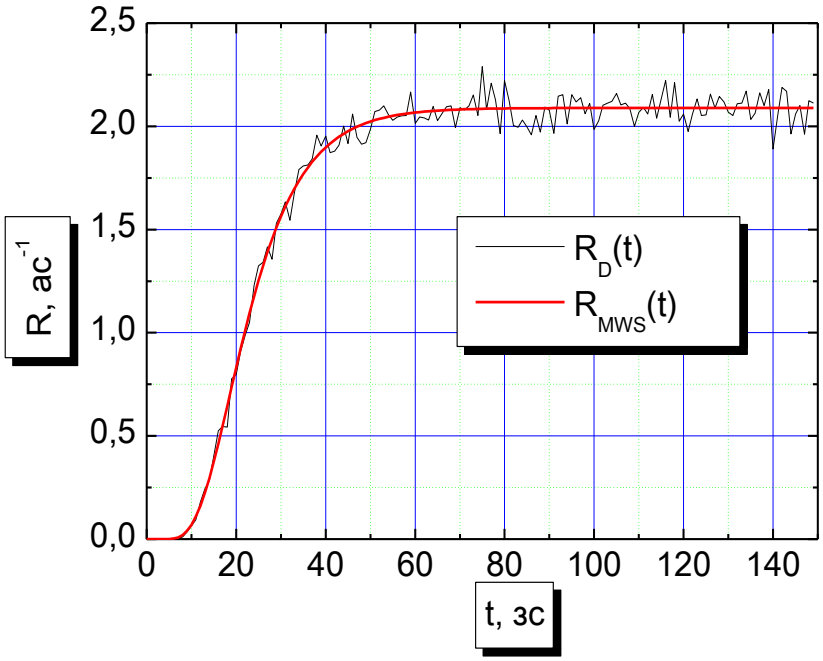


Рис. 2. Аппроксимация зависимости скорости деления ядер от времени функцией Вудса-Саксона с переменной диффузностью

Fig. 2. The approximation of the division speed dependence based on the Woods-Saxon time function with a variable diffusivity

Хорошо видно, что в области релаксационной стадии процесса деления зависимости на Рис. 2 согласуются друг с другом значительно лучше, чем на Рис. 1. Для количественного описания степени согласованности вычислим сумму квадратов отклонений аппроксимирующей функции от динамической зависимости в обоих случаях. Поскольку степень различия этих сумм будет изменяться в зависимости от продолжительности динамического моделирования, а нас в рамках настоящей работы главным образом интересует релаксационная стадия, то при расчете отклонений мы ограничимся началом квазистационарного участка зависимостей (в данном случае — 60 зс). Результаты представлены в Таблице 1. При проведении вычислений шаг дискретизации по времени составлял 1 зс.

Таблица 1

Суммы квадратов отклонений аппроксимирующих функций от динамической зависимости

Table 1

The sum of squared deviations of the approximating functions from the dynamic dependency

	WS	**MWS**
Сумма квадратов отклонений	0,388	0,130

Расчеты показали, что суммы квадратов отклонений значений аппроксимирующих функций от динамической зависимости в релаксационной области различаются приблизительно в три раза. В случае усовершенствованного подхода к построению аппроксимации согласие заметно лучше.

Таким образом, в настоящей работе представлен подход, позволяющий построить гладкую аппроксимацию зависимости скорости деления ядер от времени, имеющую хорошее согласие с динамической кривой. Исследование влияния условий моделирования процесса деления ядер на параметры аппроксимирующей функции будет служить предметом дальнейших исследований. Решение этой задачи позволит существенно уменьшить погрешности статистического моделирования деления ядер.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адеев Г. Д. Диффузионная модель формирования распределений осколков деления / Г. Д. Адеев, И. И. Гончар, В. В. Пашкевич, Н. И. Писчасов, О. И. Сердюк // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1988. Т. 19. С. 1229.
2. Адеев Г. Д. Многомерный стохастический подход к динамике деления возбужденных ядер / Г. Д. Адеев, А. В. Карпов, П. Н. Надточий, Д. В. Ванин // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2005. Т. 36. С. 731.
3. Актаев Н. Е. Динамическое и статистическое моделирование процесса деления высоковозбужденных атомных ядер с учетом релаксационной стадии / Н. Е. Актаев, И. И. Гончар // Известия Российской Академии Наук. Серия физическая. 2010. Т. 74. № 4. С. 545.
4. Литневский А. Л. Анализ влияния формы коллективного потенциала в области сплюснутых форм ядра на квазистационарную скорость деления. Поправка к классическим формулам Крамерса / А. Л. Литневский, И. И. Гончар // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2015. № 1 (36). С. 17.
5. Blann M. Computer Codes ALERT I and ALERT II / M. Blann, T. T. Komoto // Lawrence Livermore National Laboratory. 1984.
6. Bohr N. The Mechanism of Nuclear Fission / N. Bohr, J. A. Wheeler // Physical Review. 1939. Vol. 56. P. 426.
7. Chaudhuri G. Prescission Neutron Multiplicity and Fission Probability from Langevin Dynamics of Nuclear Fission / G. Chaudhuri, S. Pal // Physical Review C. 2002. Vol. 65.
8. Gontchar I. A C-Code for Combining a Langevin Fission Dynamics of Hot Nuclei with a Statistical Model Including Evaporation of Light Particles and Giant Dipole γ-Quanta / I. Gontchar, L. A. Litnevsky, P. Fröbrich // Computer Physics Communication. 1997. Vol. 107. P. 223.
9. Hasse R. W. Dynamical Model of Asymmetric Fission // Nuclear Physics A. 1969. Vol. 128. P. 609.
10. Tillack G.-R. Two-Dimensional Langevin Approach to Nuclear Fission Dynamics / G.-R. Tillack // Physics Letters B. 1992. Vol. 278. P. 403.

Andrey L. LITNEVSKY[1]

THE APPROXIMATION OF THE TIME DEPENDENCE OF EXCITED NUCLEI FISSION RATE ON THE SMOOTH FUNCTION[1]

[1] Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor,
Department of Power Supply of Industrial Enterprises,
Omsk State Technical University
a_lit@list.ru

Abstract

The paper discusses the main advantages and disadvantages of the three types of excited atomic nuclei fission models: statistical, dynamical, and combined, focusing on statistical modeling. One of the main problems of this approach to the theoretical study of the nuclear process fission is the incorrect consideration of the relaxation stage of the fission rate time dependence. In order to get rid of this disadvantage of the statistical models, it is required to use the correct method of analytical calculation of the time dependence of the nuclear fission rate. The article presents the first step to solving this problem: a method of approximation of the excited nuclei fission rate time dependence by a smooth function based on the Woods-Saxon function. The modification of this dependence consists in adding into its formula a parameter responsible for the change of the diffuseness by time. The selection of this parameter allows to achieve the consent of analytical and dynamic dependencies on the relaxation stage of fission rate. Calculating values of approximating function parameters is carried out by the method of least squares. A quantitative assessment of the consistency of the approximating functions with dynamic dependence is given.

In conclusion, recommendations for further research are formulated. The use of the obtained results in further statistical modeling of excited atomic nuclei fission may allow to conduct a more realistic simulation with fewer errors.

[1] The research has been carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research in terms of the research project no 16-32-00379.

Citation: Litnevsky A. L. 2016. “The Approximation of the Time Dependence of Excited Nuclei Fission Rate on the Smooth Function”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 96–104.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-96-104

© Tyumen State University

Keywords

Nuclear fission, fission rate, approximation.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-96-104

REFERENCES

1. Adeev G. D., Gonchar I. I., Pashkevich V. V., Pischasov N. I., Serdyuk O. I. 1988. "Diffuzionnaya model formirovaniya raspredeleniy oskolkov deleniya" [Diffusion Model of the Distribution of Fission Fragments]. Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, vol. 19, p. 1229.
2. Adeev G. D., Karpov A. V., Nadtochiy P. N., Vanin D. V. 2005. "Mnogomernyy stokhasticheskiy podkhod k dinamike deleniya vozbuzhdennykh yader" [Multidimensional Stochastic Approach to Fission Dynamics of Excited Nuclei]. Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, vol. 36, p. 731.
3. Aktaev N. E., Gonchar I. I. 2010. "Dinamicheskoe i statisticheskoe modelirovanie protsessa deleniya vysokovozbuzhdennykh atomnykh yader s uchetom relaksatsionnoy stadia" [Dynamic and Statistical Modeling of the Process of Fission of Atomic Nuclei Highly Considering the Relaxation Stage]. Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics, vol. 74, no 4, p. 545.
4. Blann M., Komoto T. T. 1984. "Computer Codes ALERT I and ALERT II". Lawrence Livermore National Laboratory.
5. Bohr N., Wheeler J. A. 1939. "The Mechanism of Nuclear Fission". Physical Review, vol. 56, p. 426.
6. Chaudhuri G., Pal S. 2002. "Prescission Neutron Multiplicity and Fission Probability from Langevin Dynamics of Nuclear Fission". Physical Review C, vol. 65.
7. Gontchar I., Litnevsky L. A., Fröbrich P. 1997. "A C-Code for Combining a Langevin Fission Dynamics of Hot Nuclei with a Statistical Model Including Evaporation of Light Particles and Giant Dipole γ-Quanta". Computer Physics Communication, vol. 107, p. 223.
8. Hasse R. W. 1969. "Dynamical Model of Asymmetric Fission". Nuclear Physics A, vol. 128, p. 609.
9. Litnevskiy A. L., Gonchar I. I. 2015. "Analiz vliyaniya formy kollektivnogo potentsiala v oblasti splyusnutykh form yadra na kvazistatsionarnuyu skorost deleniya. Popravka k klassicheskim formulam Kramersa" [Analysis of the Influence of the Collective Capacity in the Core to Form Flattened Quasi-Stationary Fission Rate. Amendment to Kramers' Classical Formulas]. Bulletin of Pacific National University, no 1 (36), p. 17.
10. Tillack G.-R. 1992. "Two-Dimensional Langevin Approach to Nuclear Fission Dynamics". Physics Letters B, vol. 278, p. 403.

Амир Анварович ГУБАЙДУЛЛИН[1]
Дмитрий Евгеньевич ИГОШИН[2]
Надежда Александровна ХРОМОВА[3]

УДК 532.5

ОБОБЩЕНИЕ ПОДХОДА КОЗЕНИ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПРОНИЦАЕМОСТИ МОДЕЛЬНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕД ИЗ ТВЕРДЫХ ШАРОВЫХ СЕГМЕНТОВ[1]

[1] доктор физико-математических наук, профессор,
Тюменский государственный университет;
директор, Тюменский филиал Института теоретической
и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН
gubai@tmn.ru

[2] кандидат физико-математических наук, научный сотрудник,
Тюменский филиал Института теоретической
и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН;
доцент кафедры математического моделирования
и кафедры механики многофазных систем,
Тюменский государственный университет
igoshinde@gmail.com

[3] инженер-исследователь, Тюменский филиал
Института теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН
khromova.n.a@gmail.com

[1] Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-29-15119.

Цитирование: Губайдуллин А. А. Обобщение подхода Козени к определению проницаемости модельных пористых сред из твердых шаровых сегментов / А. А. Губайдуллин, Д. Е. Игошин, Н. А. Хромова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 105–120.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-105-120

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

Аннотация

Для установления связи между пористостью, проницаемостью и размером пор или зерен пористой среды Козени рассматривал фиктивный грунт в виде засыпки шаров. Однако в реальных породах форма частиц, составляющих скелет, может существенно отличаться от сферы. Целью данной работы является обобщение подхода Козени на случай пористой системы, скелет которой образован примыкающими друг к другу шаровыми сегментами. В качестве примера рассмотрены модельные периодические структуры, для которых значение проницаемости было определено ранее на основе численного решения системы уравнений Навье–Стокса. Приведены модельные периодические структуры четырех типов: кубическая простая, гексагональная простая, кубическая объемноцентрированная и кубическая гранецентрированная. Степень пересечения сфер является безразмерным модельным параметром, определяющим пористость и просветность среды. Для рассмотренных четырех типов структур обобщенным подходом получены оценки проницаемости и сопоставлены с соответствующими численными решениями. Показано, что предложенный подход дает хороший результат в случае кубической объемноцентрированной структуры в широком диапазоне пористости ($0{,}32 \geq m \geq 0{,}04$). Для кубической гранецентрированной структуры результат является удовлетворительным в диапазоне пористости ($0{,}26 \geq m \geq 0{,}14$). В случае кубической простой и гексагональной простой структур для оценки проницаемости предпочтительнее использовать метод минимальной просветности.

Ключевые слова

Пористая среда, пористость, проницаемость, метод Козени, периодическая структура, идеальный грунт, фиктивный грунт, шаровой сегмент.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-105-120

Введение. В теории грунтов вводятся понятия фиктивного и идеального грунтов. Под фиктивным грунтом понимается пористая среда, образованная твердыми шариками (засыпка шаров). Под идеальным грунтом понимается среда с порами в виде пучка капилляров. Уравнение Козени–Кармана отражает связь между пористостью слоя, удельной поверхностью частиц в среде, перепадом давления, протяженностью среды и скоростью фильтрации. Если удельная поверхность частиц в слое является неизвестной величиной, то ее можно определять из соотношения Козени–Кармана по полученным из эксперимента всем другим величинам [2]. В [1; 19] приведены результаты исследования удельной поверхности порошков цеолита методом Кармана–Козени с помощью микропроцессорной системы измерения. На основе экспериментальных данных в [7] показано, что точность измерения удельной поверхности частиц составляет 1,5–2% при замене эталонного порошка на порошок из дробленого кварца с заранее известным грануляционным составом. В [6] приведены результаты исследований коэффициента фильтрации несвязных грунтов различного состава в условиях слабого гидравлического уклона. Показано, что результаты расчетов по формуле Козени–Кармана согласуются с результатами лабораторных исследований и могут быть использованы для оценки коэффициента фильтрации несвязных грунтов.

Теоретическое обобщение метода Козени проведено в ряде работ. В [5] дается обобщение формулы Козени для определения диаметра капилляра в идеальной пористой среде эквивалентной по проницаемости и пористости фиктивной среде и показывается, что диаметр капилляра определяется неоднозначно. В [4] выполнена оценка применимости модели Козени. Показано, что эффективность ее применения зависит от линейной плотности волокон и от фазового состояния фильтруемой среды. В [17] уточнена модель Козени–Кармана: предложена формула проницаемости породы, аппроксимированной извилистыми трубками. Предложен параметр, однозначно связывающий теоретические значения проницаемости по данным исследований керна с теоретическими значениями по данным гидродинамических исследований скважин. В [21] разработана модификация метода Козени–Кармана для глинистых почв. В [20] предложена аналитическая формула проницаемости, эмпирические коэффициенты которой найдены по результатам численного моделирования течения несжимаемой жидкости в пористой среде.

Пористые среды, составляющие горные породы, часто характеризуются пористостью в пределах 0,1–0,2 [16]. В моделях фиктивных пористых сред, полученных на основе засыпки шаров одного диаметра, невозможно получить значение пористости ниже 0,25 [14]. Если разрешить шарам пересекаться (система шаровых сегментов), то пористость может стать много меньше 0,25. В данной работе предложено обобщение метода Козени для определения проницаемости пористых сред, скелет которых образован примыкающими друг к другу шаровыми сегментами. В качестве иллюстрации предложенного подхода получены оценки проницаемости для четырех типов периодических пористых структур, описанных в [8; 10].

Метод Козени. Козени предложил следующий способ перехода от фиктивного грунта к идеальному [14]. В заданном объеме пористой среды V выполняются следующие соотношения:

1. сумма объемов пор $V_п$ фиктивного грунта равна сумме объемов поровых трубок идеального грунта $NV_п^0$;
2. сумма поверхностей всех шаровых частиц фиктивного грунта $S_п$ равна сумме боковых поверхностей поровых трубок идеального грунта $NS_п^0$

$$V_п = NV_п^0, \qquad S_п = NS_п^0, \tag{1}$$

где N — число поровых трубок идеального грунта, приходящихся на объем V.

Обобщим подход Козени на случай скелета, образованного шаровыми сегментами. Шаровой сегмент назовем большим, если он содержит центр шара и малым, если нет. Пусть в объеме V фиктивного грунта скелет образован N_0 одинаковыми частицами в форме больших шаровых сегментов, примыкающих друг к другу плоскими поверхностями, при этом N_1 — общее число основных отсеченных малых сегментов, N_2 — дополнительных (появляются в объемноцентрированной структуре при $\alpha > 1 - \sqrt{3}/2$). Тогда площадь внутренней поверхности каналов порового пространства в этом объеме

$$S_{\text{п}} = N_0 \cdot S - N_1 \cdot S_1 - N_2 \cdot S_2, \qquad S = 4\pi r^2, \qquad r = \frac{r_0}{1-\alpha},$$
$$S_1 = 2\pi r h_1, \qquad h_1 = \alpha r, \qquad S_2 = 2\pi r h_2, \qquad h_2 = \alpha_2 r, \qquad \alpha_2 = \left(1 - 2(1-\alpha)/\sqrt{3}\right), \tag{2}$$

где r, S — радиус и площадь поверхности исходных сфер; S_1, h_1 — площадь и высота основного малого сегмента; S_2, h_2 — площадь и высота дополнительного малого сегмента; r_0 — радиус сфер в случае касания; α — степень перекрытия сфер [8; 10]. Учтем, что у поровой трубки (канала) с площадью основания ω и периметром основания χ объем $V_{\text{п}}^0 = \gamma L \omega$ и площадь боковой поверхности $S_{\text{п}}^0 = \gamma L \chi$, L — протяженность пористой среды, γ — извилистость канала. Тогда условия (1) с учетом соотношений (2) примут вид

$$mV = N\gamma L\omega, \qquad \frac{2\pi r_0^2 (2N_0 - \alpha N_1 - \alpha_2 N_2)}{(1-\alpha)^2} = N\gamma L\chi. \tag{3}$$

Из (3) получим выражение для гидравлического диаметра δ поровых трубок:

$$\delta = \frac{4\omega}{\chi} = \frac{2(1-\alpha)^2 mV}{\pi r_0^2 (2N_0 - \alpha N_1 - \alpha_2 N_2)}. \tag{4}$$

Гидравлический диаметр трубки с поперечным сечением в виде квадрата со стороной a:

$$\delta = \frac{4a^2}{4a} = a, \tag{5}$$

для трубки с поперечным сечением в виде равностороннего треугольника со стороной a:

$$\delta = \frac{4\sqrt{3}a^2}{4 \cdot 3a} = \frac{a}{\sqrt{3}}. \tag{6}$$

Из первого уравнения в (3) найдем выражение для количества трубок N:

$$N = \frac{mV}{\gamma L \omega}. \tag{7}$$

Применяя подход Козени к периодическим структурам, рассмотренным в [8; 10], учтем что V — объем одной ячейки, N — число каналов в ячейке. В Таблице 1 приведены основные геометрические характеристики указанных структур: кубическая простая (КП), гексагональная простая (ГП), кубическая объемно-центрированная (КОЦ), кубическая гранецентрированная (КГЦ). Кроме того, учтено, что в КП структуре поперечное сечение каналов имеет форму квадрата, в остальных — форму равностороннего треугольника со стороной a. Приведены используемые в [15] безразмерные параметры A и ω / a^2. Для КОЦ и КГЦ структур извилистость γ принята равной $\pi/2$, поскольку каналы в них проходят вдоль окружностей, по которым пересекаются сферы.

Проницаемость по Козени. Одномерная фильтрация флюида через пористую среду описывается уравнением Дарси:

$$u = \frac{k}{\mu}\frac{\Delta p}{L}, \tag{8}$$

Таблица 1

Основные геометрические свойства структур и каналов

Table 1

The basic geometrical properties of structures and channels

Упаковка	V/L^3	N_0	N_1	N_2	r_0/L	A	ω/a^2	γ
КП	1	1	6	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{256}$	1	1
ГП	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{1}{2}$	4	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{320}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	1
КОЦ	1	2	16	12	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{320}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
КГЦ	1	4	48	0	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{320}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\pi}{2}$

где $\Delta p = p_1 - p_2$ — перепад давления, L — протяженность среды, k — проницаемость среды, μ — динамическая вязкость флюида. Скорость фильтрации по определению:

$$u = \frac{Q}{S} = \frac{NQ_к}{S}, \tag{9}$$

где Q — объемный расход флюида через поперечное сечение среды площадью S. Здесь учтено, что общий расход можно представить как суммарный расход $NQ_к$ через N каналов, $Q_к$ — объемный расход через один канал. Из (8)–(9) получим выражение для проницаемости:

$$k = \frac{\mu N L Q_к}{S \Delta p}. \tag{10}$$

В [15] показано, что для каналов цилиндрической формы объемный расход:

$$Q_к = \frac{A a^4 \Delta p}{\mu L}, \tag{11}$$

где $A = \sqrt{3}/320$ для канала с поперечным сечением в виде треугольника, $A \approx 9/256$ — в виде квадрата. Уточним значение расхода с учетом извилистости каналов:

$$Q_к = \frac{A a^4 \Delta p}{\mu \gamma L}. \tag{12}$$

Подставляя (12) и (7) в (10), получим

$$k = \frac{\mu N L}{S \Delta p} \cdot \frac{A a^4 \Delta p}{\mu \gamma L} = \frac{N A a^4}{\gamma S} = \frac{mV}{\gamma L \omega} \cdot \frac{A a^4}{\gamma S} = |V = LS| = \frac{Am}{\gamma^2} \cdot \frac{a^4}{\omega}. \tag{13}$$

Для пористой среды, образованной каналами квадратного сечения, с учетом (5) и данных из Таблицы 1 имеем

$$k = \frac{9m}{256\gamma^2} \cdot \frac{a^4}{a^2} = \frac{9ma^2}{256\gamma^2} = |a^2 = \delta^2| = \frac{9m\delta^2}{256\gamma^2}. \quad (14)$$

Для пористой среды, образованной каналами треугольного сечения, с учетом (6) и данных из Таблицы 1 имеем

$$k = \frac{\sqrt{3}m}{320\gamma^2} \cdot \frac{4a^4}{\sqrt{3}a^2} = \frac{ma^2}{80\gamma^2} = |a^2 = 3\delta^2| = \frac{3m\delta^2}{80\gamma^2}. \quad (15)$$

В Таблице 2 приведены значения для гидравлического диаметра δ, количества каналов N на ячейку объема V и проницаемости по Козени. Выражение для гидравлического диаметра δ получено из (4) с учетом модельных параметров из Таблицы 1, выражение для N получено из (7) на основе (5), (6) и параметров из Таблицы 1, проницаемость определена из (14) и (15).

На Рис. 1 показана зависимость гидравлического диаметра и количества капилляров в ячейке от степени пересечения сфер. При расчетах принято $L = 10^{-5}$ м. Видно, что с увеличением степени пересечения сфер α гидравлический диаметр δ монотонно уменьшается вместе с пористостью m. Для простых структур (КП и ГП) количество каналов в ячейке N меняется не существенно, но в КГЦ структуре начинает существенно снижаться при больших α. В КОЦ структуре зависимость от α немонотонная, поскольку при $\alpha \approx 0{,}134$ появляются дополнительные малые сегменты, что приводит к резкому уменьшению пористости m и резкому уменьшению N.

Таблица 2

Проницаемость по Козени

Table 2

Kozeny Permeability

Упаковка	δ	N	k
КП	$\frac{4mL(1-\alpha)^2}{\pi(1-3\alpha)}$	$\frac{m}{16\gamma}\left(\frac{\pi(1-3\alpha)}{m(1-\alpha)^2}\right)^2$	$\frac{9m}{16}\left(\frac{mL(1-\alpha)^2}{\pi\gamma(1-3\alpha)}\right)^2$
ГП	$\frac{2\sqrt{3}mL(1-\alpha)^2}{\pi(1-4\alpha)}$	$\frac{m}{36\gamma}\left(\frac{\pi(1-4\alpha)}{m(1-\alpha)^2}\right)^2$	$\frac{9m}{20}\left(\frac{mL(1-\alpha)^2}{\pi\gamma(1-4\alpha)}\right)^2$
КОЦ	$\frac{8mL(1-\alpha)^2}{3\pi(1-4\alpha-3\alpha_2)}$	$\frac{\sqrt{3}m}{16\gamma}\left(\frac{\pi(1-4\alpha-3\alpha_2)}{m(1-\alpha)^2}\right)^2$	$\frac{4m}{15}\left(\frac{mL(1-\alpha)^2}{\pi\gamma(1-4\alpha-3\alpha_2)}\right)^2$
КГЦ	$\frac{2mL(1-\alpha)^2}{\pi(1-6\alpha)}$	$\frac{\sqrt{3}m}{9\gamma}\left(\frac{\pi(1-6\alpha)}{m(1-\alpha)^2}\right)^2$	$\frac{3m}{20}\left(\frac{mL(1-\alpha)^2}{\pi\gamma(1-6\alpha)}\right)^2$

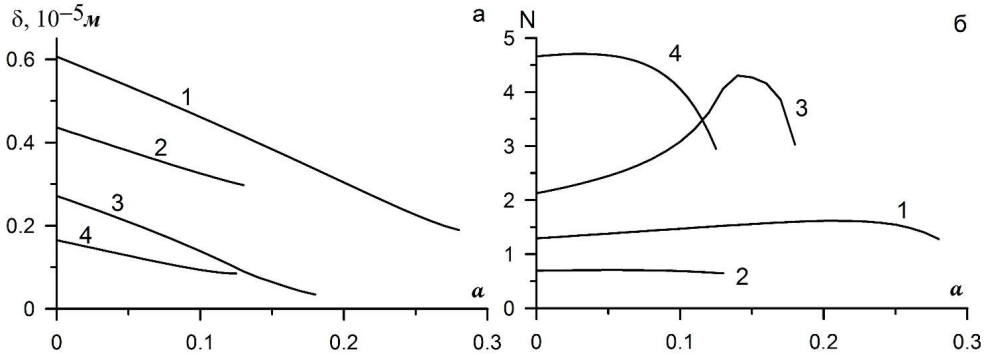


Рис. 1. Гидравлический диаметр (а) и количество капилляров в ячейке (б) в зависимости от степени пересечения сфер для рассматриваемых структур: КП (линия 1), ГП (линия 2), КОЦ (линия 3), КГЦ (линия 4)

Fig. 1. The hydraulic diameter (a) and the number of capillaries in the cell (b) depending on the extent of crossing areas for the following structures: simple cubic (SC, line 1), simple hexagonal (SH, line 2), body-centered cubic (BCC, line 3), and face-centered cubic structures (FCC, line 4)

Таблица 3

Пористость и проницаемость по минимальной просветности

Table 3

Porosity and permeability according to the minimal luminality

Упаковка	**Пористость, *m***	α_*	$m(\alpha_*)$	**Проницаемость по минимальной просветности, *k***
КП	$1-\frac{\pi\left(2-3\alpha^2(3-\alpha)\right)}{12(1-\alpha)^3}$	0,2929	0,0349	$\left(\frac{3n_{min}L}{16}\right)^2$
ГП	$1-\frac{\pi\left(1-2\alpha^2(3-\alpha)\right)}{3\sqrt{3}(1-\alpha)^3}$	0,134	0,1649	$\frac{(n_{min}L)^2}{80}$
КОЦ	$1-\frac{\pi\sqrt{3}\left(1-2\alpha^2(3-\alpha)\right)}{8(1-\alpha)^3}+$ $+\frac{3\pi\sqrt{3}\alpha_2^2(3-\alpha_2)}{16(1-\alpha)^3}$	0,1835	0,0055	$\frac{(n_{min}L)^2}{80\sqrt{3}}$
КГЦ	$1-\frac{\pi\left(1-3\alpha^2(3-\alpha)\right)}{3\sqrt{2}(1-\alpha)^3}$	0,13397	0,0359	$\frac{(n_{min}L)^2}{160\sqrt{3}}$

Анализ результатов. В Таблице 3 приведены выражения для пористости и оценка проницаемости, полученная на основе метода минимальной просветности из [8; 10] с учетом того, что поровое пространство в ячейках заменяется на прямые каналы постоянного сечения и формы: в КП структуре — один канал квадратного сечения, в ГП структуре — один канал треугольного сечения, в КОЦ структуре — четыре канала треугольного сечения, в КГЦ структуре — восемь каналов треугольного сечения. Указаны значения безразмерного параметра α_*, при котором поры становятся замкнутыми, и пористость при этом значении равна $m(\alpha_*)$. Отметим, что для КОЦ структуры $\alpha_2 = 0$ при $\alpha < 1 - \sqrt{3}/2$.

На Рис. 2 показана зависимость проницаемости от степени пересечения сфер для рассматриваемых структур. Для простых структур даже в случае касания

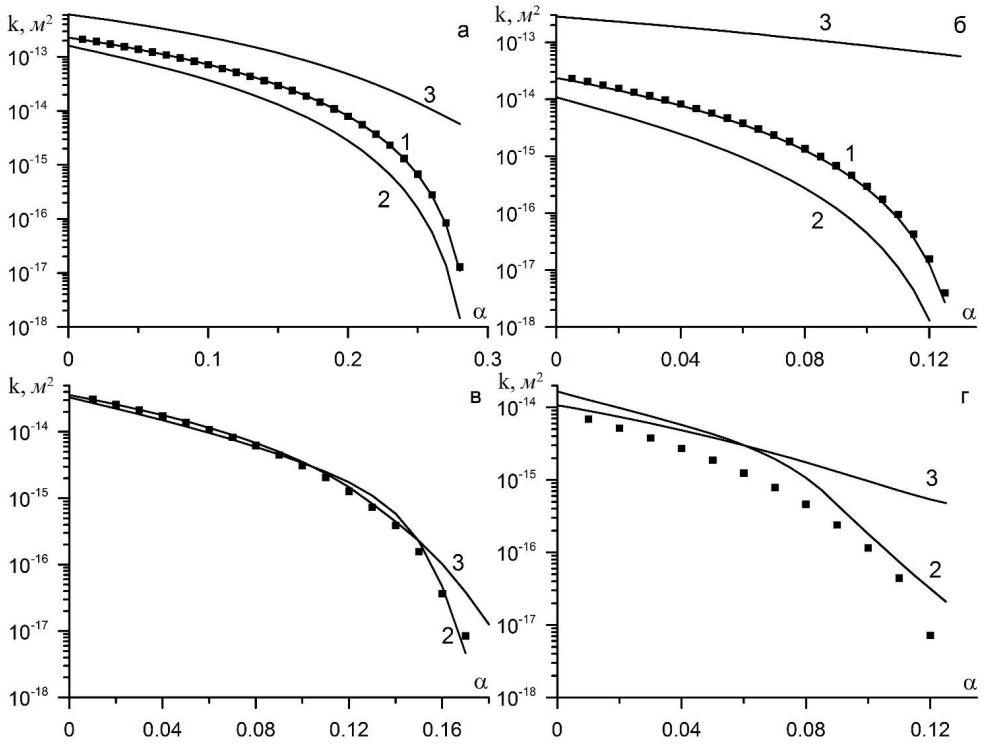


Рис. 2. Проницаемость в зависимости от безразмерного параметра α для структур: КП (а), ГП (б), КОЦ (в), КГЦ (г); квадраты — численное решение [11; 12]. Линия 1 соответствует оценке с учетом переменного сечения канала [13], линия 2 — оценке по минимальной просветности, линия 3 — оценке по методу Козени

Fig. 2. The permeability depending on the sizeless parameter α for the following structures: SC (а), SH (б), BCC (в) and FCC structures (г); squares — numerical solution. Line 1 corresponds to the evaluation based on the variable section of the channel, line 2 — the evaluation of the minimum luminal, line 3 — assessment method for Kozeny

сфер отличие полученной оценки по Козени и численного решения составляет несколько раз: в 2,5 раза (КП) и на порядок (ГП). Связано это с тем, что значительная доля объема каналов представляет собой застойные области со слабовыраженным течением. Для КОЦ структуры видно хорошее согласие аналитической оценки по методу Козени и значения проницаемости, полученного на основе численного решения системы уравнений Навье–Стокса (при $\alpha \leq 0{,}14$ отклонение составляет не более 15%). Для КГЦ структуры при $\alpha = 0{,}01$ отклонение составляет 30%, при $\alpha = 0{,}05$ — в 2 раза и растет далее. При $\alpha > 0{,}06$ лучше пользоваться оценкой на основе метода минимальной просветности.

На Рис. 3 показана зависимость проницаемости от пористости для рассмотренных структур. Отметим, что максимальное значение пористости реализуется в КП структуре при $\alpha = 0$ ($m = 47{,}6\%$). Применение метода Козени

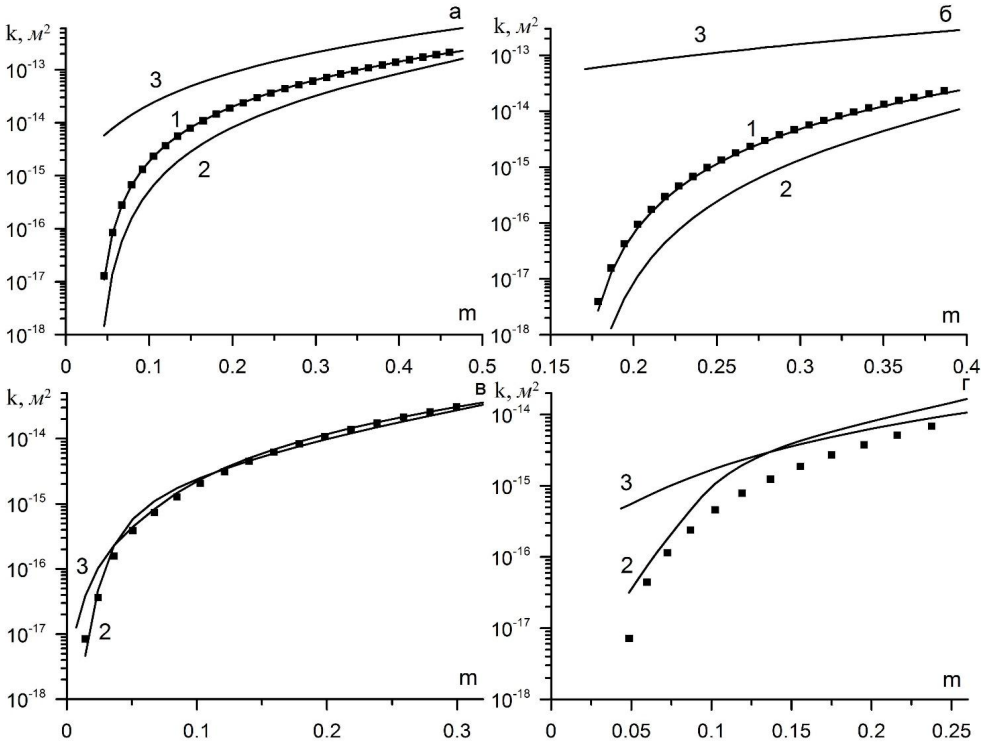


Рис. 3. Проницаемость в зависимости от пористости для структур: КП (а), ГП (б), КОЦ (в), КГЦ (г); квадраты — численное решение [11; 12]. Линия 1 соответствует оценке с учетом переменного сечения канала [13], линия 2 — оценке по минимальной просветности, линия 3 — оценке по методу Козени

Fig. 3. The permeability depending on the porosity of the following structures: SC (а), SH (б), BCC (в) and FCC structures (г); squares — numerical solution. Line 1 corresponds to the evaluation based on the variable section of the channel, line 2 — the evaluation of the minimum luminal, line 3 — assessment method for Kozeny

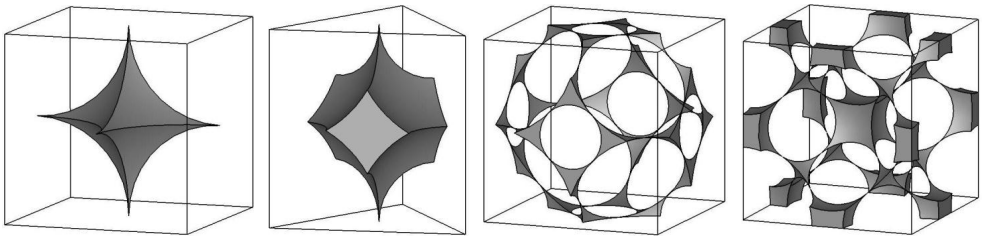


Рис. 4. Поровое пространство в рассматриваемых структурах при $\alpha=\alpha_*$ (слева направо): КП (α_*=0,2929), ГП (α_*=0,1340), КОЦ (α_*=0,1835), КГЦ (α_*=0,1340)

Fig. 4. Porous space in the structures under study at $\alpha=\alpha_*$ (from left to right): SC (α_* = 0.2929), SH (α_* = 0.1340), BCC (α_* = 0.1835), and FCC (α_* = 0.1340)

для высокопористых материалов [9], пористых сред, образованных осесимметричными каналами [3] и сред, образованных капиллярными кластерами [18], требует дополнительного исследования. Из Рис. 2 и 3 при $\alpha \to \alpha_*$ ($m \to m_* \neq 0$) поры становятся закрытыми, при этом $k \to 0$, хотя формально оценка по методу Козени дает отличное от нуля значение, поскольку объем поры и площадь ее внутренней поверхности в ячейке больше нуля. На Рис. 4 приведены изображения порового пространства в соответствующих ячейках для рассмотренных структур при $\alpha = \alpha_*$, иллюстрирующие изолированные поры.

Выводы. Предложено обобщение подхода Козени для пористой среды периодической структуры, скелет которой образован примыкающими друг к другу шаровыми сегментами. Получены оценки проницаемости для четырех типов такой среды. Показано, что предложенный подход дает хороший результат в случае кубической объемноцентрированной структуры в широком диапазоне пористости ($0{,}32 \geq m \geq 0{,}04$). Для кубической гранецентрированной структуры результат является удовлетворительным в диапазоне пористости ($0{,}26 \geq m \geq 0{,}14$). В случае кубической простой и гексагональной простой структур для оценки проницаемости предпочтительнее использовать метод минимальной просветности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атюцкая Л. Ю. Контроль удельной поверхности цеолита методом Кармана-Козени в процессе механической активации / Л. Ю. Атюцкая, А. Г. Бебия, И. В. Милюкова // Ползуновский альманах. 2013. № 1. С. 95–97.
2. Василевский М. В. Характеристики состояния дисперсной среды на фильтрующей подложке обеспыливающего устройства / М. В. Василевский, В. И. Романдин, Е. Г. Зыков // Известия высших учебных заведений. Физика. 2013. Т. 56. № 9-3. С. 40–42.
3. Губайдуллин А. А. Моделирование динамики капли нефти в капилляре с сужением / А. А. Губайдуллин. А. Ю. Максимов // Вестник Тюменского государственного университета. 2013. № 7. С. 71–77.

4. Дедов А. В. Использование модели Козени для прогнозирования проницаемости нетканых иглопробивных материалов / А. В. Дедов// Материаловедение. 2013. № 5. С. 15–17.
5. Дмитриев М. Н. К определению фильтрационного числа Рейнольдса и характерного линейного размера для идеальных и фиктивных пористых сред / М. Н. Дмитриев, Н. М. Дмитриев // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2005. № 4. С. 97–104.
6. Должик К. Расчетная оценка фильтрации несвязных грунтов / К. Должик, И. Хмелевска // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2014. № 5. С. 2–5.
7. Евсеев Ф. А. Экспериментальная проверка точности метода Кармана-Козени для измерения удельной поверхности частиц / Ф. А. Евсеев, А. Э. Алиев, Е. В. Богданова // Новый университет. Серия: Технические науки. 2015. № 9–10 (43–44). С. 53–58.
8. Игошин Д. Е. Моделирование пористой среды регулярными упаковками пересекающихся сфер / Д. Е. Игошин, О. А. Никонова, П. Я. Мостовой // Вестник Тюменского государственного университета. Серия «Физико-математические науки. Информатика». 2014. №7. С. 34–42.
9. Игошин Д. Е. Основные фильтрационные свойства пористой среды, образованной сообщающимися осесимметричными каналами / Д. Е. Игошин, Н. А. Хромова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 4 (4). С. 69–79.
10. Игошин Д. Е. Проницаемость пористой среды периодической структуры с разветвляющимися каналами / Д. Е. Игошин, О. А. Никонова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 2 (2). С. 131–141.
11. Игошин Д. Е. Численное исследование зависимости проницаемости от пористой среды, образованной каналами регулярной структуры / Д. Е. Игошин, Р. С. Сабуров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 1 (1). С. 84–90.
12. Игошин Д. Е. Численное определение проницаемости в среде периодической структуры, образованной разветвляющимися каналами / Д. Е. Игошин // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2015. № 12. С. 30–33.
13. Игошин Д. Е. Численные и аналитические оценки проницаемости пористой среды, образованной каналами, имеющими вращательную симметрию / Д. Е. Игошин. А. Ю. Максимов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико–математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 3 (3). С. 112–121.
14. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде / Л. С. Лейбензон. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. 244 с.
15. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
16. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет. М.-Ижевск: Ин-т комп. иссл-ний, 2004. 628 с.

17. Сорокин А. Г. Теоретическое моделирование коэффициента проницаемости при фильтрации несжимаемых жидкостей / А. Г. Сорокин // Известия высших учебных заведений. Геология и разведка. 2012. № 6. С. 47–54.
18. Степанов С. В. Вычислительная технология для определения функции межфазного взаимодействия на основе моделирования течения в капиллярном кластере / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров, Г. С. Бембель // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 1. С. 63–71.
19. Филиппова К. Е. Контроль удельной поверхности цеолитсодержащих горных пород Сунтарского месторождения Хонгуруу методом Кармана-Козени в процессе механической активации / К. Е. Филиппова, Ю. Ю. Лукина // Актуальные направления научных исследований: от теории к практике. 2015. № 1 (3). С. 260–262.
20. Ren X. A Relation of Hydraulic Conductivity — Void Ratio for Soils Based on Kozeny-Carman Equation / X. Ren, Y. Zhao, Q. Deng, J. Kang, D. Li, D. Wang // Engineering Geology. 2016. Vol. 213. Pp. 89–97.
21. Tang T. A Theoretical Model for the Porosity–Permeability Relationship / T. Tang, J. M. McDonough // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 103. Pp. 984–996.

Amir A. GUBAIDULLIN[1]
Dmitriy Ye. IGOSHIN[2]
Nadezhda A. KHROMOVA[3]

THE GENERALIZATION OF THE KOZENY APPROACH TO DETERMINING THE PERMEABILITY OF THE MODEL POROUS MEDIA MADE OF SOLID SPHERICAL SEGMENTS[1]

[1] Dr. Sci. (Phys-Math.), Professor, Tyumen State University;
Director, Tyumen Branch of Khristianovich Institute
of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the RAS
gubai@tmn.ru

[2] Cand. Sci. (Phys-Math.), Researcher,
Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical
and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the RAS;
Associate Professor, Department of Mechanics of Multiphase Systems,
Department of Mathematical Modeling, Tyumen State University
igoshinde@gmail.com

[3] Research Engineer, Tyumen Branch of Khristianovich Institute
of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the RAS
khromova.n.a@gmail.com

Abstract

To establish the connection between the porosity, permeability, and pore or grains size of the porous medium, Kozeny considered fictitious soil-pile as some kind of a filling with balls. However, in real earth material the shape of the particles, which make up the skeleton, may differ substantially from the spherical one.

[1] The research has been carried out with the financial help of the Russian Foundation for Basic Research in terms of the project no 16-29-15119.

Citation: Gubaidullin A. A., Igoshin D. Ye., Khromova N. A. 2016. "The Generalization of the Kozeny Approach to Determining the Permeability of the Model Porous Media Made of Solid Spherical Segments". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 105–120.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-105-120

© Tyumen State University

The aim of this paper is to generalize the Kozeny approach to take into consideration the case of the porous system, the skeleton of which is formed with spherical segment adjacent to each other. As an example, the authors consider the model periodic structure, the permeability values of which have been previously defined on the basis of numerical solution of the Navier–Stokes equations. The model periodic structure patterns of four types are presented: simple cubic, hexagonal simple, body-centered cubic, and face-centered cubic. The sphere intersection degree is a dimensionless modeling parameter that determines the environment porosity and voidage.

The generalized approach allowed to obtain the permeability values for the four types of the considered structures, and to compare them with the corresponding numerical solutions. The results show that the proposed approach suggests good results in the case of body-centered cubic structure in a wide range of porosity ($0.32 \geq m \geq 0.04$). For the face-centered cubic structure the result is satisfactory in the porosity range of $0.26 \geq m \geq 0.14$. In the case of the simple cubic and hexagonal structures the method of minimal voidage more preferred to assess the permeability.

Keywords

Porous medium, porosity, permeability, Kozeny method, periodic structure, perfect soil, fictitious soil, spherical segment.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-105-120

REFERENCES

1. Atyutskaya L. Yu., Bebiya A. G., Milyukova I. V. 2013. “Kontrol udelnoy poverkhnosti tseolita metodom Karmana-Kozeni v protsesse mekhanicheskoy aktivatsii” [Control of the Specific Surface Area of the Zeolite by Karman-Kozeny Method in the Process of Mechanical Activation]. Polzunovskiy almanakh, no 1, pp. 95–97.
2. Dedov A. V. 2013. “Ispolzovanie modeli Kozeni dlya prognozirovaniya pronitsaemosti netkanykh igloprobivnykh materialov” [Using Kozeny Models to Predict the Permeability of Needle-Punched Nonwoven Materials]. Inorganic Materials: Applied Research, no 5, pp. 15–17.
3. Dmitriev M. N., Dmitriev N. M. 2005. “K opredeleniyu filtratsionnogo chisla Reynoldsa i kharakternogo lineynogo razmera dlya idealnykh i fiktivnykh poristykh sred” [Determination of the Filtration of the Reynolds Number and the Characteristic Linear Dimension of the Ideal and Fictitious Porous Media]. Fluid Dynamics, no 4, pp. 97–104.
4. Dolzhik K., Khmelevska I. 2014. “Raschetnaya otsenka filtratsii nesvyaznykh gruntov” [The Estimated Filtering Loose Soils]. Soil Mechanics and Foundation Engineering, no 5, pp. 2–5.
5. Filippova K. E., Lukina Yu. Yu. 2015. “Kontrol udelnoy poverkhnosti tseolitsoderzhashchikh gornykh porod Suntarskogo mestorozhdeniya Khonguruu metodom Karmana-Kozeni v protsesse mekhanicheskoy aktivatsii” [Control the Specific Surface Area of Zeolite Rocks Suntarsky Field Khonguruu by Karman-Kozeny in the Process of Mechanical Activation]. Aktualnye napravleniya nauchnykh issledovaniy: ot teorii k praktike, no 1 (3), pp. 260–262.

6. Gubaydullin A. A., Maksimov A. Yu. 2013. "Modelirovanie dinamiki kapli nefti v kapillyare s suzheniem" [Modeling the Dynamics of the Oil Droplets in the Capillary with the Restriction]. Tyumen State University Herald, no 7, pp. 71–77.
7. Igoshin D. E. 2015. "Chislennoe opredelenie pronitsaemosti v srede periodicheskoy struktury, obrazovannoy razvetvlyayushchimisya kanalami" [Numerical Determination of Permeability in the Medium with a Periodic Structure Formed by Branching Channels]. Avtomatizatsiya, telemekhanizatsiya i svyaz v neftyanoi promyshlennosti, no 12, pp. 30–33.
8. Igoshin D. E., Khromova N. A. 2015. "Osnovnye filtratsionnye svoystva poristoy sredy, obrazovannoy soobshchayushchimisya osesimmetrichnymi kanalami" [Main Filtration Properties of the Porous Medium Formed Communicating Axially Symmetric Channels]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no 4, pp. 69–79.
9. Igoshin D. E., Maksimov A. Yu. 2015. "Chislennye i analiticheskie otsenki pronitsaemosti poristoy sredy, obrazovannoy kanalami, imeyushchimi vrashchatelnuyu simmetriyu" [Numerical and Analytical Assessment of the Permeability of a Porous Medium Formed by Channels Having Rotational Symmetry]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no 3, pp. 112–121.
10. Igoshin D. E., Nikonova O. A. 2015. "Pronitsaemost poristoy sredy periodicheskoy struktury s razvetvlyayushchimisya kanalami" [Permeability of the Porous Medium Periodic Structure with Branching Channels]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no 2, pp. 131–141.
11. Igoshin D. E., Nikonova O. A., Mostovoy P. Ya. 2014. "Modelirovanie poristoy sredy regulyarnymi upakovkami peresekayushchikhsya sfer" [Modeling Porous Medium Regular Packages Intersecting Spheres]. Tyumen State University Herald, no 7, pp. 34–42.
12. Igoshin D. E., Saburov R. S. 2015. "Chislennoe issledovanie zavisimosti pronitsaemosti ot poristoy sredy, obrazovannoy kanalami regulyarnoy struktury" [Numerical Study Depending on the Permeability of the Porous Medium, Formed a Regular Structure of Channels]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no 1, pp. 84–90.
13. Leybenzon L. S. 1947. Dvizhenie prirodnykh zhidkostey i gazov v poristoy srede [Movement of Natural Fluids in Porous Media]. Moscow: Gosudarstvennoe izdatelstvo tekhniko-teoreticheskoy literatury.
14. Loytsyanskiy L. G. 2003. Mekhanika zhidkosti i gaza [Mechanics of Liquid and Gas]. Moscow: Drofa.
15. Muskat 2004 (1946). Techeniye odnorodnykh zhidkostey v poristoy srede [The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media]. Moscow, Izhevsk: Institute of Computer Science.
16. Ren X., Zhao Y., Deng Q., Kang J., Li D., Wang D.. 2016. A Relation of Hydraulic Conductivity — Void Ratio for Soils Based on Kozeny-Carman equation. Engineering Geology, vol. 213, pp. 89–97.
17. Sorokin A. G. 2012. "Teoreticheskoe modelirovanie koeffitsienta pronitsaemosti pri filtratsii neszhimaemykh zhidkostey" [Theoretical Modeling of the Permeability Coefficient of Filtration of Incompressible Liquids]. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Geologiya i razvedka, no 6, pp. 47–54.
18. Stepanov S. V., Shabarov A. B., Bembel G. S. 2016. "Vychislitelnaya tekhnologiya dlya opredeleniya funktsii mezhfaznogo vzaimodeystviya na osnove modelirovaniya

techeniya v kapillyarnom klastere" [Computing Technology to Determine the Function of Interfacial Interaction on the Basis of Flow Simulation in a Capillary Cluster]. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 1, pp. 63–71.

19. Tang T., J.M. McDonough. 2016. A Theoretical Model For The Porosity–Permeability Relationship. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 103, pp. 984–996.
20. Vasilevskiy M. V., Romandin V. I., Zykov E. G. 2013. "Kharakteristiki sostoyaniya dispersnoy sredy na filtruyushchey podlozhke obespylivayushchego ustroystva" [The Features of the Dispersed State of the Environment on the Filter Substrate of De-Dusting Devices]. Russian Physics Journal, no 9-3, pp. 40–42.
21. Yevseev F. A., Aliev A. E., Bogdanova E. V. 2015. "Eksperimentalnaya proverka tochnosti metoda Karmana-Kozeni dlya izmereniya udelnoy poverkhnosti chastits" [Experimental Verification of the Accuracy of the Karman-Kozeny Method for Measuring the Specific Surface Area of Particles]. Novyy universitet. Seriya: Tekhnicheskie nauki, no 9–10 (43–44), pp. 53–58.

Кирилл Юрьевич САМСОНОВ[1]
Александр Павлович ШЕВЕЛЕВ[2]

УДК 532

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОГРАНИЧЕНИЯ ВОДОПРИТОКА

[1] студент 1 курса магистратуры,
Физико-технический институт,
Тюменский государственный университет
sams-kirill@yandex.ru

[2] кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры моделирования
физических процессов и систем,
Физико-технический институт,
Тюменский государственный университет
alexandershevelev@mail.ru

Аннотация

В представленной работе рассматривается построение математической модели процесса вытеснения нефти водой с учетом изменения пористой среды за счет адсорбции растворенного вещества в воде.

Цель исследования заключается в рассмотрении изменения поведения пористости пласта и водонасыщенности. Для достижения данной цели работа строилась в три этапа. Первый этап заключался в решении уравнения Баклея–Леверетта методом контрольного объема. Также в это уравнение была добавлена модель, учитывающая одновременно кольматацию (оседание частиц) и суффозию (вымывание частиц) пористого скелета.

Вторым этапом являлось написание программного кода для данной численной модели. Заключительным этапом исследования являлось проведение расчета, и на основе

Цитирование: Самсонов К. Ю. Методика определения технических параметров ограничения водопритока / К. Ю. Самсонов, А. П. Шевелев // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 121–130.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-121-130

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

полученных результатов были построены тестовые графики. Такая модель актуальна для прогнозирования темпов добычи трудно извлекаемых запасов нефти в пластах с ярко выраженной неоднородностью и может быть применима не только в нефтегазовой сфере деятельности — в частности, определение срока службы бытовых фильтров также является задачей фильтрации с учетом изменения пористого скелета фильтрующего элемента и позволяет более точно прогнозировать срок его службы.

Методическую основу данной статьи составили труды отечественных (К. С. Басниев, А. М. Власов, И. Н. Кочин, В. М. Максимов, Н. Е Леонтьев, В. П. Захаров, Т. А. Исмагилов, А. Г. Телин, М. А. Силин) и зарубежных ученых (Ю-Шу Ву, Карстен Пруесс, З. К. Чен, Тормод Э. Йохансен, Лесли Э. Джеймс, Лю Сяолун).

Ключевые слова

Водоприток, уравнение Баклея–Леверетта, метод контрольного объема, кольматация, суффозия.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-121-130

В связи с проектированием и анализом нефтяных и газовых месторождений приходится исследовать совместное течение в пористой среде нескольких жидкостей, таких как вода, нефть и газ, которые представляют собой не смешивающиеся обособленные фазы. В Западной Сибири чаще всего встречаются многослойные неоднородные пласты. В процессе их эксплуатации происходит обводнение высокопродуктивного пласта, которое приводит к циркуляции нагнетаемой воды. Тем самым в других пластах-коллекторах нефть остается не извлеченной или добывается, но медленно. Решением данной проблемы является ограничение притока вод, т. е. выведение обводненного коллектора из разработки.

Применяемые технологии ограничения водопритока подразделяются на селективные и неселективные. Неселективными называются методы, использующие материалы, которые независимо от насыщенности среды нефтью, водой и газом образуют экран, не разрушающийся со временем в пластовых условиях [3]. Основная их цель — точное выделение обводненного интервала и исключение проницаемости продуктивной нефтенасыщенной части пласта. В основном для этих целей используют цементы, пеноцементы, полмерцементы и технические устройства типа разбуриваемых пакеров и перекрывающих устройств.

Селективные методы — это методы, использующие материалы, которые закачивают во всю перфорированную часть пласта, при этом образующийся осадок увеличивает фильтрационное сопротивление только в водонасыщенной части пласта, не затрагивая нефтяную ее часть [3]. Селективное воздействие реагентов основывается на различии физико-химических свойств пластовых жидкостей, а также и в особенности от геологического строения продуктивного пласта.

Целью данной работы являлось создание математической модели процесса вытеснения нефти водой с учетом изменения пористой среды за счет абсорбции растворенного вещества в воде. Стоит отметить, что изучением влияния порогового характера процессов вымывания или отложения частиц при движении реагента в пористой среде на структуру фронтов пористости занимался Н. Е. Леонтьев.

Для построения математической модели процесса вытеснения нефти водой с учетом изменения пористой среды решалась плоская задача фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости в неоднородном пласте. Жидкости предполагались несмешивающимися (взаимно нерастворимыми), отсутствовали фазовые переходы, температура и скорость потока постоянные. Концентрация частиц была достаточно мала, так что скорость частиц совпадала со скоростью жидкости, а также не учитывались гравитационные и капиллярные силы. В процессе вытеснения образуется зона совместного течения водяной и нефтяной фаз. Введем следующие обозначения: m — пористость, д. е.; $k_w(S)$, $k_o(S)$ — относительные фазовые проницаемости по воде и нефти соответственно, д. е.; S — водонасыщенность, д. е.; w — скорость потока, м/с; f(S) — функция Баклея–Леверетта, д. е; t — время, с; Δt — изменение по времени, с; x — координата, м; Δx — ширина половинного контрольного объема, м; γ_1, γ_2 — коэффициент суффозии и кольматации соответственно, д. е.; grad P — депрессия, Па/м; c — концентрация, д. е.; c_* — некоторая постоянная, при которой происходит задержка частиц на скелете, д. е.; G — некоторое значение градиента давления, при котором начинается суффозия, Па/м; η_w, η_o — динамическая вязкость воды и нефти соответственно, Па*с; w_w, w_o — скорость водяной и нефтяной фазы соответственно, м/с; k(m) — проницаемость пористого скелета, м^2.

Описание фильтрации малоконцентрированных суспензий в рамках механики сплошных сред основано на использовании системы (1), состоящей из уравнений баланса массы частиц суспензий и несущей жидкости, закона Дарси и уравнения, задающего кинетику отложения или срыва частиц [5: 73].

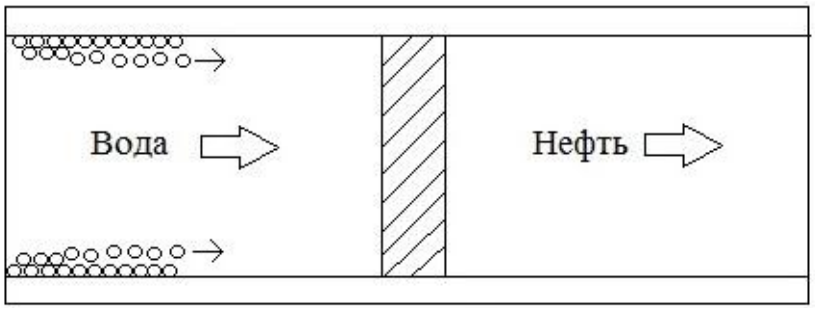


Рис. 1. Схема «поршневого» [2] вытеснения нефти водой с учетом кольматационных и суффозионных процессов

Fig. 1. The scheme of the “pumping” oil displacement by water based on colmatation and suffusion processes

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(mc)}{\partial t} + \mathrm{div}(cw) = \dfrac{\partial(m)}{\partial t}, \\ \dfrac{\partial(1-c)m}{\partial t} + \mathrm{div}((1-c)w) = 0, \\ w = -\dfrac{k(m)}{\mu}\mathrm{grad}P, \\ \dfrac{\partial(m)}{\partial t} = f(m, c, |\mathrm{grad}p|). \end{cases} \quad (1)$$

Стоит отметить, что уравнения, описывающие оседание частиц на скелет, чаще всего принимают в виде релаксационной модели [5: 73]. Таким образом, скорость оседания частиц на скелет, с одной стороны, возрастает, а с другой — убывает по мере приближения пористости к предельному значению.

Для одновременного учета кольматационных и суффозионных процессов Леонтьевым была предложена модель вида [5]:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\gamma_1(m_0 - m)|\mathrm{grad}\ P| - \gamma_2 cm, \ \ \gamma_1, \gamma_2, m_0 = \mathrm{const}, \quad (2)$$

где m_0 — пористость чистого скелета.

Первое слагаемое уравнения (2) в правой части отвечает росту интенсивности суффозии с увеличением локального градиента.

Модель, учитывающая пороговый характер кольматационных процессов, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial(m)}{\partial t} = \begin{cases} -\gamma(m - m_{ст})(c - c_*) & \text{при } c \geq c_*, \\ 0 & \text{при } c < c_*. \end{cases} \quad (3)$$

Модель, учитывающая пороговый характер суффозионных процессов имеет вид

$$\frac{\partial(m)}{\partial t} = \begin{cases} \gamma_1(m_0 - m)(|\mathrm{grad}P| - G) - \gamma_2 cm & \text{при } |\mathrm{grad}P| > G, \\ -\gamma_2 cm & \text{при } |\mathrm{grad}P| \leq G. \end{cases} \quad (4)$$

Задача двухфазной фильтрации без учета капиллярных сил основана на решении уравнения Баклея–Леверетта. Для получения дискретного аналога модели расчета динамики фильтрационно-емкостных свойств пласта за счет кольматации и суффозии при «поршневом» вытеснении нефти водой использовался метод контрольного объема и численный метод интегрирования систем дифференциальных уравнений в частных производных.

Полагая $w = w_o + w_w = \mathrm{const}$, а также используя закон фильтрации для каждой фазы, можно получить функцию распределения потоков фаз или функцию Баклея–Леверетта [6: 125].

Данная функция характеризует долю каждой фазы в общем потоке и определяет полноту вытеснения и характер распределения насыщенности по пласту:

$$f(S) = \frac{\eta_0 k_w(S)}{\eta_0 k_w(S) + k_o(S)}, \quad \eta_0 = \frac{\eta_w}{\eta_o}. \quad (5)$$

Одномерное дифференциальное уравнение в частных производных Баклея–Леверетта и его начальные и граничные условия имеют вид

$$m\frac{\partial S}{\partial t} + w\frac{\partial f(S)}{\partial x} = 0,$$
$$\text{Н.У.}: t = 0,\ S(x,0) = \varphi(x),\ \ x > 0,$$
$$\text{Г.У.}:\ x = 0,\ S(0,t) = \psi(t),\ \ t > 0. \tag{6}$$

Первое условие означает, что в начальный момент времени в пласте имеется некоторое известное распределение насыщенности вытесняющей фазы (воды), описываемое по закону $\varphi(x)$. Второе условие означает, что в момент времени $t > 0$ в пласт закачивается вытесняющая жидкость, насыщенность которой меняется по закону $\psi(t)$ [2: 233].

Для нахождения дискретного аналога уравнения Баклея–Леверетта в [6] использовался интегральный закон сохранения массы, согласно которому данное уравнение имеет вид

$$S_i^{n+1} = S_i^n - \frac{w\Delta t}{m\Delta x}\left(f_{i+1/2}^n - f_{i-1/2}^n\right). \tag{7}$$

Для нахождения $f_{i+1/2}^n$, $f_{i-1/2}^n$ использовалась схема «против потока», согласно которой водонасыщенность S постоянна внутри каждого элемента и имеет значение, соответствующее конкретному узлу, лежащему внутри данного элемента, и функция Баклея–Леверетта f(S) принимает значение, которое имеет жидкость выше по течению со стороны элемента [6: 130]:

$$\left[\begin{array}{l} f_{i-1/2} = f_{i-1} \\ f_{i+1/2} = f_i \end{array}\right. \quad w > 0,$$
$$\left[\begin{array}{l} f_{i-1/2} = f_i \\ f_{i+1/2} = f_{i+1} \end{array}\right. \quad w < 0. \tag{8}$$

Дискретный аналог уравнения, описывающий кинетику оседания и срыва частиц, имеет вид

$$m_i^{n+1} = m_i^n - (\gamma_2(m_i^n - m_{ст})(c_i^n - c_*) + \gamma_1(m_0 - m_i^n)(|\text{grad } P| - G) -$$
$$- \gamma_2 c_i^n m_i^n)\Delta t, |\text{grad } P| > G \text{ и } c \geq c_*,$$
$$m_i^{n+1} = m_i^n - \left(\gamma_2 c_i^n m_i^n - \gamma_1(m_i^n - m_{ст})(c_i^n - c_*)\right)\Delta t, |\text{grad } P| \leq G \text{ и } c \geq c_*, \tag{9}$$
$$m_i^{n+1} = m_i^n - \gamma_2 c_i^n m_i^n \Delta t, |\text{grad } P| \leq G \text{ и } c \leq c_*.$$

Учитывая (8), (9) и $w > 0$, а также линейную зависимость концентрации от водонасыщенности, был получен дискретный аналог модели процесса вытеснения нефти водой с учетом изменения пористой среды за счет абсорбции растворенного вещества в воде, который имеет следующий вид:

$$S_i^{n+1} = S_i^n - \frac{w\Delta t}{m_i^n \Delta x}(f_i^n - f_{i-1}^n),$$

$$m_i^{n+1} = m_i^n - (\gamma_2(m_i^n - m_{ст})(c_i^n - c_*) + \gamma_1(m_0 - m_i^n)(|\mathrm{grad}\ P| - G) -$$

$$- \gamma_2 c_i^n m_i^n)\Delta t, \tag{10}$$

$$m_i^{n+1} = m_i^n - \left(\gamma_2 c_i^n m_i^n - \gamma_1(m_i^n - m_{ст})(c_i^n - c_*)\right)\Delta t,$$

$$m_i^{n+1} = m_i^n - \gamma_2 c_i^n m_i^n \Delta t,$$

$$c_i^{n+1} = S_i^{n+1} c_i^n.$$

По результатам расчета данной модели были получены следующие зависимости.

На Рис. 2. представлена зависимость изменения водонасыщенности (в долях единиц) от координаты (в метрах). На нем видно, что с течением времени профиль вытеснения продвигается вдоль пласта. Скорость продвижения фронта составляет 2,4 м/сут. Также видно, что с ростом времени форма профиля размывается и стремится к линейно монотонной зависимости. Эволюцию фронта вытеснения можно объяснить, как с физической, так и с математической точек зрения. Первая объясняется различием в подвижностях нагнетаемой воды и нефти. Вторая точка зрения объясняется численной диффузией, т. е. с ростом числа математических операций даже при соблюдении условия устойчивости численного решения.

На Рис. 3. приведена зависимость пористости (в долях единиц) от времени (в сутках). Из графика видно, что с течение времени за счет адсорбции происходит оседание твердых частиц на скелет (кольматация), что закономерно изменяет пористость и как следствие проницаемость пористой среды. С ростом

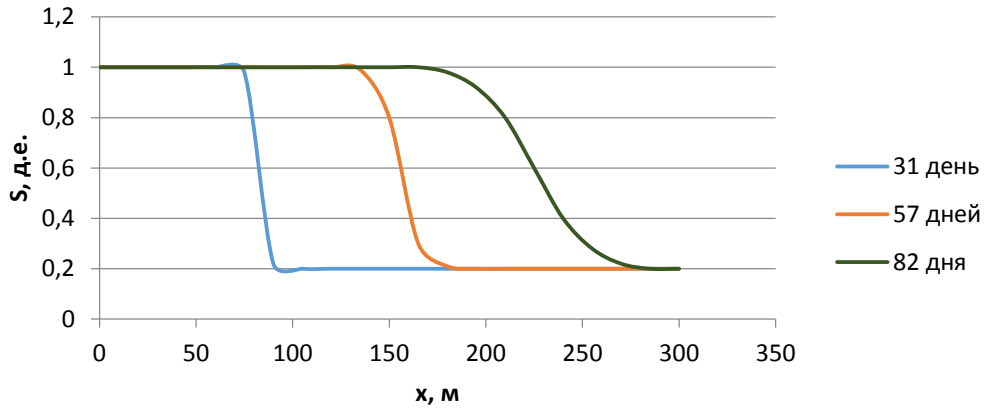


Рис. 2. Распределение водонасыщенности в различные моменты времени

Fig. 2. The distribution of water saturation at different times

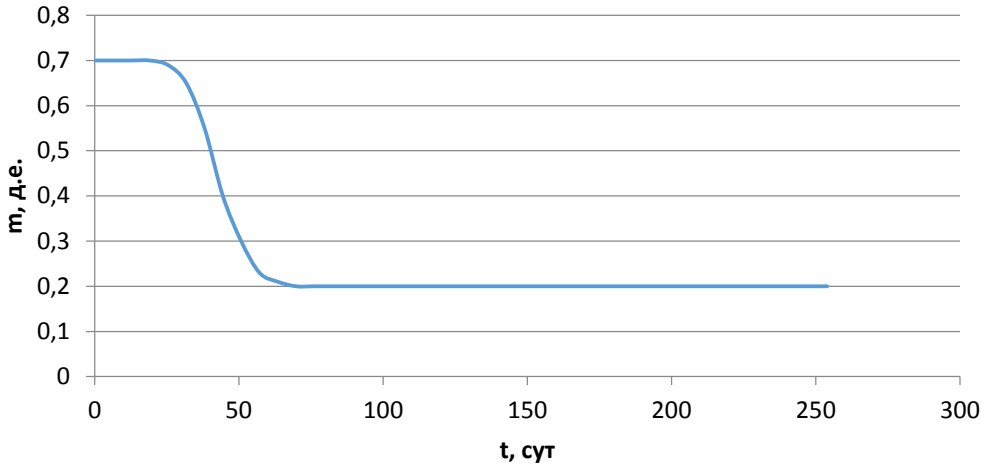


Рис. 3. Зависимость пористости от времени

Fig. 3. The dependence of porosity over time

времени и концентрации растворенного вещества с процессом кольматации начинает конкурировать суффозия растворенного вещества, т. е. смыв осевших частиц потоком нагнетаемой воды.

С точки зрения теории в определенный момент времени оба конкурирующих процесса должны привести к выравниванию скорости абсорбции и скорости растворения абсорбции данного вещества, и кривая изменения пористости исследуемого образца должна выйти на стационарный участок при соблюдении условия неизменности градиента давления. Однако в силу ограниченности вычислительного времени данный участок кривой не моделировался.

Из Рис. 3 видно, что за интервал времени с 25 до 69 суток пористость образца изменилась с 0,7 до 0,2 д. е.

Таким образом, была построена математическая модель процесса вытеснения нефти водой с учетом изменения пористой среды за счет адсорбции растворенного вещества в воде. В ходе расчета были получены тестовые графики. Данная модель является инструментом для получения методики определения основных параметров ограничения притока вод за счет изменения порового скелета твердыми частицами суспензии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басниев К. С. Подземная гидравлика / К. С. Басниев, А. М. Власов, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. М.: Недра, 1986. 303 с.
2. Басниев К. С. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. М.: Недра, 1993. 416 с.: ил.
3. Демахин С. А. Селективные методы изоляции водопритока в нефтяные скважины / С. А. Демахин, А. Г. Демахин. Саратов: Колледж, 2003. 164 с.: ил.

4. Захаров В. П. Нефтепромысловая химия. Регулирование фильтрационных потоков водоизолирующими технологиями при разработке нефтяных месторождений / В. П. Захаров, Т. А. Исмагилов, А. Г. Телин, М. А. Силин. М.: РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, 2010. 225 с.: ил.
5. Леонтьев Н. Е. О структуре фронта пористости при движении суспензии в пористой среде / Н. Е. Леонтьев // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 2006. № 5.
6. Максимов М. М. Математическое моделирование процессов разработки нефтяных месторождений / М. М. Максимов, Л. П. Рыбицкая. М.: Недра, 1976. 264 с.
7. Deng L. Capillary Corrections to Buckley-Leverett Flow / L. Deng, M. J. King // SPE Conference Paper. 2015.
8. Johansen T. E. On the Buckley-Leverett Equation with Constant-Pressure Boundary Conditions / T. E. Johansen, L. A. James, L. Xiaolong // SPE Journal Paper. 2016.
9. Sethian J. A. Numerical Solution of the Buckley-Leverett Equations / J. A. Sethian, A. J. Chorin, Paul Concus // SPE Conference Paper. 1983.
10. Wu Y.-S. Buckley-Leverett Flow in Composite Porous Media / Y.-S. Wu, K. Pruess, Z. X. Chen // SPE Advanced Technology Series. 1993. Vol. 1. No 2.

Kirill Yu. SAMSONOV[1]
Aleksandr P. SHEVELEV[2]

METHOD FOR DETERMINING THE TECHNICAL PARAMETERS OF WATER RESTRICTIONS

[1] Post-Graduate Student,
Institute of Physics and Technology,
Tyumen State University
sams-kirill@yandex.ru

[2] Cand. Sci. (Phys-Math.),
Associate Professor, Department
of Physical Processes and Systems Modeling,
Institute of Physics and Technology,
Tyumen State University
alexandershevelev@mail.ru

Abstract

The paper considers the construction of a mathematical model of the oil displacement by water process taking into account the changes in the porous medium due to the adsorption of the solute in the water. The purpose of the study is to examine the changes in the behavior of reservoir porosity and water saturation. To achieve this objective, the work has been built in three stages. The first stage consists in solving the Buckley–Leverett equation by the control volume method. Also a new model has been added into this equation, which took into account simultaneously the mudding (particles settling) and suffusion (particles washout) of the porous skeleton.

The second stage is the coding for this numerical model. The final stage of the study includes calculations, the results of which allowed building test graphics. Such a model is relevant for predicting the rate of extraction of hard recoverable oil reserves in reservoirs with pronounced heterogeneity, and it can be applied not only in the oil and gas sector activities — in particular, the determination of the service life of household filters as a filtering task with changes of the porous skeleton of the filter element allows more accurate predicting of its service life.

Citation: Samsonov K. Yu., Shevelev A. Sh. 2016. “Method for Determining the Technical Parameters of Water Restrictions”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 121–130.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-121-130

© Tyumen State University

The methodological basis for this article can be found in the papers by K. S. Basniev, M. A. Vlasova, I. N. Kochina, V. M. Maksimova, N. E. Leontiev, V. P. Zakharov, T. A. Ismagilov, A. G. Thelin, M. A. Silin, Yu-Shu Wu, Karsten Pruess, Z. X. Chen, Thormod E. Johansen, Lesley A. James, Liu Xiaolong.

Keywords

Water influx, Buckley-Leverett equation, control volume method, mudding, suffusion.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-121-130

REFERENCES

1. Basniev K. S., Kochina I. N., Maksimov V. M. 1993. Podzemnaya gidromekhanika: Uchebnik dlya vuzov [Underground Fluid Mechanics: University Textbook]. Moscow: Nedra.
2. Basniev K. S., Vlasov A. M., Kochina I. N., Maksimov V. M. 1986. Podzemnaya gidravlika [Underground Hydraulics]. Moscow: Nedra.
3. Demakhin S. A., Demakhin A. G. 2003. Selektivnye metody izolyatsii vodopritoka v neftyanye skvazhiny [Selective Water Shutoff Techniques in Oil Wells]. Saratov: Kolledzh.
4. Deng L., King M. J. 2015. “Capillary Corrections to Buckley-Leverett Flow”. Paper Presented at the SPE Conference.
5. Johansen T. E., James L. A., Xiaolong L. 2016. “On the Buckley-Leverett Equation with Constant-Pressure Boundary Conditions”. SPE Journal Paper.
6. Leontyev N. E. 2006. “O strukture fronta poristosti pri dvizhenii suspenzii v poristoy srede“ [On the Structure of the Front Suspension When Driving Porosity in a Porous Medium]. Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya 1. Matematika. Mekhanika, no 5.
7. Maksimov M. M., Rybitskaya L. P. 1976. Matematicheskoe modelirovanie protsessov razrabotki neftyanykh mestorozhdeniy [Mathematical Modeling of Oil Field Development]. Moscow: Nedra.
8. Sethian J. A., Chorin A. J., Concus P. 1983. “Numerical Solution of the Buckley-Leverett Equations”. Paper Presented at the SPE Conference.
9. Wu Y.-S., Pruess K., Chen Z. X. 1993. “Buckley-Leverett Flow in Composite Porous Media”. SPE Advanced Technology Series, vol. 1, no 2.
10. Zakharov V. P., Ismagilov T. A., Telin A. G., Silin M. A. 2010. Neftepromyslovaya khimiya regulirovanie filtratsionnykh potokov vodoizoliruyushchimi tekhnologiyami pri razrabotke neftyanykh mestorozhdeniy [Oilfield Chemistry Regulating Filtration Flows Water Shutoff Technology in the Development of Oil Fields]. Moscow: Gubkin Russian State University of Oil and Gas.

Научное издание

ВЕСТНИК
ТЮМЕНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ. НЕФТЬ, ГАЗ, ЭНЕРГЕТИКА
2016. Том 2. № 2

Редактор *Т. А. Протасов*
Перевод *Т. А. Протасов*
Компьютерная верстка *Н. А. Хромова*
Дизайн обложки *Е. Г. Шмакова*
Печать *А. Е. Котлярова, А. В. Башкиров, В. В. Торопов*

Подписано в печать 21.11.2016
Формат 70×108/16
Бумага Xerox Perfect Print
Обложка Stromcard LI
Гарнитура Quant Antiqua
Печать электрографическая
11,55 усл. печ. л., 9,24 уч.-изд. л.
Тираж 500 экз. Заказ № 1026

Объединенная редакция научных журналов «Вестник ТюмГУ»
625003, г. Тюмень, ул. Республики 9, каб. 100
тел/факс 8 (3452) 59-74-32
vestnik-energy-r@utmn.ru

Отпечатано в Издательстве ТюмГУ