

Методика построения температурного профиля в плоском слое теплоизоляции с нелинейной зависимостью теплопроводности от температуры

Алексей Николаевич Чадаев¹, Андрей Владимирович Дмитриев²✉,
Рустем Ядкарович Биккулов², Оксана Сергеевна Дмитриева¹

¹ Казанский национальный исследовательский технологический университет, Казань, Россия

² Казанский государственный энергетический университет, Казань, Россия
Контакт для переписки: ieremiada@gmail.com✉

Аннотация. Для разработки надежных систем тепловой защиты высокотемпературного оборудования требуется точное моделирование температурных полей в материалах с нелинейной теплопроводностью, описываемой полиномом второй степени. В отличие от существующих приближенных методов, научная новизна работы заключается в разработке аналитической методики расчета стационарного одномерного температурного профиля при известной квадратичной зависимости теплопроводности от температуры через решение кубического уравнения методом Кардано с многоступенчатой процедурой верификации корней на физическую корректность. Цель исследования — создание алгоритма построения профиля температур при известной зависимости теплопроводности от температуры для верификации обратных задач определения зависимости теплопроводности от температуры по известному профилю температур. Метод основан на энергетическом балансе и обеспечивает высокую точность вычислений температурного профиля в слое теплоизоляции. Результаты подтверждают работоспособность подхода для пористых корундовых материалов. Предложенный метод служит надежным инструментом калибровки обратных алгоритмов при проектировании тепловых защитных систем.

Ключевые слова: теплопроводность, нелинейная зависимость, температурный профиль, метод Кардано, высокотемпературная изоляция, верификация корней

Благодарности: работа выполнена в рамках гранта Академии Наук Республики Татарстан на поддержку программ развития передовых инженерных школ республиканского значения «ТурбоПИШ», соглашение ИПИШ от 19.12.2025 г.

Цитирование: Чадаев А. Н., Дмитриев А. В., Биккулов Р. Я., Дмитриева О. С. 2026. Методика построения температурного профиля в плоском слое теплоизоляции с нелинейной зависимостью теплопроводности от температуры // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 12. № 2 (46). С. 6–19. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2026-12-2-6-19>

Поступила 25.03.2026; одобрена 07.05.2026; принята 08.05.2026

The methodology for constructing a temperature profile in a flat insulation layer with a nonlinear dependence of thermal conductivity on temperature

Aleksey N. Chadaev¹, Andrey V. Dmitriev²✉, Rustem Ya. Bikkulov², Oksana S. Dmitrieva¹

¹ Kazan National Research Technological University, Kazan, Russia

² Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia

Corresponding author: ieremiada@gmail.com ✉

Abstract. Accurate modeling of temperature fields in materials with nonlinear thermal conductivity — described by a second-degree polynomial — is essential for developing reliable thermal protection systems for high-temperature equipment. Unlike existing approximate methods, the scientific novelty of this work lies in the development of an analytical approach for calculating the steady-state one-dimensional temperature profile with a known quadratic dependence of thermal conductivity on temperature through solving a cubic equation using the Cardano's method with a multi-stage procedure for verifying the roots for physical correctness. The purpose of the study is to create an algorithm for constructing a temperature profile with a known dependence of thermal conductivity on temperature to verify the inverse problems of determining the dependence of thermal conductivity on temperature using a known temperature profile. The method is based on energy balance and provides high accuracy in calculating the temperature profile within the insulation layer. The results confirm the effectiveness of the approach for porous

corundum materials. The proposed method serves as a reliable tool for calibrating inverse algorithms in the design of thermal protection systems.

Keywords: thermal conductivity, nonlinear dependence, temperature profile, Cardano's method, high-temperature insulation, root verification

Acknowledgements: the work was carried out under a grant from the Academy of Sciences of the Republic of Tatarstan to support the development programs of advanced engineering schools of republican significance "TurboPISH" (Agreement No. 1RPISH from December 19, 2025).

Citation: Chadaev, A. N., Dmitriev, A. V., Bikkulov, R. Ya., & Dmitrieva, O. S. (2026). The methodology for constructing a temperature profile in a flat insulation layer with a nonlinear dependence of thermal conductivity on temperature. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 12(2), 6–19. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2026-12-2-6-19>

Received Mar. 25, 2026; Reviewed May 7, 2026; Accepted May 8, 2026

Введение

В современных условиях ужесточения требований к энергосбережению и сокращению выбросов диоксида углерода остро стоит задача разработки высокоэффективных систем хранения тепловой энергии [Бойко и др., 2024]. Теплоаккумуляторы для высокотемпературных применений обычно изготавливаются из материалов с высокой плотностью аккумулирования энергии, высокой теплопроводностью и высокой температурной стабильностью. Основными подходами к аккумулированию тепловой энергии являются использование явной теплоты и скрытой теплоты. Для высокотемпературного аккумулирования явной теплоты от источников с относительно непостоянной генерацией наиболее перспективными остаются классические кремнеземные огнеупоры благодаря их термостабильности, высокой прочности и стойкости к термическим ударам [Šimonová et al., 2026]. Однако при температурах выше 1000–1200 °C эффективность таких систем ограничивается необходимостью дополнительной изоляции и лимитированным ресурсом накопления энергии [Khare et al., 2013]. Альтернативой служат металлы и сплавы с фазовым переходом [Зинуров и др., 2025]. В отличие от систем явного тепла, системы скрытого тепла и термохимические накопители обладают наибольшей плотностью аккумулирования тепла, высокой теплопроводностью, что демонстрирует большой потенциал в промышленном применении, процесс поглощения и выделения тепла почти изотермический [Li et al., 2025]. Однако их применение сдерживается проблемами коррозии контейнеров, деградацией материалов и сложностью управления реакциями при экстремально высоких температурах [Mohan et al., 2019].

Оптимизация характеристик этих материалов часто достигается путем создания композитов с микропористыми наполнителями [Bigeard et al., 2026] или инкапсуляции фазоизменяющих веществ [Nazir et al., 2019]. Кроме того, предлагаются альтернативные

варианты хранения жидких металлов [Khare et al., 2012] для предотвращения окисления и коррозии контейнеров при высоких температурах, что может повлиять на работоспособность и долговечность устройства в целом. Тем не менее новые композиты и пористые керамики имеют сложную микроструктуру, в литературе имеется мало данных о теплопроводности при высоких температурах материалов, которые в настоящее время в основном ограничены лабораторными исследованиями [Manzolaro et al., 2013]. Учитывая огромное и постоянно растущее число новых материалов, доступных сегодня (более 160000), поиск подходящего материала и определение его теплофизических свойств является сложным и трудоемким процессом [Ashby, 2016]. Разработка надежных систем тепловой защиты для высокотемпературного оборудования требует точного моделирования распределения температуры в изоляционных материалах.

Экспериментальные данные о теплопроводности свидетельствуют, что для многих современных композитных керамик и легких огнеупоров линейная аппроксимация зависимости теплопроводности от температуры дает недопустимые ошибки (до 20–30%) в диапазоне 1000–1500 °С. Сравнение методов определения теплопроводности огнеупорных материалов представлено в работе [Жуковская, Хлебникова, 2006]. В случае неоднородных тел теплофизические характеристики можно определить только из решения коэффициентных обратных задач теплопроводности по дополнительной входной информации [Ватульян, Нестеров, 2019]. Решение уравнения теплопроводности с использованием инженерных программ методом конечных разностей или элементов требует больших вычислительных ресурсов, при этом получаем численное решение, но не аналитическую формулу определения температурного профиля, что затрудняет быструю верификацию алгоритмов и анализ чувствительности. При условии верифицированной математической модели прямой задачи и получения точных значений искомого параметра из эксперимента, решение обратной задачи может быть определено точно. Тем не менее в реальных условиях любые данные содержат шум или ошибку измерения, что делает решение обратной задачи приближенным [Томочаков, Березовская, 2022]. При этом точность этого решения будет определяться лишь точностью экспериментального исследования [Кузнецова и др., 2014]. Экспериментальная оценка параметров усугубляется сложностью измерений: стандартные термпары (до 800 °С) не подходят для постоянного пребывания в средах свыше 900–1000 °С, что вносит дополнительные систематические ошибки.

Согласно данным справочника [Чиркин, 1968] по высокотемпературным теплоизоляционным материалам, коэффициент теплопроводности для теплоизоляционных огнеупоров изменяется в зависимости от температуры в среднем прямолинейно, а для более точных определений следует использовать квадратичную зависимость от температуры: $\lambda(T) = a + b \cdot T + c \cdot T^2$, где λ — коэффициент теплопроводности теплоизоляционного материала, Вт/(м·К); T — температура теплоизоляционного материала, К; a , b , c — некоторые коэффициенты, зависящие от теплофизических свойств конкретного материала. Расчет этих коэффициентов производится путем аппроксимации экспериментальных данных измеренной теплопроводности при различных температурах. При этом даже небольшие погрешности в экспериментальных данных могут приводить к значитель-

ным изменениям вышеописанных коэффициентов. Одним из способов их определения являются численные итерационные алгоритмы [Грибов и др., 2019; Kabanikhin et al., 2008], недостатком которых являются высокие вычислительные затраты и отсутствие гарантии достижения результата.

Для обхода перечисленных ограничений авторы настоящего исследования предлагают методику расчета, по которой имеем аналитическое выражение температурного профиля в стационарном режиме, что позволяет определить неизвестные параметры без цикла итераций. Данный детерминированный подход гарантирует глобальную сходимость и исключает проблемы регуляризации, характерные для градиентных методов.

Таким образом, актуальность исследования обусловлена необходимостью разработки аналитического метода определения коэффициентов теплопроводности, сочетающего высокую точность учета нелинейности свойств с минимальными вычислительными затратами.

Методы исследования

В настоящей работе предлагается методика решения прямой задачи теплопроводности — построение температурного профиля $T(x)$ в стационарном режиме при известной нелинейной зависимости теплопроводности от температуры. Методика базируется на аналитическом решении уравнения теплового баланса и многоступенчатой процедуре верификации его корней (положительность, граничные значения).

Целью исследования является получение температурного профиля, используемого в дальнейшем для проверки методики решения обратной задачи теплопроводности — определения неизвестных коэффициентов a , b , c квадратичной зависимости теплопроводности материала по температурному полю, измеренному в нескольких контрольных точках внутри изоляционного слоя вблизи его холодной границы. После определения коэффициентов становится возможным получить температурный профиль во всем слое теплоизоляции. Для верификации полученного профиля используется профиль, установленный в результате решения прямой задачи теплопроводности, что позволит оценить точность обратного алгоритма, поскольку измерения температуры по своей сути сопряжены со случайными погрешностями [Woodbury et al., 2023].

Постановка задачи

Рассмотрен процесс установившейся одномерной теплопередачи через плоский слой теплоизоляции толщиной δ . Материал слоя изоляции обладает неоднородной структурой, свойства зависят от температуры. Теплопроводность материала описывается квадратичной зависимостью $\lambda(T) = a + b \cdot T + c \cdot T^2$. Коэффициенты a , b , c являются известными величинами. Система рассматривается при условии, что на горячей границе ($x = 0$) температура известная и постоянная T_h . На холодной границе ($x = \delta$) осуществляется конвективный теплообмен с окружающей средой с температурой T_{env} и коэффициентом теплоотдачи α . Допущение, что источники тепловыделения отсутствуют.

В непосредственные задачи исследования входит аналитическое описание распределения температуры в слое $T(x)$, удовлетворяющее уравнению теплопроводности. Важное требование — выявление критериев для отсеивания нефизичных корней уравнения.

Запишем уравнение стационарной одномерной теплопроводности без внутренних источников:

$$\frac{d}{dx} \left[\lambda(T) \frac{dT}{dx} \right] = 0.$$

Интегрирование данного выражения приводит к тому, что плотность теплового потока q остается постоянной по толщине слоя:

$$\lambda(T) \frac{dT}{dx} = -q.$$

Используя закон Ньютона–Рихмана для граничного условия и разделив переменные, можно установить связь между тепловым потоком и температурой на холодной границе T_c тогда имеем

$$\int_{T_h}^{T_c} \lambda(T) dT = -q\delta,$$

$$q = \alpha(T_c - T_{env}).$$

Подставив в полученное уравнение зависимость теплопроводности и выражение для определения плотности теплового потока, имеем уравнение вида:

$$a(T_c - T_h) + \frac{b}{2}(T_c^2 - T_h^2) + \frac{c}{3}(T_c^3 - T_h^3) + \alpha\delta(T_c - T_{env}) = 0.$$

После приведения подобных членов уравнение принимает каноническую форму кубического уравнения:

$$AT_c^3 + BT_c^2 + CT_c + D = 0.$$

Коэффициенты уравнения определяем, как

$$A = \frac{c}{3}, \quad B = \frac{b}{2}, \quad C = a + \alpha\delta, \quad D = -\left(aT_h + \frac{b}{2}T_h^2 + \frac{c}{3}T_h^3 + \alpha\delta T_{env} \right).$$

Решением кубического уравнения служит аналитический метод Кардано, причем может быть несколько вещественных корней. Для выбора единственного решения, соответствующего реальной физической ситуации, применяется оценка по нескольким критериям — исключение мнимых частей, корней вне диапазона $T_{env} \leq T_c \leq T_h$. Далее для каждого варианта рассчитываются плотности теплового потока за счет теплопроводности q_{cond} и конвекции q_{conv} . Решение считается корректным при выполнении условия $|q_{cond} - q_{conv}| < \varepsilon$, где $\varepsilon = 10^{-6}$ Вт/м² — заданный порог точности.

Для оценки погрешности найденного приближенного корня T_c^* , который является температурой на холодной стороне теплоизоляции, подставим его обратно в уравнение

и проверим его на равенство. Определим остаточную величину $\eta = F(T_c^*)$, где $F(T_c)$ — левая часть кубического уравнения $F(T_c) = 0$. Абсолютная погрешность найденной температуры на холодной стороне теплоизоляции оценивается как:

$$|\Delta T_c| \approx \frac{|\eta|}{|F'(T_c^*)|},$$

где производная $F'(T_c) = a + bT_c + cT_c^2 + \alpha\delta = \lambda(T_c) + \alpha\delta$. Значение погрешности найденного приближенного корня позволяет обоснованно выбирать шаг дискретизации при построении температурного профиля.

После определения значения температуры на холодной стороне теплоизоляции T_c и плотности теплового потока q , распределение температуры внутри слоя теплоизоляции находится путем интегрирования исходного уравнения. Для упрощения построения профиля температур удобно использовать не прямую функцию $T(x)$, а обратную функцию $x(T)$:

$$x(T) = -\frac{1}{q} \int_{T_h}^T \lambda(\varphi) d\varphi = -\frac{1}{q} \left[a(T - T_h) + \frac{b}{2}(T^2 - T_h^2) + \frac{c}{3}(T^3 - T_h^3) \right],$$

где φ — переменная интегрирования.

Результаты исследования и обсуждение

Вышеприведенный алгоритм был использован для построения профиля температур в слое теплоизоляции из пористых корундовых огнеупоров с полыми сферами. Для каждого образца наполнителем пор являлся один из следующих газов: гелий при атмосферном давлении (образец № 1), азот при атмосферном давлении (образец № 2), воздух при давлении 1,3–102 Па (образец № 3).

Исходные данные: температура на горячей стороне $T_h = 2000$ К, толщина изоляции $\delta = 0,2$ м, температура окружающей среды $T_{env} = 293$ К, коэффициент теплоотдачи $\alpha = 5$ Вт/(м²·К). Зависимость эффективной теплопроводности от температуры по экспериментальным данным из работы [Бондаренко и др., 1986] представлена в табл. 1 и на рис. 1. Для всех трех образцов характерна ярко выраженная нелинейность. Зависимости имеют вид параболических кривых с перегибом вниз, что однозначно подтверждает необходимость использования квадратичной модели для описания теплопроводности.

Приведенная табличная зависимость на примере образца № 3 была аппроксимирована полиномом второй степени:

$$\lambda(T) = 0,50643382 - 0,00047483T + 0,00000026T^2$$

с коэффициентом детерминации $R^2 = 0,993$, что подтверждает адекватность модели.

На основе энергетического баланса было составлено и решено кубическое уравнение относительно температуры на холодной границе T_c . С использованием метода Кардано получено три корня, из которых только один является вещественным и лежит в физически допустимом диапазоне.

Таблица 1. Зависимость теплопроводности от температуры для каждого из образцов

Table 1. The dependence of thermal conductivity on temperature for each of the samples

Температура T , К	Образец № 1 λ , Вт/(м·К)	Образец № 2 λ , Вт/(м·К)	Образец № 3 λ , Вт/(м·К)
500	0,73	0,45	0,34
600	0,67	0,43	0,31
700	0,64	0,4	0,3
800	0,62	0,38	0,29
900	0,625	0,38	0,28
1000	0,63	0,39	0,29
1100	0,64	0,4	0,3
1200	0,65	0,41	0,32
1300	0,66	0,43	0,33
1400	0,67	0,44	0,35
1500	0,68	0,46	0,37
1600	0,7	0,5	0,4
1700	0,75	0,53	0,45
1800	0,78	0,56	0,5
1900	0,8	0,59	0,55
2000	0,89	0,62	0,6

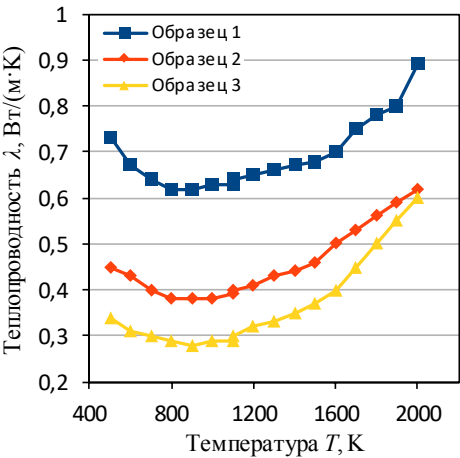


Рис. 1. Зависимость теплопроводности от температуры для каждого образца

Fig. 1. The dependence of thermal conductivity on temperature for each sample

Дополнительная фильтрация по диапазону, определяемому минимальным ($\lambda_{\min} = 0,3 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$) и максимальным ($\lambda_{\max} = 0,6 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$) значениями теплопроводности, дает интервал возможных температур $T_c \in [687; 933] \text{ К}$. Найденный корень $T_c = 762,885 \text{ К}$ удовлетворяет всем критериям. Плотность теплового потока через слой при этом составляет $q = 2349,42 \text{ Вт}/\text{м}^2$.

Результаты вышеприведенного расчета для всех трех образцов сведены в табл. 2.

Таблица 2. Результаты расчета теплового потока для образцов

Table 2. Heat flow calculation results for samples

Параметр	Образец № 1	Образец № 2	Образец № 3
Коэффициент a	0,90948792	0,58530987	0,50643382
Коэффициент b	– 0,0005436	– 0,00040627	– 0,00047483
Коэффициент c	0,00000026	0,00000022	0,00000026
Коэффициент R^2	0,96	0,98	0,93
$\lambda_{\min}$, Вт/(м·К)	0,62	0,38	0,3
$\lambda_{\max}$, Вт/(м·К)	0,89	0,62	0,6
Интервал T_c , К	[946; 1096]	[763; 946]	[687; 933]
T_c , К	996,158	844,254	762,885
q , Вт/м ²	3515,79	2756,27	2349,42

По полученному значению q был построен температурный профиль $T(x)$ согласно аналитической зависимости $x(T)$. Результаты расчета представлены в табл. 3 и на рис. 2. Для наглядного представления результатов использованы промежуточные точки с шагом температуры 100 К.

Анализ таблицы показывает нелинейный характер распределения температуры, обусловленный немонотонной зависимостью $\lambda(T)$.

Таблица 3. Значение температуры и ее координата x в слое материала

Table 3. Temperature value and its x coordinate in the material layer

Температура T , К	Образец № 1 x , м	Образец № 2 x , м	Образец № 3 x , м
2000	0	0	0
1900	0,0238448	0,0228503	0,0242350
1800	0,0464256	0,0441415	0,0462857
1700	0,0678903	0,0640332	0,0663735
1600	0,0883868	0,0826851	0,0847197
1500	0,108063	0,100257	0,101546
1400	0,127067	0,116908	0,117073

Окончание табл. 3.
Table 3 (end)

Температура T , К	Образец № 1 x , м	Образец № 2 x , м	Образец № 3 x , м
1300	0,145546	0,132798	0,131522
1200	0,163649	0,148087	0,145116
1100	0,181523	0,162935	0,158074
1000	0,199316	0,177500	0,170619
900	–	0,191943	0,182971
800	–	–	0,195353

Результаты показали, что во всех случаях температура монотонно убывает по мере удаления от горячей границы, при этом кривизна зависимостей напрямую зависит от индивидуальных значений параметров теплопроводности неоднородной среды (рис. 2).

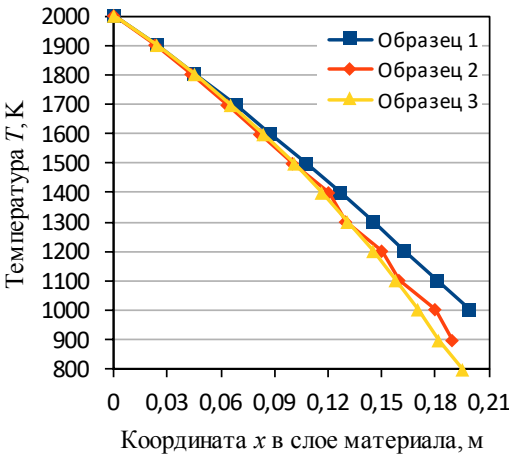


Рис. 2. Распределение температуры в слое теплоизоляции для каждого образца
Fig. 2. Temperature distribution in the thermal insulation layer for each sample

Закключение

В ходе исследования была разработана методика решения прямой задачи теплопроводности для материалов с квадратичной зависимостью теплопроводности от температуры в условиях плоского слоя изоляции. Она основана на равенстве теплового потока, проходящего через теплоизоляцию и отводимого в окружающую среду. Теплопроводность, входящая в уравнение, выраженная полиномом второй степени в зависимости от температуры, после интегрирования уравнения превращает его в уравнение третьей степени. Оно решается методом Кардано и в общем случае имеет до трех корней, включая комплексные.

Методика позволяет выявить единственный из них, являющийся температурой на холодной стороне теплоизоляции, и построить профиль температур в ее слое.

Полученный профиль температур в дальнейшем будет использоваться для верификации алгоритма решения обратной задачи теплопроводности, позволяющего по частичному профилю температур в слое теплоизоляции (на ее холодной стороне) найти зависимость теплопроводности от температуры для данного материала теплоизоляции и воссоздать полный профиль температур во всем слое теплоизоляции.

Список источников

- Бойко Е. Е., Бык Ф. А., Илюшин П. В., Мышкина А. С. 2024. Роль накопителей электрической и тепловой энергии в системах энергоснабжения // Электрические станции. № 5 (1114). С. 50–57. <https://doi.org/10.34831/EP.2024.1114.5.006>
- Бондаренко С. А., Литовский Е. Я., Иванов А. Б., Боровецкая А. И., Пахомов Е. П. 1986. Тепло- и температуропроводность корундовых огнеупоров на основе полых сфер в интервале температур 500–2000 К в различных газовых средах // Теплофизика высоких температур. Том 24. № 3. С. 618–619.
- Ватulyа А. О., Нестеров С. А. 2019. Об особенностях решения коэффициентной обратной задачи теплопроводности для двусоставного слоя // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. Том 19. № 4. С. 409–423. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-4-409-423>
- Грибов А. Ф., Жидков Е. Н., Краснов И. К. 2019. О численном решении обратной задачи теплопроводности с излучением // Математическое моделирование и численные методы. № 1 (21). С. 43–53. <https://doi.org/10.18698/2309-3684-2019-1-4353>
- Жуковская А. Е., Хлебникова И. Ю. 2006. Сравнение российских и зарубежных стандартов на методы определения теплопроводности огнеупоров // Огнеупоры и техническая керамика. № 2. С. 38–43.
- Зинуров В. Э., Чадаев А. Н., Дмитриев А. В., Дмитриева О. С., Мугинов А. М., Зянгинов А. Ф. 2025. Теоретические и прикладные аспекты проектирования высокотемпературного теплового накопителя энергии на основе графитового материала // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. Том 25. № 4. С. 71–81. <https://doi.org/10.14529/power250409>
- Кузнецова А. Э., Скворцова М. П., Стефанюк Е. В. 2014. Решение обратной задачи теплопроводности по идентификации начального условия краевой задачи // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. № 3 (43). С. 155–162.
- Томочаков М. М., Березовская И. Э. 2022. Анализ современного состояния решения обратных задач теплопроводности и их применения // Universum: технические науки. № 5-3 (98). С. 39–44. <https://doi.org/10.32743/UniTech.2022.98.5.13591>
- Чиркин В. С. 1968. Теплофизические свойства материалов ядерной техники. М.: Атомиздат. 484 с.
- Ashby M. F. 2016. Materials Selection in Mechanical Design. Oxford: Butterworth-Heinemann. 660 p.
- Bigeard A., Buchovecky E., Mesnager C., Bolore D., Bouvard D., Jauffres D. 2026. Modelling of sintering consolidation and thermal damage in a refractory ceramic // Journal

- of the European Ceramic Society. Vol. 46. No. 3. Article 117893. <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2025.117893>
- Kabanikhin S. I., Hasanov A., Penenko A. V. 2008. A gradient descent method for solving an inverse coefficient heat conduction problem // Numerical Analysis and Applications. Vol. 1. Pp. 34–45. <https://doi.org/10.1134/S1995423908010047>
- Khare S., Dell'Amico M., Knight C., McGarry S. 2012. Selection of materials for high temperature latent heat energy storage // Solar Energy Materials and Solar Cells. Vol. 107. Pp. 20–27. <https://doi.org/10.1016/j.solmat.2012.07.020>
- Khare S., Dell'Amico M., Knight C., McGarry S. 2013. Selection of materials for high temperature sensible energy storage // Solar Energy Materials and Solar Cells. Vol. 115. Pp. 114–122. <https://doi.org/10.1016/j.solmat.2013.03.009>
- Li Y., Zhou F., Zhang M., Deng L., Chen L., Mweemba S., Yang S., Shen G., Zhang X. 2025. Enhanced thermal performance of corundum-mullite ceramics via in-situ formation of Al-12Si@Al₂O₃ microcapsules // Ceramics International. Vol. 51. No. 24. Part A. Pp. 41512–41521. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2025.06.376>
- Manzolaro M., Corradetti S., Andrighetto A., Ferrari L. 2013. A steady-state high-temperature method for measuring thermal conductivity of refractory materials // Review of Scientific Instruments. Vol. 84. No. 5. Article 054902. <https://doi.org/10.1063/1.4804258>
- Mohan G., Venkataraman M. B., Coventry J. 2019. Sensible energy storage options for concentrating solar power plants operating above 600 °C // Renewable and Sustainable Energy Reviews. Vol. 107. Pp. 319–337. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2019.01.062>
- Nazir H., Batool M., Osorio F. J. B., Isaza-Ruiz M., Xu X., Vignarooban K., Phelan P., Inamuddin, Kannan A. M. 2019. Recent developments in phase change materials for energy storage applications: A review // International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 129. Pp. 491–523. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.09.126>
- Šimonová P. Š., Bezdička P., Pabst W. 2026. Determination of the content, composition and density of the glass phase in silica refractories and its changes due to thermal cycling // Journal of the European Ceramic Society. Vol. 46. No. 9. Article 118235. <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2026.118235>
- Woodbury K. A., Najafi H., de Monte F., Beck J. V. 2023. Inverse heat conduction problems // Inverse Heat Conduction. Book Chapter 1. / K. A. Woodbury, H. Najafi, F. Monte, J. V. Beck (Eds.). Pp. 1–23. <https://doi.org/10.1002/9781119840220.ch1>

References

- Boiko, E. E., Byk, F. L., Ilyushin, P. V., & Myshkina L. S. (2024). The role of electric and thermal energy storage in energy supply systems. *Electrical Stations*, 5(1114), 50–57. <https://doi.org/10.34831/EP.2024.1114.5.006> [In Russian]
- Bondarenko, S. L., Litovskiy, E. Ya., Ivanov, A. B., Borovetskaya, A. I., & Pakhomov, E. P. (1986). Heat and thermal conductivity of corundum refractories based on hollow spheres in the temperature range 500–2000 K in various gaseous media. *High Temperature Thermophysics*, 24(3), 618–619. [In Russian]
- Vatulyan, A. O., & Nesterov, S. A. (2019). On the peculiarities of solving the coefficient inverse problem of heat conduction for a two-part layer. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics*.

- Mechanics. Informatics*, 19(4), 409–423. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2019-19-4-409-423> [In Russian]
- Gribov, A. F., Zhidkov, E. N., & Krasnov, I. K. (2019). On the numerical solution of the inverse problem of heat conduction with radiation. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 1(21), 43–53. <https://doi.org/10.18698/2309-3684-2019-1-4353> [In Russian]
- Zhukovskaya, A. E., & Khlebnikova, I. Yu. (2006). Comparison of Russian and foreign standards for methods of determining the heat conductivity of refractories. *Refractories and Industrial Ceramics*, 2, 38–43. [In Russian]
- Zinurov, V. E., Chadaev, A. N., Dmitriev, A. V., Dmitrieva, O. S., Muginov, A. M., & Ziangirov, A. F. (2025). Theoretical and applied aspects of designing a high-temperature thermal energy storage system based on graphite material. *Bulletin of South Ural State University. Series "Power Engineering"*, 25(4), 71–81. <https://doi.org/10.14529/power250409> [In Russian]
- Kuznetsova, A. E., Skvortsova, M. P., & Stefanyuk, E. V. (2014). The inverse problem solution of heat conduction for the initial conditions identification of the boundary value problem. *Vestnik of Samara State Technical University. Technical Sciences Series*, 3(43), 155–162. [In Russian]
- Tomochakov, M. M., & Berezovskaya, I. E. (2022). Analysis of the current state of the solution of inverse thermal conductivity problems and their application. *Universum: Technical Sciences*, 5-3(98), 39–44. <https://doi.org/10.32743/UniTech.2022.98.5.13591> [In Russian]
- Chirkin, V. S. (1968). *Thermophysical Properties of Nuclear Engineering Materials*. Atomizdat. [In Russian]
- Ashby, M. F. (2016). *Materials Selection in Mechanical Design*. Butterworth-Heinemann.
- Bigeard, A., Buchovecky, E., Mesnager, C., Bolore, D., Bouvard, D., & Jauffres, D. (2026). Modelling of sintering consolidation and thermal damage in a refractory ceramic. *Journal of the European Ceramic Society*, 46(3), 117893. <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2025.117893>
- Kabanikhin, S. I., Hasanov, A., & Penenko, A. V. (2008). A gradient descent method for solving an inverse coefficient heat conduction problem. *Numerical Analysis and Applications*, 1, 34–45. <https://doi.org/10.1134/S1995423908010047>
- Khare, S., Dell'Amico, M., Knight, C., & McGarry, S. (2012). Selection of materials for high temperature latent heat energy storage. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 107, 20–27. <https://doi.org/10.1016/j.solmat.2012.07.020>
- Khare, S., Dell'Amico, M., Knight, C., & McGarry, S. (2013). Selection of materials for high temperature sensible energy storage. *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 115, 114–122. <https://doi.org/10.1016/j.solmat.2013.03.009>
- Li, Y., Zhou, F., Zhang, M., Deng, L., Chen, L., Mweemba, S., Yang, S., Shen, G., & Zhang, X. (2025). Enhanced thermal performance of corundum-mullite ceramics via in-situ formation of Al-12Si@Al₂O₃ microcapsules. *Ceramics International*, 51(24), Part A, 41512–41521. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2025.06.376>
- Manzolaro, M., Corradetti, S., Andrighetto, A., & Ferrari, L. (2013). A steady-state high-temperature method for measuring thermal conductivity of refractory materials. *Review of Scientific Instruments*, 84(5), 054902. <https://doi.org/10.1063/1.4804258>
- Mohan, G., Venkataraman, M. B., & Coventry, J. (2019). Sensible energy storage options for concentrating solar power plants operating above 600 °C. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 107, 319–337. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2019.01.062>

- Nazir, H., Batoool, M., Osorio, F. J. B., Isaza-Ruiz, M., Xu, X., Vignarooban, K., Phelan, P., Inamuddin, & Kannan, A. M. (2019). Recent developments in phase change materials for energy storage applications: A review. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 129, 491–523. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.09.126>
- Šimonová, P. Š., Bezdička, P., & Pabst, W. (2026). Determination of the content, composition and density of the glass phase in silica refractories and its changes due to thermal cycling. *Journal of the European Ceramic Society*, 46(9), 118235. <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2026.118235>
- Woodbury, K. A., Najafi, H., de Monte, F., & Beck, J. V. (2023). Inverse heat conduction problems. In K. A. Woodbury, H. Najafi, F. Monte, & J. V. Beck (Eds.), *Inverse Heat Conduction*. Book Chapter 1 (pp. 1–23). <https://doi.org/10.1002/9781119840220.ch1>

Информация об авторах

- Алексей Николаевич Чадаев, аспирант, кафедра оборудования пищевых производств, Казанский национальный исследовательский технологический университет, Казань, Россия
ac312@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0004-3180-5933>
- Андрей Владимирович Дмитриев, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой автоматизации технологических процессов и производств, Казанский государственный энергетический университет, Казань, Россия
ieremiada@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-8979-4457>
- Рустем Ядгарович Биккулов, кандидат технических наук, преподаватель, кафедра инженерной графики, Казанский государственный энергетический университет, Казань, Россия
bikkulov-ry@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4783-147X>
- Оксана Сергеевна Дмитриева, доктор технических наук, доцент, доцент кафедры оборудования пищевых производств, Казанский национальный исследовательский технологический университет, Казань, Россия
ja_deva@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6221-0167>

Information about the authors

- Aleksey N. Chadaev, Postgraduate Student, Department of Food Production Equipment, Kazan National Research Technological University, Kazan, Russia
ac312@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0004-3180-5933>
- Andrey V. Dmitriev, Dr. Sci. (Tech.), Professor, Head of the Department of Automation of Technological Processes and Productions, Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia
ieremiada@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-8979-4457>
- Rustem Ya. Bikkulov, Cand. Sci. (Tech.), Lecturer, Department of Engineering Graphics, Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia
bikkulov-ry@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4783-147X>
- Oksana S. Dmitrieva, Dr. Sci. (Tech.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Food Production Equipment, Kazan National Research Technological University, Kazan, Russia
ja_deva@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6221-0167>