

Александр Борисович ШАБАРОВ<sup>1</sup>  
Дмитрий Евгеньевич ИГОШИН<sup>2</sup>  
Полина Михайловна РОСТЕНКО<sup>3</sup>  
Анастасия Петровна САДЫКОВА<sup>4</sup>

УДК 532.546.3

## ЦИФРОВАЯ КЛАСТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ПОРОВОГО ПРОСТРАНСТВА ПРИ ТЕЧЕНИИ ТРЕХФАЗНОГО ПОТОКА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

<sup>1</sup> доктор технических наук,  
профессор кафедры прикладной и технической физики,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
kaf\_mms@utmn.ru; ORCID: 0000-0002-5374-8704

<sup>2</sup> кандидат физико-математических наук,  
начальник лаборатории физики пласта,  
корпоративный центр исследования пластовых систем (керна и флюиды),  
Газпром ВНИИГАЗ (г. Москва);  
доцент кафедры фундаментальной математики,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
d.e.igoshin@utmn.ru

<sup>3</sup> аспирант кафедры прикладной и технической физики,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
stud003991636@study.utmn.ru

<sup>4</sup> аспирант кафедры прикладной и технической физики,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
stud0000217819@study.utmn.ru

**Цитирование:** Шабаров А. Б. Цифровая кластерная модель порового пространства при течении трехфазного потока в пористой среде / А. Б. Шабаров, Д. Е. Игошин, П. М. Ростенко, А. П. Садыкова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 88-108.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-88-108

### Аннотация

Работа посвящена одной из актуальных проблем нефтегазовой отрасли — изучению трехфазной фильтрации. Создание моделей порового пространства является важным этапом в исследовании течения нефтегазовых смесей для последующего определения фильтрационно-емкостных свойств пород-коллекторов. Целью исследования является разработка физико-математической модели пористой среды в масштабе образца керна. Представлена цифровая кластерная модель для расчета геометрических параметров порового пространства. Структура порового пространства кластерной модели основана на распределении пор по диаметрам, полученном из кривых капиллярного давления (ККД). В керне выделены кластеры, состоящие из большого канала ( $B$ ), по которому в четочном режиме движутся нефть, вода и газ, средних каналов ( $A$ ) с подвижными водой и газом и малых каналов ( $S$ ) с движущимся газом, а также перемычек между этими каналами. Разделение функции распределения пор по диаметрам на области, относящиеся к большим, средним и малым каналам, основано на эмпирически определенных соотношениях между числами каналов, через которые движутся в поровом пространстве флюиды в приведенных выше сочетаниях. При этом переход от физической модели керна к цифровой кластерной модели осуществляется с сохранением пористости, абсолютной проницаемости и с учетом извилистости каналов. Зависимость извилистости каналов от их диаметра принята по убывающему степенному закону. Представленная в работе модель опробована на двух примерах при различных значениях эффективной пористости и разном количестве интервалов функции распределения пор по диаметрам. В модели заложен потенциал для дальнейшего развития и расчета фильтрационного течения трехфазной смеси (нефть, газ и вода) в масштабе образца керна.

### Ключевые слова

Нефтегазовая смесь, трехфазная фильтрация, кластерная модель, цифровая модель керна, поровое пространство, пористость, проницаемость, кривые капиллярного давления, относительная фазовая проницаемость.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-88-108

### Введение

Нефтегазовые и нефтегазоконденсатные месторождения являются сложными природными комплексами, их свойства и характеристики имеют большое разнообразие. Движение многофазного потока продукции с высоким газовым фактором на таких месторождениях может привести к проблемам в системах добычи, сбора и подготовки продукции. Используемый метод стационарной фильтрации в экспериментах для определения ОФП при фильтрации флюидов приводит к существенным временным и материальным затратам. Отсутствие обобщенных опытных данных и методик расчета ОФП в зависимости от изменения концентраций в составе смеси делает актуальной по материальным и временным соображениям разработку физико-математической модели массопереноса

при фильтрационном течении нефтегазовой смеси, основанной на модели структуры порового пространства. Такая модель не ограничивается использованием в нефтегазовой промышленности: она также имеет самостоятельную научную ценность и может быть полезна исследователям, занимающимся разработкой гидродинамических моделей в области трехфазной фильтрации. Данная работа посвящена важному этапу изучения трехфазной фильтрации — разработке цифровой модели порового пространства, в котором происходит течение.

#### **Анализ литературы по проблеме моделирования течения смесей в поровом пространстве**

Достоверность прогнозных расчетов при добыче нефти и газа зависит от качества используемых гидродинамических моделей. Таким образом, возникает необходимость в разработке модели для расчета параметров трехфазной фильтрации в пористой среде и относительных фазовых проницаемостей (ОФП).

В статье предложена физико-математическая кластерная модель и метод расчета течения трехфазной смеси: нефти, воды и газа (газоконденсата) в поровом пространстве.

Особенности движения природных флюидов (нефти, воды и газа) подробно описаны в следующих источниках [6, 9, 13]. Известно, что поровое пространство — сложная нерегулярная система сообщающихся межзернистых пустот, поровые каналы которых сложно выделить. Кроме того, размеры пор в песчаных породах малы и обычно составляют единицы или десятки микрометров (мкм).

В работах [3, 4, 24, 27] представлены математические модели для трехфазной фильтрации при различных методиках расчетов и условиях.

Например, Ш. А. Гафаров и др. рассмотрели гравитационно-гидродинамический механизм фильтрации трехфазной смеси и сделали вывод, что «значения градиентов гравитационного давления при фильтрации пар флюидов „нефть — газ“ и „вода — газ“ на порядок выше, чем для пары „нефть — вода“» [4, с. 49]. В математической модели Р. Д. Каневской [10] для пластовой системы используются обширные сведения из геологии и геофизики, гидромеханики и теории упругости, физики пласта и химии, теории и практики разработки месторождений, математики, численных методов и программирования.

Наиболее часто употребляемой моделью является модель Стоуна [25], в которой ОФП нефти зависит от водо- и газонасыщенности, ОФП воды и газа — только от водонасыщенности и газонасыщенности соответственно. В работе [17] А. И. Фарухшин выяснил, что выбор типа модели Стоуна для трехфазной фильтрации должен основываться на соответствии расчетных значений ОФП. В свою очередь, И. В. Афанаскин и др. [2] описывают систему дифференциальных уравнений трехфазной фильтрации несмешивающихся флюидов (нефти, воды и газа). Рассматриваемая система включает в себя три уравнения сохранения количества основных компонентов, обобщенного закона Дарси (уравнения Маскета — Мереса [1, 12]), капиллярных и гравитационных сил при пренебрежении растворимостью газа в воде.

Анализ экспериментальных данных в работе [5] А. Т. Гаюбова показал, что «число Форхгеймера играет ключевую роль при описании течения флюидов в пористых средах. Использование числа Форхгеймера позволило получить универсальный закон течения флюидов в простой аналитической форме, которая может быть использована для любой геометрии течения» [5, с. 91].

В настоящее время развиваются научные направления, посвященные расчетно-экспериментальному определению ОФП. А. В. Шабаров, А. В. Шаталов, О. А. Кузина и др. [11, 18, 20, 21] описали физико-математическую кластерную четочную модель и метод расчета двухфазной изотермической фильтрации течения смеси «нефть — водный раствор поверхностно-активных веществ» в поровом пространстве горных пород. В указанных работах поровое пространство представляет собой квазиодномерную модель ядра длиной  $L_{CORE}$  и диаметром  $d_{CORE}$ , основанную на распределении пор по размерам из кривых капиллярного давления (ККД). Модель состоит из некоторого числа не связанных между собой кластеров. Каждый кластер является совокупностью криволинейных капиллярных каналов, имеющих диаметры переменного поперечного сечения. Он включает в себя один большой канал,  $\beta$  средних и  $\beta \cdot \beta_1$  малых каналов, соединенных перемычками. Согласно эмпирическим оценкам, координационные числа  $\beta, \beta_1$  расположены в диапазоне  $4 \div 12$  и могут уточняться при определении полной расчетной модели.

Первая статья, посвященная определению параметра проницаемости и его физическому значению в нефтяной отрасли, была опубликована в 1933 г. Вайкоффом и др. [28]. Численное определение проницаемостей горных пород на основе периодических моделей пористых сред представлено в работах Д. Е. Игошина [7, 8].

Валаванидис и Пайатакес провели серию экспериментальных исследований, в ходе которых предложили расчетный алгоритм (DeProF), который позволяет восстановить функции ОФП моделей пористой среды без использования «подстроечных параметров» [26].

Фэтт [23] доказал, что ОФП тесно связаны со строением сети пористой среды: относительные характеристики течения в средах с одинаковым распределением пор по диаметрам, являющиеся функциями структуры пор, есть идентичные между собой функции насыщенности. В серии расчетно-экспериментальных работ А. Б. Шабарова и др. [2, 18, 20, 21] приводится описание определения ОФП в лабораторных условиях при стационарной фильтрации [14].

С. В. Степановым и др. [15, 16] также построена модель порового пространства в виде пучка капилляров переменного сечения на основе ККД. В работе представлены расчеты четочного (капельного) течения на основе одномерного уравнения Навье — Стокса и кривые межфазного взаимодействия. Результаты численного исследования показали, что с ростом капиллярного числа уменьшается амплитуда данного взаимодействия [22].

В работах [11, 15] представлены расчеты геометрических параметров кластера. По уравнениям гидродинамики, данным в [19], выполнены расчеты потерь трения и местных сопротивлений.

А. Б. Шабаровым, С. В. Степановым и их соавторами впервые установлено, что при течении многофазных сред в поровых каналах возникают потери межфазного взаимодействия, в их работах также даны расчетные модели для определения функций межфазного взаимодействия [2, 15, 16, 18, 21].

Таким образом, проведенный анализ показал, что на сегодняшний день существует множество эмпирических способов расчета ОФП трехфазной фильтрации, но ни один из них не основан на полноценной гидродинамической модели.

### Модель порового пространства

*Постановка задачи. Основные положения и обозначения, принятые при моделировании*

Рассматривается модель зерна, состоящая из  $N_C$  числа кластеров, каждый из которых состоит из поровых каналов с одним большим ( $B$  — big), несколькими средними ( $A$  — average) и маленькими ( $S$  — small) диаметрами  $d_B$ ,  $d_A$ ,  $d_S$  соответственно. Между собой каналы соединены так называемыми перемычками.

Распределение пор по диаметрам определяется по экспериментальным данным из кривых ККД для «чистых» зернов. Суммарный объем «чистых»  $B$ -,  $A$ - и  $S$ -каналов из ККД определяется следующим образом:

$$V_{\text{ККД}} = (V_B + \beta V_A + \beta \beta_1 V_S) N_C, \quad (1)$$

где  $V_S = \frac{\pi d_S^2}{4} \tau_S L$ ,  $V_A = \frac{\pi d_A^2}{4} \tau_A L$ ,  $V_B = \frac{\pi d_B^2}{4} \tau_B L$  — объемы отдельных «чистых»  $B$ -,  $A$ - и  $S$ -каналов в кластере;  $L$  — длина образца зерна;  $\tau_B$ ,  $\tau_A$ ,  $\tau_S$  — коэффициенты извилистости;  $\beta = \beta_1 = 4 \div 12$  — идентификационные коэффициенты;  $N_C$  — число кластеров в образце.

Объем пор в кластере, связанных с продольными каналами, соответствует выражению  $V'_{\text{POR}} = V_{\text{ККД}} + V_{\text{PER}}$ , где  $V_{\text{PER}}$  — объем перемычек между каналами. Объем пор в части образца зерна, соответствующей кластеру с учетом пор, не связанных с торцевыми сечениями зерна, вычисляется как:

$$V_{\text{POR}} = V'_{\text{POR}} \cdot K_{is}, \quad (2)$$

где  $K_{is} = 1 \div 3$  — коэффициент изотропности, учитывающий объемы поперечных поровых каналов. Стоит отметить, что в первом приближении принимается  $\beta = \beta_1 = 8$  и  $K_{is} = 2$ ; это может уточняться минимизацией среднеквадратичных невязок экспериментальных и расчетных значений ОФП.

Согласно принятому допущению о существовании трех видов непересекающихся каналов в кластере, соединяющихся между собой перемычками, необходимо вычислить основные геометрические параметры каналов. Поскольку распределение пор по диаметрам определяется из данных лабораторных исследований зерна при снятии кривой капиллярного давления, то фундаментальным параметром кластерной модели является выражение (3) для получения диаметров  $S$ -,  $A$ - и  $B$ -каналов соответственно:

$$\begin{aligned}
 d_S &= \left( \frac{c}{N_S} \sum_{j=1}^{\text{length}(N_{d_{SA}})} \frac{N_j d_{j\_middle}^4}{\tau_j} \right)^{\frac{1}{4-q}}, \\
 d_A &= \left( \frac{c}{N_A} \sum_{j=\text{length}(N_{d_{SA}})+1}^{\text{length}(N_{d_{AB}})} \frac{N_j d_{j\_middle}^4}{\tau_j} \right)^{\frac{1}{4-q}}, \\
 d_B &= \left( \frac{c}{N_B} \sum_{j=\text{length}(N_{d_{AB}})+1}^{\text{length}(N)} \frac{N_j d_{j\_middle}^4}{\tau_j} \right)^{\frac{1}{4-q}},
 \end{aligned} \tag{3}$$

где  $d_{j\_middle}$  — характерный среднеплощадной диаметр каналов для  $j$ -сорта;  $N_j$  — количество каналов в диапазоне диаметров;  $\tau_j$  — коэффициент извилистости для  $j$ -сорта;  $c$  и  $q$  — эмпирические коэффициенты;  $d_{SA}$  и  $d_{AB}$  — граничные диаметры между  $S$ - и  $A$ -каналами и  $A$ - и  $B$ -каналами соответственно. Тогда количество  $B$ -,  $A$ - и  $S$ -каналов в образце зерна будут найдены следующим образом:

$$N_B = N_C, N_A = \beta N_B, N_B = \beta \beta_1 N_S. \tag{4}$$

Причем число кластеров в зерне определяется соотношением  $N_C = \frac{N_{CORE}}{1+\beta+\beta\beta_1}$ , где числа  $\beta = N_A/N_B$ ,  $\beta_1 = N_S/N_A$ .

Пусть коэффициент извилистости  $\tau$  связан с диаметром канала по убывающему степенному закону:

$$\tau = c d^q, \tag{5}$$

где  $c$  и  $q$  — эмпирические параметры.

Для перехода от модели образца зерна к модели кластера необходимо определить значения граничных диаметров между малыми и средними и средними и большими каналами. Используя принцип кусочно-линейной интерполяции, можно получить выражения для искомым параметров:

$$\begin{aligned}
 d_{SA} &= d_{j-1} + \frac{(d_j - d_{j-1})(N'_j - N_S)}{(N'_j - N'_{j-1})}, N' > N_S, \\
 d_{AB} &= d_{j-1} + \frac{(d_j - d_{j-1})(N'_j - N_S - N_A)}{(N'_j - N'_{j-1})}, N' > (N_S + N_A).
 \end{aligned} \tag{6}$$

Таким образом, система уравнений (1)-(6) описывает кластерную модель порового пространства.

### Расчет параметров порового пространства

По известным формулам из курса механики сплошной среды рассчитываются геометрические параметры керна:

$$F_{CORE} = \frac{\pi d_{CORE}^2}{4}, S_{PORE} = F_{CORE} m_{ef},$$

$$N_{CORE} = N_B + N_A + N_S = \sum_{j=1}^{N-1} N_j,$$

где  $F_{CORE}$  — площадь поперечного сечения керна;  $S_{CORE}$  — площадь пор в сечении керна;  $d_{CORE}$  — диаметр керна;  $N_{CORE}$  — число всех поровых каналов в образце керна;  $m_{ef}$  — эффективная пористость, найденная при вытеснении смачивающей фазы в эксперименте по определению ККД;  $N_j$  — количество каналов в диапазоне диаметров  $[d_j, d_{j+1}]$ ;  $N$  — количество диаметров (на 1 больше, чем диапазонов).  $N_j$  определяется из выражения:

$$N_j = \frac{4S_j}{\pi d_{j,middle}^2 \tau_j}.$$

Кроме того, накопленное число каналов (их сумма от левого края выборки) определяется по простой формуле:  $N' = \sum_{j=2}^{length(NN)} N_j$ , где  $NN$  — количество диаметров в выборке.

Коэффициенты извилистости для малых, средних и больших каналов рассчитываются из выражения (5) и имеют вид:

$$\tau_S = c d_S^q, \tau_A = c d_A^q, \tau_B = c d_B^q, \quad (7)$$

где эмпирические коэффициенты  $c$  и  $q$  определяются из соотношений:

$$c = \frac{\tau_1}{d_1^q} = \frac{\tau_{left}}{d_1^q}, q = -\frac{l}{2}, (q < 0), l = \frac{\lg \tau_1}{\lg \tau_2},$$

при этом  $d_2 = 100 \cdot d_1$ ,  $\tau_{left} = \tau_1 = \tau(d_1)$ ,  $\tau_{right} = \tau_2 = \tau(d_2)$ .

Из распределения пор по диаметрам  $d_j$  известна доля поровых каналов  $n_j$  в сечении пор  $j$ -сорта  $S_j$  и всех пор в керне  $S_{PORE}$ . Отсюда рассчитывается площадь сечения пор с диаметрами  $[d_j, d_{j+1}]$ ,  $j = \overline{1, N-1}$ , а именно:  $S_j = n_j S_{PORE}$ .

Характерные среднеплощадные диаметры каналов в диапазоне  $[d_j, d_{j+1}]$  определяются исходя из данных лабораторных исследований керна при снятии кривой капиллярного давления:

$$d_{j,middle} = \sqrt{\frac{d_j^2 + d_{j+1}^2}{2}}, j = \overline{1, N-1}. \quad (8)$$

Далее по формуле (6) определены граничные диаметры  $d_{SA}$  между малыми и средними и  $d_{AB}$  между средними и большими каналами. Таким образом, исходный диапазон диаметров  $[d_j, d_{j+1}]$ , в котором была обнаружена граница, делится на две части: левая часть принадлежит числу малых каналов, правая — числу средних (при нахождении границы между малыми и средними каналами); а также: левая часть принадлежит числу средних каналов, правая — числу больших каналов (при нахождении границы между средними и большими каналами). Поэтому к исходному набору диаметров добавляются два новых —  $d_{SA}$  и  $d_{AB}$ . Распределение числа каналов в диапазоне диаметров также делится, только уже в пропорциональной зависимости для  $d_{SA}$  и  $d_{AB}$  в том диапазоне диаметров, где они были определены:

$$proportion_{d_{SA}} = \frac{d_{SA} - d_{j-1}}{d_j - d_{j-1}},$$

$$proportion_{d_{AB}} = \frac{d_j - d_{AB}}{d_j - d_{j-1}}.$$

На данном этапе производится переход от модели ядра к цифровой кластерной модели. Новый диапазон диаметров  $[d_{j-1}, d_j]$  дополняется полученным граничным диаметром. Количество каналов  $N_j$  в этом диапазоне делится в рассчитанной пропорции. Затем пересчитываются среднеплощадные диаметры и коэффициенты извилистости.

Определив коэффициенты извилистости для малых, средних и больших каналов по формуле (7), можно рассчитать диаметры каналов согласно выражению (3). Из формулы (1) находятся объемы «чистых»  $B$ -,  $A$ - и  $S$ -каналов, а также полный объем перемычек в кластере по формуле:

$$V_{PER} = V_{PERA} + V_{PERs},$$

$$V_{PERA} = \beta V_A, V_{PERs} = \beta \beta_1 V_S.$$

Геометрические параметры кластера рассчитываются по следующим формулам:

$$V_C = \frac{V_{POR}}{m}, R_C = \sqrt{V_C / \pi L},$$

$$\tilde{L}_{PER} = \frac{R_C}{\sqrt{2}} \tau_S, n_{PER} = \frac{\tilde{L}_S}{\tilde{L}_{PER}},$$

где  $V_C$  — объем кластера;  $R_C$  — радиус кластера;  $\tilde{L}_{PER}$  — средняя длина перемычек;  $n_{PER}$  — характерное число рядов перемычек в ядре.

Предложенный выше алгоритм расчета может быть представлен в виде блок-схемы (рис. 1).



Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчета параметров порового пространства

Fig. 1. Block diagram of the algorithm for calculating the parameters of the pore space

### Особенности алгоритма расчета и компьютерной программы

С помощью предложенной модели был разработан программный код на языке программирования Python, в котором пользователь вводит ряд известных параметров: длину (м) и диаметр ядра (м); эффективную пористость; коэффициент изотропности; начальные коэффициенты извилистости; набор диаметров пор (мкм) и доли пор в диапазоне диаметров, полученные из ККД.

В таблице 1 приведены входные данные для двух экспериментов. В программе все данные по диаметрам переведены из микрометров в метры.

В ходе расчетно-экспериментального определения геометрических параметров порового пространства получено, что относительные погрешности эффективных диаметров и площадей сечения пор кластерной модели от модели образца ядра не превышают 5%. Сравнение моделей образца ядра и кластера по описанным критериям производилось согласно формулам (9) и (10).

$$d_{effectCORE} = \left( \frac{c}{N_{BAS}} \sum_{j=1}^{NN} \frac{N_{jCORE} d_{jmiddleCORE}^4}{\tau_j} \right)^{\frac{1}{4-q}},$$

$$d_{effectMODEL} = \left( \frac{c}{N_{BAS}} (N_S d_S^4 \tau_S + N_A d_A^4 \tau_A + N_B d_B^4 \tau_B) \right)^{\frac{1}{4-q}}, \quad (9)$$

$$S_{jCORE} = \frac{\pi}{4} d_{jmiddleCORE}^2 N_{jCORE},$$

$$S_{jMODEL} = \frac{\pi}{4} d_{jmiddleMODEL}^2 N_{jMODEL}.$$

Относительные погрешности по эффективным диаметрам и площадям сечения пор вычисляются по формулам:

$$\varepsilon_d = \frac{|d_{effectCORE} - d_{effectMODEL}|}{d_{effectCORE}} \cdot 100\%, \quad (10)$$

$$\varepsilon_S = \frac{|S_{jCORE} - S_{jMODEL}|}{S_{jCORE}} \cdot 100\%.$$

Отметим, что относительная погрешность эффективных диаметров и площадей сечения пор кластерной модели от модели образца ядра составляет  $\pm 5\%$ .

Полученные результаты расчетов представлены в таблице 2.

На рис. 2 и 3 показаны гистограммы распределения каналов по размерам, где даны 6 и 11 входных диаметров соответственно.

После определения граничных диаметров по формуле (6) получены новые распределения каналов в диапазоне диаметров на рис. 4 и 5, соответствующие экспериментальным данным.

На рис. 4 и 5 видно, что при переходе от исходной модели к кластерной распределение пор по диаметрам получило «уточнение» с помощью определения границ и стало иметь на два диапазона больше. Число каналов при этом не изменилось.

Таким образом, переход от начального дискретного распределения пор по диаметрам к цифровой кластерной модели, включающей только три сорта каналов, есть упрощение, необходимое для построения математической модели порового пространства и, как следствие, для расчета параметров при трехфазном течении жидкости. Такой переход приводит к огрублению исходных данных, но, как мы видим из апробации на двух выборках, не более 5%. Важно то, что разработанный алгоритм уже позволяет однозначно определить геометрические характеристики каналов.

Таблица 1

## Входные данные

Table 1

## Input data

Параметры		1-й эксперимент	2-й эксперимент
Длина керна, м	$L_{CORE}$	0,03	0,03
Диаметр керна, м	$d_{CORE}$	0,03	0,03
Пористость	$m$	0,2	0,25
Эффективная пористость	$m_{ef}$	0,1	0,2
Коэффициент изотропности	$K_{is}$	2	2
Коэффициент извилистости для левого диаметра выборки	$\tau_{left}$	3,1	3,1
Коэффициент извилистости для правого диаметра выборки	$\tau_{right}$	1,1	1,1
Распределение пор по диаметрам (из ККД)	$n_j$	[0,15; 0,2; 0,15; 0,3; 0,2]	[0,23; 0,21; 0,15; 0,08; 0,04; 0,03; 0,02; 0,013; 0,015; 0,212]
Диаметры пор в керне (из ККД), мкм	$d_j$	[1; 12; 20; 22; 27; 30]	[3,6; 4; 5; 6,4; 8; 10; 13; 16; 20; 25; 100]

Таблица 2

## Результаты расчетов

Table 2

## Calculation results

Параметры		1-й эксперимент	2-й эксперимент
Площадь поперечного сечения керна, м <sup>2</sup>	$F_{CORE}$	7,07E-04	7,07E-04
Площадь пор в сечении керна, м <sup>2</sup>	$S_{PORE}$	7,07E-05	1,41E-04
Число каналов в керне	$N_{CORE}$	201 582,7	2 026 605,7
Число кластеров	$N_C$	2 761,4	27 761,7
Число B-каналов	$N_B$	2 761,4	27 761,7
Число A-каналов	$N_A$	22 091,3	222 093,8
Число S-каналов	$N_S$	176 730,1	1 776 750,2
Число всех каналов	$N_{BAS}$	201 582,7	2 026 605,7

Окончание таблицы 2

Table 2 (end)

Параметры		1-й эксперимент	2-й эксперимент
Количество каналов в диапазоне диаметров $[d_j, d_{j+1}]$	$N_j$	[97 250,33; 40 105,13; 19 549,19; 29 526,28; 15 151,8]	[933 807,8; 626 252,54; 293 329,38; 103 587,47; 34 854,75; 16 849,69; 7 485,33; 3 309,92; 2 570,1; 4 558,74]
Граничный диаметр между $S$ - и $A$ -каналами, м	$d_{SA}$	2,36E-05	5,4e-06
Граничный диаметр между $A$ - и $B$ -каналами, м	$d_{AB}$	2,75E-05	1,18e-05
Диаметр $S$ -канала, м	$d_S$	1,65e-05	4,48e-06
Диаметр $A$ -канала, м	$d_A$	2,65e-05	7,01e-06
Диаметр $B$ -канала, м	$d_B$	2,88e-05	7,88e-05
Коэффициент извилистости $S$ -каналов	$\tau_S$	1,65	2,95
Коэффициент извилистости $A$ -каналов	$\tau_A$	1,48	2,67
Коэффициент извилистости $B$ -каналов	$\tau_B$	1,46	2,6
Геометрический объем $S$ -каналов в кластере, м <sup>3</sup>	$V_S$	1,06E-11	1,39E-12
Геометрический объем $A$ -каналов в кластере, м <sup>3</sup>	$V_A$	2,45E-11	3,09E-12
Геометрический объем $B$ -каналов в кластере, м <sup>3</sup>	$V_B$	2,84E-11	3,80E-12
Общий объем перемычек, м <sup>3</sup>	$V_{PER}$	8,76E-10	1,14E-10
Объем пор в кластере, м <sup>3</sup>	$V_{PORE}$	3,56E-09	4,63E-10
Объем кластера, м <sup>3</sup>	$V_C$	3,56E-08	2,32E-09
Радиус кластера, м	$R_C$	6,15E-04	1,57E-04
Средняя длина перемычек, м	$L_{PER}$	7,17E-04	3,27E-04
Относительная ошибка эффективных диаметров модели кластера и керна, %	$\varepsilon_d$	1,21%	1,31%
Относительная ошибка площадей сечения пор в кластере и керне, %	$\varepsilon_S$	3,79%	0,76%

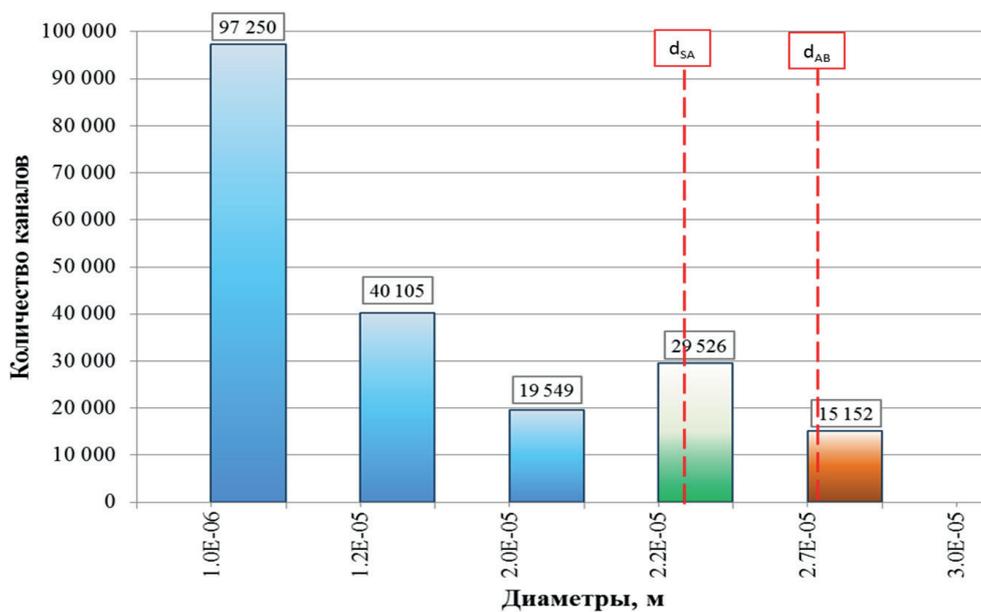


Рис. 2. Распределение каналов по диаметрам для 1-го эксперимента

Fig. 2. Distribution of channels by diameters for 1<sup>st</sup> experiment

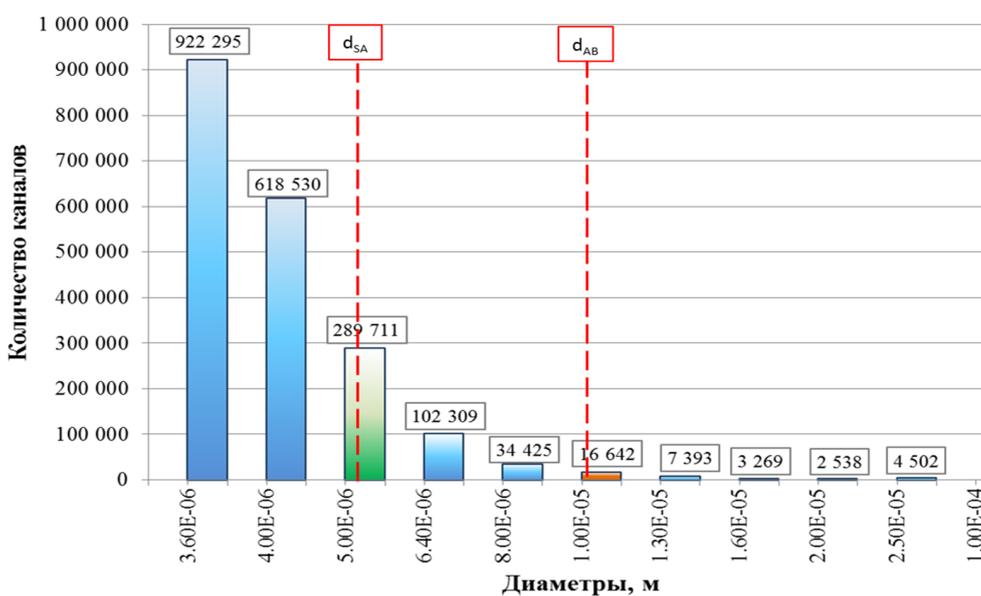


Рис. 3. Распределение каналов по диаметрам для 2-го эксперимента

Fig. 3. Distribution of channels by diameters for 2<sup>nd</sup> experiment

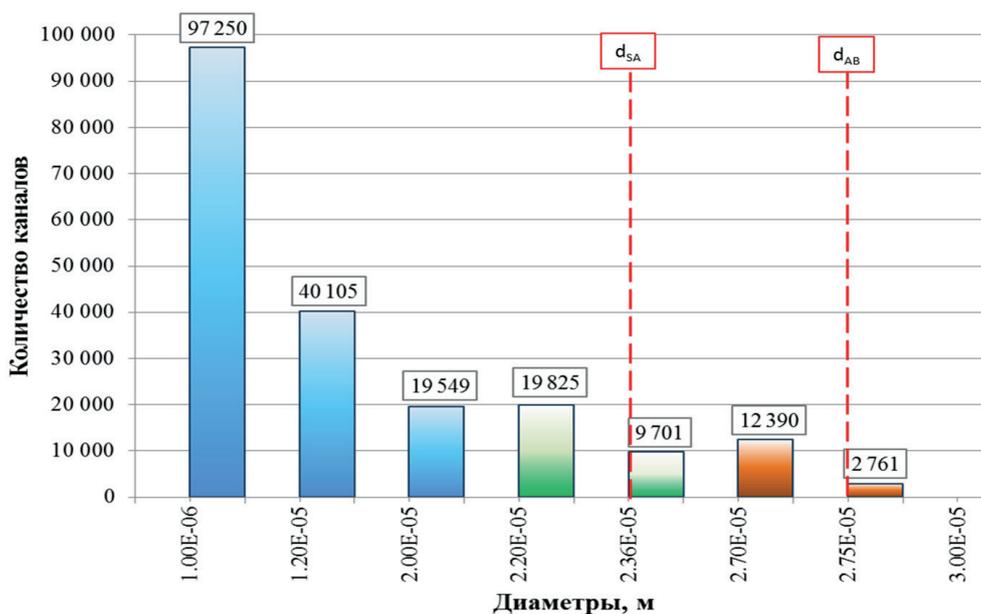


Рис. 4. Новое распределение каналов по диаметрам для 1-го эксперимента

Fig. 4. New distribution of channels by diameters for 1<sup>st</sup> experiment

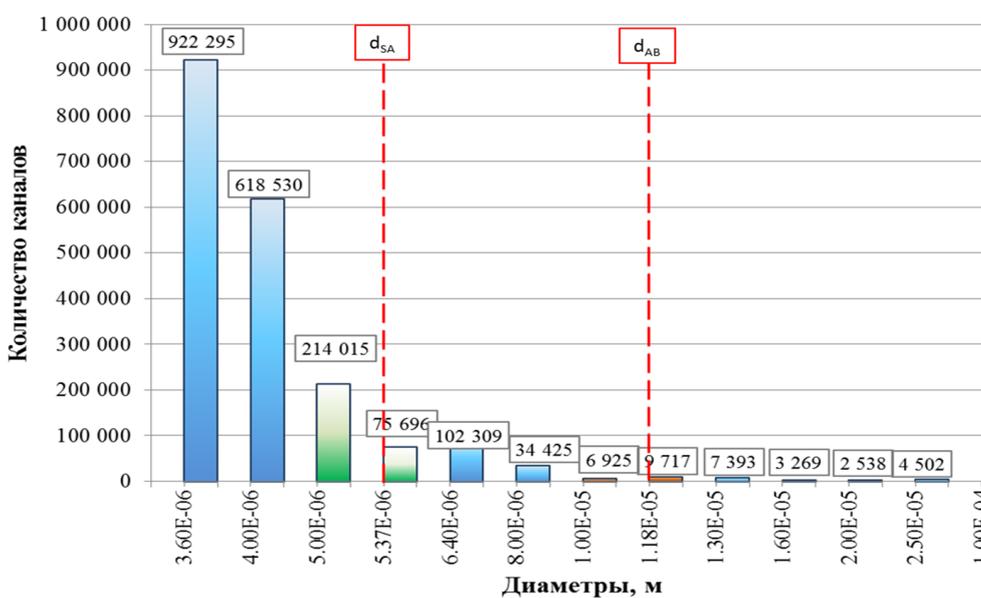


Рис. 5. Новое распределение каналов по диаметрам для 2-го эксперимента

Fig. 5. New distribution of channels by diameters for 2<sup>nd</sup> experiment

### Заключение

1. Проведен аналитический обзор работ по описанию двух- и трехфазных течений в поровых каналах и, в частности, по описанию различных подходов к определению параметров порового пространства. Анализ литературы показал, что на сегодняшний день отсутствуют способы определения ОФП, основанные на полноценной гидродинамической модели.
2. Построена сетевая модель порового пространства, основанная на распределении поровых каналов по диаметрам, найденным из кривых капиллярного давления с выделением кластеров, состоящих из  $B$ -канала (большого), по которому в четочном режиме движутся нефть, вода и газ,  $A$ -каналов (средних), по которым движутся вода и газ, и  $S$ -каналов (малых) с движущимся газом, а также перемычек между этими каналами.
3. Разработаны алгоритм и программа для расчета геометрических параметров кластерной сетевой модели ядра.
4. Выполнен численный эксперимент по определению геометрических параметров кластера (диаметры каналов, объемы, параметры кластера и др.).
5. Графически представлены распределения каналов по диаметрам.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 416 с.
2. Алтунин А. Е. Расчетный метод получения ОФП на основе решения обобщенных уравнений Бернулли для системы поровых каналов / А. Е. Алтунин, С. В. Соколов, С. В. Степанов, Н. А. Черемисин, А. Б. Шабаров // Нефтепромысловое дело. 2013. № 8. С. 40-46.
3. Афанаскин И. В. Суперэлементная модель трехфазной фильтрации нефти, газа и воды с учетом работы добывающих скважин при забойном (и пластовом) давлении ниже давления насыщения нефти газом / И. В. Афанаскин, С. Г. Вольпин, А. В. Королев, О. В. Ломакина, П. В. Ялов // Вестник кибернетики. 2018. № 1 (29). С. 9-19.
4. Гафаров Ш. А. Гравитационно-гидродинамический механизм фильтрации трехфазной смеси и повышение углеводородоотдачи пласта при создании подземных хранилищ газа в истощенных месторождениях нефти / Ш. А. Гафаров, Р. Р. Ибрагимов, А. Г. Латыпов, М. Ф. Каримов, Л. М. Муллагалиева // Нефтегазовое дело. Том 10. № 3. 2012. С. 45-49.
5. Гаюбов А. Т. Анализ влияния нелинейных эффектов на течение флюидов в пористых средах: дис. канд. техн. наук / А. Т. Гаюбов. М.: Рос. гос. ун-т нефти и газа (нац. исслед. ун-т) им. И. М. Губкина, 2021. 112 с.
6. Дмитриев Н. М. Подземная гидромеханика: пос. для семинарских занятий / Н. М. Дмитриев, В. В. Кадет. М.: Интерконтакт Наука, 2008. 174 с.
7. Игошин Д. Е. Численное исследование зависимости проницаемости от пористости среды, образованной каналами регулярной структуры / Д. Е. Игошин,

- Р. С. Сабуров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 1 (1). С. 84-90.
8. Игошин Д. Е. Численные и аналитические оценки проницаемости пористой среды, образованной каналами, имеющими вращательную симметрию / Д. Е. Игошин, А. Ю. Максимов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 3 (3). С. 112-121.
  9. Кадет В. В. Методы теории перколяции в подземной гидромеханике / В. В. Кадет. М.: ЦентрЛитНефтеГаз, Москва, 2008. 96 с.
  10. Каневская Р. Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов / Р. Д. Каневская. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 140 с.
  11. Кузина О. А. Расчетно-экспериментальный метод определения параметров фильтрации смеси «нефть — водный раствор поверхностно-активных веществ» / О. А. Кузина, А. Б. Шабаров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2020. Том 6. № 1 (21). С. 41-64. DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-1-41-64
  12. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет. М.; Ижевск: Регулярная и хаотичная динамика, 2004. 628 с.
  13. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. / Р. И. Нигматулин. М.: Наука, 1987. Ч. 2. 359 с.
  14. ОСТ 39-235-89. Нефть. Метод определения фазовых проницаемостей в лабораторных условиях при совместной стационарной фильтрации. М.: Типография ХОЗУ Миннефтепрома, 1989. 37 с.
  15. Степанов С. В. Вычислительная технология для определения функции межфазного взаимодействия на основе моделирования течения в капиллярном кластере / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров, Г. С. Бембель // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 1. С. 63-71. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-63-71
  16. Степанов С. В. Исследование динамических фазовых проницаемостей на основе численного моделирования двухфазного течения в поровых каналах / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров, Г. С. Бембель, А. В. Шаталов // Материалы XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань, 2015. С. 3600-3601.
  17. Фарухшин А. И. Трехфазная фильтрация при водогазовом воздействии / А. И. Фарухшин // Форум молодых ученых. № 11 (51). 2020. С. 311-313.
  18. Шабаров А. Б. Геометрическая модель порового пространства для расчета фильтрации нефти и воды / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов // Теплофизика, теплотехника, гидрогазодинамика. Инновационные технологии. Тюмень: Изд-во Тюм. гос. ун-та, 2016. С. 172-183.
  19. Шабаров А. Б. Гидрогазодинамика: учеб. пос. / А. Б. Шабаров. 2-е изд., перераб. Тюмень: Изд-во Тюм. гос. ун-та, 2013. 460 с.
  20. Шабаров А. Б. Методы определения функций относительной фазовой проницаемости в задачах многофазной фильтрации / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов, П. В. Марков, Н. В. Шаталова // Вестник Тюменского государственного

- университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 1. С. 79-109. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-1-79-109
21. Шабаров А. Б. Потери давления при течении водонефтяной смеси в поровых каналах / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 2. С. 50-72. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72
  22. Al-Gharbi M. S. Dynamic Pore-Scale Modelling of Two-Phase Flow: The thesis for PhD degree / M. S. Al-Gharbi. London: Imperial College of the University of London, 2004. 154 p.
  23. Fatt I. The network model of porous media. II. Dynamic properties of a single size tube network / I. Fatt // Transactions of the AIME. 1956. Vol. 207. Iss. 1. Pp. 160-181. DOI: 10.2118/574-G
  24. Øren P. E. Digital core laboratory: Rock and flow properties derived from computer generated rocks / P. E. Øren, S. Bakke, H. G. Rueslåtten // Paper presented at the SCA2006-21 (Trondheim, Norway, 12-16 November, 2006). URL: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.465.4963&rep=rep1&type=pdf> (дата обращения: 18.03.2022).
  25. Stone H. L. Probability model for estimating three-phase relative permeability / H. L. Stone // Journal of Petroleum Technology. 1970. Vol. 22. No. 2. Pp. 214-218. Paper SPE-2116-PA. DOI: 10.2118/2116-PA
  26. Valavanides M. S. True-to-mechanism model of steady-state two-phase flow in porous media, using decomposition into prototype flows / M. S. Valavanides, A. C. Payatakes // Advances in Water Resources. 2001. Vol. 24, Iss. 3-4. Pp. 385-407. DOI: 10.1016/S0309-1708(00)00063-4
  27. Van Dijke M. I. J. Pore-scale modelling of three-phase flow in mixed-wet porous media: Multiple displacement chains / M. I. J. van Dijke, K. S. Sorbie // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2003. Vol. 39. Iss. 3-4. Pp. 201-216. DOI: 10.1016/S0920-4105(03)00063-9
  28. Wyckoff R. D. The measurement of the permeability of porous media for homogeneous fluids / R. D. Wyckoff, H. G. Botset, M. Muskat, D. W. Reed // Review of Scientific Instruments. 1933. Vol. 4. Pp. 394-405. DOI: 10.1063/1.1749155

**Alexander B. SHABAROV<sup>1</sup>**  
**Dmitry E. IGOSHIN<sup>2</sup>**  
**Polina M. ROSTENKO<sup>3</sup>**  
**Anastasia P. SADYKOVA<sup>4</sup>**

UDC 532.546.3

## **DIGITAL CLUSTER MODEL OF PORE SPACE AT FLOW OF THREE-PHASE FLOW IN POROUS MEDIUM**

<sup>1</sup> Dr. Sci. (Tech.), Professor,  
Professor, Department of Applied and Technical Physics,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
kaf\_mms@utmn.ru; ORCID: 0000-0002-5374-8704

<sup>2</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.),  
Head of the Reservoir Physics Laboratory,  
Corporate Center for the Study of Reservoir Systems (Core and Fluids),  
Gazprom VNIIGAZ (Moscow);  
Associate Professor, Department of Fundamental Mathematics,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
d.e.igoshin@utmn.ru

<sup>3</sup> Postgraduate Student,  
Department of Applied and Technical Physics,  
Institute of Physics and Technology, University of Tyumen  
stud003991636@study.utmn.ru

<sup>4</sup> Postgraduate Student,  
Department of Applied and Technical Physics,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
stud0000217819@study.utmn.ru

---

**Citation:** Shabarov A. B., Igoshin D. E., Rostenko P. M., Sadykova A. P. 2022. "Digital cluster model of pore space at flow of three-phase flow in porous medium". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 88-108. DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-88-108

---

**Abstract**

The work is devoted to one of the urgent problems of the oil and gas industry — the study of three-phase filtration. The creation of pore space models is an important stage in the study of the flow of oil and gas mixtures for the subsequent determination of the filtration and reservoir properties of reservoir rocks. The aim of the study is to develop a physical and mathematical model of a porous medium on the scale of a core sample. A digital cluster model for calculating the geometric parameters of the pore space is presented. The structure of the pore space of the cluster model is based on the distribution of pores by diameters obtained from capillary pressure curves (KCD). The core contains clusters consisting of a big channel (*B*) through which oil, water and gas move in a clear mode, average channels (*A*) with moving water and gas and small channels (*S*) with moving gas, as well as bridges between these channels. The division of the pore diameter distribution function into regions related to big, average and small channels is based on empirically determined relationships between the numbers of channels through which fluids move in the pore space in the above combinations. At the same time, the transition from the physical core model to the digital cluster model is carried out with the preservation of porosity, absolute permeability and taking into account the tortuosity of the channels. The dependence of the tortuosity of channels on their diameter is assumed according to a decreasing power law. The model presented in this paper is tested on two examples at different values of effective porosity and the number of intervals of the pore distribution function by diameter. The model has the potential for further development and calculation of the filtration flow of a three-phase mixture (oil, gas and water) on the scale of a core sample.

**Keywords**

Oil and gas mixture, three-phase filtration, cluster model, digital core model, pore space, porosity, permeability, capillary pressure curves, relative phase permeability.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-88-108**

**REFERENCES**

1. Aziz H., Settari E. 2004. Mathematical modeling of formation systems. Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Research. 416 p. [In Russian]
2. Altunin A. E., Sokolov S. V., Stepanov S. V., Cheremisin N. A., Shabarov A. B. 2013. "The calculation method for obtaining the CRF based on the solution of the generalized Bernoulli equations for the pore channel system". Oil field case, no. 8, pp. 40-46. [In Russian]
3. Afanaskin I. V., Volpin S. G., Korolev A. V., Lomakina O. V., Yalov P. V. 2018. "Super-element model of three-phase filtration of oil, gas and water taking into account the operation of production wells at bottomhole (and formation) pressure below the pressure of oil saturation with gas". Cybernetics Herald, no. 1 (29), pp. 9-19. [In Russian]
4. Gafarov Sh. A., Ibragimov R. R., Latypov A. G., Karimov M. F., Mullagaliev L. M. 2012. "Gravitationally-the hydrodynamic mechanism of filtration of three-phase mix and increase in an hydrocarbon recovery of a reservoir during creation of underground gas storages in the exhausted oil fields". Oil and gas business, vol. 10, no. 3, pp. 45-49. [In Russian]

5. Gayubov A. T. 2021. "Analysis of the effect of nonlinear effects on the flow of fluids in porous media". Cand. Sci. (Tech.) diss. Moscow: Russian State University of Oil and Gas (National Research University) named after I. M. Gubkin. 112 p. [In Russian]
6. Dmitriev N. M., Kadet V. V. 2008. Underground hydromechanics. Manual for workshops. Moscow: Intercontact Science. 174 p. [In Russian]
7. Igoshin D. E., Saburov R. S. 2015. "Numerical research of permeability dependence of porosity in the media formed by regular structure channels". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no. 1 (1), pp. 84-90. [In Russian]
8. Igoshin D. E., Maksimov A. Yu. 2015. "Numerical and analytical estimates of permeability of porous medium formed by channels having rotational symmetry". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no. 3 (3), pp. 112-121. [In Russian]
9. Cadet V. V. 2008. Methods of percolation theory in underground hydromechanics. Moscow: CenterLitNefteGas Publishing House. 96 p. [In Russian]
10. Kanevskaya R. D. 2002. Mathematical modeling of hydrodynamic processes of development of hydrocarbon deposits. Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Research. 140 p. [In Russian]
11. Kuzina O. A., Shabarov A. B. 2020. "Calculation and experimental method for determining the filtration parameters of the mixture 'oil — aqueous solution of surfactants'". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 6, no. 1 (21), pp. 41-64. DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-1-41-64 [In Russian]
12. Masket M. 2004. Flow of homogeneous liquids in a porous medium. Moscow; Izhevsk: Regular and Chaotic Dynamics. 628 p. [In Russian]
13. Nigmatulin R. I. 1987. Dynamics of Multiphase Media: in 2 parts. Part 2. Moscow: Science. 359 p. [In Russian]
14. OST 39-235-89 Oil. Method for determination of phase permeability in laboratory conditions at joint stationary filtration. Moscow: KOHZU Minneftprom Typography. 37 p. [In Russian]
15. Stepanov S. V., Shabarov A. B., Bembel G. S. 2016. "Computer technology for determination of interphase interaction function based on flow simulation in capillary cluster". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 1, pp. 63-71. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-63-71 [In Russian]
16. Stepanov S. V., Shabarov A. B., Bembel G. S., Shatalov A. V. 2015. "Study of dynamic phase permeability based on numerical modeling of two-phase flow in pore channels". Materials of the 11<sup>th</sup> All-Russian Congress on fundamental problems of theoretical and applied mechanics. Kazan. Pp. 3600-3601. [In Russian]
17. Farukhshin A.I. 2020. "Three-phase filtration at water-gas impact". Forum of Young Scientists, no. 11 (51), pp. 311-313. [In Russian]
18. Shabarov A. B., Shatalov A. V. 2016. "Geometric model of pore space for calculating oil and water filtration". 9<sup>th</sup> school-seminar of young scientists thermophysics, heat engineering, hydrogasodynamics. Innovative technologies: a collection of articles. Tyumen: Tyumen State University Publishing House. Pp. 172-183. [In Russian]
19. Shabarov A. B. 2013. Hydrogazodynamics: tutorial. 2<sup>nd</sup> ed., redesign. Tyumen: Tyumen State University Publishing House. 460 p. [In Russian]

20. Shabarov A. B., Shatalov A. V., Markov P. V., Shatalova N. V. 2018. "Relative Permeability Calculation Methods in Multiphase Filtration Problems". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 4, no 1, pp. 79-109. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-1-79-109 [In Russian]
21. Shabarov A. B., Shatalov A. V. 2016. "Pressure drops in water-oil mixture flow in porous channels". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 50-72. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72 [In Russian]
22. Al-Gharbi M. S. 2004. Dynamic Pore-Scale Modelling of Two-Phase Flow: The Thesis for PhD Degree. London: Imperial College of the University of London. 154 p.
23. Fatt I. 1956. "The network model of porous media. II. Dynamic properties of a single size tube network". Transactions of the AIME, vol. 207, iss. 1, pp. 160-181. DOI: 10.2118/574-G
24. Øren P. E., Bakke S., Rueslåtten H. G. 2006. "Digital core laboratory: Rock and flow properties derived from computer generated rocks". Paper presented at the SCA2006-21 (Trondheim, Norway). Accessed on 18 March 2022. <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.465.4963&rep=rep1&type=pdf>
25. Stone H. L. 1970. "Probability model for estimating three-phase relative permeability". Journal of Petroleum Technology, vol. 22, no. 2, pp. 214-218. Paper SPE-2116-PA. DOI: 10.2118/2116-PA
26. Valavanides M. S., Payatakes A. C. 2001. "True-to-mechanism model of steady-state two-phase flow in porous media, using decomposition into prototype flows". Advances in Water Resources, vol. 24, iss. 3-4, pp. 385-407. DOI: 10.1016/S0309-1708(00)00063-4
27. Van Dijke M. I. J., Sorbie K. S. 2003. "Pore-scale modelling of three-phase flow in mixed-wet porous media: Multiple displacement chains". Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 39, iss. 3-4, pp. 201-216. DOI: 10.1016/S0920-4105(03)00063-9
28. Wyckoff R. D., Botset H. G., Muskat M., Reed D. W. 1933. "The measurement of the permeability of porous media for homogeneous fluids". Review of Scientific Instruments, vol. 4, pp. 394-405. DOI: 10.1063/1.1749155