

© М.Б. АТМАНСКИХ, И.П. РИЛО, А.В. ТАТОСОВ

MariaAtmanskikh@gmail.com, atatosov@utmn.ru

УДК 536.242

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ВОЛНЫ В ГРУНТЕ ВБЛИЗИ ОСНОВАНИЯ ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩЕГО СООРУЖЕНИЯ

АННОТАЦИЯ. В данной работе представлено численное изучение нестационарной теплопроводности в грунте вблизи сваи. Грунт и свая в течение года подвергаются воздействию температурных волн — сезонных колебаний температуры воздуха. Процесс распространения тепла в грунте описывается двумерным нестационарным уравнением теплопроводности с переменным коэффициентом теплопроводности, без источников члена в осесимметрической системе координат. Для численного решения задачи используется алгоритм CONDUCT. Стационарно периодическое состояние системы в данной задаче достигается за 5 периодов. Около поверхности в свае наблюдается более интенсивный теплообмен с окружающей средой, нежели в грунте. Глубина проникновения температурных волн убывает с глубиной экспоненциально, поэтому наибольшее влияние на распределение температуры в области они оказывают вблизи верхней границы. Тепловая инерция является проявлением свойств решения гиперболического уравнения, при решении уравнения теплопроводности с периодическими граничными условиями во времени. Она создает сдвиг по фазе между колебаниями температуры в точках на различной глубине.

SUMMARY. Numerical investigation of nonstationary conductivity in the ground near the pile is presented in this paper. The ground and the pile are exposed to temperature waves – seasonal variations of air temperature. The process of heat conduction in the ground is described by a two-dimensional nonstationary heat conduction equation with a variable conductivity coefficient, without the source term in the axisymmetric coordinate system. Algorithm CONDUCT is used for numerical solution of the problem. “Stationary periodic” mode is achieved during five periods in the present problem. Heat exchange with the environment is more intensive in the pile near the surface than on the surface of the ground. Penetration depth of temperature waves decreases exponentially with the depth of the construction, therefore their greatest influence on temperature distribution is found near the upper boundary. Thermal inertia demonstrates hyperbolic properties of solution for heat conduction equation with time-periodic boundary conditions. It contributes to phase difference between temperature oscillations at different depths.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Теплопроводность, температурные волны, твердое тело, воздух.

KEY WORDS. Conductivity, temperature waves, solid body, air.

Введение. Процесс распространения тепла в твердом теле определяется заданием температуры как функции координат и времени. Для нахождения этой функции записывается нестационарное уравнение теплопроводности, представляющее собой выраженный в дифференциальной форме закон сохранения энергии в твердом теле. Вывод этого уравнения можно найти, например в [1]. В общем случае решение в виде бегущей волны для классического параболического уравнения теплопроводности не существует. Но тип уравнения может так же проявляться и через граничные условия. Решение уравнения теплопроводности с периодическими граничными условиями в полубесконечной области проявляет свойства решения гиперболического уравнения и найдено в [2], [3].

Температурные волны, однако, можно наблюдать не только в сезонных колебаниях температуры воздуха. В ряде процессов, происходящих в аппаратах, в частности в двигателях, совершается периодическое повторение рабочего цикла, в продолжение которого температура рабочей среды и корпуса двигателя меняется по определенному закону. При этом имеет место периодическое изменение температурного поля. Графики различного рода повторяющихся тепловых процессов представлены, например в [4; 90]. Из наблюдений над прохождением температурных волн также можно вычислить коэффициент теплопроводности вещества. Ангстрем впервые применил данный метод, который описан в [5; 137]

В качестве теплофизических характеристик сваи брались параметры железобетона, для грунта — коэффициент теплопроводности, плотность и удельная теплоемкость сухого песка. Коэффициент теплопроводности железобетона больше, чем у песка, поэтому сваю по отношению к грунту можно считать тепловыделяющим сооружением.

Аналитическое решение поставленной задачи если и существует, то слишком громоздко из-за того, что коэффициент теплопроводности является функцией пространственных координат. Аналитическое решение одномерной задачи о распространении температурных волн в ограниченном пространстве найдено, например, в статье [6]. Гораздо более простым и эффективным путем является применение численных методов для решения этой проблемы, с которыми можно ознакомиться, например, в [7], [8].

Постановка задачи. Рассмотрим участок песчаного грунта, который обменивается с окружающей средой теплом по закону Ньютона-Рихмана (рис. 1). Температура атмосферы Земли носит ярко выраженную суточную и годовую периодичность, поэтому температура окружающей среды T_{air} в данной задаче меняется по периодическому закону (рис. 2). Закон изменения температуры воздуха от времени выбирается таким образом, что минимальная температура составляет -40°C и приходится на 15 января, а максимальная $+25^{\circ}\text{C}$ (15 июля). В качестве P периода колебаний T_{air} брался один год. Выбираем толщину грунтового слоя достаточно большой, поэтому можно считать, что нижняя граница расчетной области, поддерживаемая при постоянной температуре T_g . Дополнительное влияние на температурное поле будет оказывать железобетонная свая — *pile* (рис. 1). Правая граница представляет собой линию симметрии фундамента здания. Предполагается, что левая граница грунта расположена далеко от здания, поэтому тепловой поток через нее также равен нулю. Начальное распределение температуры постоянно во всей области и равно T_g .

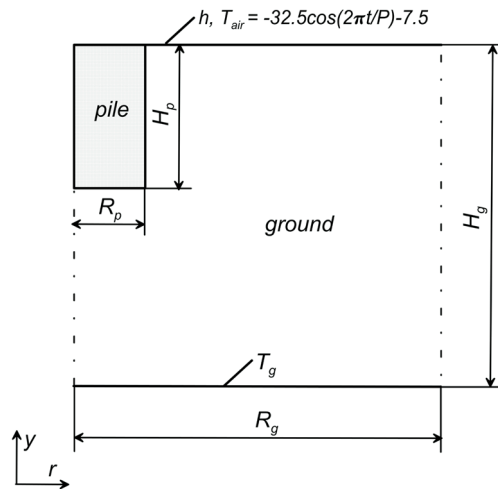


Рис. 1. Геометрия задачи

Математическая модель. Задача сводится к решению двумерного нестационарного уравнения теплопроводности

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

$$\rho c = \begin{cases} \rho_p c_p, & 0 \leq r \leq R_p, \\ \rho_g c_g, & \text{иначе} \end{cases} \quad \kappa = \begin{cases} \kappa_p, & 0 \leq r \leq R_p, \\ \kappa_g, & \text{иначе} \end{cases}$$

Начальное условие имеет вид

$$T|_{t=0} = T_g, \quad 0 \leq r \leq R_g, \quad 0 \leq y \leq H_g. \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_g} = 0, \quad 0 \leq y \leq H_g;$$

$$T|_{x=0} = T_g, \quad 0 \leq r \leq R_g;$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H_g} = -\frac{h}{\kappa} \left(T|_{y=H_g} - T_{air} \right), \quad 0 \leq r \leq R_g,$$

$$T_{air} = -7.5 - 32.5 \cos(2\pi t/P).$$

Параметры расчета и численная схема. Для численного решения задачи использовался алгоритм CONDUCT [9], который разработан на основе метода контрольного объема [10]. Вычисления проводились на равномерной расчетной сетке 402×402, что составляет 160 000 внутренних расчетных точек. При этом в свае бралось 400 внутренних расчетных точек.

Численное моделирование проводилось для следующих значений параметров:

- 1) толщина H_g и радиус R_g грунтового слоя равны 10 М;
- 2) радиус сваи $R_p = 0.1$ М, а глубина, на которую забита свая $H_p = 2$ М;
- 3) температура грунта $T_g = 2^\circ\text{C}$, что исключает его промерзание;
- 4) частота воздействия температурной волны, изображенной на рис. 2, равна $2\pi/P$, где период $P = 31\,536\,000$ соответствует одному календарному году, измеренному в секундах;
- 5) коэффициент теплоотдачи между грунтом и окружающим его воздухом равен $h = 5$ Вт/(м²·°C);

6) в качестве теплофизических характеристик грунта брались коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность сухого песка, а для моделирования сваи — теплофизические характеристики железобетона, которые приведены в табл. 1.

Шаг по времени выбирался, исходя из условия Куранта, и был равен одному часу: $\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{4 \left(\frac{\kappa}{\rho c} \right)_{\max}}$.

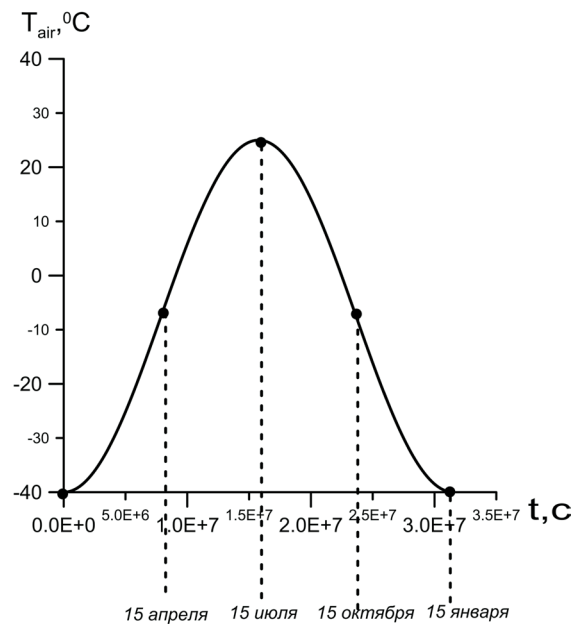


Рис. 2. Зависимость температуры окружающей среды от времени

Таблица 1

Теплофизические характеристики задачи

Характеристика	κ_n , Вт/(м·°C)	ρ_n , кг/м ³	c_n , Дж/(кг·°C)
Грунт ($n=g$)	0.512	1500	1020
Свая ($n=p$)	1.55	2200	840

Анализ полученных результатов. Данная задача является характерной задачей без начальных условий [3], так как при многократном повторении температурного хода на границе влияние начальных условий ослабевает и практически не сказывается на распределении температуры в момент наблюдения. Если температура поверхности длительное время периодически меняется, то в почве устанавливаются колебания температуры с тем же периодом. «Стационарно периодическое» состояние системы в данной задаче достигается за 5 лет. Однако, несмотря на то, что поле температуры становится почти полностью периодическим к пятому циклу, температурные волны, в силу малости глубины их проникновения, оказывают наибольшее влияние на распределение температуры в небольшой области около поверхности земли, что видно из рис. 4, 5. Малая глубина проникновения связана с тем, что амплитуда температурных колебаний очень быстро убывает с глубиной — экспоненциально. Это можно наблюдать на рис. 3, сравнивая зависимости температур от времени на различных глубинах.

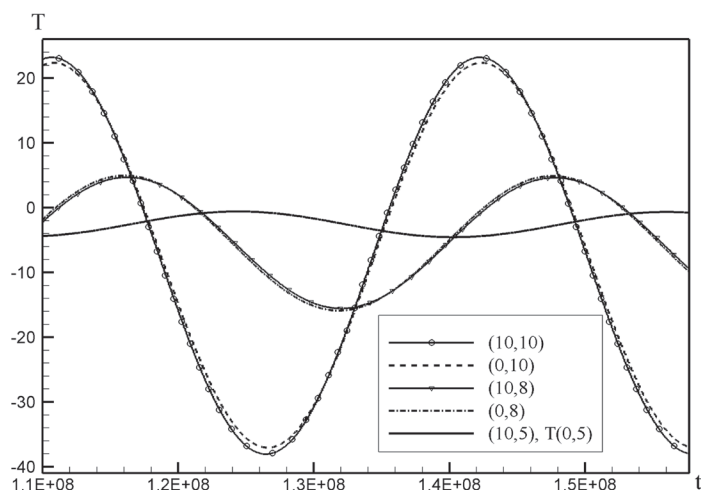


Рис. 3. Зависимость температуры от времени в различных точках области

Хотя температура в каждой точке меняется во времени периодически, тепловая инерция создает сдвиг по фазе между колебаниями температуры в точках на различной глубине. Этот сдвиг между колебаниями температуры вблизи поверхности и под сваей составляет четверть периода — четверть года. А сдвиг между колебаниями температуры на поверхности и на глубине 5 метров составляет полгода. Поэтому, когда на поверхности грунта лето, на глубине 2 метра — еще весна, а на глубине 5 метров — зима, что иллюстрирует рис. 3, например, при $t=1.4E+8$. Такое «запаздывание» температурного возмущения является проявлением свойств решения гиперболического уравнения.

Одним из наиболее интересных результатов является то, что диапазон изменения температуры с течением времени в точках сваи, близких к поверхности, меньше, чем диапазон изменения температуры в точках около поверхности грунта, значительно удаленных от сваи. Это видно, если сравнить зависимости температуры от времени в точках (0,10) и (10,10) на рис. 3. Разница между

этими диапазонами составляет $\sim 0.9^{\circ}\text{C}$. Это происходит из-за того, что значение объемной теплоемкости в свае больше, чем в грунте, поэтому требуется большее количество тепла, чтобы нагреть сваю у поверхности до той же температуры, что и грунт. При понижении температуры окружающей среды, наоборот, температура в свае на поверхности будет выше, чем на поверхности грунта, т.к. будет нужен более интенсивный поток тепла, чтобы остудить сваю до той же температуры, что и грунт. При все большем погружении в глубину диапазоны изменения этих распределений сближаются, пока при некотором значении координаты у диапазон изменения температуры от времени в точках сваи не становится больше, чем в точках, удаленных от нее. На этой глубине сказывается влияние внутренней теплопроводности, которая определяется коэффициентом (внутренней) теплопроводности κ , а влияние внешней теплопроводности [2], определяемой коэффициентом теплоотдачи, ослабевает. Коэффициент теплопроводности $\kappa_p > \kappa_g$, а поэтому при погружении в глубину свая будет и больше охлаждаться в холодное время года, и больше нагреваться в теплое время года. Из-за таких процессов мы наблюдаем точки перегиба изотерм вблизи сваи на рис. 4, 5.

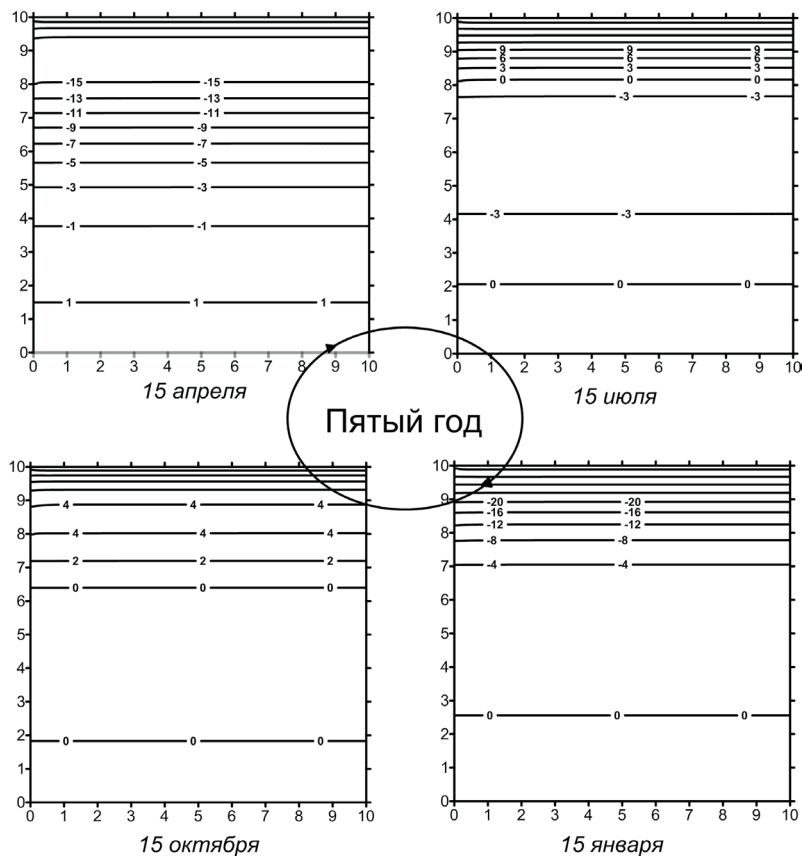


Рис. 4. Изотермы на 5-й год

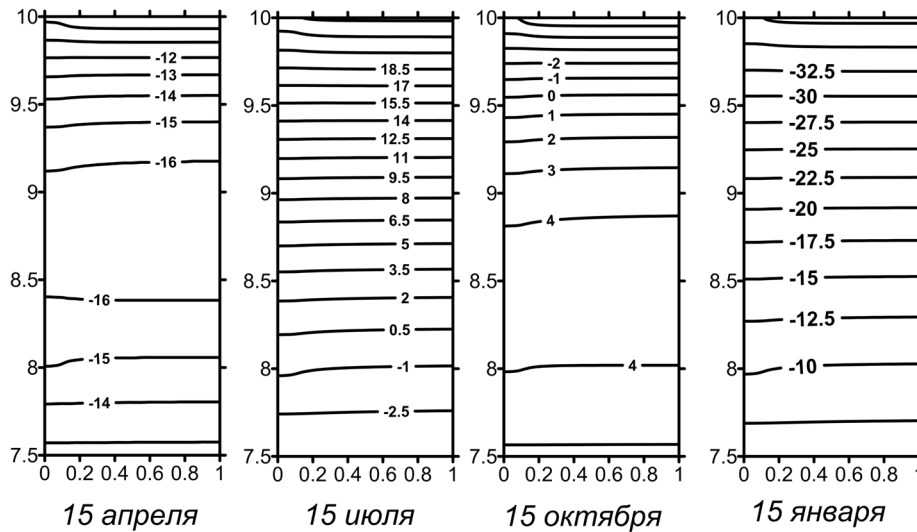


Рис. 5. Изотермы около сваи на 5-й год

За счет больших значений объемной теплоемкости и коэффициента теплопроводности наиболее интенсивный теплообмен с окружающей средой наблюдается в железобетонной балке, нежели в грунте. При соотношении $\rho_p c_p / \rho_g c_g = 1.2$ и $\kappa_p / \kappa_g = 1.5$ амплитуда колебаний плотности теплового потока, а значит, и интенсивность теплообмена в свае больше, чем в грунте, в 1.4 раза летом и весной и в 1.6 раза зимой и осенью. Амплитуда колебаний плотности теплового потока на поверхности почвы становится меньше по мере удаления от сваи. (рис.6)

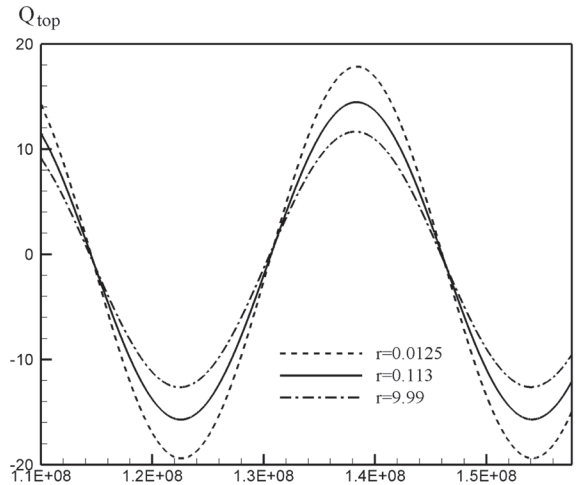


Рис. 6. Зависимость плотности теплового потока от времени при $y=10$ М и $r=0.0125, 0.113, 9.99$

Заключение. В результате проведенных численных экспериментов было отмечено влияние температурных волн и тепловыделяющего сооружения на распространение тепла в грунте. Были сделаны следующие выводы:

1. «Стационарно периодическое» состояние системы в данной задаче достигается за 5 лет.

2. Температурные волны в силу малости глубины их проникновения оказывают наибольшее влияние на распределение температуры в небольшой области около поверхности земли.

3. Тепловая инерция создает сдвиг по фазе между колебаниями температуры в точках на различной глубине. Сдвиг между колебаниями температуры вблизи поверхности и под сваей составляет четверть года.

4. В свае наблюдается более интенсивный теплообмен с окружающей средой, нежели в грунте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 599 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: В 3 тт. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Наука, 1975. 519 с.
3. Тихонов А.Н. Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с.
4. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
5. Егер Д., Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.
6. Атамских М.Б., Зубков П.Т. Влияние температурных и термоакустических волн на распространение тепла в слое совершенного вязкого газа // Динамика сплошной среды. 2010. № 126. С. 37-41.
7. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
8. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: в 2-х тт. Т. 1. М.: Мир, 1991. 504 с.
9. Patankar, S.V. Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer. New York: Hemisphere, 1990. 250 p.
10. Patankar, S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. New York: Hemisphere, 1980. 200 p.

REFERENCES

1. Lykov, A.V. *Teorija teploprovodnosti* [Theory of Heat Conductivity] М.: Vysshaja shkola, 1967. 599 p. (in Russian).
2. Sivuhin D.V. *Obshhij kurs fiziki: V 3 tt. T. 2. Termodinamika i molekularnaja fizika* [Guidelines to Physics. In 3 vol. Vol. 2. Thermodynamics and Molecular Physics]. М.: Nauka, 1975. 519 p. (in Russian).
3. Tihonov, A.N. Samarskij, A.A. *Ura vnenija matematicheskoi fiziki* [Equations of Mathematical Physics]. М.: Nauka, 1972. 736 p. (in Russian).
4. Kutateladze, S.S. *Osnovy teorii teploobmena* [Fundamentals of Heat Exchange Theory]. М.: Atomizdat, 1979. 416 p. (in Russian).
5. Eger, D., Karslou, G. *Teploprovodnost' tverdyh tel* [Thermal Conductivity of Solids]. М.: Nauka, 1964. 488 p. (in Russian).
6. Atmanskih, M.B., Zubkov, P.T. The Influence of Temperature and Thermoacoustic Waves on Heat Transmission in a Layer of Perfect Viscous Gas. *Dinamika sploshnoj sredy — Continuous-Medium Dynamics*. 2010. №. 126. Pp. 37-41. (in Russian).
7. Kalitkin, N.N. *Chislennye metody* [Numerical Techniques]. М.: Nauka, 1978. 512 p.
8. Fletcher, K. *Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkостей. T. 1.* [Computational Techniques for Fluid Dynamics. Vol. 1]. М.: Mir, 1991. 504 p. (in Russian).
9. Patankar, S.V. Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer. New York: Hemisphere, 1990. 250 p.
10. Patankar, S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. New York: Hemisphere, 1980. 200 p.