

© Д.Н. БУКИН  
hetfieldukin@mail.ru

УДК 111.1

### **СОВРЕМЕННЫЙ КОНСТРУКТИВИЗМ И ОНТОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ**

*АННОТАЦИЯ.* Статья посвящена выяснению роли современной конструктивистской методологии в исследовании онтологических оснований математики. Показана возможность преодоления тенденции в конструктивизме, согласно которой математическое познание служит организации внутреннего мира субъекта, а не задачам описания объективной онтологической реальности.

*SUMMARY.* This article is devoted to the clarification of a role of modern constructivist methodology in research of the ontological foundations of mathematics. Possibility of overcoming of a tendency in constructivism according to which the mathematical knowledge serves the organization of an inner world of the subject, instead of tasks of the description of objective ontological reality is shown.

*КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА.* Онтологические основания, объективная действительность, математический объект, конструкция.

*KEY WORDS.* Ontological foundations, objective reality, mathematical object, construction.

Конструктивизм как одно из влиятельных философских направлений прошлого переживает сегодня новое рождение и приобретает новые особенности. Прежде всего речь идет о попытке опереться на специальные науки, в том числе науки о человеке — так в философском дискурсе появляются понятия радикального, коммуникативного, социального, методического, утопического, культурального и др. конструктивизма. Вместе с тем из рассмотрения зачастую исключается генетическая связь новых конструктивистских направлений с такой специфической областью знания, как математика. В настоящей статье мы попытаемся не только выявить и зафиксировать эту связь, но и показать, какую роль может сыграть стремительно развивающаяся методология современного конструктивизма в исследовании закономерностей бытия абстрактных объектов особого рода, каковыми и являются объекты математики.

Обратимся к истории вопроса. Вне всякого сомнения, первым философом-конструктивистом следует считать Канта, представившего мир опыта, воспринимаемый эмпирическим сознанием как реально существующий, в качестве *конструкции* как продукта деятельности трансцендентального субъекта. Действительно, впервые наиболее последовательное обоснование и широкое распространение конструктивистского понимания познания получило именно в трудах великого немецкого классика (несмотря на то, что «конструкции разума» в качестве основы познания действительности рассматривал не только Кант, но и, например, находившийся с ним в переписке Ламберт). Примечательно, что далеко не всегда акцентируется внимание на характере самого конструиру-

вания по Канту, так что в общем случае можно рассуждать о кантовской конструктивности: а) априорных математических объектов; б) исходных принципов естествознания; в) метафизических идей. Неудивительно поэтому, что кантовский конструктивизм принято называть эпистемологическим, а не математическим.

С другой стороны, сама *идея* конструктивизма в европейской философии имеет довольно долгую историю. По этому поводу Е.Л. Чертова справедливо отмечает: «В качестве теоретико-познавательной идеи конструктивизм практиковался еще в античности, особенно в трудах античных математиков, например, младшего современника и оппонента Платона Евдокса Книдского, утверждавшего конструктивистское происхождение математических объектов» [1; 118]. Кант занимает позицию Евдокса, согласно которой «в качестве доказательств существования математического объекта дается указание на принципы его конструирования или возможность его анализа как определенной конструкции» [2; 66]. И.Т. Касавин пишет: «В узком смысле конструктивность, связываемая с Кантом, как раз и имеет отношение к кантовскому пониманию математики. Кант использует понятие конструктивности для демаркации философии от математики» [2; 66]. На этот важный момент указывает и А.В. Кезин: «В отличие от Ламберта Кант сомневается в возможности перенесения конструктивистского опыта в философию. Это приводит к выделению как конструктивистской науки только математики» [3; 8]. Таким образом, неудивительно, что первой влиятельной конструктивистской концепцией в эпистемологии конца XIX в. становится именно математический конструктивизм, то есть конструктивизм в обосновании математики (ранние интуиционисты Л. Кронекер, Э. Борель, А. Пуанкаре). Начиная с 1907 г., конструктивизм получает значительное развитие в форме интуиционистской концепции голландского ученого Л.Э.Я. Брауэра, понимающего под математикой науку об интуитивно очевидных, ментальных конструкциях, свободную от «диктата» логики и языка. Интуиционистские исследования на этом не заканчиваются — их продолжает целый ряд выдающихся ученых, среди которых стоит особо отметить А.А. Маркова, Э. Бишоп, Д. Ван Далена, А.С. Троэлстру.

Стремительно развиваясь, буквально в масштабах одного-двух десятилетий конструктивистское течение претерпевает серьезный «предметный сдвиг». Теперь на первый план выходит не проблема обоснования знания, а сам процесс конструирования реальности, частью которой и оказывается наблюдающий, познающий, созидующий субъект. Подобная смена «исследовательской ориентации» привлекает в ряды конструктивистов ученых, работающих в самых различных областях науки и техники: биологов, нейрокибернетиков, психологов, социологов и т.д. Проблемы некогда лидирующей, определяющей «математической» ориентации конструктивного движения отходят на второй план. Наиболее известными направлениями, возникшими на этой почве, являются *радикальный конструктивизм* и *социальный конструкционизм*. В этой связи, с учетом обнаружения ряда общепризнанных слабых мест классического математического конструктивизма в его попытках построить целостную систему оснований математики, возникает вопрос: могут ли новые формы конструктивизма не в специально-научном, а в *философском* смысле обогатить, расширить или направить методологию изучения проблемы бытия математического объекта? Для ответа на этот вопрос остановимся подробнее на вышеобозначенных типах современного конструктивизма.

*Радикальный эпистемологический конструктивизм* — концепция, во многом опирающаяся на теорию аутопоэтических (от греч. «autos» — само;

«roien» — делать) систем чилийских биологов Ф. Варела и У. Матурана (в свою очередь унаследовавших идеи С. Цекато). К числу основоположников и основных представителей данной концепции принято относить австрийских (П. Ватлавик, Х. фон Ферстер, Э. фон Глазерсфельд) и немецких (Г. Рот и др.) ученых и философов. Согласно ей, познаваемый мир есть не что иное, как продукт деятельности нашего мозга — существует только сконструированная нами реальность, ответственность за которую мы несем. При этом, как тонко подмечает А.В. Кезин, «для понимания специфики радикального конструктивизма важно различать два взаимосвязанных, но различных уровня: во-первых, уровень каузально-биологической реконструкции чувственного познания (Kognition), во-вторых, метауровень теории познания, на котором развиваются определенные философские выводы, сделанные на основе биологических реконструкций» [3; 3]. В дальнейшем мы будем работать именно с этим вторым *метауровнем*, но с единственной оговоркой: философские выводы, получаемые подобным образом, могут быть артикулированы не только гносеологически, но и онтологически, аксиологически и т.п. Это тем более важно для нас, поскольку наше исследование затрагивает именно глубинный, бытийный слой образования и функционирования математического объекта. Так, важнейшее в этом отношении философское утверждение радикального конструктивизма может быть сформулировано в виде следующего тезиса: «Познание (Kognition) служит организации внутреннего мира субъекта, а не задачам описания объективной онтологической реальности» [3; 15]. Вопрос о независимости объективной действительности от понятийной системы, когнитивных схем и т.п. рассматривается представителями данного течения как бессмысленный. На наш взгляд, отчасти это объясняется тем, что ответ на него попросту не может быть получен. Е.Я. Режабек, например, следующим образом комментирует утверждение У. Матураны и Ф. Варелы об исключительно «внутренней», индивидуальной детерминации нейронной активности, позволяющей каждому отдельному человеку наблюдать цвет: «Но давайте поставим следующий вопрос: как изменился солнечный свет после появления у живых существ аппаратов цветного зрения? ...изменился ли после радикального структурного приращения на эволюционной лестнице живых существ цветовой спектр солнечного света? Очевидно, нет» [4; 72].

Таким образом, по замечанию В.А. Лекторского, складывается «странная картина»: «Разговор об аутопоэтических системах возможен лишь при условии понимания этих систем как реально существующих в реальном окружении и при взаимодействии с последним. Получается, что «мир находится в мозгу, а мозг в мире». Я уже не говорю о том, что невозможно понять внутренние перестройки в такого рода системах, если не учитывать необходимости получения информации из внешнего мира» [5; 35]. С нашей точки зрения, вопрос о независимости *объективной реальности* от чего бы то ни было, поднимаемый в радикальном конструктивизме вплоть до его наиболее экстремальной формы — эпистемического солипсизма (Э. фон Глазерсфельд), действительно не будет иметь смысла до тех пор, пока в нем не поменять местами «функцию» и «аргумент», выражаясь математическим языком. В самом деле, почему бы не поставить вопрос о зависимости *понятийных схем и конструктов сознания* от структур бытия, а не наоборот? С точки зрения онтологии, понимаемой как «учение о категориальной структуре любого предмета» [6; 16], это было бы вполне логично. Однако, по всей

видимости, это никак не устроило бы приверженцев рассматриваемой концепции из-за явного противоречия ее основным постулатам.

Так или иначе, но картина действительно остается «странной», о чем свидетельствуют высказывания самих конструктивистов. В частности, по мнению С. Шмидта, специалиста по нейродинамике, радикальный конструктивист в целом *не отрицает действительность*, хотя и заявляет о своей позиции следующим образом: «...все мои высказывания относительно действительности на сто процентов являются моим опытом» [7; 35]. Известный нейрофизиолог-конструктивист Г. Рот в ряде своих работ также высказывает мысль о том, что любые конструкции в биологии становятся бесполезными, если не принять существование независимого от сознания мира, имеющего свой порядок, допускающий саму жизнь [8]. Как ни странно, но радикальные конструктивисты *на самом деле* не отрицают существования независимого от них внешнего мира до тех пор, пока представления о последнем не выходят за рамки повседневности (так называемый «внутренний реализм»).

*Социальный конструктивизм (конструкционизм)* отличается от других типов конструктивизма по крайней мере тем, что сформировался он в рамках социально-гуманитарного знания. Принято считать, что его исторически первой «версией» является экстерналистская «сильная программа» эдинбургской школы (Д. Блур, Б. Барнс, С. Шейпин, Э. Пикеринг и др.). Обзор современной литературы по данной проблематике позволяет также сделать вывод о значительном вкладе идей представителей интерналистской направленности (Б. Латур, С. Вулгар и др.)

В данном течении изучается не постижение субъектом объективной реальности, а практика получения знания посредством конструирования социального опыта. Выставляется акцент на активности ментального мира, причем, как отмечает Е.Л. Черткова, «этот акцент вполне созвучен духу времени: чем больше человек полагает, что обретает независимость от природы, тем большее значение он приписывает созданному им ментальному миру» [1; 123]. Знание больше не представляет какой-либо реальности, образуя *саму* реальность. Борьба с фундаментализмом в любых его проявлениях приводит социальных конструктивистов к наложению «вето» на вопросы онтологического характера: «Познание выполняет задачу упорядочения внутреннего мира социального субъекта, а не объяснения объективной онтологии бытия» [1; 124]. Таким образом, абстрагируясь от «социологии» конструктивизма, включающей «акторные сети», установки STS («исследования науки и технологий»), «гибридные объекты» и т.п., выходя на уровень философской рефлексии, мы получаем тот же самый тезис, что и для радикального конструктивизма: «Познание служит организации внутреннего мира субъекта, а не задачам описания объективной онтологической реальности». Из этого следует, что и критика установок социального конструктивизма со стороны *онтологии* останется прежней: «Что касается социального конструкционизма, то он тоже не может свести все реальные процессы к конструкции. Ибо вынужден исходить из того, что реально существуют социальные процессы, конструирующие познание, знание, мир субъективности. Реально существуют люди, вступающие между собою в деятельностно-коммуникативные отношения. Существуют созданные людьми предметы, в которых объективированы социальные и культурные смыслы» [5; 36]. Парадоксальность ситуации усиливается

тем, что социальные конструктивисты, наделяя субъекты привилегией конструировать реальность, находят альтернативу «голому» объекту в виде «подлинного», извлеченного из социальных событий и факторов. Другими словами, мы снова возвращаемся к классической дихотомической схеме «явление-реальность», что свидетельствует о нескольких завышенных притязаниях «новой» философии в ее преждевременных попытках порвать с традиционными установками. Я. Хакинг отмечает по этому поводу: «Хотя социальные конструктивисты и греются в лучах солнца, которое они называют постмодернизмом, на самом деле они весьма старомодны» [9; 49].

Вместе с тем, социальный конструктивизм, в отличие от радикального, оказался значительно более «подвижным», гибким, открытым к диалогу явлением. По выражению О.Е. Столяровой, конструктивистам конца XX столетия «начинают жать тесные конструктивистские ботинки» [10; 86]. По-видимому, многие исследователи приходят к выводу о невозможности дальнейшего развития научной теории на фоне очевидных противоречий и парадоксов в философских основаниях данного направления. Появляется насущная потребность в построении таких теоретических моделей, которые допускали бы онтологическую совместимость реальности и конструкции, не отказывая в существовании ни той, ни другой. Познавательная деятельность *действительно* включена в социокультурную реальность, активность сознания *действительно* конструктивна, они *на самом деле* не могут не нести в себе черты социальности, но при этом вовсе не обязаны сводиться к последней! Примечательно, что Б. Латур и С. Вулгар во втором издании своей знаменитой монографии «Жизнь лаборатории: социальная конструкция научных фактов» убирают из подзаголовка термин «социальная». Большой вклад в развитие идей социального конструктивизма в указанном направлении внес А.Н. Уайтхед, которому «удалось придать конструкции универсально онтологическое значение, при котором она не противоречит реальности, а указывает на нее» [10; 98].

В предположении наличия общей для всех типов конструктивизма конституирующей онтологической установки, попытаемся обозначить современные контуры *математического* конструктивизма как одного из направлений в философии математики конца XX-начала XXI веков. В кратком экскурсе в его историю, данным выше, мы остановились на исследованиях Л.Э.Я. Брауэра, с теми или иными критическими замечаниями продолженных в работах выдающихся отечественных и зарубежных ученых.

Так, начиная с 40-х гг. XX в., отчасти с опорой на труды А.Н. Колмогорова, формируется советская школа конструктивной математики (А.А. Марков, Н.А. Шанин, А.Г. Драгалин и их ученики). Основными «философскими» отличиями советского конструктивизма как от интуиционистской математики, так и от других конструктивных направлений, являются: а) отказ от брауэровской идеи субъективного начала в математике; б) ключевая роль искусственного языка, посредством которого задаются базовые конструктивные объекты. Несмотря на то, что официальной идеологией школы является естественнонаучный материализм, онтологический статус математического объекта определен здесь скорее номинально. Примерно в это же время свою оригинальную версию конструктивизма разрабатывает американский математик Э. Бишоп [11]. Отличаясь от советской школы рядом математических принципов, а также пониманием числа как первичного объекта математики, наделяемого субъективной реальностью в

духе Канта, его конструктивная математика также в целом стремится освободиться от «философских догм относительно природы своих объектов» [12; 88]. Аналогично и современные приверженцы брауэровской концепции (Д. Ван Дален, А.С. Троэлстра), и разработчики версий предикативного (С. Фефермен, Х. Фридман, К. Шютте), методического (Г. Динглер и его последователи) и либерального (П. Мартин-Лефа) конструктивизма, и исследователи возможностей компьютерного конструирования математических объектов (Т. Тимошко, отчасти Р. Херш и др.) предстают перед нами в первую очередь как работающие *математики, логики, информатики*. Программы большинства из них получили известность скорее в математических, нежели философских науках, в лучшем случае явив собой некие «метаматематические» построения, лишь потенциально представляющие интерес для «чистой» философской рефлексии.

С другой стороны, некоторые исследователи выделяют в философии математики *социально-конструктивистский* подход, согласно которому математика является продуктом социальной деятельности и культуры в целом (Т. Тимошко, Р. Херш, П. Эрнест) [13]. В рамках данного подхода математика может быть названа «гуманистической», то есть такой, которая понималась бы с точки зрения философии как человеческая деятельность, социальный феномен, часть человеческой культуры. Р. Херш пишет: «Обычаи, традиции и институты нашего общества реальны, несмотря на то, что их нельзя отнести ни к субъективному, ни к внечеловеческому миру. Это другая, социально-культурно-историческая реальность. Математика и есть этот третий тип реальности — «внутренний» по отношению к обществу в целом и внешний по отношению к каждому из нас в частности» [14; 16-17]. В.В. Целищев следующим образом оценивает данную позицию: «Дело в том, что признание математики просто человеческой активностью, с точки зрения гуманистической математики, вообще не имеет отношения к философии математики. Последняя усматривает скрытый смысл за пределами социально-историко-культурного контекста, который проявляется в неизменной онтологии математических объектов и вневременном характере математических истин. Но если, как это утверждает гуманистическая математика, математическое познание погрешимо, тогда истина и онтология в математике изменяются по ходу познания» [15; 139]. Считая критику известного отечественного философа математики излишне категоричной, мы, тем не менее, согласны с ним в том принципиальном моменте, что, как и в случае с «классическим» социальным конструкционизмом, коллективный субъект здесь нивелирует ряд объективных мировых законов, подменяя собой объективную реальность.

Так или иначе, история развития математического конструктивизма показывает, что он может быть рассмотрен двояко: с одной стороны, как совокупность метаматематических программ, позволяющих конструировать новые математические объекты и продуцировать на их основе точные вычислительные процедуры, и, с другой — как направление в философии математики, имеющее определенную рефлексивную традицию и перспективы развития. Остановившись на втором аспекте, отметим, что онтологическая установка математических конструктивистов в целом ничем не отличается от общей, характерной для всех конструктивистских концепций, рассмотренных выше. Объекты математики выступают все теми же ментальными конструкциями, структурирующими мышление, организующими внутренний мир субъекта безотносительно объективных закономерностей онтологической реальности. Соответственно так же, как и во всех перечисленных

случаях, данная позиция обнаруживает свою ограниченность и противоречивость. В интуиционизме, например, далеко не проясненным остается вопрос о *собственных* основаниях интуиции, на что обратил внимание еще А. Гейтинг: «Понятие интуитивной ясности в математике само не является интуитивно ясным» [16; 225]. Подчеркнем, что мы не говорим здесь о сугубо методических трудностях, с которыми столкнулись конструктивисты в попытках обосновать математику (неудачная критика закона исключенного третьего, принципиально не доказуемые конструктивно теоремы и т.п.). Речь идет о «повисшем в воздухе» вопросе участия *самого мира* в процессе изучения и описания отдельных его частей. Примечательно, что, как и в случае с радикальным и социальным типами конструктивизма, сама практика конструирования математических объектов, начиная с Л.Э.Я. Брауэра, в неявном виде требует обращения не только к субъективной, но и к объективной реальности. Так, один из отечественных исследователей интуиционистской математики А.С. Левченко приходит к выводу, что «в основе своей она предполагает в том числе объективные математические (логические) истины и объекты, истолкование которых в интуиционизме отражает их теоретико-познавательную, интуитивную составляющую» [17; 148].

На наш взгляд, реальным препятствием на пути развития конструктивизма, в том числе математического, была и остается проблема *философского* взгляда на «нефилософские» вещи и явления. Между тем, необходимость отличать философскую рефлексию от рефлексии работающих математиков лишний раз убеждает нас в том, что близость и тесная взаимосвязь между «проблемой обоснования математики» (в ее классической постановке) и сугубо онтологической проблемой существования математического объекта еще не дает права на выставление знака тождества между этими предметными областями. Мы также полагаем, что общая проблема *оснований* математики может и должна быть артикулирована философски, в предельном случае мотивируя исследователя на поиск ответа на вопрос: *существует* ли математический объект? Среди прочих, не последнюю роль здесь призван сыграть конструктивный подход.

Подведем некоторые итоги. В настоящей статье мы попытались проанализировать влияние общей тенденции развития одной из мощнейших методологий — конструктивизма, на исследование особой, «внеопытной» сферы реальности, каковой является математика и ее объекты. Несмотря на критическую позицию, которую мы занимаем по отношению к данному направлению в целом, следует отметить и ряд положительных моментов, позволяющих с оптимизмом взглянуть на методологические возможности современного математического конструктивизма.

Во-первых, вне зависимости от содержания тех или иных конструктивистских концепций, нельзя не отметить, что все они, так или иначе, привлекают внимание к фундаментальным онтологическим и гносеологическим проблемам, ставя под сомнение непогрешимость догматизированных «истин». Это особенно актуально для философии математики, успевшей за всю историю своего развития обзавестись солидным списком «призраков театра» и, как следствие, «вечных» вопросов, по сей день остающихся без ответа.

Во-вторых, обнаружение противоречий в онтологических предпосылках конструктивного направления само по себе несет эвристическую ценность, поскольку стимулирует поиски новых исследовательских ориентиров взамен

утраченных, что немаловажно в выяснении причин таких сложных и трудно-объяснимых явлений, как, например, кризисы и революции в математике.

В-третьих, обращение к ментальным структурам мышления и психофизиологическим состояниям субъекта, как имманентным характеристикам познавательной деятельности, открывает перед конструктивизмом перспективу методологической конкретизации, что весьма актуально в условиях «торжества» неклассической рациональности, отказа от атомистической онтологии и «наивного объективизма», наделения вещей «человекообразными свойствами» и т.п. Даже с учетом наличия у таких специфических «негуманитарных» объектов, как математические, онтологически инвариантных структур, не следует забывать, что эти объекты создаются, исследуются и транслируются *человеком*, с необходимостью включенным в ту или иную социокультурную традицию.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черткова Е.Л. Социальный конструктивизм и социальное конструирование // Конструктивизм в теории познания. М.: ИФРАН, 2008. С. 117-132.
2. Касавин И.Т. Конструктивизм как идея и как направление // Конструктивизм в теории познания. М.: ИФРАН, 2008. С. 63-72.
3. Кезин А.В. Радикальный конструктивизм: познание в «пещере» // Вестн. Моск. ун-та. 2004. № 4. Сер. 7. Философия. С. 3-24.
4. Режабек Е.Я. Радикальный конструктивизм: критический взгляд // Вопросы философии. 2006. № 8. С. 67-77.
5. Лекторский В.А. Можно ли совместить конструктивизм и реализм в эпистемологии? // Конструктивизм в теории познания. М.: ИФРАН, 2008. С. 31-42.
6. Сагатовский В.Н. Триада бытия (введение в неметафизическую коррелятивную онтологию). СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2006. 123 с.
7. Schmidt, S. Der Radikale Konstruktivismus: Ein neues Paradigma in interdisziplinären Diskurs // Der Diskurs des Radikalen Konstruktivismus. Frankfurt am Main: Suhrkamp, 1996. S. 1-88.
8. Roht, G. Gehirn und Selbstorganisation // Selbstorganisation: Aspekte einer wissenschaftlichen Revolution. Braunschweig; Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn, 1990. S. 167-180.
9. Hacking, I. The social construction of what? Cambridge Mass.: Harvard University Press, 1999. 261 pp.
10. Столярова О.Е. Реляционная онтология А.Н. Уайтхеда и ее конструктивистская интерпретация // Вопросы философии. 2008. № 12. С. 84-103.
11. Bishop, E. Foundations of Constructive Analysis. NY: McGraw Hill, 1967. 370 pp.
12. Светлов В.А. Философия математики: Основные программы обоснования математики XX столетия. М.: КомКнига, 2010. 208 с.
13. Бажанов В.А. Стандартные и нестандартные подходы в философии математики // Философия математики. Актуальные проблемы: М-лы междунар. научн. конф. М.: Изд-во МГУ, 2007. С. 8-10.
14. Hersh, R. What is Mathematics, really? NY; Oxford: Oxford University Press, 1999. 343 pp.
15. Целищев В.В. Поиски новой философии математики // Философия науки. 2001. № 3(11). С. 135-147.
16. Гейтинг А. Тридцать лет спустя // Математическая логика и ее применения. М.: Мир, 1965. С. 224-228.
17. Левченко А.С. Онтологические и гносеологические принципы истолкования логической составляющей оснований математики в интуиционизме // Вестн. Омского ун-та. 2009. № 7(101). С. 142-149.