

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Андрей Андреевич СИДОРОВ¹

УДК 550.8

ВАРИАЦИОННО-СЕТОЧНЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ЛИТОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КЛИНОФОРМНЫХ ОТЛОЖЕНИЙ

¹ кандидат физико-математических наук,
заведующий лабораторией математического моделирования,
Научно-аналитический центр рационального недропользования
им. В. И. Шпилемана (г. Тюмень)
darth@cr.ru; ORCID: 0000-0002-8639-2644

Аннотация

По мере выработки потенциала крупных месторождений углеводородов перспективы нефтегазоносности нередко связываются с залежами, образованными ловушками неструктурного типа, экранированными непроницаемыми слоями глин. Такой тип коллекторов характерен для ачимовских отложений Западно-Сибирского неокомского комплекса, сформированных в глубоководной морской обстановке. Для пластов клиноформного типа характерно неконформное залегание, а также сложное литологическое строение, обусловленное колебаниями уровня моря. Всё это ограничивает применение

Цитирование: Сидоров А. А. Вариационно-сеточный подход к построению литологических моделей клиноформных отложений / А. А. Сидоров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 109-125.
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-109-125

при построении цифровых литологических моделей интерполяционных и стохастических методов геокартирования и приводит к необходимости развития подходов, учитывающих физические основы процесса седиментации.

В статье предлагается подход, часто применяемый в задачах бассейнового моделирования, в которых формирование осадочной толщи представляется как результат диффузионного процесса. Рассматривается задача двухкомпонентной турбулентной диффузии с адвекцией в квазистационарной постановке. Коэффициенты диффузии, а также член уравнения, отвечающий за осаждение частиц, являются функциями глубины моря. Относительно толщины накопленных осадков записывается явная разностная схема, на каждом временном слое которой с помощью вариационно-сеточного метода картирования для концентрации взвешенных частиц решается стационарное уравнение диффузии.

В качестве тестового примера была сгенерирована карта поверхности морского дна и произведен расчет одного трансгрессивно-регрессивного цикла. В результате был получен характерный клиноциклит с песчанистыми прослоями в шельфовой части, песчано-алевролитовым телом на склоне морского дна и глинистой покрывкой, сформированной в период максимального затопления.

Ключевые слова

Геокартирование, бассейновое моделирование, вариационно-сеточный метод, сплайн-аппроксимация, литологическая модель, диффузия с адвекцией, осадконакопление, клиноформный комплекс.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-109-125

Введение

Значительная часть месторождений углеводородов приурочена к коллекторам, сформированным в морской обстановке, представляющим собой шельф или глубоководную часть дна палеоморя. В Западной Сибири отложения этого типа характерны для неокомского клиноформного комплекса.

Построение структурно-литологической модели является базовым этапом как для оценки перспектив малоизученных территорий, так и для задач моделирования в границах месторождений с высокой степенью изученности. Исходной информацией для расчетов служат данные сейсморазведки и геофизических исследований скважин (ГИС). Результаты сейсмической корреляции определяют структурно-геологический каркас: сейсмические границы, разделяющие породы с контрастными акустическими свойствами, как правило, соотносятся со стратиграфическим расчленением осадочного чехла. Данные интерпретации ГИС и анализа керна наиболее точно характеризуют литологические свойства пород осадочного чехла, но дают знания об их локальном распределении. Задача литолого-структурного моделирования заключается в распространении «точечной» информации на весь изучаемый объем.

Для областей с высокой плотностью бурения и сейсмической изученности проблема построения адекватной структурно-литологической модели носит чисто технический характер. Однако интерес с точки зрения выявления потенциальных перспектив нефтегазоносности чаще всего представляют собой участки с существенно меньшей плотностью исходных данных. Действительно, проведение дорогостоящей 3D-сейсморазведки и бурение дополнительных разведочных скважин в зонах, перспективность которых не подтверждена, экономически нецелесообразно. При этом отложения клиноформного типа характеризуются сложным строением, обусловленным соответствующими условиями седиментации. Кровли и подошвы пластов залегают неконформно, а литологические свойства изохронного слоя, т. е. отложений, сформированных в одно геологическое время, обладают выраженной зональной неоднородностью.

Клиноформные отложения Западной Сибири в подавляющей мере сложены из терригенных пород, т. е. осадков, привнесенных реками с континентальной части или попавших в море в результате размыва берегов [1, 2]. В результате волновой активности и воздействия течений взвешенные частицы распределяются в морской толще и, по мере снижения турбулентного обмена между поверхностью моря и дном, постепенно оседают, формируя осадочный слой. При этом преимущественно на шельфе оседает более тяжелая песчаная фракция, на склоне морского дна и у его подножья оседают глинистые частицы и илы. Эвстатические колебания уровня моря приводят к изменению положения и конфигурации береговой линии и, как результат, к смене общей картины распределения осадков. При низком уровне моря вследствие размыва шельфа происходит снос песчаного материала в более глубоководную часть, а при высоком уровне над шельфом и склоном формируется глинистая покрывка.

Учет при формировании модели условий седиментации, а также физических основ процесса переноса и накопления осадков позволит повысить достоверность и улучшить прогнозирующие свойства структурно-литологических моделей. Из этого следует актуальность разработки новых и совершенствования имеющихся методов построения литологических моделей, опирающихся на данные геологоразведочных работ с учетом физических законов формирования осадочной толщи.

Методы исследования

В настоящее время выделяются три группы методов, используемых в построении структурно-литологических моделей. К первой относятся различного вида интерполяционные подходы, восстанавливающие поле некоторого численного параметра (коэффициента песчаности, глинистости) по данным точечных наблюдений. Это широко распространенные методы скользящего среднего, обратных расстояний, минимума кривизны, кригинга и т. д. Наибольшую популярность из перечисленных приобрел метод кригинга [9] и различные его модификации, поскольку он учитывает случайную природу моделируемого процесса и через вариограммы дает возможность использовать априорные сведения относительно

статистических характеристик картируемого параметра. Однако построение вариограмм, которые бы соответствовали данным точек наблюдения, требует высокой плотности исходной информации, что не всегда возможно. При малой плотности данных обычно используют вариограммы стандартного вида, что делает решение задачи довольно формальным. Более того, метод предполагает, что дисперсия и математическое ожидание моделируемого параметра постоянны, в противном случае возникает дополнительная задача выделения для набора данных трендовой составляющей.

Для иллюстрации случайного характера распределения литологических параметров широкое применение нашли стохастические подходы. Среди них выделяются пиксельные методы, когда для каждой ячейки модельной области рассчитывается вероятность принадлежности к одному из нескольких дискретных литологических типов [14]. Объектные методы оперируют набором образов типичных геологических тел (русла, линзы) и масштабируют их на исходные данные [10]. Эти методы позволяют получить на выходе правдоподобную литологическую модель, но, поскольку они не учитывают физической природы картируемого параметра, прогнозирующая способность такой модели вызывает много вопросов.

К третьей группе относятся методы, основанные на учете истории геологического развития региона и физических законов формирования осадочного чехла, носящие обобщенное название *бассейновое моделирование*. Оно включает в себя широкий спектр задач от заполнения бассейна осадками до вопросов термической истории, выполнения условий созревания органического вещества, миграции и накопления углеводородов.

Модели седиментационного заполнения берут начало в задачах, решающих вопросы современной истории формирования слоя донных осадков морей под воздействием притока рек и волновой активности [7]. Но в данном случае математический аппарат, описывающий процессы турбулентной диффузии с адвекцией, оседание твердых частиц, эрозию, движение оползневых потоков, применяется для времен геологического масштаба.

Моделирование формирования осадочной толщи, реализованное в продукте Dionisos [12], основано на решении задачи массопереноса, где для i -го компонента взвешенной в потоке твердой фракции записывается закон сохранения с эмпирическим уравнением связи для потока вещества.

$$\begin{aligned}\vec{q}_i &= -c_i(K_g^i + K_w^i q_w)\vec{\nabla}Z, \\ \frac{\partial(Zc_i)}{\partial t} &= \text{div}(\vec{q}_i),\end{aligned}\tag{1}$$

где Z — глубина моря (превышение земной поверхности); q_i — поток i -го компонента; c_i — его объемная доля; K_g^i — коэффициент диффузии для компонента, иллюстрирующий диссипацию рельефа за счет гравитационных сил; K_w^i — коэффициент диффузии для гидродинамических процессов; q_w — безразмерный расход жидкости. Коэффициенты диффузии, помимо размера зерен взвешенного осадка, являются функциями рельефа дна, а также других параметров.

Система уравнения (1) описывает процесс седиментации как перемещение осадков под действием гравитационных сил в направлении увеличения глубины бассейна. Нетрудно заметить, что рельеф дна служит основным фактором, регулирующим формирование осадочной толщи, и это является существенным упрощением.

Другой подход заключается в том, что осадочный материал рассматривается в виде взвеси частиц в некотором активном слое жидкости толщиной δ . В этом случае закон сохранения записывается в виде [11]:

$$\frac{\partial(\delta c_i)}{\partial t} + \text{div}(\delta c_i \vec{v}) = F_e - F_d, \quad (2)$$

где \vec{v} — скорость потока жидкости, а F_e, F_d — функции эрозии и осаждения для соответствующей компоненты. Отрыв частиц от дна и нахождение их во взвешенном состоянии происходит за счет процессов турбулентного перемешивания, интенсивность которых зависит от множества факторов: глубины, волновой активности, скорости течений в толще воды и пр. Распределение концентраций частиц регулируется уравнением турбулентной диффузии, а изменение рельефа дна определяется правой частью уравнения (2), т. е. соотношением процессов эрозии и осаждения. Эта модель является более строгой с точки зрения соответствия реальным физическим процессам, но одновременно и более сложной, т. к. включает дополнительные эмпирические соотношения для функций эрозии и осаждения.

Процесс моделирования, описанный в [12], разбивается на два этапа. На первом происходит оценка основных параметров, необходимых для прямого моделирования, таких как область накопления осадков, поток осадков на границе области моделирования, безразмерный расход воды, коэффициенты диффузии. На втором происходит тонкая подстройка параметров с целью минимизации отклонений от стратиграфической модели, полученной по данным бурения. Подстройка осуществляется за счет варьирования местоположения и интенсивности источников осадочного материала, расхода воды, корректировки кривой эвстатических колебаний уровня моря и т. д.

Решение прямой задачи с адаптацией параметров модели к исходным данным при условии соответствия физической постановки процессам, имевшим место в реальности, обладает бесспорным достоинством, которое заключается в возможности обоснованного прогноза литологических свойств пород вне точек наблюдения. Однако реальные процессы формирования отложений довольно сложны: они нестационарны, нелинейны, их описание требует большого числа настроечных параметров. В свою очередь, упрощенные модели (1) хуже адаптируются к большому числу исходных данных.

Из сказанного выше следует, что актуальной задачей остается разработка подходов, сочетающих достоинства интерполяционных методов (в смысле прямого использования нерегулярно расположенных исходных данных) и методов физического моделирования.

Вариационно-сеточный метод картирования, реализованный в программе GST [5], зарекомендовал себя как надежное средство построения двумерных

цифровых моделей полей геологических и физических параметров [3, 4]. Его суть заключается в минимизации функционала следующего вида:

$$F = \rho \|L\langle U \rangle - z\|^2 + \beta \|A\langle U \rangle - B\langle G \rangle\|^2. \quad (3)$$

В данном случае U — поле картируемого параметра, представленное в виде функции двух пространственных переменных. Слагаемое при весовом коэффициенте ρ отвечает за соответствие картируемого поля исходным данным (z) в заданных точках. Второе слагаемое при весовом коэффициенте β определяет пространственное распределение U вне точек наблюдения; G — некоторая известная функция пространственных переменных, которая связана с искомым полем U соотношением, определяемым операторами A, B . В терминах, принятых в математической геологии, функция G называется *косвенной информацией*. Линейные дифференциальные операторы L, A, B имеют вид:

$$L = A = B = a_0 + a_1 \frac{\partial}{\partial x} + a_2 \frac{\partial}{\partial y} + a_3 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a_4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + a_5 \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

где коэффициенты a_i в общем случае зависят от пространственных координат. В качестве базисных функций для аппроксимации решения U применяются бикубические B -сплайны, позволяющие свести задачу (3) к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с сильно разреженной матрицей.

Решение вариационной задачи (3) соответствует минимуму суммарной невязки, складывающейся из отклонений искомой функции U от исходных данных в отдельных точках и некоторого «глобального» условия, заданного для области картирования целиком, определяемого слагаемым при весовом коэффициенте β .

Изучение возможностей вариационно-сеточного метода [6] показало его применимость для получения приближенного решения дифференциальных уравнений в частных производных. Здесь вид уравнения определяется коэффициентами оператора A , слагаемое $B\langle G \rangle$ описывает правую часть уравнения, тип граничных условий задается оператором L .

Данный подход тестировался сравнением с частными решениями уравнения Пуассона, стационарного уравнения Шредингера, а также с решениями нестационарного одномерного уравнения теплопроводности. Граничные условия задавались в виде точек исходных данных, расположенных по контуру области моделирования. Тесты показали высокую эффективность подхода: в частности, относительное отклонение численного решения уравнения Пуассона от аналитического имеет порядок 10^{-5} .

Вариационно-сеточный метод позволяет дополнить задачу сплайн-аппроксимации элементами физического моделирования, заключающегося введением в функционал (3) дифференциальных уравнений, описывающих соответствующий процесс. Для получения физически обоснованного распределения литологических параметров сформулируем диффузионную модель осадконакопления с перечисленными ниже допущениями:

- 1) процесс седиментации происходит в морской обстановке; перенос осадков осуществляется в некотором слое жидкости за счет процесса турбулентной диффузии с адвекцией, а также под воздействием гравитационных сил;

- 2) при выполнении определенных условий происходит осаждение частиц, что приводит к изменению геометрии морского дна;
- 3) отрыв осажденных частиц от дна в толщу воды не рассматривается;
- 4) задача турбулентной диффузии формулируется в квазистационарной постановке. Принимается, что скорость установления поля концентрации взвешенных частиц существенно выше скорости накопления осадков;
- 5) в качестве примера рассматривается двухкомпонентная модель для песчаной и глинистой фракций.

Квазистационарное уравнение диффузии для i -й фракции запишем в виде:

$$\vec{v} \vec{\nabla} c_i - \nabla (D_i \vec{\nabla} c_i) = -F_D^i. \quad (4)$$

В данном случае все обозначения соответствуют тем, что даны в уравнениях (1) и (2). Для упрощения предполагается, что взвешенные частицы находятся в активном слое жидкости постоянной толщины. Коэффициент диффузии D_i зависит от интенсивности турбулентного обмена в толще воды. Существует ряд эмпирических формул, определяющих вид коэффициента турбулентной диффузии, часто он выражается в виде экспоненциальной зависимости от глубины моря Z [13].

$$D_i = D_0^i e^{-a_i Z} = D_0^i p_F^i. \quad (5)$$

Константы D_0^i , a_i являются настроечными параметрами как для фракции, так и для конкретного бассейна. При малых глубинах, когда волновая активность достигает дна, коэффициент турбулентной диффузии максимален, с увеличением глубины он приближается к нулю.

Экспоненциальная зависимость может быть обоснована формулой Аррениуса для коэффициента молекулярной диффузии, где атому для перемещения в новое положение необходимо преодолеть потенциальный барьер, определяемый энергией активации E_a : $D = D_0 e^{-E_a/kT}$, где kT — энергия тепловых колебаний частиц. Для процесса турбулентной диффузии аналогом температуры служит интенсивность турбулентного обмена между поверхностью моря и дном, а экспоненциальная часть формулы определяет вероятность p_F^i нахождения частиц во взвешенном состоянии. Отношение энергии «активации» к энергии воздействия волн является возрастающей функцией глубины, и если ограничиться ее линейным приближением, то можно получить формулу (5). Количество осажденного вещества, определяемое правой частью уравнения (4), очевидно, должно быть пропорционально его концентрации в слое воды.

$$F_D^i = c_i p_D^i, \quad (6)$$

где p_D^i — функция, характеризующая вероятность осаждения взвешенных частиц. Исходя из вышесказанного, условие осаждения выполняется, когда не могут быть выполнены условия нахождения частиц во взвешенном состоянии.

$$p_D^i = 1 - p_F^i = 1 - e^{-a_i Z}. \quad (7)$$

Подставляя (5)-(7) в (4) и замыкая систему выражениями для скорости приращения мощности осадков (H) и глубины бассейна, запишем:

$$\frac{\partial c_i}{\partial x} \left(v_x - \frac{\partial D_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial c_i}{\partial y} \left(v_y - \frac{\partial D_i}{\partial y} \right) - D_i \left(\frac{\partial^2 c_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_i}{\partial y^2} \right) = -c_i p_D^i,$$

$$D_i = D_0^i e^{-a_i Z},$$

$$p_D^i = 1 - e^{-a_i Z}, \quad (8)$$

$$\frac{dH}{dt} = \sum_{i=1}^2 d_i c_i (1 - e^{-a_i Z}),$$

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{dH}{dt} + L'(t).$$

Дополнительные константы d_i отражают особенности упаковки и степень уплотнения осадочного вещества. Скорость изменения глубины бассейна складывается из скорости седиментации и скорости эвстатических колебаний уровня моря $L'(t)$.

Для численного решения задачи (8) строится явная разностная схема по времени. На каждом временном шаге решается стационарное уравнение диффузии и определяется приращение мощности осадков. Коэффициенты диффузии и функция вероятности осаждения вычисляются на основе глубины моря, рассчитанного на предыдущем временном шаге. Для уравнения диффузии формулируется вариационная задача (3), в которой коэффициенты оператора A определяются как $a_0 = p_D^i$, $a_1 = v_x - (\partial D_i / \partial x)$, $a_2 = v_y - (\partial D_i / \partial y)$, $a_4 = 0$, $a_3 = a_5 = -D_i$. На начальный момент времени задается исходная палеоповерхность дна моря ($Z_{(t=0)} = Z_0(x, y)$), накопленная мощность $H_{(t=0)} = 0$, уровень моря $L_{(t=0)} = 0$. В качестве граничных условий задаются значения концентрации взвешенных частиц у береговой линии и $(\partial c_i / \partial n) = 0$ на остальных внешних границах модельной области (\vec{n}) (вектор нормали к границе).

Результаты

На текущем этапе производилось исключительно прямое моделирование — решение краевой задачи для уравнения диффузии с известными граничными условиями и параметрами процесса.

Как видно из системы уравнений (8), глубина моря на момент формирования отложений является основным фактором, регулирующим интенсивность переноса осадков. Оценка этого важнейшего параметра, например, для баженовского и неокомского палеоморей по территории Западно-Сибирской НГП существенно разнятся в зависимости от методов исследований [2]. Максимальные значения глубин, полученные по данным стратиграфического строения неокомской толщи, составляют 800-1 100 м. Однако по результатам палеонтологических исследований наиболее погруженные участки ограничены глубиной 200-300 м.

Для иллюстративного примера была сгенерирована модельная поверхность, соответствующая палеоперехности морского дна. На рис. 1 приведена карта глубин палеоморя на момент начала численного эксперимента. В мелководной шельфовой части глубины составляют 10-50 м, у подножья склона они возрастают до 100 м; угол падения поверхности не превышает 0,5 градуса.

Дискретизация системы (8) по времени осуществлялась из расчета, чтобы за один временной шаг приращение мощности осадков оставалось в пределах 1 м, что обеспечивает малое изменение коэффициентов уравнений. Уравнения диффузии решались для области размером 400×250 км с шагом сетки сплайнов 2 км. Граничное значение объемной концентрации на береговой линии для каждой из фракций задавалось постоянным числом, а соотношение глинистого вещества к песчаному составляло 1/2. Скорость морских течений v в целях минимизации числа входных параметров была принята равной 0.

На рис. 2 в виде субширотного разреза показаны результаты моделирования. Заливка мощности накопленных осадков соответствует относительному содержанию песчаной фракции и выделяет три литологических типа: песчаники (содержание песчаной фракции более 70%), глины (содержание песчаной фракции менее 20%) и алевролиты (20-70%). Процесс седиментации проходит в три стадии, которые характеризуются разной динамикой изменения уровня моря. Во время первой стадии, когда уровень моря медленно понижается на 8 м от своего начального значения, формируется слой с песчаным пропластком в верхней части, алевролитовой серединой и глинистым основанием. Слой песчаников простирается от береговой линии до кромки шельфа; так же с востока на запад постепенно продвигается береговая линия. Вторая стадия накопления, ограниченная на рис. 2 двумя белыми границами, происходит в ходе быстрого понижения уровня моря еще на 25 м. На этом этапе формируется песчано-алевролитовое тело в середине и нижней части склона, а глины откладываются западнее. В начале третьей стадии происходит быстрая трансгрессия, т. е. повышение

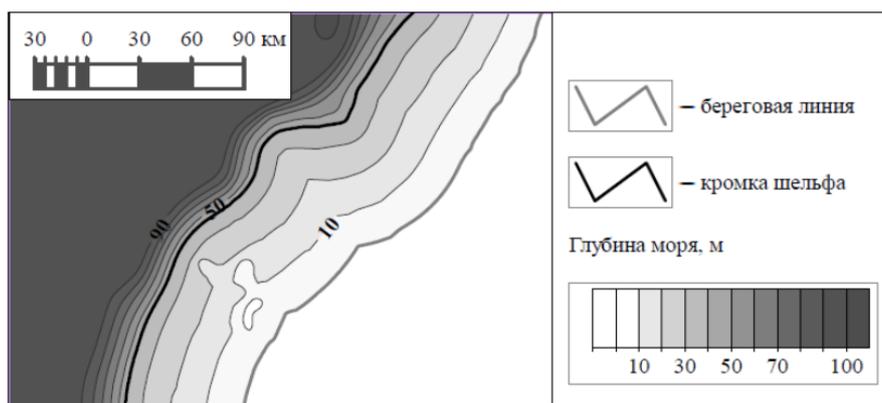


Рис. 1. Карта глубин морского дна на начальный момент времени

Fig. 1. Seabed elevation map at the initial moment of time

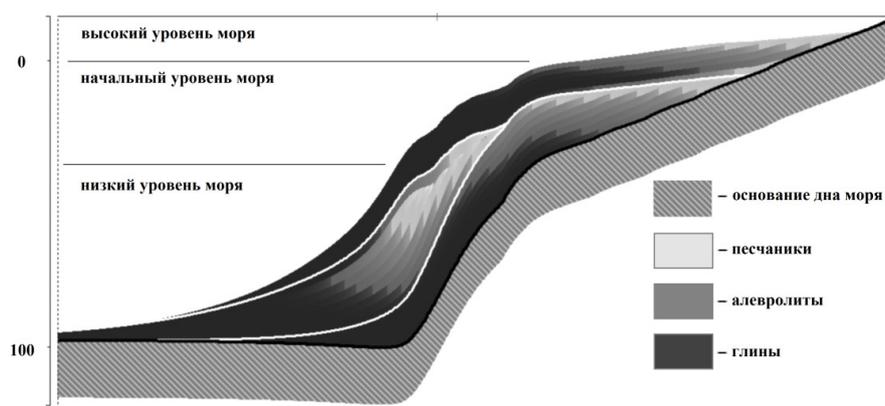


Рис. 2. Распределение литологических типов в сформированной осадочной толще

Fig. 2. Distribution of lithological types in the accumulated deposit

на 45 м относительно низшего положения уровня моря. Береговая линия вновь смещается на восток, а над шельфом и склоновой частью формируется постепенно истончающаяся в обоих направлениях глинистая покрывка.

Полученное в результате моделирования распределение литологических свойств является характерным для клиноциклитов, т. е. геологических тел, образовавшихся в ходе одного трансгрессивно-регрессивного цикла. Осредненное распределение песчаной фракции в накопленной осадочной толще показано на рис. 3. Картина иллюстрирует четкую зональность распределения литологических свойств: высокие значения песчаности в восточной части, закономерное ее понижение по мере удаления от береговой линии и появление песчано-алевролитового тела на склоне морского дна.

Обсуждение

Предложенная модель довольно проста: в ней рассматривается перенос взвешенных осадков только за счет турбулентной диффузии и адвекции без учета транспорта вещества под действием силы тяжести в более погруженные участки бассейна. Это упрощение было принято, т. к. цель моделирования заключалась в получении принципиальной, качественной картины распределения литологических свойств с использованием минимального числа входных параметров. Очевидно, что при моделировании осадконакопления в бассейнах со сложным рельефом дна и значительными углами падения станет необходим учет «гравитационного» потока.

Изменение глубины бассейна в предложенной модели происходило только за счет эвстатических колебаний моря и по мере роста толщины отложений. Процессы прогибания фундамента под весом осадков, а также уплотнения отложений не учитывались. Однако они, согласно [2], вносят существенный вклад в формирование, например, неокомского клиноформного комплекса в Западно-Сибирской

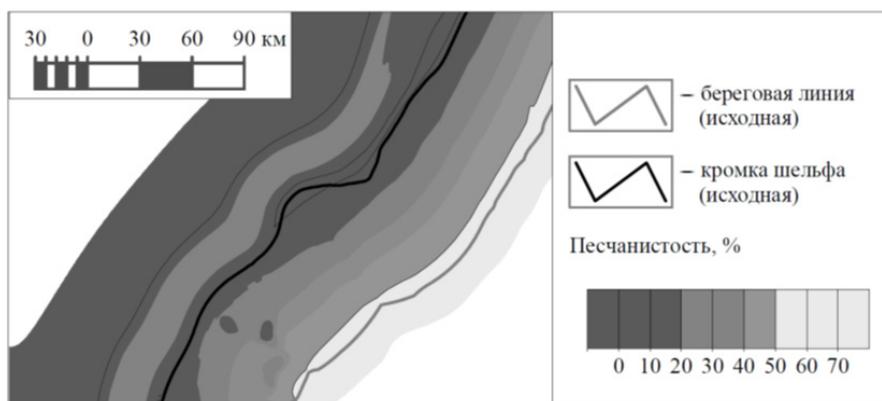


Рис. 3. Процентное содержание песчаной фракции в накопленной осадочной толще

Fig. 3. Sandstone ratio in the accumulated deposit

нефтегазоносной провинции. При средней скорости накопления мезозойских отложений 30 м/млн лет, скорость прогибания фундамента оценивается в 10 м/млн лет. В результате неокомский комплекс толщиной более километра смог сформироваться в бассейне, глубина которого не превышала 250 м.

В приведенном примере расчеты проводились для песчаной и глинистой фракций с заданными параметрами диффузии, которые зависят от размера зерен. В реальности осадочные породы характеризуются определенным распределением зерен по размерам, и при проведении практических вычислений целесообразно вводить большее число фракций.

Прямое моделирование, представленное выше, дает наглядную, хотя и упрощенную иллюстрацию процесса формирования осадочной толщи. Оно имеет самостоятельную ценность с точки зрения проверки гипотез и наработки научной интуиции, однако трудноприменимо для решения практических задач, т. к. ни граничные условия, ни коэффициенты диффузии, ни глубины бассейна доподлинно не известны.

Сиквенс-стратиграфический анализ [1, 8] исходной геофизической информации позволяет выделить на каротажных кривых интервалы, соответствующие различным состояниям уровня моря: низкое стояние, трансгрессия, высокое стояние, стадия понижения уровня (регрессия). На основе этого разбиения возможно выделение изохронных интервалов, т. е. слоев, сформированных в одно геологическое время. Корректность этого анализа и синхронизация его результатов с кривой эвстатических колебаний является необходимым условием достоверности дальнейших расчетов, т. к. конфигурация морского дна есть первостепенный фактор, определяющий распределение осадочного материала.

Следующая стадия заключается в восстановлении литологических свойств одного изохронного слоя по скважинным данным с учетом модельных представлений о физических основах процесса переноса осадков. На этом этапе

предлагается использовать вариационно-сеточный метод. При выборе этого подхода решение краевой задачи, например для уравнения диффузии, является частным случаем задачи геокартирования. При расположении точек исходных данных, определяющих значения или потоки искомого поля, на границе области моделирования решение задачи картирования в вариационной постановке приближается к решению соответствующей краевой задачи. Если точки исходных данных расположены нерегулярно, то, помимо необходимости оценки параметров модели, т. е. коэффициентов дифференциальных операторов (L, A, B), возникает задача стабилизации решения в области экстраполяции, которая решается за счет использования различной дополнительной информации.

Вариационно-сеточный подход дает широкие возможности для комбинирования исходных данных, представляющих собой значения, дифференциальные и интегральные характеристики картируемого поля. Дальнейшее развитие применения этого подхода к задачам бассейнового моделирования заключается в выработке технологии использования стабилизирующей решение дополнительной геологической информации, а также в оценке коэффициентов дифференциальных операторов (L, A, B).

Необходимо отметить, что осадконакопление является результатом не только диффузионных процессов. В ходе колебаний уровня моря береговая линия перемещается, и отложения, оказавшиеся в континентальных условиях, подвергаются эрозии. В морской толще могут иметь место оползневые явления, приводящие к соскальзыванию накопленного осадочного материала с кромки шельфа к подножию клиноформы. Эти аспекты очень важны и являются темой для отдельного исследования.

Заключение

Осадочные толщи, сформированные в результате сноса терригенного материала с континентальной части в море, в общем случае неконформны ни подстилающим, ни вышележащим геологическим границам и обладают выраженной зональностью литологических свойств. Это осложняет применение привычных интерполяционных или стохастических методов геологического картирования и делает актуальной разработку подходов, учитывающих физические основы процесса седиментации.

Двухкомпонентная диффузионная модель сформулирована в квазистатической постановке. Статическое уравнение диффузии для каждого временного слоя решается с использованием вариационно-сеточного метода картопостроения, реализованного в программе GST. Особенность подхода заключается в том, что в рамках обобщенной сплайн-аппроксимационной постановки на регулярной прямоугольной сетке сплайнов выполняется приближенное решение краевой задачи внутри области, ограниченной береговой линией сложной формы. Имея минимальное число настроечных параметров, модель качественно иллюстрирует процесс заполнения бассейна осадками и картину распределения литологических свойств.

Дальнейшее развитие метода предполагает разработку алгоритмов оценки параметров модели (коэффициентов диффузии, глубины моря, граничных условий) с использованием результатов интерпретации каротажных кривых скважин, а также переход от решения краевых задач к задачам восстановления поля литологических свойств по разрозненным нерегулярным данным с учетом уравнений переноса и с использованием преимуществ вариационно-сеточного подхода. Учет процессов эрозии накопленной толщи осадков, оползневых явлений также остается актуальной задачей и требует отдельного рассмотрения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Закревский К. Е. Геологическое моделирование клиноформ неокома Западной Сибири / К. Е. Закревский, Н. В. Нассонова // Тверь: ГЕРС, 2012. 80 с.
2. Конторович В. А. Модель формирования неокомского клиноформного комплекса Западно-Сибирской нефтегазоносной провинции с учетом изостазии / В. А. Конторович, В. В. Лапковский, Б. В. Лунев // Геология нефти и газа. 2014. № 1. С. 65-72.
3. Плавник А. Г. Геокартирование на основе сплайн-аппроксимационного подхода / А. Г. Плавник, А. Н. Сидоров, А. А. Сидоров, Э. С. Торопов. Тюмень: Тюм. индустр. ун-т, 2021. 189 с.
4. Плавник А. Г. К оценке достоверности картирования свойств геологических объектов в рамках сплайн-аппроксимационного подхода / А. Г. Плавник, А. Н. Сидоров // Сибирский журнал индустриальной математики. 2012. Том 15. № 1 (49). С. 66-76.
5. Свидетельство о регистрации программы GST в Реестре программ для ЭВМ Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам № 2005612939 / А. Н. Сидоров, А. Г. Плавник, А. А. Сидоров и др. 2005.
6. Сидоров А. Н. Решение дифференциальных уравнений в частных производных методами сплайн-аппроксимации / А. Н. Сидоров, А. Г. Плавник // Труды Международной конференции по вычислительной математике МКВМ-2004 / под ред. Г. А. Михайлова, В. П. Ильина, Ю. М. Лаевского. Новосибирск: Ин-т вычислит. математики и математ. геофизики СО РАН, 2004. Ч. 2. С. 648-652.
7. Сорокина В. В. Математическое моделирование терригенного осадконакопления в Азовском море / В. В. Сорокина, С. В. Бердников // Океанология. 2008. № 48 (3). С. 456-466.
8. Catuneanu O. Principles of Sequence Stratigraphy / O. Catuneanu. Amsterdam: Department of Earth and Atmospheric Sciences University of Alberta, 2006. 375 p.
9. Cressie N. The origins of kriging / N. Cressie // Mathematical Geology. 1990. Vol. 22. No. 3. Pp. 239-252. DOI: 10.1007/BF00889887
10. Holden L. Modeling of fluvial reservoirs with object models / L. Holden, R. Hauge, Ø. Skare, A. Skorstad // Mathematical Geology. 1998. Vol. 30. Pp. 473-496. DOI: 10.1023/A:1021769526425
11. Hutton E. W. H. Sedflux 2.0: An advanced process-response model that generates three-dimensional stratigraphy / E. W. H. Hutton, J. P. M. Syvitski // Computers and Geosciences. 2008. Vol. 34. Iss. 10. Pp. 1319-1337. DOI: 10.1016/j.cageo.2008.02.013

12. Joseph Ph. Deep-water sedimentation in the Alpine Foreland Basin of SE France: New perspectives on the Grès d'Annot and related systems — an introduction / Ph. Joseph, S. A. Lomas // Geological Society, London, Special Publications. 2004. Vol. 221. Pp. 1-16. DOI: 10.1144/GSL.SP.2004.221.01.01
13. Kaufman P. Depth-dependent diffusion algorithm for simulation of sedimentation in shallow marine depositional systems / P. Kaufman, J. P. Grotzinger, D. S. McCormick // Kansas Geological Survey. 1991. No. 233. Pp. 489-508. URL: <https://www.kgs.ku.edu/Publications/Bulletins/233/Kaufman/kaufman.pdf>
14. Marinoni O. Improving geological models using a combined ordinary-indicator kriging approach / O. Marinoni // Engineering Geology. 2003. Vol. 69. Iss. 1-2. Pp. 37-45. DOI: 10.1016/S0013-7952(02)00246-6

Andrey A. SIDOROV¹

UDC 550.8

**VARIATIONAL GRIDGING APPROACH
TO THE LITHOLOGICAL MODELING
OF CLINOFORM-TYPE DEPOSITS**

¹ Cand. Sci. (Phys.-Math.),
Chief of Laboratory of the Mathematical Modeling,
V. I. Shpilman Research and Analytical Centre
for the Rational Use of the Subsoil (Tyumen)
darth@cr.ru; ORCID: 0000-0002-8639-2644

Abstract

With the depletion of large oilfields, prospects are associated with non-structural deposits, bounded by impermeable mudstone layers. Reservoir of this type is typical for the Achimov deposits of the West Siberian Neocomian complex, formed in a deep-sea marine conditions. The clinoform type horizons are characterized by nonconformal bedding, as well as a complex lithological structure caused by sea level fluctuations. These features limit the applying of interpolation and stochastic mapping methods for lithological modeling and make it relevant to develop approaches that take into account the physical principles of the sedimentation process.

The article proposes an approach that is often used in basin modeling, in which the sedimentation is presented as the result of a diffusion process. The problem of two-component turbulent diffusion with advection in a quasi-stationary formulation is considered. The diffusion coefficients, as well as the equation term responsible for sediment deposition, are functions of the sea depth. An explicit difference scheme is written for the thickness of accumulated deposits. A stationary diffusion equation is solved on each time layer using the variational gridding method for the concentration of each component.

As a test example, a map of the seabed surface was generated and one transgressive-regressive cycle was simulated. As a result, a typical clinocyclite was obtained. It contains sandstone

Citation: Sidorov A. A. 2022. "Variational gridding approach to the lithological modeling of clinoform-type deposits". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 109-125.
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-109-125

layers on the shelf, a sandy-siltstone body on the seabed slope and a shale topset bed formed during the maximum flooding period.

Keywords

Geological mapping, basin modeling, variational gridding method, spline approximation, lithological model, diffusion with advection, sedimentation, clinoform-type deposit.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-109-125

REFERENCES

1. Zakrevskiy K. E., Nassonova N. V. 2012. Geological modeling of Neocomian clinoforms of Western Siberia. Tver: GERS. 80 p. [In Russian]
2. Kontorovich V. A., Lapkovskiy V. V., Lunev B. V. 2014. "Model of the formation of the Neocomian clinoform complex of the West Siberian oil and gas province, taking into account isostasy". *Geology of oil and gas*, no. 1, pp. 65-72. [In Russian]
3. Plavnik A. G., Sidorov A. N., Sidorov A. A., Toropov E. S. 2021. Geological mapping based on the spline-approximation approach. Tyumen: Tyumen Industrial University. 189 p. [In Russian]
4. Plavnik A.G., Sidorov A. N. 2012. "To assess the reliability of mapping the properties of geological objects in the framework of the spline-approximation approach". *Siberian Journal of Industrial Mathematics*, vol. 15, no. 1 (49), pp. 66-76. [In Russian]
5. Sidorov A. N., Plavnik A. G., Sidorov A. A. et al. (ed.). 2005. Certificate of registration of the GST program in the Register of computer programs of the Federal Service for Intellectual Property, Patents and Trademarks No. 2005612939. [In Russian]
6. Sidorov A.N., Plavnik A. G. 2004. "Solving partial differential equations using spline approximation methods". *Proceedings of the International Conference on Computational Mathematics ICVM-2004*. Edited by G. A. Mikhaylov, V. P. Ilyin and Yu. M. Laevskiy. Novosibirsk: Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS. Part. 2, pp. 648-652. [In Russian]
7. Sorokina V. V., Berdnikov S. V. 2008. "Mathematical modeling of terrigenous sedimentation in the Sea of Azov". *Oceanology*, vol. 48 (3), pp. 456-466. [In Russian]
8. Catuneanu O. 2006. *Principles of Sequence Stratigraphy*. Amsterdam: Department of Earth and Atmospheric Sciences University of Alberta. 375 p.
9. Cressie N. 1990. "The origins of kriging". *Mathematical Geology*, vol. 22, no. 3, pp. 239-252. DOI: 10.1007/BF00889887
10. Holden L., Hauge R., Skare Ø., Skorstad A. 1998. "Modeling of fluvial reservoirs with object models". *Mathematical Geology*, vol. 30, pp. 473-496. DOI: 10.1023/A:1021769526425
11. Hutton E. W. H., Syvitski J. P. M. 2008. "Sedflux 2.0: An advanced process-response model that generates three-dimensional stratigraphy". *Computers and Geosciences*, vol. 34, iss. 10, pp. 1319-1337. DOI: 10.1016/j.cageo.2008.02.013
12. Joseph Ph., Lomas S. A. 2004. "Deep-water sedimentation in the Alpine Foreland Basin of SE France: New perspectives on the Grès d'Annot and related systems — an introduction". *Geological Society, London, Special Publications*, vol. 221, pp. 1-16. DOI: 10.1144/GSL.SP.2004.221.01.01

13. Kaufman P., Grotzinger J. P., McCormick D. S. 1991. "Depth-dependent diffusion algorithm for simulation of sedimentation in shallow marine depositional systems". Kansas Geological Survey, no. 233, pp. 489-508. <https://www.kgs.ku.edu/Publications/Bulletins/233/Kaufman/kaufman.pdf>
14. Marinoni O. 2003. "Improving geological models using a combined ordinary-indicator kriging approach". *Engineering Geology*, vol. 69, iss. 1-2, pp. 37-45.
DOI: 10.1016/S0013-7952(02)00246-6