

**Александр Дмитриевич БЕКМАН<sup>1</sup>**  
**Дмитрий Валерьевич ЗЕЛЕНИН<sup>2</sup>**

УДК 622.276

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАСШИРЕННОЙ CRMP-МОДЕЛИ ДЛЯ КАРТИРОВАНИЯ ПЛАСТОВОГО ДАВЛЕНИЯ**

<sup>1</sup> кандидат физико-математических наук,  
главный инженер проекта, Тюменский нефтяной научный центр  
adbekman@rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-5907-523X

<sup>2</sup> главный специалист, Тюменский нефтяной научный центр  
dvzelenin@rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-5918-2377

### **Аннотация**

Статья посвящена вопросу построения карт пластового давления на основе аналитической модели Producer-Based Representation of Capacitance-Resistance Model (CRMP). Проблематика заключается в восстановлении динамики пластового давления в точках, где расположены скважины. Классическая модель CRMP позволяет только выполнить расчет пластового давления в окрестности добывающих скважин. Для возможности восстановления динамики пластового давления в окрестности нагнетательных скважин в работе предлагается использование расширенной модели Producer-Based Representation of Capacitance-Resistance Model + Tube Model (CRMP-TM). В результате адаптации данной модели подбирается проводимость между добывающими и нагнетательными скважинами. С учетом полученной проводимости и величины потока, полученной из классической CRMP-модели, определяется пластовое давление в окрестности нагнетательных скважин. Карта пластового давления строится на основе решения уравнения Лапласа. Полученные значения давления по скважинам выступают в качестве граничных условий. В статье также представлены результаты численных экспериментов, поставленных с использованием гидродинамического симулятора. На основе показателей работы скважин, рассчитанных на гидродинамической модели (ГДМ), строились модели CRMP и CRMP-TM. Полученные

---

**Цитирование:** Бекман А. Д. Использование расширенной CRMP-модели для картирования пластового давления / А. Д. Бекман, Д. В. Зеленин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 4 (28). С. 163-180.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-4-163-180

---

таким образом карты пластовых давлений сопоставлялись с картами, полученными с ГДМ. В результате проведения численных экспериментов было получено хорошее соответствие как модельной и фактической динамики пластового давления по скважинам, так и карт пластового давления на последний временной шаг периода настройки.

#### **Ключевые слова**

Взаимовлияние скважин, обратная задача, capacitance-resistive models, CRM, гидродинамическое моделирование, пластовое давление.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-4-163-180**

#### **Введение**

Мониторинг пластового давления является одной из важнейших задач анализа разработки нефтяных месторождений. Знание динамики среднего пластового давления в окрестностях скважин помогает вовремя принимать меры во избежание таких негативных эффектов, как падение дебитов добывающих скважин, резкое повышение обводненности в них в результате формирования трещин автоГРП в окрестности нагнетательных скважин и т. п. Кроме того, знание динамики пластового давления способно облегчить процесс восстановления поля проводимости пласта [7].

При этом на практике основным и наиболее достоверным источником данных о пластовых давлениях являются гидродинамические исследования в скважинах, которые по экономическим причинам проводятся недостаточно часто, а также замеры пластового давления на пьезометрических скважинах. Однако, как правило, таких данных недостаточно для того, чтобы сформировать полную картину. Использование методов интерполяции не способствует качественной оценке давления в окрестностях скважин, где давление неизвестно заранее. Это связано с эллиптичностью дифференциального уравнения, описывающего распределение давления [1]: в точках расположения работающих скважин существуют локальные экстремумы, которые не воспроизводятся методами интерполяции. Принципиально иным подходом к решению рассматриваемой задачи является прямой метод на основе гидродинамического моделирования (ГДМ), однако его использование имеет ряд недостатков. Среди них — необходимость использования данных, имеющих низкую достоверность: проинтерполированных полей фильтрационно-емкостных свойств пород, кривых ОФП и т. п. Однако главной же проблемой представляется существенная вычислительная сложность гидродинамического моделирования, что делает его крайне неудобным инструментом для решения задач оперативного анализа состояния разработки и оптимизации ППД.

Альтернативой использованию ГДМ, не требующей значительных вычислительных и временных ресурсов, могут служить разного рода аналитические модели и упрощенные ГДМ, так называемые прокси-модели [4]. Предложенный ниже в настоящей статье подход представляет собой пример аналитической модели. Этот подход базируется на модели, достаточно простой с вычислительной точки

зрения, но тем не менее физически содержательной, известной в литературе как Producer-Based Representation of Capacitance-Resistance Model (CRMP). Авторскую модификацию этой модели, позволяющую восстанавливать динамические карты пластового давления, ниже будем обозначать Producer-Based Representation of Capacitance-Resistance Model + Tube Model (CRMP-TM).

### Общие сведения о модели CRMP

Модели CRM относятся к так называемому классу прокси-моделей. Это аналитические, физически содержательные, однако упрощенные модели течения флюидов в нефтеносном пласте. В их основе лежат уравнение материального баланса и формула Дюпюи. Подробный обзор моделей CRM можно найти, например, в [8]. Предлагаемая ниже в настоящей статье модель CRMP-TM представляет собой развитие модели CRMP. Особенности модели CRMP заключаются в том, что, используя относительно небольшое число параметров, она позволяет достаточно подробно описывать взаимодействия между отдельными скважинами. Для описания такого взаимодействия используются коэффициенты влияния нагнетательных скважин на добывающие. Эти коэффициенты можно использовать для экспертного анализа процесса разработки, для прогноза дебита жидкости по добывающим скважинам [6], а также для оптимизации системы заводнения [5]. Важной отличительной особенностью CRM в целом является то, что для моделирования используются только наблюдаемые на объекте моделирования данные — значения дебитов, приемистостей и забойных давлений — и не используются экстраполяции и предположения о свойствах резервуара вне скважин [9], что характерно для гидродинамического моделирования. Другим важным отличием CRMP-модели является возможность автоматического решения задачи оптимизации системы разработки, т. е. подбора таких приемистостей нагнетательных скважин, которые обеспечат максимальную добычу нефти либо наилучшую компенсацию пластового давления [5].

Рассмотрим систему из NP добывающих и NI нагнетательных скважин. Модель CRMP базируется на следующей формуле оценки дебита добывающей скважины (по одному пласту):

$$q_j(t_n) = q_j(t_0)e^{-\frac{(t_n-t_0)}{\tau_j}} + \sum_{k=1}^n \left( e_j + \sum_{i=1}^{NI} f_{ij} I_{i,k} - J_j \tau_j \frac{\Delta p_{j,k}}{\Delta t_k} \right) e^{-\frac{(t_n-t_k)}{\tau_j}} \left( 1 - e^{-\frac{(t_k-t_{k-1})}{\tau_j}} \right), \quad (1)$$

$$j = \overline{1, NP},$$

где  $j$  — номер скважины;  $t_n$  —  $n$ -й шаг рассматриваемого интервала истории разработки. Известными величинами здесь являются:  $q_j(t_0)$  — дебит скважины

в начальный момент времени;  $I_{i,k}$  — приемистость  $i$ -й нагнетательной скважины на  $k$ -м временном шаге;  $p_{j,k}$  — забойное давление в  $j$ -й добывающей скважине на  $k$ -м временном шаге. Неизвестными величинами являются:  $\tau_j$  — обратный коэффициент падения добычи, сут.;  $J_j$  — коэффициент продуктивности, м<sup>3</sup>/(сут · бар);  $e_j$  — интенсивность аквифера, м<sup>3</sup>/сут, и  $f_{ij}$  — коэффициенты взаимного влияния между  $j$ -й добывающей и  $i$ -й нагнетательной скважиной. Для определения значений неизвестных величин формулируется оптимизационная задача: задается целевая функция, выражающая отклонение модельных дебитов от фактических, и диапазоны допустимых значений для неизвестных величин. Целевая функция представляет собой среднюю квадратичную невязку между модельными и фактическими дебитами для всех временных шагов периода адаптации совместно для всех добывающих скважин:

$$F = \sum_{j=1}^{NP} \sum_{n=1}^T (\tilde{q}_{j,n} - q_j(t_n))^2, \quad (2)$$

где  $\tilde{q}_{j,n}$  — фактический дебит  $j$ -й скважины за  $n$ -й шаг рассматриваемого интервала истории разработки. Исходя из физического смысла величин, а также из прочих экспертных соображений, на все неизвестные параметры накладываются ограничения сверху и снизу и, кроме того, ограничение вида:

$$\sum_{j=1}^{NP} f_{ij} \leq 1, \quad i = \overline{1, NI}. \quad (3)$$

Эффективный алгоритм поиска решения оптимизационной задачи можно найти в [3].

Заметим, что настроенная модель CRMP позволяет восстановить не только дебиты жидкости в добывающих скважинах (в том числе и на прогноз), но и динамику пластового давления в их окрестностях. Пластовое давление в окрестности добывающей скважины с индексом  $j$  может быть определено по формулам (4) и (5):

$$P_{D,j,t} = P_{wf,j,t} + \frac{q_{j,t}}{J_j}, \quad (4)$$

$$P_{C,j,t} = P_{C,j,t-1} + \frac{\sum_{i=1}^{NI} f_{ij} I_{i,t} - q_{j,t}}{J_j \tau_j}. \quad (5)$$

Здесь  $P_{wf,t}$  — забойное давление на шаге  $t$ , а индексами  $C$  и  $D$  помечены пластовые давления, выраженные из уравнения материального баланса (МБ) и формулы Дюпюи соответственно. Следует отметить, что значения пластовых давлений, полученных по формулам (4) и (5), совпадают с точностью до погрешности вычислений. Это связано с тем, что при выводе формул CRMP используется предположение, что эти значения равны.

Заметим также, что очевидных способов восстановить динамику пластового давления в окрестностях нагнетательных скважин нет. Формулы, подобные (4) и (5), справедливы и для нагнетательных скважин, однако для их использования необходимы значения коэффициентов приемистости и обратного коэффициента падения, которые не определяются в процессе адаптации модели CRMP. Устранить этот недостаток помогает изложенная ниже модель CRMP-ТМ.

### Формулировка модели CRMP-ТМ

Предположим, что имеется адаптированная на некотором временном интервале  $t = \overline{1, NT}$  модель CRMP для NP добывающих и NI нагнетательных скважин. Зафиксируем некоторую нагнетательную скважину и зададимся целью восстановить динамику пластового давления в ее окрестности на периоде адаптации модели CRMP. Введем оценку для потока жидкости от этой нагнетательной скважины к  $j$ -й добывающей на шаге  $t$  по формуле:

$$L_{j,t} = f_j I_t, \quad (6)$$

где  $f_j$  — коэффициент взаимного влияния между  $j$ -й добывающей и зафиксированной нагнетательной скважиной, а  $I_t$  — приемистость зафиксированной нагнетательной скважины на шаге  $t$ . Будем считать, что этот поток пропорционален разности пластовых давлений в окрестности этих скважин:

$$L_{j,t} = T_j (P_{C,t} - P_{D,j,t}). \quad (7)$$

Коэффициент  $T_j$  будем называть проводимостью в направлении  $j$ -й добывающей скважины. По аналогии с формулами (4) и (5) выразим пластовое давление в окрестности нагнетательной скважины из формулы Дюпюи и уравнения материального баланса:

$$P_{D,t} = P_{wf,t} - \frac{I_t(1-\alpha)}{J}, \quad (8)$$

$$P_{C,t} = P_{C,t-1} + \frac{I_t(1-\alpha) - \sum_{j=1}^{NP} L_{j,t}}{cV_p}. \quad (9)$$

Здесь  $J$  — коэффициент приемистости;  $\alpha$  — доля нецелевой закачки;  $V_p$  — поровый объем в окрестности нагнетательной скважины;  $c$  — общая сжимаемость пород и флюидов в этом объеме. Все эти параметры (равно как  $J_j$  и  $T_j$ ) являются неизвестными, причем произведение  $cV_p$  можно воспринимать как один параметр. Для определения этих параметров сформулируем оптимизационную задачу с целевой функцией (ЦФ) вида:

$$F = \sum_{t=1}^{NT} (P_{D,t} - P_{C,t})^2 + \sum_{t=1}^{NT} (T_j(P_{C,t} - P_{D,j,t}) - f_j I_t)^2 = \min. \quad (10)$$

Смысл первого слагаемого функции  $F$  — требование соответствия пластовых давлений в окрестности нагнетательной скважины, рассчитанных по формулам

Дюпюи и материального баланса. Смысл второго — требование соответствия потоков, определяемых пластовыми давлениями, потокам, полученным из модели CRMP.

Для решения оптимизационной задачи с ЦФ (10) требуется также наложить на неизвестные параметры ограничения в виде неравенств. Такие ограничения естественным образом следуют из физического смысла параметров. Отдельно отметим, что для соответствия модели CRMP следует учесть неравенство:

$$1 - \alpha \geq \sum_{j=1}^{NP} f_j, \quad (11)$$

которое означает, что эффективная закачка (согласно CRMP) не может оказаться меньше целевой, т. е. заведомо попадающей в рассматриваемый пласт.

ЦФ, определяемая формулой (10), допускает замену переменных, при которой все выражения в скобках становятся линейными. Однако это добавляет в задачу дополнительные нелинейные условия. С одной стороны, это означает, что поставленная задача не может быть решена методами квадратичного программирования и требует либо использования некоторого универсального метода оптимизации (градиентный спуск, генетические алгоритмы и т. п.), либо разработки специализированного алгоритма оптимизации. С другой стороны, из этого с очевидностью следует, что решение задачи существует, при условии, что заданы непротиворечивые ограничения на значения параметров. Единственность же, вследствие нелинейности дополнительных условий, не может быть гарантирована. Тем не менее это не является препятствием для практического использования модели, так как из множества решений с минимальными найденными значениями ЦФ можно выделить наиболее правдоподобное с учетом экспертного мнения.

Получая в результате решения оптимизационной задачи значения параметров  $J$  и  $\alpha$  для каждой из нагнетательных скважин и используя формулу (8), можно восстановить динамику пластового давления на периоде адаптации модели CRMP. Добавляя значения пластовых давлений по добывающим скважинам по формуле (4), получаем скважинные данные, которые, при наличии определенных гипотез о геологическом строении объекта, могут быть использованы для картирования пластового давления. Параметры  $T_j$ , также получаемые в результате решения оптимизационной задачи, могут быть использованы для уточнения прогноза дебитов жидкости по модели CRMP и определения динамики пластового и забойного давления скважин на прогноз.

### Численные эксперименты

Для исследования возможностей и особенностей модели CRMP-ТМ она была реализована программно в рамках экспериментальной версии ПО «Ариадна», разрабатываемого в Тюменском нефтяном научном центре (ПАО «НК „Роснефть“»). Численные эксперименты проводились согласно следующему алгоритму:

1. Моделирование с использованием гидродинамического симулятора. Из ГДМ выгружаются данные по добыче, закачке и забойным давлениям.
2. Полученные на шаге 1 данные используются для настройки модели CRMP-ТМ.
3. Сопоставляются результаты ГДМ и CRMP-ТМ по следующим критериям:
  - а) соответствие графиков динамики среднего пластового давления по скважинам;
  - б) соответствие карт пластового давления.

Моделировался объект, состоящий из двух изолированных друг от друга нефтенасыщенных пластов. Верхний пласт обозначен  $s_1$ , нижний —  $s_3$ . В модели задавались три нагнетательные и три добывающие скважины. Схема расположения скважин соответствует рис. 1. Абсолютная проницаемость составила 100 и 40 мД для первого и второго пласта соответственно, пористость задавалась 0,18 д. ед. Относительные фазовые проницаемости (ОФП) для простоты взяты линейными, вязкости воды и нефти равны 1 сП. Для моделирования нецелевой закачки на границы пласта  $s_3$  задавалась модель водоносного пласта Картера — Трейси.

Были рассмотрены следующие варианты расчета:

- **Модель 1.** Все скважины были подключены только к верхнему пласту  $s_1$ . В результате нецелевая закачка отсутствовала.
- **Модель 2.** Нагнетательная скважина П1 была подключена к пласту  $s_3$ . Таким образом, на скважине П1 моделировалась нецелевая закачка.
- **Модель 3.** Совпадает во всём с моделью 2, кроме динамики приемистостей.

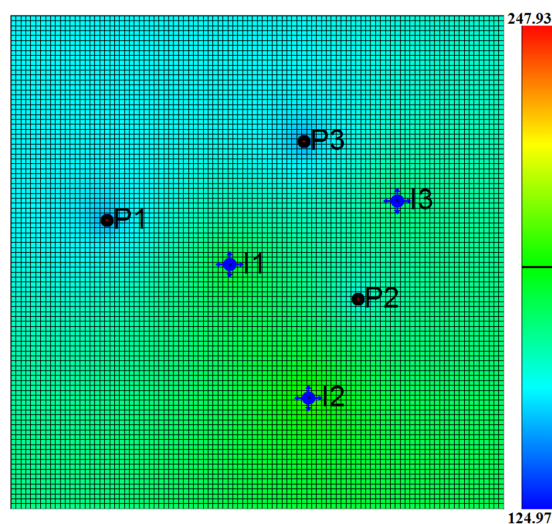


Рис. 1. Расположение скважин в моделях 1 и 2

Fig. 1. Well positions in models 1 and 2

Результаты моделирования оценивались по следующим параметрам:

- средняя относительная ошибка (MAPE) пластового давления в окрестности каждой из нагнетательных скважин, рассчитанного по CRMP-ТМ, относительно соответствующего пластового давления, полученного из ГДМ;
- средняя абсолютная ошибка (MAD) производной пластового давления в окрестности каждой из нагнетательных скважин, рассчитанного по CRMP-ТМ, относительно соответствующей производной пластового давления, полученного из ГДМ.

Использование оценок средних абсолютных ошибок для сравнения производных связано с тем, что для большей части шагов производные близки к нулю и, как следствие, оценки относительных ошибок не являются показательными.

Полученные значения ошибок приведены в таблице 1. Анализ этих значений показывает, что абсолютные значения модельных пластовых давлений могут существенно отличаться от фактических (по ГДМ), но динамика (судя по производным) качественно повторяется. Это можно объяснить следующим образом: радиус области, по которой считается среднее пластовое давление, в ГДМ определяется размерами ячеек, в то время как модель CRMP-ТМ определяет среднее давление качественно верно, но в общем случае для области другого радиуса. Графики динамики пластовых давлений приведены на рис. 2-4.

В гидродинамических моделях 2 и 3 присутствовал дополнительный пласт для моделирования нецелевой закачки, средние значения доли которой составляли 20,1 и 20,3% соответственно. Соответствующие им значения по модели CRMP-ТМ получились равными 19,5 и 20,1%.

Возможность определения непроизводительной закачки позволяет улучшить качество определения пластового давления.

Таблица 1

Оценки качества настройки моделей

Table 1

History matching quality estimations for considered models

|                          | I1    | I2    | I3    |
|--------------------------|-------|-------|-------|
| Модель 1 MAPE(P), %      | 0,754 | 3,199 | 3,203 |
| Модель 2 MAPE(P), %      | 1,47  | 2,53  | 3,007 |
| Модель 3 MAPE(P), %      | 1,121 | 7,192 | 2,237 |
| Модель 1 MAD(dP/dt), атм | 0,017 | 0,139 | 0,014 |
| Модель 2 MAD(dP/dt), атм | 0,288 | 0,108 | 0,472 |
| Модель 3 MAD(dP/dt), атм | 0,216 | 0,585 | 0,352 |



### Картирование поля пластового давления

Для проведения численного эксперимента использовалась синтетическая гидродинамическая модель 2 (с нецелевой закачкой), описание которой приведено ранее. Из гидродинамического симулятора была выгружена динамика пластового давления по скважинам и карта пластового давления на конец периода настройки. Настройка CRM-модели выполнялась в два этапа:

1. Настройка классической CRM-модели. При этом в целевую функцию дополнительно было добавлено слагаемое, определяющее невязку между пластовым давлением, рассчитанным по формулам (4) и (5), что позволило получить однозначное решение.
2. Настройка модели CRMP-ТМ, в результате которой определяется динамика пластового давления по нагнетательным скважинам.

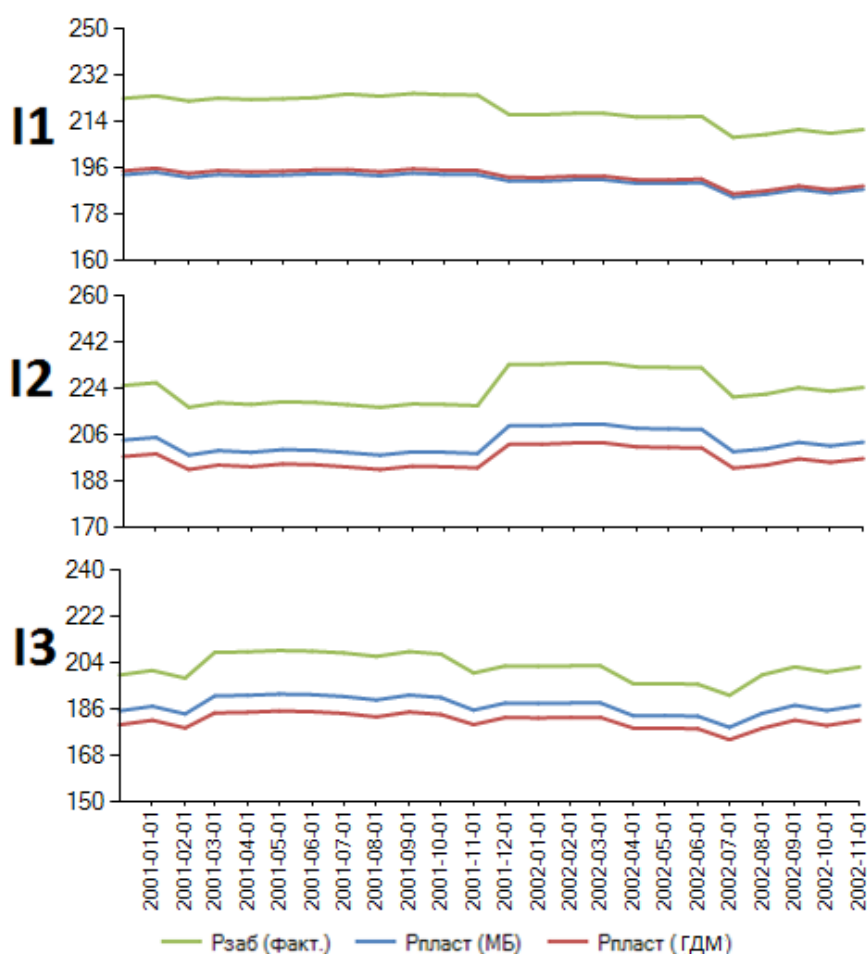


Рис. 2. Динамика пластового и забойного давления по модели 1

Fig. 2. Reservoir pressure and bottom-hole pressure dynamics for model 1

Для расчета пластового давления в окрестности скважин по формулам (5) и (9) необходимо начальное значение давления. Если на скважине проводились гидродинамические исследования (ГДИ), то в качестве начальной точки может быть взято значение из полученных результатов. Если же исследования не проводились, то начальное приближение может быть рассчитано по формулам (4) и (8).

В представленном эксперименте начальное значение пластового давления по добывающим скважинам было взято из ГДМ, а для нагнетательных начальное значение рассчитывалось по формуле (8), поскольку на практике крайне редко проводятся исследования по замеру пластового давления в окрестностях нагнетательных скважин.

На рис. 5 представлена настройка дебита жидкости по модели CRM. Среднее значение невязки по дебиту жидкости составило 2,41%.

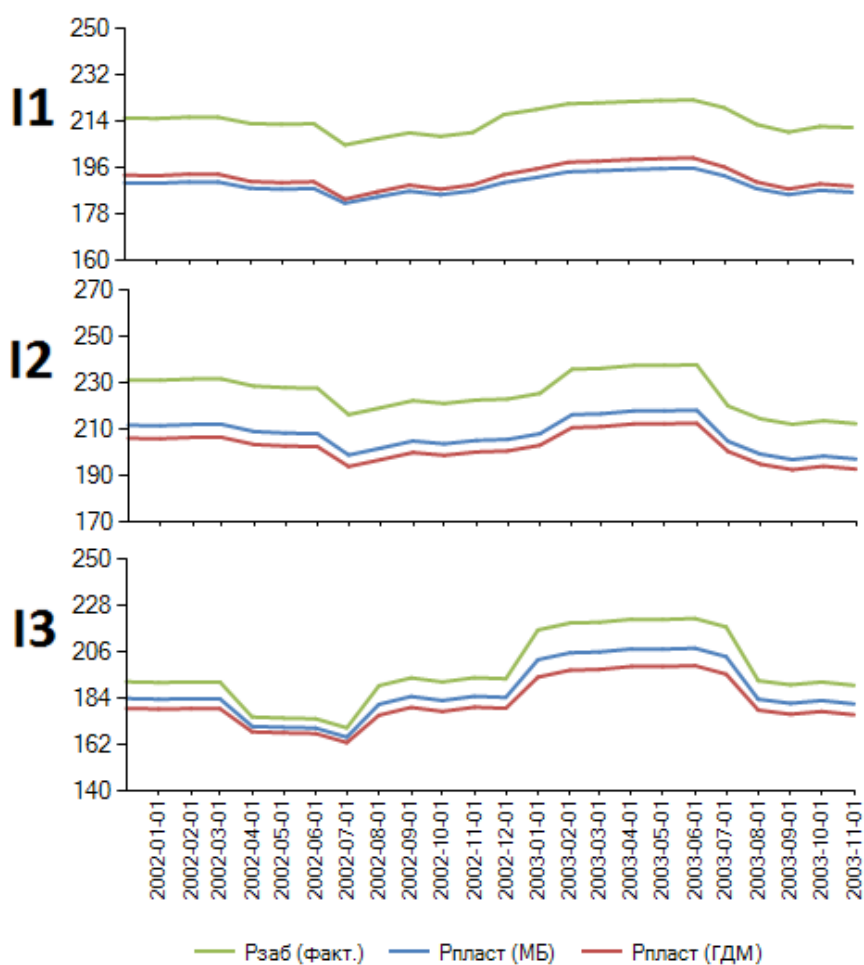


Рис. 3. Динамика пластового давления по модели 2

Fig. 3. Reservoir pressure dynamics for model 2

На рис. 6 представлено сопоставление динамики пластового давления по добывающим скважинам. В качестве факта использовалось пластовое давление WBP9, выгруженное из гидродинамического симулятора.

Средняя невязка по пластовому давлению на добывающих скважинах составила 1,42%. На рис. 3 представлено сопоставление динамики пластового давления по нагнетательным скважинам. В качестве факта также использовалось пластовое давление WBP9, выгруженное из гидродинамического симулятора.

Средняя невязка по пластовому давлению между давлением по ГДМ и МБ на нагнетательных скважинах составила 1,84%.

На рис. 7 представлена карта пластового давления на последний шаг периода настройки модели, полученная в результате гидродинамического моделирования.

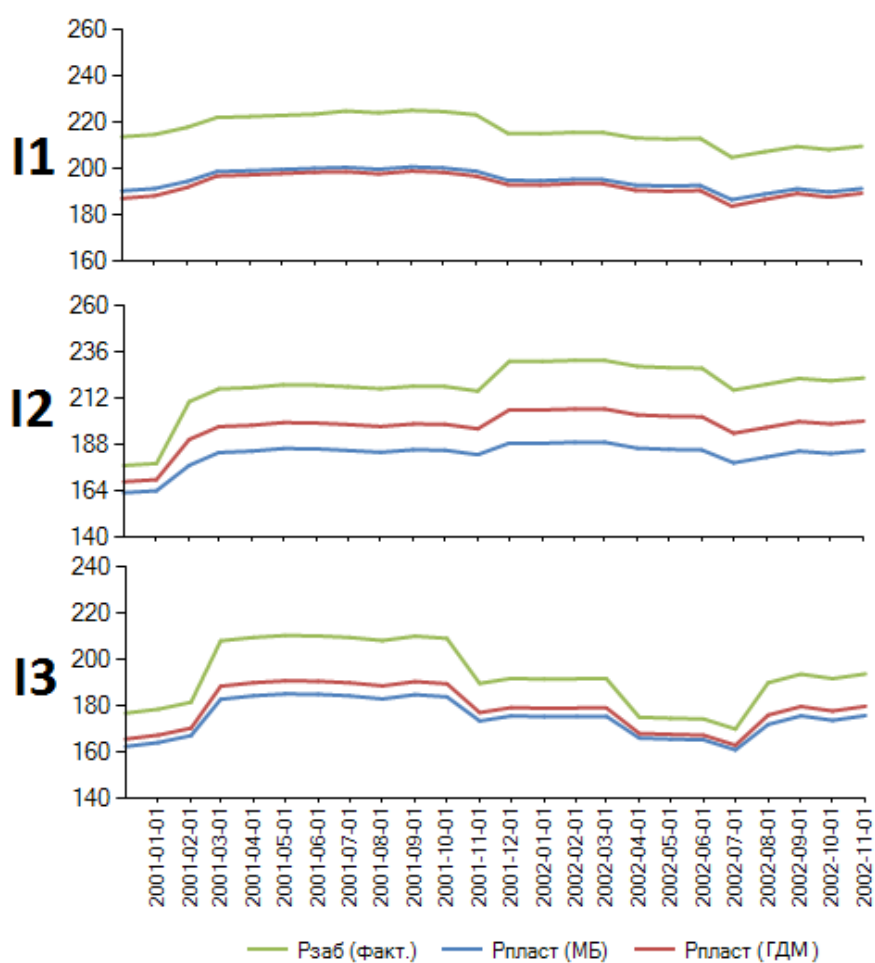


Рис. 4. Динамика пластового давления по модели 3

Fig. 4. Reservoir pressure dynamics for model 3

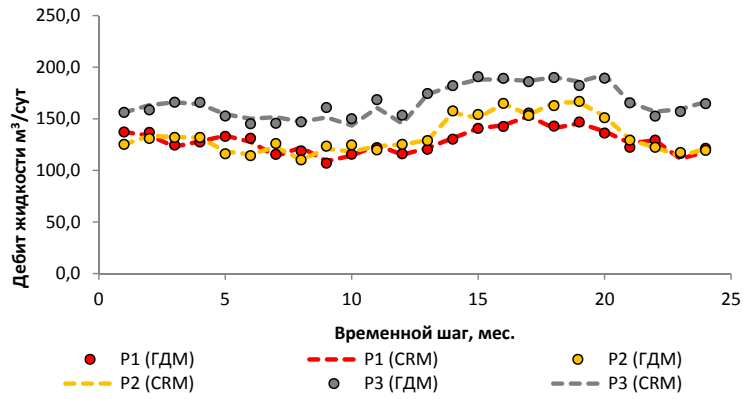


Рис. 5. Динамика дебита жидкости по скважинам

Fig. 5. Liquid production rates by wells

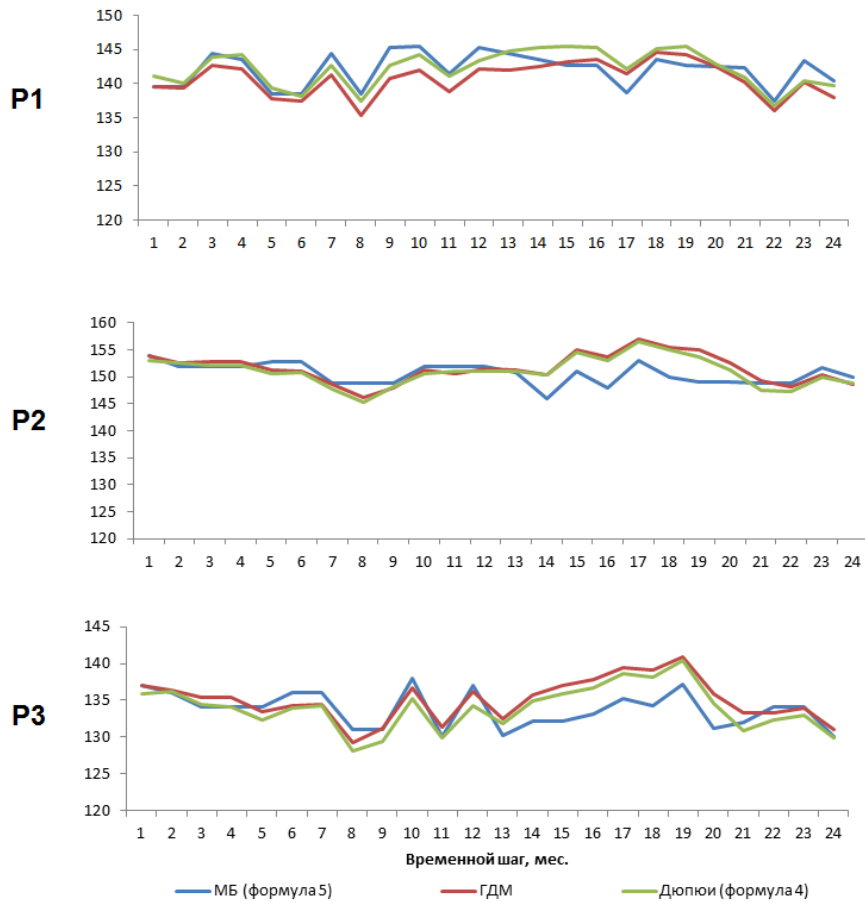


Рис. 6. Динамика пластового давления в окрестности добывающих скважин

Fig. 6. Pressure dynamics near producer wells

Для картопостроения требуется определение пластового давления за контуром скважин. Можно выделить такие методы интерполяции, как крайгинг и метод на основе радиальных базисных функций (RBF), поскольку эти методы могут быть применены для решения задачи экстраполяции. Однако результат картопостроения существенно будет зависеть от выбора модели вариограммы или типа радиальной базисной функции, а также от подбора настроечных параметров. Это приводит к неоднозначности решения. Помимо этого, методы требуют доработки для возможности учета давления на контуре питания. В этой связи для решения задачи построения поля пластового давления наилучшим образом подходит способ, построенный на основе решения уравнения Лапласа вида:

$$\Delta P = 0, \quad (12)$$

где  $P$  — пластовое давление. Уравнение (12) соответствует решению задачи расчета пластового давления однофазной несжимаемой жидкости в однородном пласте. В качестве граничных условий задается постоянное давление в ячейках, в которых расположены скважины, полученное в результате настройки CRMP и CRMP-ТМ моделей. Следует отметить, что в случае, если заранее известно поле гидропроводности или поле проницаемости, такой подход может быть расширен для учета данных о геологическом строении пласта.

На рис. 8-9 представлены поле пластового давления и распределение относительной невязки.

Из рис. 9 видно, что относительная ошибка не превышает 3,08%, а средняя относительная ошибка составила 0,91%. В результате адаптации CRMP и CRMP-ТМ моделей наибольшая невязка наблюдалась на скважинах P1 и П1, что также видно из карты относительной невязки. В окрестности этих скважин наблюдается область с близкой к максимальному значению невязкой.

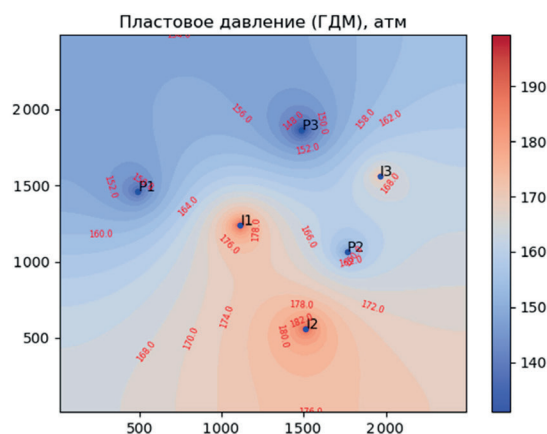


Рис. 7. Поле пластового давления, полученного в результате гидродинамического моделирования

Fig. 7. Reservoir pressure by hydrodynamic simulation

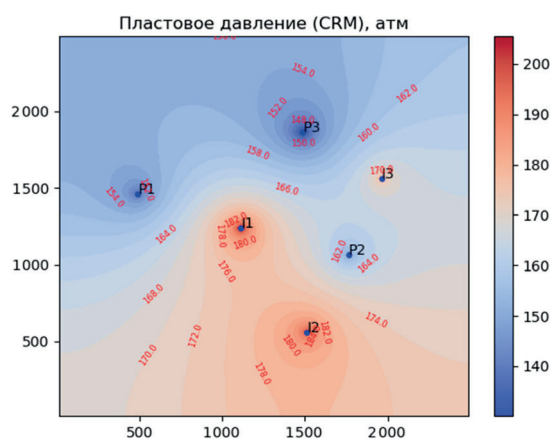


Рис. 8. Поле пластового давления, полученного на основе настроенных модели CRMP-TM и решения уравнения Лапласа

Fig. 8. Reservoir pressure by the Laplace equation solution with the boundary conditions obtained from CRMP-TM models

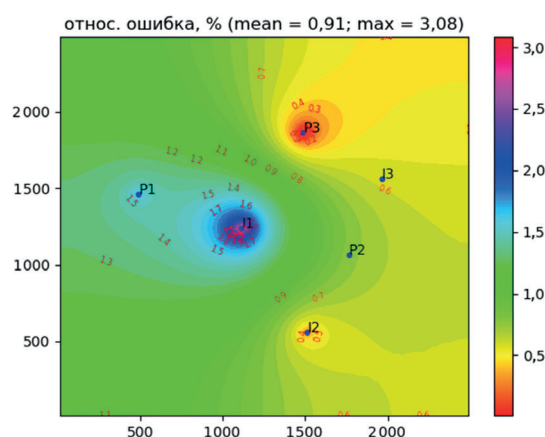


Рис. 9. Карта относительной невязки пластового давления по ГДМ и CRMP-TM

Fig. 9. Mean absolute percentage error for reservoir pressure obtained by hydrodynamic modeling CRMP-TM

### Направления для дальнейших исследований

Перспективными направлениями для дальнейших исследований по обозначенной теме представляются:

- разработка специализированного численного метода для оптимизации ЦФ вида (10);
- разработка алгоритма прогнозирования пластовых и забойных давлений с использованием модели CRMP-TM;
- исследование условий единственности решения задачи минимизации ЦФ (10) с линейными ограничениями;

- исследование влияния неоднородного распределения геологических свойств и зашумленных данных на результаты моделирования;
- разработка алгоритмов и методики использования значений проводимости, полученных на разных этапах разработки объекта, для картирования пластовых давлений.

Результаты исследований модели CRMP-ТМ планируется реализовать в программном продукте «Ариадна», разрабатываемом в Тюменском нефтяном научном центре (ПАО «НК „Роснефть“»).

### **Верификация**

Данные для верификации представляют собой упоминаемые в докладе ГДМ и реализацию CRMP-ТМ в виде файла MS Excel, на базе результатов этих ГДМ. Данные доступны по ссылке [2].

### **Выводы**

Предложена принципиально новая модель, дополняющая модель CRMP и позволяющая получать скважинные данные для картирования пластового давления. Также предложенная модель представляется перспективным инструментом для уточнения прогноза дебитов жидкости по модели CRMP и определения динамики пластового и забойного давления в скважинах на прогноз. Принципиальным новшеством модели является постановка оптимизационной задачи для восстановления динамики пластового давления в скважинах с учетом требований соответствия друг другу пластовых давлений, рассчитываемых по модели материального баланса и формуле Дюпюи, и соответствия потоков жидкости в пласте заранее адаптированной модели CRMP. Адекватность модели продемонстрирована численными экспериментами над синтетическими гидродинамическими моделями с однородным распределением геологических свойств.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. М.: Недра, 1982. 408 с.
2. Бекман А. Д. Данные для верификации работоспособности модели CRMP-ТМ / А. Д. Бекман. URL: [https://github.com/MaxFloat/CRMP-TM\\_verification](https://github.com/MaxFloat/CRMP-TM_verification) (дата обращения: 13.10.2021).
3. Бекман А. Д. Новый алгоритм нахождения оптимального решения задачи определения коэффициентов взаимовлияния скважин в рамках модели CRM / А. Д. Бекман, С. В. Степанов, А. А. Ручкин, Д. В. Зеленин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2019. Том 5. № 3. С. 164-185. DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-164-185
4. Косяков В. П. Методика моделирования разработки газового месторождения на основе иерархии математических моделей / В. П. Косяков, А. А. Губайдуллин, Д. Ю. Легостаев // Вестник Тюменского государственного университета.

- Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2019. Том 5. № 3. С. 69-82. DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-69-82
5. Поспелова Т. А. Оптимизация системы заводнения на основе модели CRM / Т. А. Поспелова, Д. В. Зеленин, М. С. Жуков, А. Д. Бекман, А. А. Ручкин // Научно-технический журнал «Нефтепромысловое дело». 2020. № 7 (619). С. 5-10.
  6. Поспелова Т. А. Применение CRM модели для анализа эффективности системы заводнения / Т. А. Поспелова, Д. В. Зеленин, А. А. Ручкин, А. Д. Бекман // Нефтяная провинция. 2020. № 1 (21). С. 97-108. DOI: 10.25689/NP.2020.1.97-108
  7. Степанов С. В. Адаптация гидродинамической модели нефтяной залежи на основе решения вариационных задач / С. В. Степанов // Математическое моделирование. 2005. Том 17. № 12. С. 110-118.
  8. Holanda R. W. A state-of-the-art literature review on capacitance resistance models for reservoir characterization and performance forecasting / R. W. Holanda, E. Gildin, J. L. Jensen, L. W. Lake, C. S. Kabir // Energies. 2018. Vol. 11. No. 12. URL: <https://www.mdpi.com/1996-1073/11/12/3368/html> (дата обращения: 13.10.2021).
  9. Sayarpour M. Development and Application of Capacitance-Resistive Models to Water/CO<sub>2</sub> Floods: thesis ... Doctor of Philosophy / M. Sayarpour. Austin: The University of Texas at Austin, 2008.



**Alexander D. BEKMAN**<sup>1</sup>  
**Dmitry V. ZELENIN**<sup>2</sup>

UDC 622.276

## **APPLICATION OF ADVANCED CRMP FOR RESERVOIR PRESSURE MAPPING**

<sup>1</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.), Chief Project Engineer,  
Tyumen Petroleum Research Center  
adbekman@rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-5907-523X

<sup>2</sup> Senior Expert, Tyumen Petroleum Research Center  
dvzelenin@rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-5918-2377

### **Abstract**

The article discusses the issue of reservoir pressure mapping based on analytical producer-based representation of capacitance-resistance model (CRMP). The major hindrance of previous methods is in reconstruction of reservoir pressure dynamics in points where wells are located. Classic CRMP only allows performing measurement of reservoir pressure in the vicinity of producer wells. In order to reconstruct reservoir pressure dynamics near injector wells, the authors suggest application of advanced producer-based representation of capacitance-resistance model + tube model (CRMP-TM). As a result of adaptation of such model, influence of producer and injector wells is adjusted. Reservoir pressure in the vicinity of injector wells is determined while taking into account influence and flow rate obtained from traditional CRMP. The map of reservoir pressure is compiled based on solving Laplace's equation. The obtained values of pressure by wells are considered as limiting conditions. The given article also demonstrates the results of numerical experiments conducted with application of hydrodynamic simulator. CRMP and CRMP-TM models were built on the basis of well performance indicators calculated on the hydrodynamic model (HDM). The reservoir pressure maps obtained in this way were compared with the maps obtained from the hydrodynamic model. As a result of numerical experiments, adequate consistency of model and actual reservoir pressure dynamics as well as reservoir pressure maps for the last time interval of the adjusting period were obtained.

---

**Citation:** Bekman A. D., Zelenin D. V. 2021. "Application of advanced CRMP for reservoir pressure mapping". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 7, no. 4 (28), pp. 163-180.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-4-163-180

---

**Keywords**

Interference, inverse problem, capacitance-resistive models, CRM, hydrodynamic simulation, reservoir pressure.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-4-163-180**

**REFERENCES**

1. Aziz Kh., Settari E. 1982. *Mathematical Modelling of Reservoir-Type Systems*. Moscow: Nedra. 408 p. [In Russian]
2. Bekman A. D. 2021. Data for Verifying the Performance of the CRMP-TM. Accessed 13 October 2021. [https://github.com/MaxFloat/CRMP-TM\\_verification](https://github.com/MaxFloat/CRMP-TM_verification) [In Russian]
3. Bekman A. D., Stepanov S. V., Ruchkin A. A., Zelenin D. V. 2019. "A new algorithm for finding CRM-model coefficients". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 5, no 3, pp. 164-185. DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-164-185 [In Russian]
4. Kosyakov V. P., Gubaidullin A. A., Legostaev D. Yu. 2019. "The method for modeling the development of a gas field on the basis of a hierarchy of mathematical models". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 5, no 3, pp. 69-82. DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-69-82 [In Russian]
5. Pospelova T. A., Zelenin D. V., Zhukov M. S., Bekman A. D., Ruchkin A. A. 2020. "Waterflooding optimization based on CRM". *Scientific and Technical Journal "Oilfield Business"*, no. 7 (619), pp. 5-10. [In Russian]
6. Pospelova T. A., Zelenin D. V., Ruchkin A. A., Bekman A. D. 2020. "Application of CRM for efficiency analysis of waterflooding". *Oil Province*, no. 1 (21), pp. 97-108. DOI: 10.25689/NP.2020.1.97-108 [In Russian]
7. Stepanov S. V. 2005. "Adaptation of hydrodynamic model of petroleum deposit based on solving the variational problems". *Mathematical Modelling*, vol. 17, no. 12, pp. 110-118. [In Russian]
8. Holanda R. W., Gildin E., Jensen J. L., Lake L. W., Kabir C. S. 2018. "A state-of-the-art literature review on capacitance resistance models for reservoir characterization and performance forecasting." *Energies*, vol. 11, no. 12. Accessed 13 October 2021. <https://www.mdpi.com/1996-1073/11/12/3368/html>
9. Sayarpour M. 2008. "Development and application of capacitance-resistive models to Water/CO<sub>2</sub> floods." *Dr. Sci. (Philos.) diss.* The University of Texas at Austin.