

Виталий Петрович КОСЯКОВ<sup>1</sup>  
Дмитрий Юрьевич ЛЕГОСТАЕВ<sup>2</sup>

УДК 519.6 (004.8.032.26)

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОЛЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ ЭЛЕМЕНТА РАЗРАБОТКИ НЕФТЯНОГО ПЛАСТА В ДВУМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ\*

<sup>1</sup> кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник, Тюменский филиал  
Института теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН  
lik.24@yandex.ru; ORCID: 0000-0002-2297-408X

<sup>2</sup> младший научный сотрудник, Тюменский филиал  
Института теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН  
legostaevdy@yandex.ru; ORCID: 0000-0001-6371-7031

### Аннотация

В современном мире широкое распространение получили методы машинного обучения. В нефтяной отрасли также заметна тенденция привлечения данных методов в контексте цифровизации и интеллектуализации всего производственного процесса.

Настоящая работа посвящена разработке методики решения обратной задачи восстановления поля проницаемости нефтяного пласта при совместном использовании элементов машинного обучения и фильтрационной модели. Реализован вычислительный алгоритм, который подразумевает тесную взаимную интеграцию фильтрационной части и блока

---

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Тюменской области в рамках научного проекта № 20-41-720004.

---

**Цитирование:** Косяков В. П. Использование машинного обучения для восстановления поля проницаемости элемента разработки нефтяного пласта в двумерной постановке / В. П. Косяков, Д. Ю. Легостаев // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 2 (30). С. 129-149. DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-2-129-149

---

машинного обучения, результаты которого используются для параметризации физически содержательной модели. В качестве модели машинного обучения использована сеть радиально-базисных функций. Предлагаемая процедура поиска решения включает в себя численное решение прямой и сопряженной задачи для фильтрационной модели. Решение сопряженной задачи позволяет применять градиентные методы оптимизации, широко используемые в методах машинного обучения.

В работе представлены результаты численного эксперимента. На примере симметричного двумерного элемента разработки получено решение задачи восстановления поля проницаемости для набора зонально-неоднородных нефтяных пластов. Для восстановленных полей характерные размеры неоднородностей с достаточной точностью совпадают с исходными. Показана принципиальная возможность качественного восстановления фильтрационно-емкостных характеристик межскважинного пространства, что невозможно при использовании классических методов интерполяции без привлечения дополнительных данных. В работе выполнено исследование влияния выбора вида управляющего параметра на поведение целевой функции и ее производной, что влияет на процесс решения обратной задачи. В результате исследования предложено использование гидродинамического сопротивления в качестве адаптируемого параметра при решении обратной задачи.

#### **Ключевые слова**

Фильтрация, математическое моделирование, обратная задача, сопряженная задача, подземная гидродинамика, машинное обучение, радиальные базисные функции.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-2-129-149**

#### **Введение**

В настоящее время во множестве отраслей промышленности широкое распространение получили методы машинного обучения и интеллектуального анализа данных (data mining). Применительно к задачам нефтяной отрасли инструменты машинного обучения требуют существенных доработок как в плане методологии их применения, так и в плане их технической реализации [4, 9, 10]. Особый интерес представляет использование инструментов машинного обучения для решения обратной задачи, которое заключается в подборе параметров фильтрационной модели, позволяющей с достаточной точностью воспроизвести историю разработки и в дальнейшем получить достоверный прогноз. Одной из основных проблем при решении обратных задач является невозможность получения единственного решения [1]. Дополнительным неблагоприятным фактором является низкое качество исходной информации, которое может заключаться как в отсутствии части данных, так и в их противоречивости. Таким образом, актуальной является задача разработки эффективных с точки зрения быстродействия моделей и подходов для решения обратных задач, обеспечивающих устойчивость получаемого решения в условиях низкого качества исходной информации.

Предлагаемый подход предполагает совместное использование методов машинного обучения, в частности сети радиальных базисных функций, которую можно представить как простейшую разновидность нейронной сети, инструментов оптимизации и физически содержательной фильтрационной модели [8]. В качестве инструмента для применения методов машинного обучения был использован пакет Flux [5], а в качестве фильтрационной модели (прямая и сопряженная задачи) — вычислительный код на языке программирования Julia. Использование радиальных базисных функций в качестве инструмента интерполяции позволяет повысить гибкость настройки модели при решении задачи восстановления гидропроводности межскважинного пространства нефтяного месторождения. Традиционные методы интерполяции фильтрационно-емкостных параметров, как правило, не позволяют без дополнительных данных с достаточной точностью описать межскважинное пространство. Предлагаемый инструмент на примере простой модели показал принципиальную возможность выявления неоднородностей межскважинного пространства, основываясь исключительно на промысловых данных.

Совместное использование методов машинного обучения и физически содержательной фильтрационной модели позволяет избежать получения неприемлемых с точки зрения физики решений, с одной стороны, и выявить основные закономерности исследуемого объекта с привлечением всего разнообразия данных — с другой [2]. На рис. 1 представлена схема предлагаемого гибридного подхода, где методы машинного обучения объединяются с физически содержательной фильтрационной моделью.

Алгоритм работы предлагаемого подхода заключается в том, что методы машинного обучения объединяются с физически содержательной фильтрационной моделью, которая используется в качестве одного из слоев полученной гибридной нейронной сети. При данном подходе на вход ML подается часть данных input ML, рассчитываются значения output ML, которые вместе с данными input Flow выступают в качестве входа для расчета Flow. Для настройки параметров модели ML используются результаты решения сопряженной задачи (Flow derivative), которые позволяют рассчитать градиент для фильтрационной части. Расчет градиента для элементов МО выполняется с помощью стандартной процедуры обратного распространения ошибки. Для ФМ расчет градиента является отдельной трудоемкой задачей, вычислительная сложность которой, как правило, сопоставима или превосходит сложность прямого расчета ФМ. Расчет градиента для ФМ вынесен в отдельный блок решения сопряженной задачи.

### Постановка задачи

Исследование эффективности предлагаемого подхода будет показано на примере решения задачи поиска поля проницаемости для симметричного элемента разработки нефтяного месторождения. Объект разработки эксплуатируется при помощи пятиточечной схемы расстановки скважин. Схема объекта, размеры и расположение скважин представлены на рис. 2.

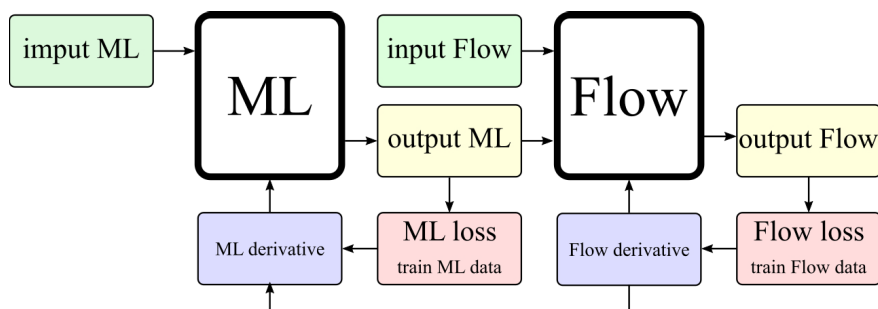


Рис. 1. Схема расчета предлагаемого алгоритма совместного использования МО и ФМ

Условные обозначения: input ML — входные данные; ML — вычислительный блок машинного обучения (МО); output ML — результат вычислений блока МО; Flow — фильтрационная модель (ФМ); input Flow — часть данных, подаваемая на вход блоку ФМ; output Flow — результат вычислений блока ФМ; ML loss и Flow loss — слагаемые результирующей целевой функции, вычисляемые блоками МО и ФМ; Flow derivative — блок вычисления сопряженной задачи для ФМ; ML derivative — блок вычисления градиентов целевой функции МО.

Fig. 1. Calculation scheme for the proposed algorithm for the combined use of ML and FM

Symbols in the figure: input ML — input data; ML — machine learning (ML) computational block; output ML — the result of calculations of the ML block; Flow — filtration model (FM); input Flow — a part of the data supplied to the input of the FM block; output Flow — the result of the calculations of the FM block; ML loss and Flow loss — the terms of the resulting objective function calculated by the ML and FM blocks; Flow derivative — the block for calculating the adjoint tasks for the FM; ML derivative — a block for calculating the gradients of the objective function of the ML.

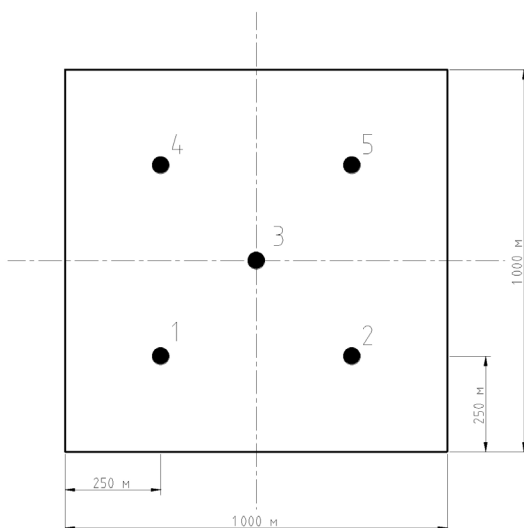


Рис. 2. Схема расчетной области

Fig. 2. Scheme computational domain

Симметричный элемент содержит пять скважин: четыре добывающих и одну нагнетательную (на рис. 2 обозначены черными кругами), на внешних границах задано постоянное давление  $P_{aq}$ . Толщина пласта принимается равной 10 м, пористость — 20%. На скважинах задается расход жидкости, который может изменяться с течением времени. Для дальнейших расчетов принимается, что для добывающих скважин расход жидкости имеет положительное значение, для нагнетательных — отрицательное.

### Модель машинного обучения

В качестве модели машинного обучения была выбрана двухслойная нейронная сеть, состоящая из слоя радиально-базисных функций (РБФ) и полносвязного слоя. Слой РБФ определяет влияние каждого базиса на выбранную точку пространства, результат работы данного слоя зависит от положения базисов и областей их влияния:

$$Y = \varphi(\varepsilon \|X - C\|), \quad (1)$$

где  $X$  — вход слоя;  $Y$  — выход слоя;  $C$  — матрица положений базиса в пространстве;  $\varepsilon$  — вектор, определяющий области влияния базисов;  $\varphi$  — радиально-базисная функция активации. При исследовании в качестве функции активации для слоя РБФ использовалась функция Гаусса:

$$\varphi(r) = \exp[-(\varepsilon r)^2].$$

Выходом полносвязного слоя в контексте задачи является значение восстанавливаемого поля проницаемости. Полносвязный слой определяет степень влияния каждого базиса на искомое поле:

$$y = \psi(W \cdot X + b),$$

где  $W$  — матрица весов линейного слоя;  $b$  — вектор свободных членов, который в контексте решаемой задачи можно интерпретировать как средний уровень гидропроводности;  $\psi$  — функция активации для линейного слоя.

При инициализации параметров слоя РБФ использовалось равномерное распределение случайной величины в заданном диапазоне. Начальные положения базисов  $C$  ограничивались размерами расчетной области. Ограничения на начальное распределение  $\varepsilon$  выбраны из соображений о том, что область влияния базиса  $\varepsilon$  должна соответствовать характерному межскважинному расстоянию. Начальное приближение для весов полносвязного слоя  $W$ ,  $b$  определялось так, чтобы удовлетворить значениям проницаемости на скважинах. Полученное таким образом начальное приближение для поля проницаемости не должно содержать отрицательных значений.

Предложенная в статье архитектура модели машинного обучения может масштабироваться: кроме восстановления поля проницаемости аналогичным образом могут быть найдены другие параметры фильтрационной модели (поле пористости, толщина пласта и др.). Кроме того, реализованная связка фреймворка

для машинного обучения Flux с фильтрационной моделью позволяет изменять архитектуру нейронной сети (например, использование глубоких полносвязных сетей, сверточных нейронных сетей и др.) без доработок предложенного алгоритма.

### Математическая модель

Для решения задачи в качестве фильтрационной модели будет использоваться двумерная математическая модель фильтрации слабосжимаемой жидкости [3, 6]:

$$\nabla\sigma\nabla P = h\beta^* \frac{dP}{dt} + \delta(x, y), \quad (2)$$

$$\delta(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{при } (x, y) \notin \Gamma_{in} \cup \Gamma_{out}, \\ q_j, & \text{при } (x, y) \in \Gamma_{in}, \\ q_{aq}, & \text{при } (x, y) \in \Gamma_{out}, \end{cases} \quad (3)$$

$$P = P_0, \text{ при } t = 0,$$

где  $\sigma$  — гидропроводность;  $P$  — пластовое давление;  $\beta^*$  — эффективная сжимаемость;  $h$  — эффективная толщина;  $q_j$  — расход жидкости в  $j$ -й скважине;  $P_0$  — пластовое давление в начальный момент времени  $t = 0$ ;  $q_{aq}$  — удельный расход жидкости через внешнюю границу, который находится по формуле:

$$q_{aq} = \lambda\sigma|_{\Gamma_{out}}(P|_{\Gamma_{out}} - P_{aq}), \quad (4)$$

где  $P_{aq}$  — давление в аквифере,  $P_{aq} = P_0$ ;  $\lambda$  — коэффициент продуктивности аквифера.

Обратная задача решается в оптимизационной постановке, которая заключается в минимизации целевой функции  $J$ . Целевая функция характеризует отличие расчетных и фактических данных [6, 7]. В качестве сопоставляемых данных могут быть использованы значения расходов жидкости на скважинах, пластовое давление, гидропроводность пласта вблизи скважин. Помимо слагаемых, характеризующих отличие фактических и расчетных значений, целевая функция содержит слагаемые, отвечающие за выполнение физических и экспертных ограничений. Учет экспертной (априорной) информации, повышающей обусловленность задачи, в конечном итоге приводит к снижению времени поиска решения и улучшению качества настройки модели. Таким образом, итоговый целевой функционал может быть записан в виде суммы:

$$\begin{aligned} J &= J_{ml} + J_{flow} + \sum J_{pnl} = \\ &= w_\sigma f_{MSE}(\sigma^f, \sigma^c) + w_p f_{MSE}(p^f, p^c) + \sum w_{pnl} f_{pnl}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $J_{ml}$  — слагаемое, рассчитываемое в модуле МО;  $J_{flow}$  — слагаемое, рассчитываемое в фильтрационном модуле;  $\sum J_{pnl}$  — слагаемое, отвечающее за ограничения, накладываемые на модель;  $f_{MSE}$  — среднеквадратичная ошибка (MSE)

для расчетных значений гидропроводности и пластового давления;  $w_\sigma$  и  $w_p$  — весовые коэффициенты, отвечающие за влияние на целевую функцию значений гидропроводности и пластового давления соответственно; верхние индексы у переменных  $f$  и  $c$  указывают на фактические замеры (*fact*) и расчетные значения (*calc*) соответственно;  $\sum w_{pnl} f_{pnl}$  — сумма штрафных функций, которые выступают в качестве регуляризаторов и позволяют учитывать экспертные и физические ограничения. Среднеквадратичная ошибка записывается следующим образом:

$$f_{MSE}(x^f, x^c) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i^f - x_i^c)^2, \quad (6)$$

где  $i$  — номер замера,  $N$  — количество замеров. Штрафные функции используются для учета ограничений как управляющих параметров, так и значений фазовых переменных.

Решение оптимизационной задачи осуществляется встроенными в пакет Flux оптимизационными алгоритмами (Descent и ADAM). Алгоритмы машинного обучения в своей основе широко используют градиентные методы оптимизации. В связи с этим для эффективного совместного использования методов МО и фильтрационной модели как одного из слоев цепочки МО необходимо рассчитывать градиент слагаемого целевой функции, который отвечает за фильтрационную модель. Для нахождения этих значений необходимо решить сопряженную задачу. Искомые значения можно записать в виде:

$$\frac{\partial J_{flow}}{\partial u_k} = -\frac{2w_p}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} (p_i^f - p_i^c) \frac{\partial p_i^c}{\partial u_k} + \sum \frac{\partial f_{pnl}}{\partial u_k}, \quad (7)$$

где производную штрафной функции по управляющему параметру  $u$  можно записать таким образом:

$$\frac{\partial f_{pnl}}{\partial u_k} = \pm 2w_{pnl} \sum_{j=1}^{N_c} f'_{sp} \frac{\partial x_j^c}{\partial u_k},$$

где  $N_c$  — количество точек, для которых задаются ограничения; знак перед значением определяется видом ограничения;  $x$  — фазовая переменная. Для решения задачи восстановления поля проницаемости, при использовании фильтрационной модели как последнего слоя в методе МО, управляющим параметром  $u_k$  является значение проницаемости. Решение оптимизационной задачи находится с помощью итерационных методов. На каждой итерации численно решается прямая задача (2)-(5) и осуществляется расчет производных целевой функции по настраиваемым параметрам модели [6, 7]. Численное решение прямой фильтрационной задачи находилось методом контрольного объема при использовании неявной схемы по времени.

### Вычислительный эксперимент

Вычислительный эксперимент был проведен на примере решения задачи восстановления поля проницаемости в двумерной постановке для симметричного элемента разработки нефтяного месторождения (рис. 2). Численная математическая модель имеет 441 расчетную ячейку, решение находится при использовании неявной схемы по времени, период моделирования — 100 месяцев, шаг по времени — 1 месяц, начальное пластовое давление равняется давлению на контуре (в аквифере) и равно 10 МПа. Решение прямой (фильтрационной) и сопряженной задачи (нахождение производных фазовых переменных) находилось численно при помощи гидродинамического симулятора, реализованного на языке программирования Julia. Обратная задача решалась в оптимизационной постановке, где настраиваемыми (управляющими) параметрами являются:  $c_p$ ,  $\varepsilon_p$ ,  $w_p$ ,  $b$ .

При численном решении целевую функцию (5) запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 J = & w_k \sum_{i=1}^{Nk} (k_i^f - k_i^c)^2 + w_p \sum_{i=1}^{Np} (p_i^f - p_i^c)^2 + \\
 & + \sum_{j=1}^{Nc} f_{pnl,lb}(k_j^c, k_{lb}) + \sum_{j=1}^{Nc} f_{pnl,ub}(k_j^c, k_{ub}) + \\
 & + \sum_{j=1}^{Nc} f_{pnl,lb}(p_j^c, p_{lb}) + \sum_{j=1}^{Nc} f_{pnl,ub}(p_j^c, p_{ub}),
 \end{aligned} \tag{8}$$

где  $Nk$  — количество точек с известным значением проницаемости;  $Np$  — количество точек с известным значением давления;  $Nc$  — количество расчетных узлов;  $k_{lb}$  и  $k_{ub}$  — нижнее и верхнее экспертное ограничение на значение проницаемости;  $p_{lb}$  и  $p_{ub}$  — нижнее и верхнее экспертное ограничение на значение пластового давления. В качестве исходной информации выступают замеры проницаемости на скважинах, давление в аквифере  $P_{aq}$ .

Значение проницаемости на границе расчетной области является существенно неопределенным параметром, а восстановление значений поля проницаемости для этой зоны — задачей экстраполяции. В то же время значение проницаемости на границах области определяет величину притока жидкости из законтурной области, что существенно влияет на энергетическое состояние моделируемого объекта. Для обеспечения достоверных значений проницаемости на границах расчетной области сформулировано следующее условие: «проницаемость в приграничной ячейке не должна сильно отличаться от средней проницаемости на границе расчетной области», что в виде штрафной функции можно записать как:

$$f_{bnd\_pnl} = \frac{1}{N_{bnd}} \sum_{i=1}^{N_{bnd}} (k_i - \bar{k}_{bnd})^2,$$



где  $N_{bnd}$  — количество граничных ячеек,  $\bar{k}_{bnd}$  — среднее значение проницаемости для граничных ячеек. Учет данного условия в (8) позволил сгладить поле проницаемости вблизи границы без потерь качества адаптации модели. При этом весовой коэффициент при данном члене должен быть небольшим по сравнению с  $w_k$  и  $w_p$ .

Для оценки качества настройки модели в качестве дополнительной метрики использовался показатель MAPE.<sup>1</sup>

$$J_{MAPE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{x_i^f - x_i^c}{x_i^f} \right| \cdot 100.$$

Данная метрика позволяет наглядно дать оценку качеству настройки модели на исходные значения проницаемости или пластового давления.

#### *Выбор вида оптимизируемого параметра*

При решении фильтрационных задач в качестве параметра, описывающего фильтрационные характеристики моделируемой области, принято использовать проницаемость или гидропроводность. С учетом физического смысла проницаемости значение всегда положительное, в качестве альтернативного варианта может использоваться логарифм проницаемости. Использование логарифма проницаемости в качестве адаптируемого параметра позволит избежать некорректной работы фильтрационной части в случае появления отрицательных значений параметра в процессе обучения модели. Кроме того, в качестве такого параметра может выступать обратное проницаемости значение — гидродинамическое сопротивление. В процессе обучения возможно появление «нефизичных» значений ввиду того, что используемые инструменты МО явно не содержат строгих ограничений на значения настраиваемых параметров.

Для успешного решения оптимизационных задач желательно, чтобы целевая функция имела ярко выраженный минимум/максимум и была чувствительна к управляющим параметрам на всей области определения. В качестве примера приведем сравнение характерного вида целевой функции и ее градиента для трех вариантов вида управляющего параметра. Решим задачу поиска оптимального значения фильтрационного параметра для однородного пласта. В качестве фактических данных используем результаты прямого расчета для симметричного элемента с однородной проницаемостью, равной 0,1 Д. На рис. 3 представлены профили целевой функции и градиента целевой функции для разных управляющих параметров, красной точкой отмечено искомое (оптимальное) значение параметра.

Из рис. 3 видно, что диапазон изменения абсолютных значений целевой функции одинаков для всех вариантов, но ее поведение значительно отличается. Скорость изменения функции, а также характер ее изменения справа и слева от точки оптимума различны. Это подтверждается профилями градиента целевой функции.

<sup>1</sup> MAPE (mean absolute percentage error) — средняя абсолютная ошибка в процентах (англ.).

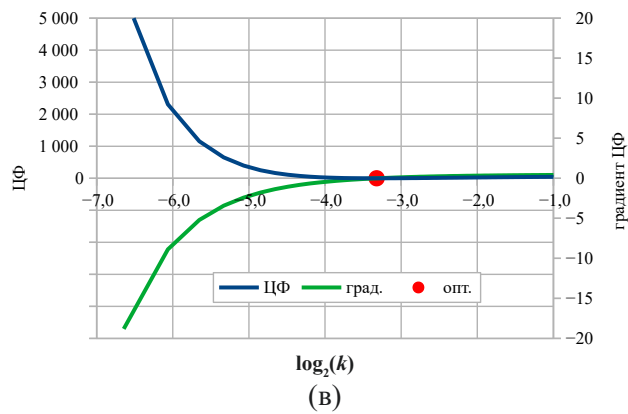
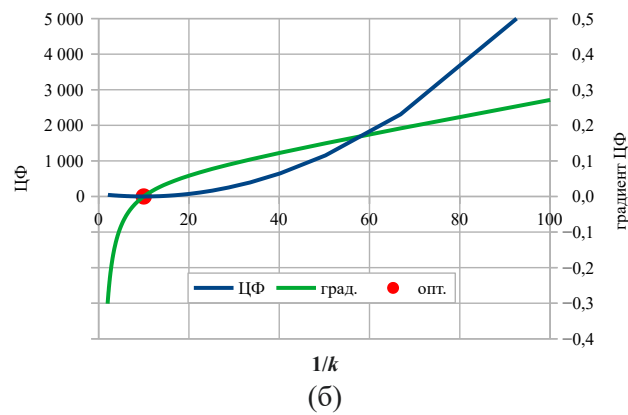
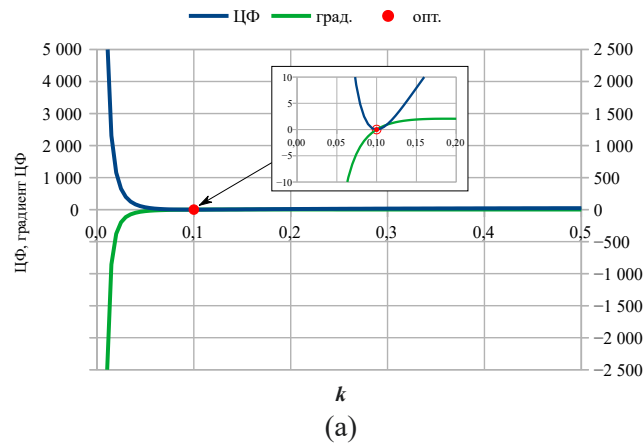


Рис. 3. Профили целевой функции и градиента целевой функции в зависимости от вида настраиваемого параметра: а) проницаемость, б) обратное значение проницаемости, в) двоичный логарифм проницаемости

Fig. 3. Profiles of the objective function and the gradient of the objective function depending on the type of the adjustable parameter: а) the permeability, б) the reciprocal of the permeability, в) the binary logarithm of the permeability

Помимо характера изменения профиля градиента значительно меняется амплитуда его изменения от тысяч (в случае выбора проницаемости) до долей единицы (в случае выбора гидродинамического сопротивления в качестве настраиваемого параметра). С учетом того, что методы машинного обучения основаны на градиентных методах, абсолютные значения градиента становятся важным фактором при выборе вида адаптируемого параметра. Таким образом, в качестве адаптируемого параметра выбрано гидродинамическое сопротивление.

### Решение задач

Для тестирования разработанной методики были решены задачи для трех видов зональной неоднородности: «остров», «кольцо» и «барьер» (рис. 4).

При решении обратной задачи в качестве фактических замеров пластового давления использовались значения, полученные в результате решения прямой задачи. Из общего количества полученных значений (500 шт.) случайным образом выбирались 100 замеров, которые выступали в качестве фактических. Для решения прямой задачи были заданы расходы на скважинах. На рис. 5 представлена динамика расходов жидкости по скважинам для сценария № 1.

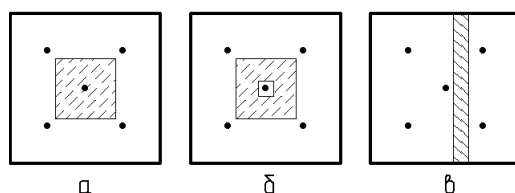


Рис. 4. Схематичное расположение неоднородностей: а) «остров», б) «кольцо», в) «барьер»

Fig. 4. Schematic arrangement of inhomogeneities: а) “island”, б) “ring”, в) “barrier”

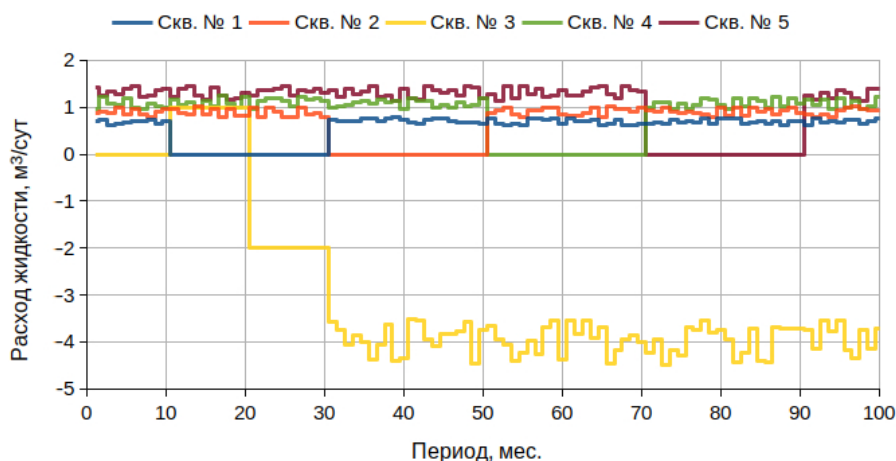


Рис. 5. Режимы работы скважин для сценария разработки

Fig. 5. Well operation modes for development scenario

Режимы задавались таким образом, чтобы качественно повторить работу реальных скважин: остановку (на ремонт), постепенный запуск, перевод из нагнетательного фонда в добывающий, случайные небольшие отклонения от заданного режима, зашумленность значений.

В процессе решения оптимизационной задачи для всех вариантов выполнено 200 шагов итерационного процесса обучения модели, скорость градиентного спуска 0,1, весовые коэффициенты в целевой функции:  $w_p = 100$ ,  $w_k = 0,5$ . Выбранные значения весов обусловлены тем, что модели существенно проще описать известные значения проницаемости вблизи скважин, чем замеры пластового давления. Поэтому в процессе адаптации необходимо уделять больше внимания гидродинамической составляющей целевой функции.

### *Задача № 1. Зональная неоднородность типа «остров»*

В качестве первого примера была решена задача восстановления поля проницаемости для зональной неоднородности типа «остров». В качестве фактических данных использовались замеры проницаемости для добывающих скважин (№ 1, 2, 4, 5), значение проницаемости для скважины № 3 в модель не задавалось. Соответственно, модель не имела априорной информации о наличии неоднородности в поле проницаемости.

В первом случае в центре симметричного элемента располагается высокопроницаемая зона, имеющая проницаемость в 5 раз большую относительно остального объекта. На рис. 6а представлена исходная карта проницаемости. При решении задачи в расчетной области случайным образом помещалось 30 базисов, которые в результате решения могут изменять свое положение. На рис. 6б отмечены черными крестами настроенные положения базисов. В результате решения обратной задачи было получена карта проницаемости, представленная на рис. 6б.

На рис. 7 изображен кроссплот для пластового давления, позволяющий оценить качество настройки модели на факт. Из рис. 7 видно, что в результате настройки модели расчетные и фактические значения давления хорошо совпадают. Отклонение по проницаемости составляет 0,5%, по давлению — 4%. При сопоставлении карт проницаемости наблюдается качественное сходство полученных карт: максимальное значение проницаемости для восстановленного варианта несколько ниже оригинального, при этом имеет немного больший размер зоны.

В качестве второго примера выполним аналогичный расчет для случая, когда в центре симметричного элемента располагается низкопроницаемая зона, имеющая в 2 раза меньшую проницаемость относительно остального объекта. На рис. 8а представлена исходная карта проницаемости. В результате решения обратной задачи была получена карта проницаемости, представленная на рис. 8б.

На рис. 9 изображен кроссплот для пластового давления, позволяющий оценить качество настройки модели на факт. Показано, что в результате настройки модели расчетные и фактические значения также хорошо совпадают: отклонение по проницаемости составляет 0,1%, по давлению — 0,7%. При сопоставлении карт проницаемости наблюдается не только качественное, но и количественное сходство.

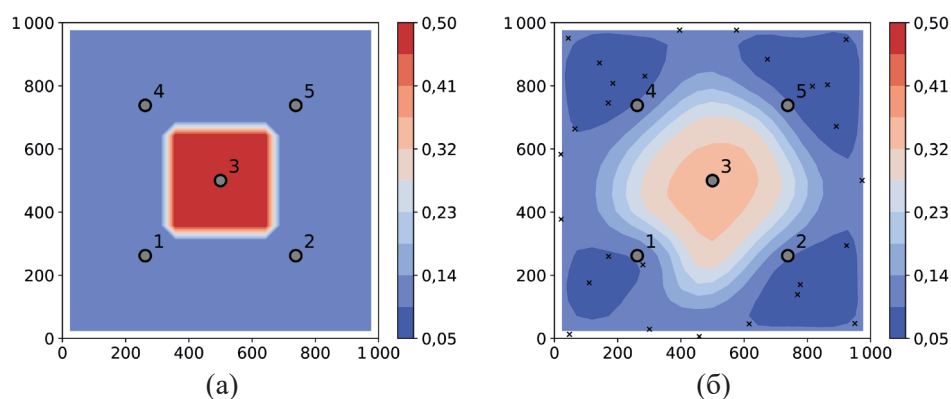


Рис. 6. Карта проницаемости для исходного (а) и восстановленного (б) вариантов, неоднородность типа «высокопроницаемый остров»

Fig. 6. Permeability map for the original (a) and restored (б) options, heterogeneity of the “high-permeability island” type

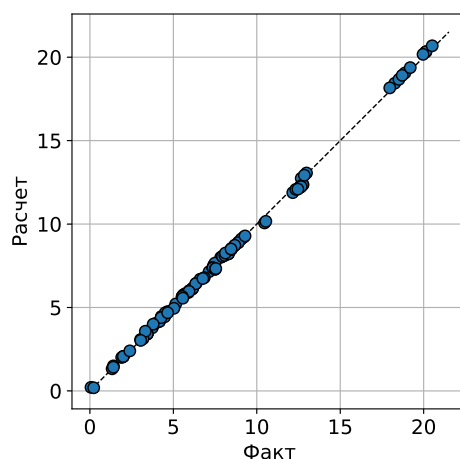


Рис. 7. Кроссплот сопоставления фактических и расчетных значений пластового давления, неоднородность типа «высокопроницаемый остров»

Fig. 7. Crossplot for comparison of actual and calculated reservoir pressure values, heterogeneity of the “high-permeability island” type

Решение для низкопроницаемого включения имеет более высокую точность из-за особенностей поведения ЦФ и ее градиента в случае низких проницаемостей (рис. 3а), а именно из-за повышенной чувствительности ЦФ к изменению проницаемости. Это объясняет стремление алгоритма разместить базисы в низкопроницаемой зоне. Так, на рис. 6б видно, что базисы находятся вблизи скважин и на периферии расчетной области, ни один базис не размещен алгоритмом в область высокопроницаемого включения. Для низкопроницаемого включения (рис. 8б) наблюдается скопление части базисов вблизи скважины № 3.

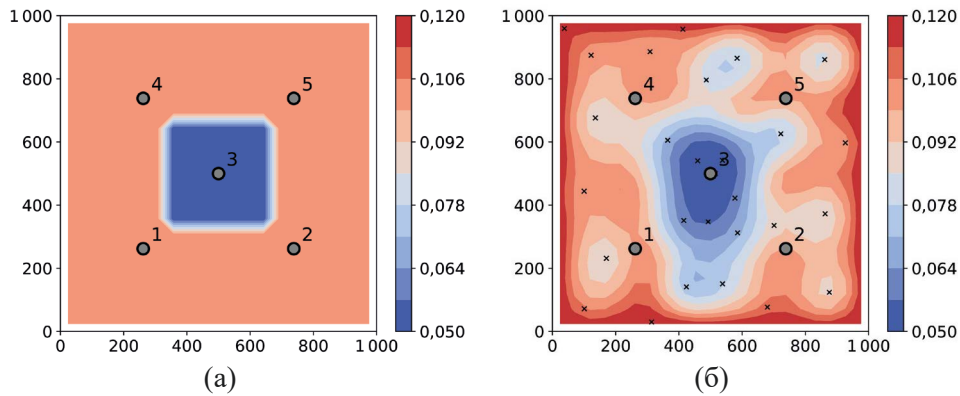


Рис. 8. Карта проницаемости для исходного (а) и восстановленного (б) вариантов, неоднородность типа «низкопроницаемый остров»

Fig. 8. Permeability map for the original (a) and restored (б) options, heterogeneity of the “low-permeability island” type

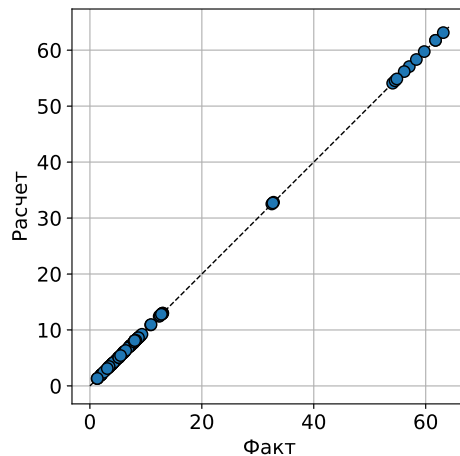


Рис. 9. Кроссплот сопоставления фактических и расчетных значений пластового давления, неоднородность типа «низкопроницаемый остров»

Fig. 9. Crossplot for comparison of actual and calculated reservoir pressure values, heterogeneity of the “low-permeability island” type

#### Задача № 2. Зональная неоднородность типа «кольцо»

Если в предыдущей задаче данные о проницаемости на скважине № 3 не использовались, то теперь данная информация доступна алгоритму. При этом неоднородность находится в межскважинном пространстве, информация о котором в модель не закладывается. В результате получим зональную неоднородность типа «кольцо». Для первого случая использовалось высокопроницаемое включение, имеющее в 5 раз большую проницаемость относительно остального объекта.

На рис. 10а представлена исходная карта проницаемости. Из рис. 10 видно качественное воспроизведение формы неоднородности: количественная оценка точности настройки модели составляет для проницаемости 0,6%, для давления — 2,3%. Для аналогичного варианта с низкопроницаемым включением на рис. 11 представлены карты исходной и восстановленной проницаемости. Точность настройки модели для проницаемости составляет 0,3%, для давления — 1,4%.

При анализе полученных карт в обоих случаях видно качественное воспроизведение характера неоднородности в межскважинном пространстве. Близкими также являются характерные размеры неоднородностей. Также наблюдается

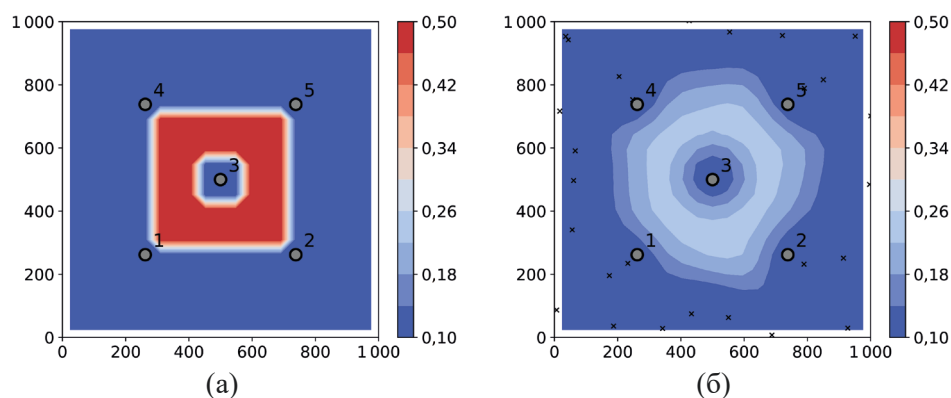


Рис. 10. Карта проницаемости для исходного (а) и восстановленного (б) вариантов, неоднородность типа «высокопроницаемое кольцо»

Fig. 10. Permeability map for the original (a) and restored (б) options, heterogeneity of the “high-permeability ring” type

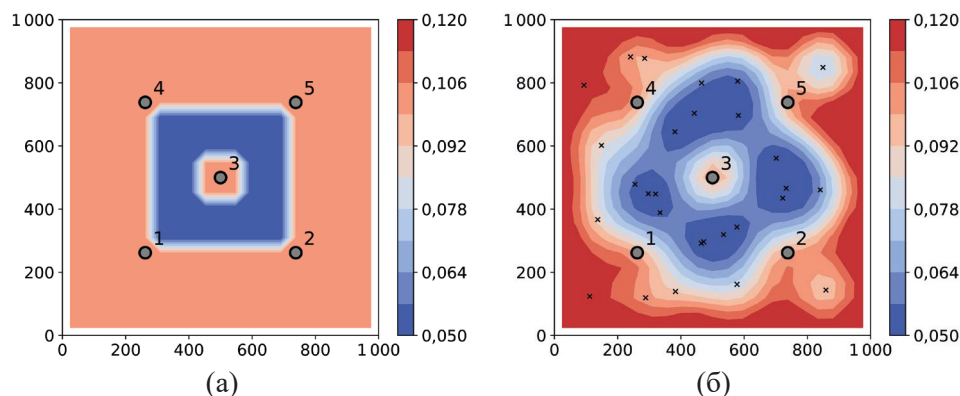


Рис. 11. Карта проницаемости для исходного (а) и восстановленного (б) вариантов, неоднородность типа «низкопроницаемое кольцо»

Fig. 11. Permeability map for the original (a) and restored (б) options, heterogeneity of the “low-permeability ring” type

получение более точных решений для низкопроницаемых включений, ввиду большей чувствительности ЦФ к настраиваемым параметрам.

Принцип размещения базисов в пространстве аналогичен результатам, полученным в задаче № 1: базисы тяготеют к областям с низкой проницаемостью. На рис. 10б видно, что базисы расположены вблизи скважин и границ расчетной области. Для низкопроницаемого кольца, как видно из рис. 11б, большинство базисов размещено в межскважинном пространстве.

### Задача № 3. Зональная неоднородность типа «барьер»

Рассмотренные выше задачи характеризуются симметричным расположением неоднородности относительно центральной скважины. В следующей постановке рассмотрим случай несимметричного расположения низкопроницаемого включения справа от скважины № 3 таким образом, чтобы скважины № 2 и № 5 были экранированы от остальных скважин. Исходная карта проницаемости представлена на рис. 12а: основная часть модели имеет проницаемость 0,2 Д, низкопроницаемое включение — 0,05 Д.

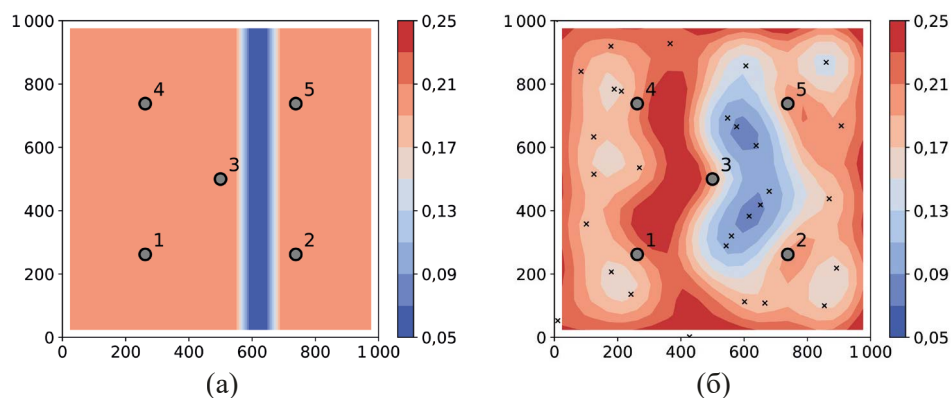


Рис. 12. Карта проницаемости для исходного (а) и восстановленного (б) вариантов, неоднородность типа «барьер»

Fig. 12. Permeability map for the original (a) and restored (б) options, heterogeneity of the “barrier” type

Восстановленная карта проницаемости изображена на рис. 12б; из него видно, что алгоритму принципиально удалось воспроизвести низкопроницаемую зону в межскважинном пространстве. В случае восстановленного поля расположение низкопроницаемых зон сосредоточено между парами скважин «добывающая — нагнетательная»: № 3 — № 2 и № 3 — № 5. Алгоритм, отвечающий за МО, расположил часть базисов радиальных функций именно в зонах между скважинами, воспроизводя низкопроницаемый экран. Погрешность настройки модели по проницаемости составляет 0,7%, по давлению — 0,6%, что говорит о достаточном качестве получаемого решения.



### Заключение

На примере решения задачи восстановления поля проницаемости для симметричного элемента нефтяного месторождения была продемонстрирована реализация совместного использования методов машинного обучения и физически содержательной фильтрационной модели. Реализованный подход позволяет учитывать, помимо геологических данных, знания о режимах работы скважин. Фильтрационная модель использовалась в качестве одного из слоев реализованной нейронной сети. Применение предлагаемого подхода позволило восстановить значения проницаемости в межскважинном пространстве, что принципиально невозможно при использовании классических методов интерполяции. Для исследованных вариантов зональной неоднородности было получено качественное совпадение восстановленных карт проницаемости с исходными. Кроме того, с достаточной точностью совпадали характерные размеры неоднородностей. Так, отклонение расчетных данных от фактических не превышало 1% для проницаемости и 5% для давления во всех рассмотренных примерах. Для дальнейшего повышения качества настройки модели необходимо привлекать большее количество исходных данных, в качестве которых могут выступать сейсмические атрибуты, трассерные исследования, гидропрослушивания, а также расширенный объем промысловых данных. Потенциал совместного использования методов машинного обучения и физически содержательных моделей позволит значительно повысить качество прогнозных расчетов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Закиров И. С. Развитие теории и практики разработки нефтяных месторождений / И. С. Закиров. М.; Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2006, 356 с.
2. Косяков В. П. Задача совместного использования теории фильтрации и элементов машинного обучения для решения обратной задачи восстановления гидропроводности нефтяного месторождения / В. П. Косяков, Д. Ю. Легостаев, Э. Н. Мусакаев // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 2 (26). С. 113-129. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-113-129
3. Подземная гидромеханика / К. С. Басниев, Н. М. Дмитриев, Р. Д. Каневская, В. М. Максимов. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. 488 с.
4. Illarionov E. End-to-end neural network approach to 3D reservoir simulation and adaptation / E. Illarionov, P. Temirchev, D. Voloskov, R. Kostoev, M. Simonov, D. Pissarenko, D. Orlov, D. Koroteev // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2022. Vol. 208. Art. 109332. DOI: 10.1016/j.petrol.2021.109332
5. Innes M. Flux: Elegant machine learning with Julia / M. Innes // Journal of Open Source Software. 2018. Vol. 3. No. 25. Art. 602. DOI: 10.21105/joss.00602
6. Kosyakov V. P. Structural and parametric identification of an aquifer model for an oil reservoir / V. P. Kosyakov // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. Vol. 41. No. 7. Pp. 1242-1247. DOI: 10.1134/S1995080220070239

7. Musakaev E. N. Parameter identification for sector filtration model of an oil reservoir with complex structure / E. N. Musakaev, S. P. Rodionov, D. Yu. Legostaev, V. P. Kosyakov // AIP Conference Proceedings. 2019. Vol. 2125. Art. 030113. DOI: 10.1063/1.5117495
8. Otchere D. A. Application of supervised machine learning paradigms in the prediction of petroleum reservoir properties: Comparative analysis of ANN and SVM models / D. A. Otchere, T. O. Arbi Ganat, R. Gholami, S. Ridha // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2021. Vol. 200. Art. 108182.
9. Tahmasebi P. Machine learning in geo- and environmental sciences: From small to large scale / P. Tahmasebi, S. Kamrava, T. Bai, M. Sahimi // Advances in Water Resources. 2020. Vol. 142. Art. 103619. DOI: 10.1016/j.advwatres.2020.103619
10. Yanji Wang. Machine learning assisted relative permeability upscaling for uncertainty quantification / Yanji Wang, Hangyu Li, Jianchun Xu, Shuyang Liu, Xiaopu Wang // Energy. 2022. Vol. 245. Art. 123284. DOI: 10.1016/j.energy.2022.123284

Vitaly P. KOSYAKOV<sup>1</sup>  
Dmitry Yu. LEGOSTAEV<sup>2</sup>

UDC 519.6 (004.8.032.26)

**USING ELEMENTS OF MACHINE LEARNING TO SOLVE  
THE INVERSE PROBLEM OF RECONSTRUCTING  
THE HYDRAULIC CONDUCTIVITY FIELD  
FOR A FILTRATION PROBLEM\***

<sup>1</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher,  
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute  
of Theoretical and Applied Mechanics,  
Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences  
lik.24@yandex.ru; ORCID: 0000-0002-2297-408X

<sup>2</sup> Junior Researcher,  
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute  
of Theoretical and Applied Mechanics,  
Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences  
legostaevdy@yandex.ru; ORCID: 0000-0001-6371-7031

**Abstract**

In the modern world, machine learning methods are widely used. In the oil industry, there is also a noticeable trend to use these methods in the context of digitalization and intellectualization of the entire production process.

The present work is devoted to the development of a technique for solving the inverse problem of restoring the permeability field of an oil reservoir with the combined use of machine learning elements and a filtration model. A computational algorithm has been implemented, which implies close mutual integration of the filtration part and the machine learning block,

---

\* The research was funded by RFBR and Tyumen Region, project No. 20-41-720004.

---

**Citation:** Kosyakov V. P., Legostaev D. Yu. 2022. "Using elements of machine learning to solve the inverse problem of reconstructing the hydraulic conductivity field for a filtration problem". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 2 (30), pp. 129-149.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-2-129-149

---

the results of which are used to parameterize the physically meaningful model. A network of radial basis functions is used as a machine learning model. The proposed solution search procedure includes the numerical solution of the direct and adjoint problems for the filtration model. Solving the adjoint problem allows one to apply gradient optimization methods widely used in machine learning methods.

The paper presents the results of a numerical experiment. On the example of a symmetrical two-dimensional development element, a solution was obtained for the problem of restoring the permeability field for a set of zonal-heterogeneous oil reservoirs. For the reconstructed fields, the characteristic sizes of inhomogeneities coincide with the initial ones with sufficient accuracy. The fundamental possibility of a qualitative restoration of the porosity-permeability characteristics of the interwell space is shown, which is impossible when using classical interpolation methods without involving additional data. The paper studies the influence of the choice of the type of control parameter on the behavior of the objective function and its derivative, which affects the process of solving the inverse problem. As a result of the study, the use of hydrodynamic resistance as an adaptable parameter in solving the inverse problem is proposed.

#### **Keywords**

Filtration, mathematical modeling, inverse problem, adjoint problem, underground hydrodynamics, machine learning, radial basis functions.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-2-129-149**

#### **REFERENCES**

1. Zakirov I. S. 2006. Development of the theory and practice of oil field development. Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Technologies. 356 p. [In Russian]
2. Kosyakov V. P., Legostaev D. Yu., Musakaev E. N. 2021. "The problem of the combined use of filtration theory and machine learning elements for solving the inverse problem of restoring the hydraulic conductivity of an oil field". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 7, no. 2 (26), pp. 113-129. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-113-129 [In Russian]
3. Basniev K. S., Dmitriev N. M., Kanevskaya R. D., Maksimov V. M. 2006. Underground hydromechanics. Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Research. 488 p. [In Russian]
4. Illarionov E., Temirchev P., Voloskov D., Kostoev R., Simonov M., Pissarenko D., Orlov D., Koroteev D. 2022. "End-to-end neural network approach to 3D reservoir simulation and adaptation". Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 208, art. 109332. DOI: 10.1016/j.petrol.2021.109332
5. Innes M. 2018. "Flux: Elegant machine learning with Julia". Journal of Open Source Software, vol. 3, no. 25, art. 602. DOI: 10.21105/joss.00602
6. Kosyakov V. P. 2020. "Structural and parametric identification of an aquifer model for an oil reservoir". Lobachevskii Journal of Mathematics, vol. 41, no. 7, pp. 1242-1247. DOI: 10.1134/S1995080220070239

- 
7. Musakaev E. N., Rodionov S. P., Legostaev D. Yu., Kosyakov V. P. 2019. "Parameter identification for sector filtration model of an oil reservoir with complex structure". AIP Conference Proceedings, vol. 2125, art. 030113. DOI: 10.1063/1.5117495
  8. Otchere D. A., Arbi Ganat T. O., Gholami R., Ridha S. 2021. "Application of supervised machine learning paradigms in the prediction of petroleum reservoir properties: Comparative analysis of ANN and SVM models". Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 200, art. 108182.
  9. Tahmasebi P., Kamrava S., Bai T., Sahimi M. 2020. "Machine learning in geo- and environmental sciences: from small to large scale". Advances in water resources, vol. 142, art. 103619. DOI: 10.1016/j.advwatres.2020.103619
  10. Yanji Wang, Hangyu Li, Jianchun Xu, Shuyang Liu, Xiaopu Wang. 2022. "Machine learning assisted relative permeability upscaling for uncertainty quantification". Energy, vol. 245, art. 123284. DOI: 10.1016/j.energy.2022.123284