

Математическое моделирование тепловых потерь для промышленных систем сбора природного газа

Паранук Арамбий Асланович✉, Дунаев Владислав Игоревич

Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия
Контакт для переписки: rambi.paranuk@gmail.com✉

Аннотация. В работе представлена математическая модель, позволяющая определять распределение температур в промышленных системах сбора природного газа различного технического назначения. Зачастую газосборные системы (коллекторы, шлейфы) имеют длину от 10 м до 500 м, а на крупных месторождениях их длина может достигать от 5 до 10 км. Поэтому возникает проблема определения и контроля температуры газосборного шлейфа в плоть до установки комплексной подготовки газа, а также поддержания промышленного шлейфа в безгидратном режиме эксплуатации. В этой связи рассматриваемая математическая модель учитывает тепловой пограничный слой и турбулентное ядро в потоке газа, которое возникает при подаче газа из скважины в промышленный газосборный коллектор. Эта модель включает в себя уравнения движения в форме Навье–Стокса, уравнение неразрывности, уравнение состояния реального газа, а также уравнение теплопроводности, учитывающее конвективный перенос тепла. В результате решения данной системы уравнений численно-аналитическим методом, получается выражение для определения температуры промышленного газосборного шлейфа. В работе приводится сравнение разработанной модели с известной формулой Шухова, в которой учитывается всего лишь один параметр — изменение температуры внутри полости газопровода от турбулентного ядра к внутренней стенке, которое возникает при движении природного газа от скважины до установки комплексной подготовки. В разработанной математической модели имеется два коэффициента: один отвечает за наличие турбулентного конвективного ядра (α), а другой — за тепловой пограничный слой (β).

Ключевые слова: турбулентное ядро, тепловой пограничный слой, конвективный перенос, промышленный газосборный шлейф, квазиоднородное приближение, система сбора газа

Цитирование: Паранук А. А., Дунаев В. И. 2025. Математическое моделирование тепловых потерь для промышленных систем сбора природного газа //

Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 11. № 3 (43). С. 6–17. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2025-11-3-6-17>

Поступила 29.11.2024; одобрена 03.07.2025; принята 10.07.2025

Mathematical modeling of heat losses for field natural gas gathering systems

Arambiy A. Paranuk✉, Vladislav I. Dunaev

Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia

Corresponding author: rambi.paranuk@gmail.com✉

Abstract. The paper presents a mathematical model that allows determining the temperature distribution in field natural gas collection systems for various technical purposes. Often, gas collection systems (collectors, plumes) have a length from 10 m to 500 m, and at large fields their length can reach from 5 km to 10 km. Therefore, there is a problem of determining and monitoring the temperature of the gas collection plume up to the installation of complex gas treatment, as well as maintaining the field plume in a hydrate-free operating mode. In this regard, the considered mathematical model takes into account the thermal boundary layer and the turbulent core in the gas flow, which occurs when gas is supplied from the well to the field gas collection collector. This model includes the equations of motion in the Navier–Stokes form, the continuity equation, the equation of state of real gas, and the heat conductivity equation taking into account the convective heat transfer. As a result of solving this system of equations numerically and analytically, an expression is obtained for determining the temperature of the field gas collection plume. The paper compares the developed model with the well-known Shukhov formula, which takes into account only one parameter — the change in temperature inside the gas pipeline cavity from the turbulent core to the inner wall, which occurs when natural gas moves from the well to the complex treatment unit. The developed mathematical model has two coefficients: one is responsible for the presence of a turbulent convective core (α), and the other is for the thermal boundary layer (β).

Keywords: turbulent core, thermal boundary layer, convective transport, field gas collection plume, quasi-one-dimensional approximation, gas collection system

Citation: Paranuk, A. A., & Dunaev, V. I. (2025). Mathematical modeling of heat losses for field natural gas gathering systems. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 11(3), 6–17. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2025-11-3-6-17>

Received Nov. 29, 2024; Reviewed Jul. 3, 2025; Accepted Jul. 10, 2025

Введение

Для развития газового комплекса РФ необходимо совершенствование методов эксплуатации оборудования и проведение технологических расчетов, основанных на математических моделях, позволяющих компенсировать отсутствие систем телеметрии на трубопроводах. Технологические проблемы, возникающие при добыче газа, требуют быстрого реагирования по причине частых смен режимов эксплуатации, что, в свою очередь, приводит к срывам поставок углеводородного сырья.

Определение распределения температур в газосборном коллекторе является важной задачей, решение которой позволяет контролировать процесс гидратообразования.

Известные математические модели определения температуры в газосборных шлейфах и до установки комплексной подготовки газа, приводимые в работах [Васильев и др., 1977; Воеводин, 1969; Бондарев и др., 1988; Васильев, Воеводин, 1968], не всегда применимы в эксплуатационных условиях, поскольку на многих месторождениях отсутствуют системы телеметрии (датчики температуры, давления, температуры точки росы по углеводородам и воде, а также газовые хроматографы для определения компонентного состава природного газа). Кроме того, на месторождениях не всегда имеется возможность организации собственных лабораторий для получения всех необходимых данных для применения существующих математических моделей. К тому же, выделим, что не во всех математических моделях учитывается тепловой пограничный слой и турбулентное ядро при движении природного газа в полости промыслового газосборного коллектора. Проблема определения температуры газосборного коллектора особенно актуальна для систем сбора газа, на которых отсутствуют системы телеметрии, к которым относится до 60% от общего фонда эксплуатируемых месторождений.

Математическое моделирование термобарического поля в газопроводе

Для моделирования термобарического поля в газопроводе с учетом теплового пограничного слоя и турбулентного ядра в потоке газа рассмотрим систему уравнений [Васильев и др., 1977; Воеводин, 1969; Бондарев и др., 1988; Васильев, Воеводин, 1968; Лощанский, 1978]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} \right) = -\nabla P + \eta \nabla^2 \bar{u} + \rho \bar{g} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u}) = 0 \\ P = \frac{R}{\mu} \rho T Z \\ c_v \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) T \right) = \lambda \nabla^2 T \end{array} \right. \quad (1)$$

В системе уравнений (1) введены следующие обозначения: \bar{u} — скорость потока газа, P — давление природного газа, T — температура природного газа, ρ — плотность природного газа, Z — коэффициент сжимаемости природного газа, μ — молярная масса природного газа, R — универсальная газовая постоянная, c_v — теплоемкость при постоянном объеме природного газа, λ — коэффициент теплопроводности природного газа, η — динамическая вязкость газа, \bar{g} — напряженность гравитационного поля [Васильев и др., 1977; Воеводин, 1969; Бондарев и др., 1988; Васильев, Воеводин, 1968; Лоцянский, 1978].

Первое уравнение системы (1) — уравнение движения в форме Навье–Стокса, второе — уравнение неразрывности, третье — уравнение состояния реального газа, четвертое — уравнение теплопроводности, учитывающее конвективный перенос тепла.

Для решения уравнений системы (1) будем считать, что течение природного газа от устья до установки комплексной подготовки газа (УКПГ) стационарное, т. е. установившееся, тогда примем, что

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0.$$

При рассмотрении первого и второго уравнения системы (1) учитываем, что длина газопровода при подаче газа от устья до УКПГ намного больше его диаметра. Будем рассматривать квазиодномерное приближение, т. е. условие

$$\bar{u} = u(x, 0, 0), \quad \rho = \rho(x).$$

Для первого уравнения системы (1) получим [Лоцянский, 1978; Галкин, Русаков, 2018; Самойлович, 1990; Кутателадзе, 1970; Елизарова, Хохлов, 2007; Паранук, 2018]:

$$\rho u \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} + \rho g \frac{dh}{dx} = -\rho \frac{\lambda_g}{d} \frac{u^2}{2}. \quad (2)$$

При этом в первом уравнении системы (1) слагаемое $\eta \nabla^2 \bar{u}$ при усреднении по сечению газопровода, соответствует слагаемому $\rho \frac{\lambda_g}{d} \frac{u^2}{2} > 0$ (гидравлические потери) в правой части уравнения (2).

Второе уравнение системы (1) в квазиодномерном приближении примет вид

$$\frac{d\rho u}{dx} = 0. \quad (3)$$

Интегрируя уравнение (3) по переменной x , получим:

$$\rho u = q = \frac{Q}{S_0}, \quad S_0 = \frac{\pi D^2}{4}. \quad (4)$$

В выражении (4) Q — массовый расход природного газа, q — приведенный к площади сечения массовый расход, S_0 — площадь поперечного сечения (торца), D — наружный диаметр трубопровода.

В третьем уравнении системы (1) величины P , ρ , T являются функциями переменной x , а $Z = Z(P, T)$ [Паранук, 2018; Паранук, Бунякин, 2019; Бунякин и др., 2019; Быков и др., 2022; Буц, 2012; Юдаев, 1981; Бекиров, 1980].

Рассмотрим четвертое уравнение системы (1):

$$c_V \rho \left(u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \lambda \nabla^2 T. \quad (5)$$

Проинтегрируем уравнение (5) по объему V , ограниченному поверхностью S . Применяя формулу Остроградского–Гаусса получим

$$c_V \rho u \int_V \frac{\partial T}{\partial x} dV = \lambda \int_V \nabla^2 T dV = \lambda \oint_S \frac{\partial T}{\partial n} dS. \quad (6)$$

В выражении (6) обозначено T_1 — температура в сечении x_1 , T_2 — температура в сечении x_2 , (рис. 1).

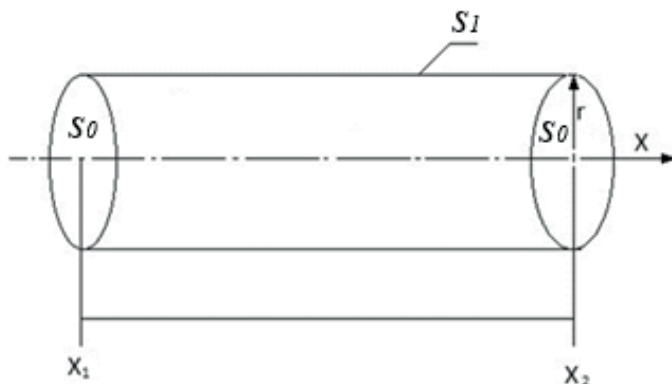


Рис. 1. Участок промыслового газопровода

Fig. 1. A section of the field gas pipeline

Согласно рис. 1 общая площадь поперечного сечения S определяется равенством

$$S = 2S_0 + S_1. \quad (7)$$

В равенстве (7) S_0 — торцевая поверхность, S_1 — цилиндрическая поверхность.

Исходя из того, что градиент температуры на торцевых поверхностях пренебрежимо мал по отношению к градиенту температуры вблизи стенки S_1 , имеем

$$c_V \rho u \int_V \frac{\partial T}{\partial x} dV = c_V \rho u S_0 (T_2 - T_1) = \lambda \int_{S_1} \frac{\partial T}{\partial n} dS = u \frac{dq_m}{dx}. \quad (8)$$

В выражении (8) обозначено: $u \frac{dq_m}{dx}$ — мощность теплового потока через боковую стенку S_1 .

Тогда с учетом обозначений (4) равенство (8) принимает вид [Паранук, 2018; Паранук, Бунякин, 2019; Бунякин и др., 2019; Быков и др., 2022; Буц, 2012; Юдаев, 1981]:

$$c_v Q (T_2 - T_1) = u \frac{dq_m}{dx}. \quad (9)$$

Для правой части выражения (9) имеем [Паранук, 2018; Паранук, Бунякин, 2019; Бунякин и др., 2019; Быков и др., 2022; Буц, 2012; Юдаев, 1981]:

$$u \frac{dq_m}{dx} = \Lambda \pi D (T_s - T). \quad (10)$$

В выражении (10) обозначено: Λ — коэффициента теплопередачи через стенку, T_s — температура среды, окружающей трубопровод.

Из равенств (9), (10), переходя к дифференциальной форме, получим:

$$c_v \frac{dT}{dx} \cdot Q = \pi D \Lambda (T_s - T). \quad (11)$$

Аналитическое определение величины $\frac{dT}{dx}$ в выражении (11) в приближении теплового пограничного слоя, с учетом теплообмена через стенку трубы с теплоизоляцией, и интегрирования соответствующего дифференциального уравнения, приводится в работе [Паранук, 2018].

В результате получаем:

$$\ln \frac{T_s - T_1}{T_s - T_2} = \beta \left(\sqrt{L} - \alpha \ln \frac{\sqrt{L} + \alpha}{\alpha} \right). \quad (12)$$

В равенстве (12) обозначено: $\alpha = \frac{2}{\pi D \Lambda} \sqrt{c_v Q \lambda}$ — коэффициент потерь тепла, \sqrt{M} ;

$\beta = 4 \sqrt{\frac{\lambda}{c_v Q}}$ — коэффициент переноса тепла, $\frac{1}{\sqrt{M}}$; L — длина трубопровода, м.

Тождественное преобразование уравнения (12) приводит к уравнению [Паранук, Бунякин, 2019; Бунякин и др., 2019; Быков и др., 2022; Буц, 2012; Юдаев, 1981; Бекиров, 1980; Исаченко и др., 1969; Михеев, 1956]:

$$T_2 = T_s + (T_1 - T_s) \left(\frac{\sqrt{L} + \alpha}{\alpha} \right)^{\alpha\beta} \exp(-\beta\sqrt{L}). \quad (13)$$

Результаты

Уравнение (13) качественно схоже с известной формулой Шухова [Юдаев, 1981; Бекиров, 1980; Исаченко и др., 1969; Михеев, 1956; Паточкина и др., 2016]. В этой формуле присутствует один коэффициент (γ) характеризующий экспоненциальное изменение температуры вдоль газопровода. В полученном уравнении имеется два коэффициента α и β , которые учитывают наличие турбулентного конвективного ядра и теплового пограничного слоя [Паранук, 2018]. Произведение их $\alpha\beta = \frac{8\lambda}{\pi D\Delta} = \frac{8}{\pi Nu}$ непосредственно связано с числом Нуссельта Nu.

В качестве проверки предложенной модели рассмотрим следующие эксплуатационные данные действующего промышленного газопровода месторождения Краснодарского края. Для расчета принимаем, что теплоемкость природного газа $c_V = 2483$ Дж/(кг·К); молярная масса природного газа $\mu = 0,016$ г/моль; коэффициент теплопередачи через стенку коллектора $\Lambda = 0,2$ Вт/(м²·К). Изоляция коллектора усиленная, состоит из 3 слоев ленты толщиной 1,2 мм; коэффициент теплопроводности газа $\lambda = 0,2$, температура окружающей среды -5 °С [Паранук, 2018; Паранук, Бунякин, 2019; Бунякин и др., 2019; Быков и др., 2022; Буц, 2012; Юдаев, 1981]. Исходные данные приводятся в табл. 1.

Таблица 1. Исходные данные для проверки математической модели
Table 1. Initial data for testing the mathematical model

№ сква- жин	Диаметр шлейфа, м	Длина шлейфа, км	Давление Р ₁ , МПа	Давление Р ₂ , МПа	Темпера- тура, Т ₁ , °С	Расход при- родного газа, млн м ³ /сутки	Толщина стенки трубы, мм
1	200	8	3,4	2,8	10	0,96	6,0
2	300	6	4,5	3,2	9,5	0,98	8,0
3	250	5	3,2	2,6	11	0,83	7,0
4	400	3	4,5	3,6	8,5	0,89	9,9
5	200	3	3,2	2,9	10,5	0,82	6,0
6	200	2,2	3,0	2,8	9,7	0,95	6,0
7	300	1,8	4,2	3,75	8,8	0,98	8,0

Результаты расчета тепловых потерь промышленного газосборного трубопровода приведены в табл. 2.
Для верификации полученные значения температуры для промышленных шлейфов сравним с результатами, выведенными по формуле Шухова и CFD-моделями программы Ansys Fluent (см. табл. 3).

По результатам верификации можно утверждать, что предложенная математическая модель ближе по результатам к CFD-модели, она более точно описывает теплотери и теплообмен. Отметим, что представленную математическую

модель лучше использовать в условиях эксплуатации при ограниченном количестве входных данных. Она имеет определенные преимущества перед CFD-моделями и формулой Шухова, не требует специальной подготовки и обучения персонала на специализированных программных продуктах, как в случае с CFD-моделями, а также легко алгоритмизируется и дает более точный результат по сравнению с формулой Шухова. Кроме того, в работе приводится полный генезис предложенной математической модели, исходя из фундаментальных законов, которая сводится к частной постановке задачи для уравнения теплопроводности. Данная постановка является новой и ранее авторами не приводилась в качестве доказательства адекватности предложенного численно-аналитического решения системы уравнений (1). Численная реализация, а также верификация показала возможность применения модели в промысловых условиях.

Таблица 2. Результат расчета температуры промысловых шлейфов месторождения Краснодарского края

Table 2. Result of calculating the temperature of the production plumes of the Krasnodar Territory field

№ сква- жин	Температура T ₂ , °C	Скорость газа v, кг/с	Коэффициенты отражают изменение температуры от ядра к стенке		Расход природного газа, кг/с
			α	β	
1	8,52	778,8	0,54639	0,00233	237,3
2	8,53	528,2	0,36803	0,00231	242,27
3	9,898	537,57	0,40643	0,00251	205,19
4	8,19	359,1	0,26304	0,002420	220,02
5	9,86	665,2	0,50497	0,002521	202,72
6	9,4	770,7	0,54353	0,002342	234,86
7	8,79	528,2	0,36803	0,002306	242,27

Таблица 3. Верификация полученных результатов

Table 3. Verification of the obtained results

№ скважин	Температура T ₁ , °C	Температура T ₂ , °C (авторская)	Температура T ₂ , °C (Шухов)	Температура T ₂ , °C (CFD)
1	10	8,52	9,97	8,77
2	9,5	8,53	9,48	7,93
3	11	9,898	10,97	9,54
4	8,5	8,19	8,49	7,07
5	10,5	9,86	10,49	9,95
6	9,7	9,4	9,69	9,34
7	8,8	8,79	8,79	8,34

Обсуждение

В работе приводится система уравнений, которая состоит из уравнения движения в форме Навье–Стокса, уравнения неразрывности, уравнения состояния реального газа, уравнения теплопроводности, учитывающего конвективный перенос тепла. Данная система уравнений решается численно-аналитическим методом и позволяет отследить генезис предложенной математической модели.

Рассматриваемая система уравнений (1) сводится к одному уравнению, позволяющему определять тепловые потери в промысловых системах сбора природного газа от устья до УКПП, с учетом наличия турбулентного конвективного ядра (α) и теплового пограничного слоя (β). Полученное при моделировании процесса теплопереноса уравнение (13) можно применять повсеместно в технологических расчетах, о чем свидетельствуют результаты, приведенные в табл. 2. Верификация, которая приводится в табл. 3, показала, что предложенная модель по своим результатам приближается к CFD-моделям по точности.

Заключение

В работе приводится генезис предложенной математической модели определения температуры газосборного коллектора до установки подготовки газа к транспорту. Эта модель приводит к выражению, альтернативному известной формуле Шухова для определения температуры трубопроводов, которая применяется повсеместно для расчета тепловых потерь газопроводов. Полученное выражение, лучше описывает теплотеплотери и тепло-массообмен, возникающие в промысловых системах сбора газа.

Список источников

- Бекиров Т. М. 1980. Промысловая и заводская обработка природных и нефтяных газов. М.: Недра. 293 с.
- Бондарев Э. А., Васильев В. И., Воеводин А. Ф., Павлов Н. Н., Шадрин А. П. 1988. Термодинамика систем добычи и транспорта газа. М.: Наука. 270 с.
- Буныкин А. В., Паранук А. А., Мамий С. А., Кешоков М. В. 2019. Моделирование тепловых характеристик промысловых шлейфов и проверка условия образования гидратов природного газа // Технологии нефти и газа. № 5 (124). С. 47–52. DOI: 10.32935/1815-2600-2019-124-5-47-52
- Буц В. В. 2012. Математическое моделирование процесса ингибирования образования гидратов в газопроводах с оптимизацией расхода ингибитора: дис. ... канд. техн. наук. Саратов. 153 с.
- Быков И. Ю., Паранук А. А., Буныкин А. В. 2022. Математическое моделирование температурных условий гидратообразования в промысловых газосборных коллекторах Западно-Песочной площади Уренгойского НГКМ // Инженерно-физический журнал. Том 95. № 1. С. 225–231.

- Васильев О. Ф., Бондарев Э. А., Каниболотский М. А., Метляева Э. А. 1977. Обратные задачи стационарного неизоэнтальпического течения газа в трубах // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. № 1. С. 143–145.
- Васильев О. Ф., Воеводин А. Ф. 1968. О газотермодинамическом расчете потоков в простых и сложных трубопроводах (постановка задачи) // Известия СО АН СССР. Технические науки. Вып. 3. № 13. С. 52–62.
- Воеводин А. Ф. 1969. Газотермодинамический расчет потоков в простых и сложных трубопроводах // Известия СО АН СССР. Технические науки. Вып. 2. № 8. С. 45–55.
- Галкин В. С., Русаков С. В. 2018. О статусе уравнений Навье–Стокса в газодинамике (обзор) // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. № 1. С. 156–173. DOI: 10.7868/S0568528118010164
- Елизарова Т. Г., Хохлов А. А. 2007. Квазигазодинамические уравнения для течения газа с внешними источниками тепла // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. № 3. С. 10–13.
- Исаченко И. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. 1969. Теплопередача. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Энергия. 438 с.
- Кутателадзе С. С. 1970. Основы теории теплообмена. Изд. 4-е. Новосибирск: Наука. 659 с.
- Лоцянский Л. Г. 1978. Механика жидкости и газа. 5-е изд., пер. М.: Наука. 736 с.
- Михеев М. А. 1956. Основы теплопередачи. Изд. 3-е, перераб. М.-Л. Госэнергоиздат. 392 с.
- Паранук А. А., Бунякин А. В. 2019. Совершенствование математической модели расчета образования гидратов в шлейфах газосборной сети // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. № 2 (118). С. 133–141. DOI: 10.17122/ntj-oil-2019-2-133-141
- Паранук А. А. 2018. Совершенствование математической модели расчета процесса образования гидратов в газопроводе // Технологии нефти и газа. № 4 (117). С. 61–64.
- Паточкина О. Л., Казаринов Ю. Г., Ткаченко В. И. 2016. Физическая модель зависимости числа Нуссельта от числа Рэлея // Журнал технической физики. Том 86. № 11. С. 23–29.
- Самойлович Г. С. 1990. Газодинамика: учебник для вузов. М.: Машиностроение. 384 с.
- Юдаев Б. Н. 1981. Теплопередача. М.: Высшая школа. 319 с.

References

- Bekirov, T. M. (1980). *Industrial and Factory Processing of Natural and Oil Gases*. Nedra. [In Russian]
- Bondarev, E. A., Vasiliev, V. I., Voevodin, A. F., Pavlov, N. N., & Shadrina, A. P. (1988). *Thermodynamics of Gas Production and Transportation Systems*. Nauka. [In Russian]
- Bunyakin, A. V., Paranuk, A. A., Mamiy, S. A., & Keshokov, M. V. (2019). Simulation of thermal characteristics of field trails and verification of formation conditions of natural gas hydrates. *Oil and Gas Technologies*, 5(124), 47–52. DOI: 10.32935/1815-2600-2019-124-5-47-52 [In Russian]

- Buts, V. V. (2012). *Mathematical Modeling of the Process of Inhibiting Hydrate Formation in Gas Pipelines with Optimization Consumption of Inhibitor* [Cand. Sc. (Technical) dissertation, Saratov]. [In Russian]
- Bykov, I. Yu., Paranuk, A. A., & Bunyakin, A. V. (2022). Mathematical simulation of temperature conditions of hydrate formation in the field gas collectors of the Western Pestsovaya area of the Urengoy oil and gas condensate field. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 95(1), 225–231. [In Russian]
- Vasiliev, O. F., Bondarev, E. A., Kanibolotskiy, M. A., & Metlyaeva, E. A. (1977). Inverse problems of stationary non-isothermal gas flow in pipes. *Izvestiya of the Academy of Sciences of the USSR. Energy and transport*, 1, 143–145. [In Russian]
- Vasiliev, O. F., & Voevodin, A. F. (1968). On gas-thermodynamic calculation of flows in simple and complex pipelines (problem statement). *Bulletin of the Siberian Branch of the USSR Academy of Sciences. Technic sciences*, 3(13), 52–62. [In Russian]
- Voevodin, A. F. Gas-thermodynamic calculation of flows in simple and complex pipelines. *Bulletin of the Siberian Branch of the USSR Academy of Sciences. Technic sciences*, 2(8), 45–55. [In Russian]
- Galkin, V. S., & Rusakov, S. V. (2018). Status of the Navier–Stokes equations in gas dynamics. A review. *Fluid Dynamics*, 1, 156–173. DOI: 10.7868/S0568528118010164 [In Russian]
- Elizarova, T. G., & Khokhlov, A. A. (2007). Quasi-gas-dynamic equations for gas flow with external heat sources. *Bulletin of Moscow University. Series 3: Physics. Astronomy*, 3, 10–13. [In Russian]
- Isachenko, I. P., Osipova, V. A., & Sukomel, A. S. *Heat Transfer* (2nd ed., revised and enlarged). Energiya. [In Russian]
- Kutateladze, S. S. (1970). *Fundamentals of the Theory of Heat Exchange* (4th ed.). Nauka. [In Russian]
- Lotsyansky, L. G. (1978). *Mechanics of Liquids and Gases* (5th ed., transl.). Nauka. [In Russian]
- Mikheev, M. A. (1956). *Fundamentals of Heat Transfer* (3rd ed., revised). Gosenergoizdat. [In Russian]
- Paranuk, A. A., & Bunyakin, A. V. (2019). Improvement the mathematical model for the hydrates formation calculating in the gas gathering network. *Problems of Gathering, Treatment and Transportation of Oil and Oil Products*, 2(118), 133–141. DOI: 10.17122/ntj-oil-2019-2-133-141 [In Russian]
- Paranuk, A. A. (2018). Improvement of the mathematical model for calculating the hydrate formation process in a gas pipeline. *Oil and Gas Technologies*, 4(117), 61–64. [In Russian]
- Patochkina, O. L., Kazarinov, Yu. G., & Tkachenko, V. I. (2016). Physical model of the dependence of the Nusselt number on the Rayleigh number. *Journal of Technical physics*, 86(11), 23–29. [In Russian]
- Samoilovich, G. S. (1990). *Hydrogasdynamics*. Mashinostroenie. [In Russian]
- Yudaev, B. N. (1981). *Heat Transfer*. Higher School. [In Russian]

Информация об авторах

Арамбий Асланович Паранук, кандидат технических наук, доцент кафедры газонефтетранспортных систем и оборудования нефтяной и газовой промышленности, Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия
<https://orcid.org/0000-0003-2443-683X>

Владислав Игоревич Дунаев, доктор физико-математических наук, профессор кафедры газонефтетранспортных систем и оборудования нефтяной и газовой промышленности, Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия
<https://orcid.org/0000-0002-4166-6808>

Information about the authors

Arambiy A. Paranuk, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor, Department of Gas and Oil Transportation Systems and Equipment of the Oil and Gas Industry, Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia
<https://orcid.org/0000-0003-2443-683X>

Vladislav I. Dunaev, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Gas and Oil Transportation Systems and Equipment of the Oil and Gas Industry, Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia
<https://orcid.org/0000-0002-4166-6808>