

Анализ влияния теплофизических параметров пласта и флюида на процесс пароциклического воздействия на нефтяные пласты

Александр Янович Гильманов, Татьяна Николаевна Ковальчук✉,
Родион Максимович Скобликов, Антон Олегович Фёдоров,
Ёсинджон Назирджонович Ходжиев, Александр Павлович Шевелёв

Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
Контакт для переписки: t.n.kovalchuk@mail.ru✉

Аннотация. В настоящее время существующие модели пароциклической обработки не позволяют исследовать развитие теплового фронта на этапе нагнетания пара в пласт с учетом возможного влияния как конвективных потоков, так и кондуктивных, а также свойств породы и флюида. Знания динамики развития фронтов позволяют определить особенности протекающих физических процессов на конкретных месторождениях и могут быть использованы для оптимизации процесса добычи. Целью работы является анализ развития теплового поля в породах с различными теплофизическими параметрами. Была разработана гидродинамическая модель развития теплового поля и рассчитана на программном комплексе tNavigator для пород с различными теплофизическими свойствами. Модель учитывает трехмерное распространение тепла, свойства коллекторных и нагнетаемых флюидов, а также теплопотери в кровлю и подошву пласта. Проведено сопоставление максимальных размеров прогретой области, рассчитанных по разработанной гидродинамической модели, с результатами, полученными по интегральной модели. Определена зависимость координаты теплового фронта от удельной теплоемкости и теплопроводности породы. Тепловой фронт продвигается значительно дальше в породах с меньшей удельной теплоемкостью и теплопроводностью при одинаковом объеме закачки. Показано, что конвективная составляющая теплообмена слабо зависит от удельной теплоемкости и что форма теплового фронта остается одинаковой во всех случаях.

Ключевые слова: теплофизика, подземная гидромеханика, пароциклическая обработка, гидродинамический симулятор, тепловой фронт, конвективные потоки, фазовые переходы, вязкость нефти

Цитирование: Гильманов А. Я., Ковальчук Т. Н., Скобликов Р. М., Фёдоров А. О., Ходжиев Ё. Н., Шевелёв А. П. 2023. Анализ влияния теплофизических параметров пласта и флюида на процесс пароциклического воздействия на нефтяные пласты // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 9. № 3 (35). С. 6–27. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-3-6-27>

Поступила 05.06.2023; одобрена 16.06.2023; принята 06.10.2023

Analysis of the influence of the thermophysical parameters of the reservoir and fluid on the process of cyclic steam stimulation

Alexander Ya. Gilmanov, Tatiana N. Kovalchuk[✉], Rodion M. Skoblikov, Anton O. Fedorov, Yesinjon N. Khodzhiev, Alexander P. Shevelev

University of Tyumen, Tyumen, Russia

Corresponding author: t.n.kovalchuk@mail.ru[✉]

Abstract. Currently, the existing models of cyclic steam stimulation do not allow to research the development of the heat front at the stage of steam injection into the reservoir, considering the possible influence of both convective and conductive flows, as well as the properties of the rock and fluid. Knowledge of the dynamics of the development of fronts allows to determine the features of the ongoing physical processes at specific deposits and can be used to optimize the production process. The aim of the work is to analyze the development of the thermal field in rocks with different thermophysical parameters. A hydrodynamic model of the development of the thermal field was developed and calculated on the tNavigator software package for rocks with various thermophysical properties. The model considering the three-dimensional propagation of heat, the properties of reservoir and injected fluids, as well as heat loss into the top and the bottom of the reservoir. The comparison of the maximum dimensions of the heated area calculated according to the developed hydrodynamic model with the results obtained by the integral model is carried out. The dependence of the advance of the thermal front on the specific heat capacity and thermal conductivity of the rock is determined. The thermal front moves much further in rocks with a lower specific heat capacity and thermal conductivity with the same injection volume. It is shown that the convective component of heat exchange weakly depends on the specific heat capacity and the shape of the heat front remains the same in all cases.

Keywords: thermophysics, underground hydromechanics, cyclic steam stimulation, hydrodynamic simulator, thermal front, convective flows, phase transitions, oil viscosity

Citation: Gilmanov, A. Ya., Kovalchuk, T. N., Skoblikov, R. M., Fedorov, A. O., Khodzhiyev, Ye. N., & Shevelev, A. P. (2023). Analysis of the influence of the thermophysical parameters of the reservoir and fluid on the process of cyclic steam stimulation. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 9(3), 6–27. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-3-6-27>

Received June 5, 2023; Reviewed June 16, 2023; Accepted October 6, 2023

Введение

Тепловые методы увеличения нефтеотдачи (МУН) являются одними из наиболее эффективных для тяжелых нефтей и битума с плотностью по шкале Американского института нефти (American Petroleum Institute, API) от 10 до 20°, а также битуминозных песков с плотностью менее 10° [ГОСТ Р 51069—97]. Эти методы успешно применялись во многих странах, особенно в Канаде, Индонезии и Венесуэле с 1950-х гг. Нетермические методы, в свою очередь, обычно используются для легких нефтей [Hasan, 2021]. В основе тепловых методов лежит зависимость вязкости нефти от температуры [Swadesi и др., 2020]. При увеличении температуры вязкость нефти падает, что приводит к увеличению нефтеотдачи. Особенно восприимчивы к изменению температуры нефти с высокой вязкостью. Так, при тепловом воздействии можно достичь уменьшения вязкости на четыре порядка [Бурже и др., 1989].

Следует отметить, что при адаптации тепловых МУН под конкретное месторождение значительно возрастает эффективность использования тепловой энергии, что приводит к оптимизации технологического процесса добычи [Швелёв и др., 2022]. При этом успех любого проекта повышения нефтеотдачи зависит от количества дополнительной нефти, которую можно извлечь экономически выгодным способом [Abd El-Moniem, 2020].

Основными тепловыми МУН являются: пароциклическая обработка (ПЦО), паротепловое воздействие (ПТВ), внутрислоевого горение (ВГ), парогравитационный дренаж (ПГД) [Сергеев, 1981; Антониади и др., 2000]. ПТВ подразумевает непрерывное нагнетание пара в коллектор и проталкивание этим паром образующуюся пароводонефтяную оторочку к добывающей скважине. При ВГ поджигают нефть и поддерживают горение, в ходе чего образуется несколько характерных зон, одна из которых — зона нефтяного вала, продвигающаяся к добывающей скважине за счет водонапорного режима и пара. Инициация горения в пластовых условиях многими рассматривается как процесс с высоким риском. При ПГД пробуриваются две расположенные друг над другом параллельные горизонтальные скважины, при этом верхняя — нагнетательная. В пласт непрерывно нагнетают пар, и образуется паровая камера, которая постоянно контактирует с нефтью и нагревает ее. Разогретая нефть

стекает за счет гравитации вниз к добывающей скважине. Существуют также менее испытанные тепловые МУН, предлагаемые в качестве альтернативы использованию пара или горячей воды. Например, для объемного нагрева пласта может применяться электрическая энергия или электромагнитные волны (микроволновые или радиоволны). Многочисленные лабораторные и пилотные промысловые исследования, проведенные на канадских битуминозных песках, подтвердили правильность концепции применения ПГД и более высокую эффективность добычи нефти, чем без использования этой технологии [Vishnumolakala и др., 2020].

Каждый из описанных методов имеет свои преимущества и недостатки. Преимущество ПЦО над другими методами — самое эффективное использование тепловой энергии, а недостаток — относительно небольшая зона прогрева.

В процессе разработки любого месторождения возникает необходимость определения пластовых и технологических параметров. На подбор последних влияют параметры коллектора, такие как мощность пласта, проницаемость, пористость, вязкость, температуропроводность, теплопроводность, теплоемкость, температура насыщения, давление [Антониади и др., 2000]. Сложность разработки с применением ПЦО заключается в том, что технологические параметры рассчитываются либо с использованием статистических данных [Осипов, Соломатин, 2011], либо приближенно, без учета особенностей физических процессов, протекающих в конкретном пласте.

ПЦО включает в себя три этапа: 1) нагнетание пара, 2) выдержку на конденсацию и 3) добычу. На каждом из этапов стоит учитывать определенные физические процессы: теплоперенос, частичную конденсацию на этапе закачки, теплопотери в кровлю и подошву, изменение вязкости, конденсацию на этапе выдержки, течение двухфазной (многокомпонентной) жидкости, остывание нефти на этапе добычи. ПЦО может применяться в том числе с добавлением растворителей. Например, в работе [Suranto и др., 2022] этот процесс изучается с помощью моделирования коллектора, чтобы доказать эффективность комбинации пара и растворителя. Модель включает конвекцию, диффузию, адсорбцию и фазовый переход, позволяет исследовать смешанные эффекты различных физических процессов, связанных с повышением нефтеотдачи в нетрадиционных коллекторах [Santiago, Kantzas, 2020].

Как правило, существует три категории методов прогнозирования нефтедобычи с помощью ПЦО: 1) аналитические модели, 2) методы аналогии и 3) численное моделирование. Аналитические прогностические модели используют различные допущения для упрощения расчетов прогнозирования добычи нефти. В большинстве аналитических моделей использовалось ограничивающее предположение о том, что пар образует в пласте цилиндр в конце периода нагнетания пара. Однако промысловые данные показывают, что пар уходит в верхнюю зону или высокопроницаемые зоны. С другой стороны, корреляции, найденные по методу аналогий при использовании ПЦО для конкретных коллекторов, строятся с использованием исторических данных для параметров, влияющих на дебиты нефти или совокупную добычу нефти [Liu и др., 2022].

При численном моделировании ПЦО применяются балансовые-интегральные модели и механистические модели.

В интегральной модели Маркса — Лангенгейма [Marx, Langenheim, 1959] используется радиальная симметрия для определения расстояния теплового фронта и рассматривается идеализированный тепловой профиль, представляющий собой ступенчатую функцию. Модель описывает скорость распространения теплового фронта, площадной охват теплового воздействия и экономически эффективный предел использования.

Интегральная модель Джонса [Jones, 1977] опирается на радиальный подход и строится по большей части из эмпирических законов. Она включает в себя три этапа: 1) закачку, 2) выдержку на конденсацию и 3) добычу. Профиль теплового фронта — ступенчатая функция с постоянно уменьшающейся средней температурой. Этот метод позволяет предсказать максимальный радиус прогрева и масштабы обводненной зоны, а также учитывает остаточную теплоту от прошлых циклов. В модели Джонса, так же как и в модели Маркса — Лангенгейма, использовано приближение Ловьерье [Lauwerier, 1955].

Предложенная в работе [Шевелёв, 2005] интегральная модель, основанная на аналитических законах, сразу предполагает приближение Ловьерье и использует радиальную геометрию. Эта модель описывает все три этапа ПЦО: 1) нагнетание, 2) выдержку, 3) добычу. Она, в отличие от других моделей, позволяет предсказать время закачки и конденсации, а также дебит, учитывая остаточную теплоту.

В модели ПЦО, представленной в исследовании [Chen и др., 2019], с целью описать зону нагрева вводится масштабный коэффициент для согласования максимального и минимального объема нагрева. Максимальный объем нагрева рассчитывается исходя из предположения об отсутствии потерь тепла из верхних и нижних пород-коллекторов, в то время как минимальный объем нагрева оценивается путем предположения о потерях тепла из эквивалентной вертикальной скважины.

В работе [Yang и др., 2022] предлагается такая модель ПЦО для неоднородного пласта с тяжелой нефтью, в которой из закона сохранения энергии определяется радиус прогретой области с учетом неизотермической фильтрации в прогретой зоне.

В статье [Liu и др., 2022] авторы, проанализировав экспериментальные данные, приходят к выводу, что эмульсия тяжелой нефти и воды приводит к увеличению вязкости добываемой жидкости, что, в свою очередь, ухудшает эффективность разработки месторождения методом ПЦО. Исследователями была разработана математическая модель фильтрации добываемых флюидов в пластах с тяжелой нефтью месторождения Бохай (Китай) с учетом этого явления.

В основе механистических моделей лежит система уравнений механики многофазных сред, используются законы сохранения массы, импульса и энергии. Эти модели, реализующиеся в коммерческих симуляторах, хорошо себя зарекомендовали для решения задач подземной гидромеханики.

В настоящее время актуальным является моделирование процессов ПЦО с помощью симуляторов. Симулятор, используемый в качестве вычислительного модуля, должен быть способен рассчитывать изменение теплофизических свойств пластового флюида и решать уравнения теплопереноса. Этим требованиям отвечают, например, симулятор тепловых (неизотермических) и специальных процессов CMG STARS и tNavigator [Savchik и др., 2020]. Однако именно последний, являясь отечественной разработкой, имеет не только

более доступную лицензию и удобный русифицированный интерфейс, но и широкий выбор модулей, в том числе позволяющих моделировать гидроразрыв пласта.

Следует отметить, что в настоящее время существующие модели ПЦО не позволяют исследовать развитие теплового фронта на этапе нагнетания пара в пласт с учетом возможного влияния как конвективных потоков, так и кондуктивных, а также свойств породы и флюида. При этом знания динамики развития фронтов позволяют определить особенности протекающих физических процессов на конкретных месторождениях и могут быть использованы для оптимизации процесса добычи.

На основании вышеизложенного целью работы является анализ развития теплового поля в породах с различными теплофизическими параметрами. В работе предлагается гидродинамическая модель развития теплового поля, которая рассчитана в программном комплексе tNavigator для пород с различными теплофизическими свойствами. Модель создается с учетом трехмерного распространения тепла, свойств коллекторных и нагнетаемых флюидов, теплопотерь в кровлю и подошву пласта. Проводится сопоставление максимальных размеров прогретой области, рассчитанных по разработанной гидродинамической модели, с результатами, полученными по интегральной модели. Определяется зависимость продвижения теплового фронта от удельной теплоемкости и теплопроводности породы. Полученные результаты сравниваются с интегральными моделями ПЦО, предложенными авторами ранее [Шевелёв, 2005; Шевелёв и др., 2022]. Также рассматривается аппроксимация для значения дополнительной накопленной добычи в зависимости от теплофизических параметров теплоносителя.

Методы

Описание численной модели пароциклического воздействия, реализованной в tNavigator

Для численного моделирования была построена гидродинамическая модель в формате E3 (в данном формате учитывается компонентный состав композиционной нефти и имеется возможность воспроизводить неизотермические и химические процессы). Модель состоит из законов сохранения массы фаз, импульса в виде закона Дарси, закона сохранения энергии, а также соотношений для капиллярного давления и насыщенностей фаз [Каневская, 2002]. Относительные фазовые проницаемости моделируются с использованием корреляций Кори со связанной водонасыщенностью 0,2 д. ед. и остаточной нефтенасыщенностью 0,2 д. ед.

Для расчета данной модели использовался программный комплекс tNavigator. Всего было рассчитано девять вариантов с различными теплофизическими свойствами породы (таблица 1).

Геометрия и свойства расчетной сетки

Расчетная сетка, используемая при решении уравнений данной модели, представляет из себя модельный пласт, состоящий из 201 ячейки в горизонтальном направлении x , 201 ячейки в перпендикулярном x горизонтальном направлении y и 30 ячеек в вертикальном направлении z . Размеры каждой ячейки во всех направлениях (x, y, z) составляют 1 м. Глубина залегания кровли пласта равна 1 650 м.

Таблица 1. Теплофизические свойства породы различных вариантов модели

Table 1. Thermophysical properties of rocks of various model variants

Вариант	Удельная теплоемкость, $10^6 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$	Теплопроводность, $\text{Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$
1	2,5	2,431
2	1,5	2,431
3	2,0	2,431
4	3,0	2,431
5	3,5	2,431
6	2,5	1,736
7	2,5	2,083
8	2,5	2,778
9	2,5	3,125

Во всех ячейках модельного пласта пористость породы равна 0,2 д. ед., проницаемость — 10^{-13} м^2 , коэффициент песчаности — 1 д. ед., сжимаемость — $2,6 \cdot 10^{-9} \text{ 1/Па}$.

Свойства флюидов

В модели рассматривается трехфазная система, состоящая из нефти, воды и водяного пара. В пласте в начальный момент времени находятся вода и нефть, нагнетаемый флюид состоит из воды и водяного пара.

Нефть в данных вариантах является однокомпонентной. Молярная масса нефти равна 0,378 кг/моль. Сжимаемость нефти $8,63 \cdot 10^{-10} \text{ 1/Па}$. Плотность нефти при стандартных условиях равна 880 кг/м³. Вязкость нефти зависит от температуры так, как показано на рис. 1.

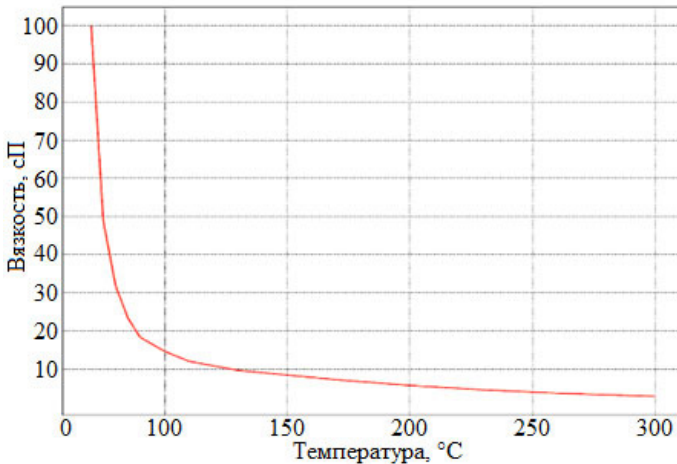


Рис. 1. Зависимость вязкости нефти от температуры

Fig. 1. Dependence of oil viscosity on temperature

Плотность воды равна $1\ 000\ \text{кг/м}^3$ при стандартных условиях в данных вариантах. С изменением давления p и температуры T плотность воды ρ_w рассчитывается по следующей формуле:

$$\rho_w = \frac{\rho_{w,ref}}{(1 - c_{w,p}(p - p_{ref})) (1 + c_{w,1,T}(T - T_{ref}) + c_{w,2,T}(T - T_{ref})^2)},$$

где $\rho_{w,ref}$ — плотность воды при выбранных значениях давления p_{ref} и температуры T_{ref} ; $c_{w,p}$ — коэффициент изотермической сжимаемости воды; $c_{w,1,T}$ — первый коэффициент теплового расширения; $c_{w,2,T}$ — второй коэффициент теплового расширения.

Для расчета принято использовать уравнение состояния Редлиха — Квонга:

$$p = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v(v + b)}.$$

Фазовые переходы моделируются при помощи уравнений, приведенных в источнике [Брусиловский, 2002].

Начальные условия

Пластовое давление на момент начала моделирования равно $1,65 \cdot 10^7$ Па во всех ячейках. Начальные значения параметров пласта во всех блоках: температура — 343 К, водонасыщенность — 0,2 д. ед., нефтенасыщенность — 0,8 д. ед.

В данных вариантах был задействован прилегающий водоносный пласт (аквифер), приток воды из которого в моделируемый пласт рассчитывается по модели Картера — Трейси. Приток воды из аквифера в модельный пласт осуществляется через боковые грани пласта.

Давление в аквифере на опорной глубине, равной 1 650 м, составляет $1,65 \cdot 10^7$ Па, сжимаемость аквифера — $9,5 \cdot 10^{-10}$ 1/Па, угол влияния аквифера — 360° (т. е. может осуществляться как приток воды из аквифера в модельный пласт, так и отток флюида из модельного пласта в аквифер).

Результаты

Проведение экспериментов

При расчете каждого варианта моделировалась закачка пароводяной смеси в пласт с постоянным расходом и паросодержанием.

В ходе численного моделирования было проведено два эксперимента:

- 1) выявление влияния удельной теплоемкости породы на распространение теплового поля при постоянной теплопроводности породы (рис. 2, 3);
- 2) выявление влияния теплопроводности породы на распространение теплового поля при постоянной удельной теплоемкости породы (рис. 4, 5).

В рамках проведения первого эксперимента были рассчитаны пять вариантов модели (№ 1–5, таблица 1). Теплопроводность породы равнялась $2,431\ \text{Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К})$ во всех пяти вариантах.

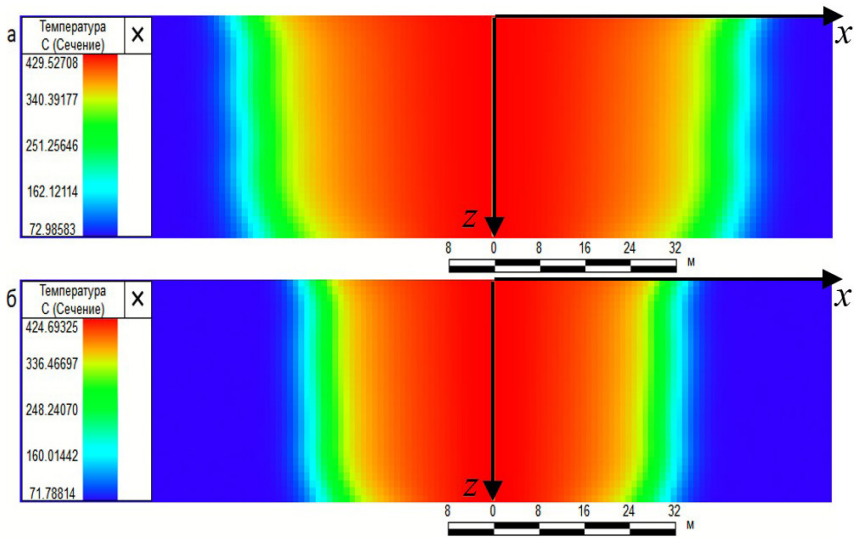


Рис. 2. Распределение теплового поля на момент окончания закачки при удельной теплоемкости породы (Дж/(м³ · К)): а — $1,5 \cdot 10^6$; б — $3,5 \cdot 10^6$

Fig. 2. Distribution of the thermal field at the time of the end of injection with a specific heat capacity of the rock (J/(m³ · K)): а — $1.5 \cdot 10^6$; б — $3.5 \cdot 10^6$

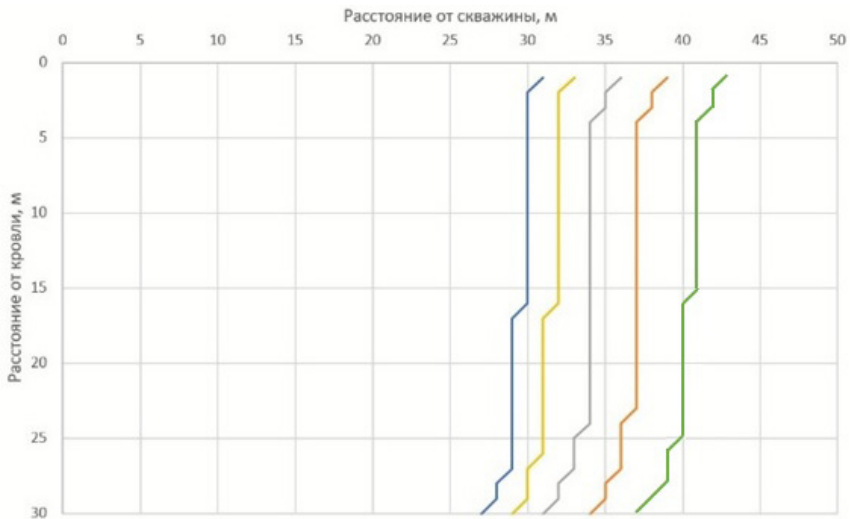


Рис. 3. Расположение тепловых фронтов, соответствующих температуре 523 К, на момент окончания закачки пароводяной смеси в пласт при разной удельной теплоемкости породы (Дж/(м³ · К)): синяя кривая — $1,5 \cdot 10^6$; желтая — $2 \cdot 10^6$; серая — $2,5 \cdot 10^6$; оранжевая — $3 \cdot 10^6$; зеленая — $3,5 \cdot 10^6$

Fig. 3. The location of the thermal fronts corresponding to the temperature of 523 K at the end of the injection of the steam-water mixture into the formation at different specific heat capacity of the rock (J/(m³ · K)): blue curve — $1.5 \cdot 10^6$; yellow — $2 \cdot 10^6$; gray — $2.5 \cdot 10^6$; orange — $3 \cdot 10^6$; green — $3.5 \cdot 10^6$

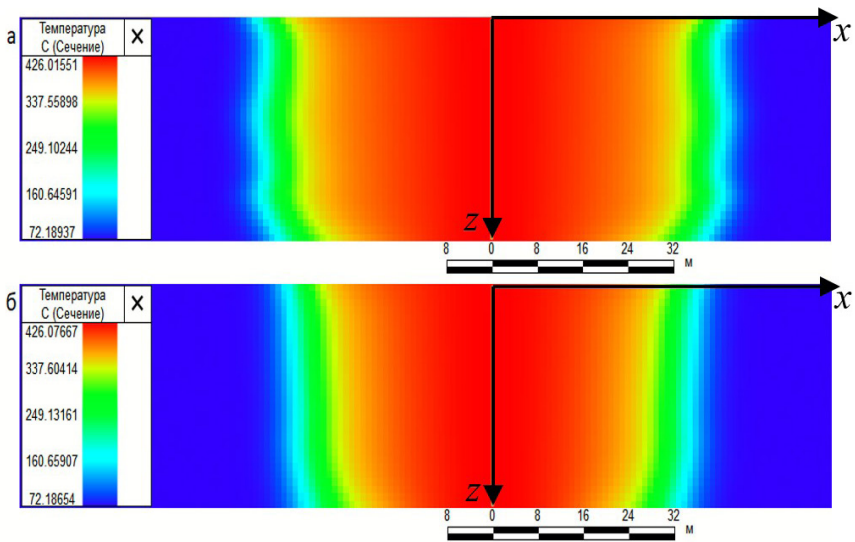


Рис. 4. Распределение теплового поля на момент окончания закачки при теплопроводности породы (Дж/(м · с · К)): а — 1,736; б — 3,125

Fig. 4. Distribution of the thermal field at the time of the end of injection with the thermal conductivity of the rock (J/(m · s · K)): а — 1.736; б — 3.125

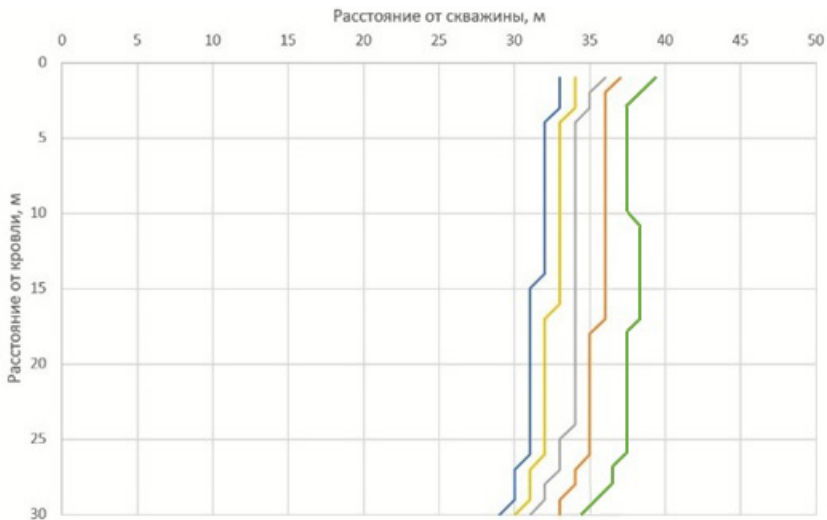


Рис. 5. Расположение тепловых фронтов, соответствующих температуре 523 К, на момент окончания закачки пароводяной смеси в пласт при разной теплопроводности породы (Дж/(м · с · К)): синяя кривая — 3,125; желтая — 2,778; серая — 2,431; оранжевая — 2,083; зеленая — 1,736

Fig. 5. The location of the thermal fronts corresponding to the temperature of 523 K at the end of the injection of the steam-water mixture into the formation at different thermal conductivity of the rock (J/(m · s · K)): blue curve — 3.125; yellow — 2.778; gray — 2.431; orange — 2.083; green — 1.736

Из результатов моделирования на рис. 2 и 3 видно, что при снижении удельной теплоемкости породы тепловой фронт продвигается дальше при том же объеме закачки теплоносителя в пласт. Это говорит о том, что при снижении удельной теплоемкости породы тепловые потери в скелет породы уменьшаются, что позволяет большему количеству теплоты продвинуться дальше в пласт и более эффективно прогреть пластовые флюиды.

Также стоит заметить, что при изменении удельной теплоемкости породы форма теплового фронта и его наклон значимо не меняются. Таким образом, конвективная составляющая теплообмена в моделируемых процессах слабо зависит от удельной теплоемкости породы.

В рамках проведения второго эксперимента были рассчитаны еще четыре варианта (№ 6–9, таблица 1). Во всех четырех вариантах удельная теплоемкость породы равнялась $2,5 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$.

Результаты моделирования на рис. 4 и 5 показывают, что при снижении теплопроводности породы тепловой фронт продвигается дальше при том же объеме закачки теплоносителя в пласт. Следовательно, при снижении теплопроводности породы количество теплоты, проходящее через скелет породы за единицу времени, снижается, что позволяет передать большее количество теплоты пластовым флюидам.

Стоит обратить внимание, что при снижении теплопроводности породы тепловой фронт становится менее ровным по вертикали, начинают проследиваться прорывы теплового фронта вблизи кровли пласта.

Описание интегральных моделей пароциклического воздействия на пласт

В работах [Шевелёв, 2005; Шевелёв и др., 2022] предлагаются две интегральные физико-математические модели пароциклического воздействия на пласт, а также подробно описываются физические процессы, происходящие в пласте при ПЦО. В первой модели [Шевелёв, 2005] прогретая зона имеет форму цилиндра, во второй [Шевелёв и др., 2022] — конуса. В частности, конусоидальная модель учитывает, что пар, имеющий значительно меньшую плотность в сравнении с нефтью, в большей степени распространяется вблизи кровли пласта. В данной статье расчеты проводятся с помощью обеих приведенных моделей и сравниваются с результатами, полученными в симуляторе tNavigator.

Вводится следующая декартова система координат: ось x направляется вниз вдоль оси скважины радиуса r_w , а ось y — вдоль радиуса фронта прогрета. Мощность пласта обозначается h . Максимальный радиус фронта прогрета конуса r_f , а цилиндра — r_{fc} . Следовательно, начальное положение границ между прогретой нефтью при температуре теплоносителя T_s и нефтью при начальной пластовой температуре T_0 конуса и цилиндра определяются в декартовой системе координат точками $(r_f, 0)$, $(0, h)$ и $(r_{fc}, 0)$, (r_{fc}, h) соответственно. С течением времени t объем прогретой области уменьшается. Мощность пласта h не изменяется в обеих моделях при охлаждении прогретой зоны. Радиус фронта прогрета конуса уменьшается от максимального значения r_f до 0, принимая промежуточные значения $r_f(t)$, а цилиндра — от r_{fc} до 0, принимая значения $r_{fc}(t)$.

Тепло пара, поступающее в нефтяной пласт с постоянным расходом Q_3 , перераспределяется на прогрев скелета породы, нефти в призабойной зоне и тепловые потери в кровлю и подошву пласта q . В рамках обеих моделей фронт прогрева уменьшается со скоростью v , при этом на фронте накапливается количество теплоты H . В случае модели, в которой форма прогретой области определяется цилиндром, когда тепло, закачиваемое в пласт, компенсируется тепловыми потерями в кровлю и подошву пласта, формируется стационарное распределение температуры; в случае конусоидальной модели теплотерями в подошву можно пренебречь. На рис. 6 схематически проиллюстрирована объемная геометрия интегральных моделей ПЦО и физических процессов, происходящих в пласте.

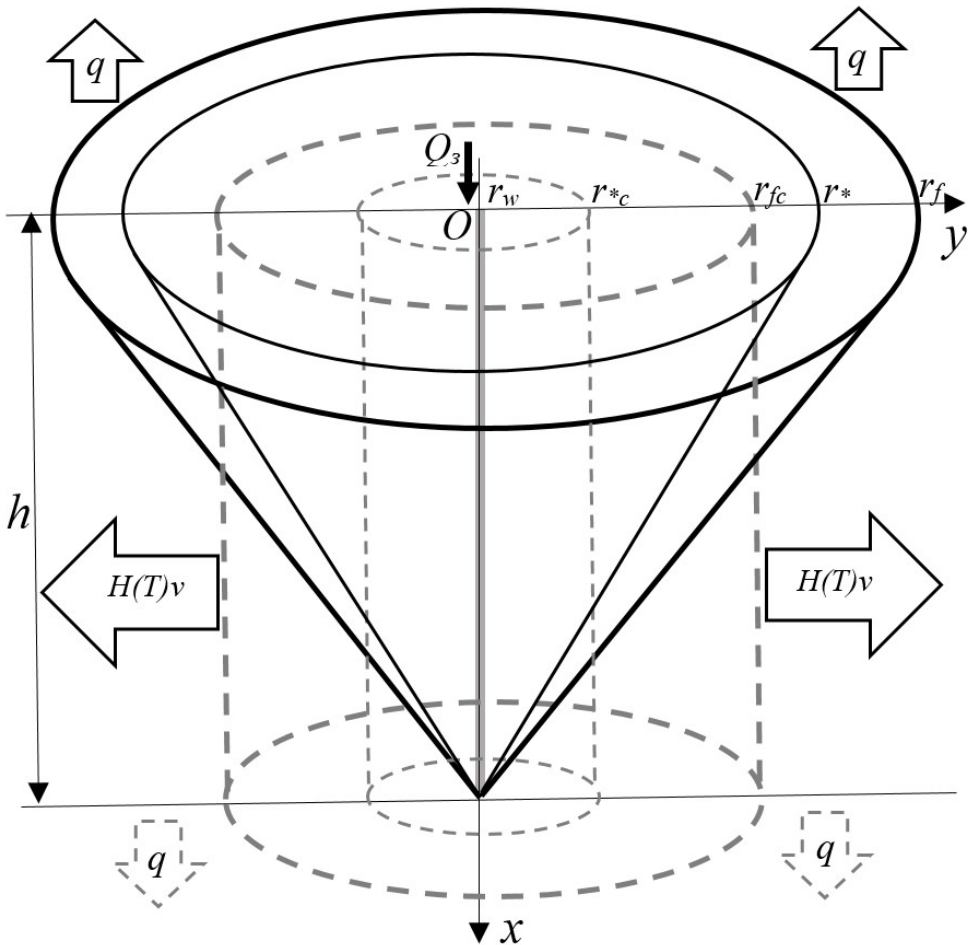


Рис. 6. Геометрия интегральных моделей ПЦО и схематическое изображение физических процессов, происходящих в пласте

Fig. 6. The geometry of the integrated models of the CSS and the schematic representation of the physical processes occurring in the reservoir

Максимальный радиус фронта прогрева для конусоидальной модели с учетом закона Ньютона — Рихмана для удельных тепловых потерь из пласта, мощности суммарных тепловых потерь из прогретой области и постоянства скорости закачки теплоносителя определяется следующим выражением [Шевелёв и др., 2022]:

$$r_f = \sqrt{\frac{2Q_3\rho_s(c_s(T_s - T_0) + l)}{\pi\alpha(T_s - T_0)} + r_w^2},$$

где ρ_s и c_s — плотность и удельная теплоемкость пара соответственно; Q_3 — постоянный объемный расход, с которым происходит закачка пара; l — скрытая удельная теплота парообразования.

Аналогично для цилиндрической геометрии области прогрева [Шевелёв, 2005]:

$$r_{fc} = \sqrt{\frac{Q_3\rho_s(c_s(T_s - T_0) + l)}{\pi\alpha(T_s - T_0)} + r_w^2}.$$

При этом коэффициент теплоотдачи определяется выражением:

$$\alpha = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{\lambda}{h},$$

где λ — коэффициент теплопроводности.

Таким образом, значения максимального радиуса фронта прогрева для конусоидальной модели [Шевелёв и др., 2022] приблизительно в 1,4 раза больше, чем для цилиндрической [Шевелёв, 2005], тем не менее объем прогретой области в цилиндрической модели в 1,5 раза больше.

Результаты, полученные с помощью интегральных моделей

Для расчетов с помощью интегральных моделей были выбраны следующие параметры: расход пароводяной смеси на забое скважины $Q_3 = 0,000\ 769\ \text{м}^3/\text{с}$; плотность пара $\rho_s = 56\ \text{кг}/\text{м}^3$; $C_s = 4\ 043\ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $T_s = 523\ \text{К}$; $T_0 = 343\ \text{К}$; $l = 2\ 300\ 000\ \text{Дж}/\text{кг}$; $r_w = 0,1\ \text{м}$. Проводилось по пять численных экспериментов для пород со следующими значениями теплопроводности λ ($\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$): 1,736; 3,125; 2,083; 2,431; 2,778.

Следует сравнить результаты, полученные с помощью интегральных моделей и tNavigator. Проиллюстрируем сравнение максимального радиуса фронта прогрева на рис. 7 для цилиндрической модели, на рис. 8 — для конусоидальной. Результаты вычислений приведены в сечении Oxy при положительных значениях координат x и y ввиду симметрии задачи.

Сравнение интегральной цилиндрической (пунктирные линии на рис. 7) и разработанной в tNavigator модели (сплошные линии на рис. 7) показывает достаточную согласованность результатов для максимального радиуса фронта прогрева. Точность согласования данных составляет 10%.

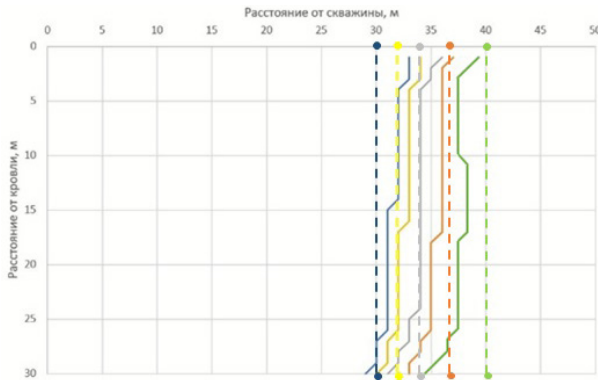


Рис. 7. Сравнение радиусов фронта прогрева, полученных с помощью гидродинамической модели в tNavigator и интегральной цилиндрической модели. Пунктирные линии — результаты, полученные для цилиндрической модели, сплошные — для модели в tNavigator. Значения теплопроводности (Дж/(м · с · К)): синие линии — 3,125; желтые — 2,778; серые — 2,431; оранжевые — 2,083; зеленые — 1,736

Fig. 7. Comparison of the radii of the heating front obtained using the hydrodynamic model in tNavigator and the integral cylindrical model. Dotted lines are the results obtained for the cylindrical model, solid lines are for the model in tNavigator. Thermal conductivity value (J/(m · s · K)): blue lines — 3.125; yellow — 2.778; gray — 2.431; orange — 2.083; green — 1.736

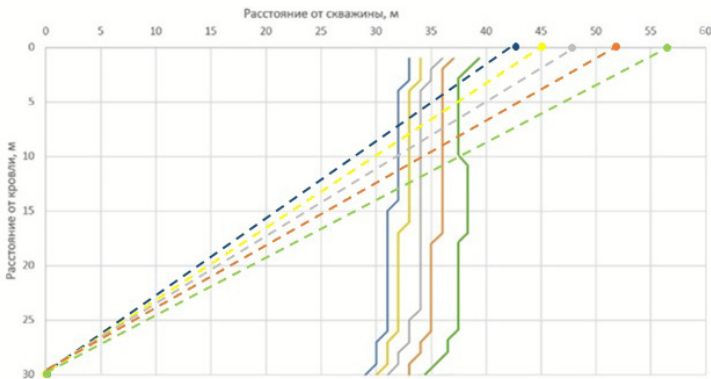


Рис. 8. Сравнение радиусов фронта прогрева, полученных с помощью гидродинамической модели в tNavigator и интегральной конусоидальной модели. Пунктирные линии — результаты, полученные для конусоидальной модели, сплошные — для модели в tNavigator. Значения теплопроводности (Дж/(м · с · К)): синие линии — 3,125; желтые — 2,778; серые — 2,431; оранжевые — 2,083; зеленые — 1,736

Fig. 8. Comparison of the radii of the heating front obtained using the hydrodynamic model in tNavigator and the integral conusoidal model. Dotted lines are the results obtained for the conusoidal model, solid lines are for the model in tNavigator. Thermal conductivity value (J/(m · s · K)): blue lines — 3.125; yellow — 2.778; gray — 2.431; orange — 2.083; green — 1.736

Из сравнения интегральной конусоидальной модели и модели, разработанной в tNavigator, следует отметить, что при высоких скоростях закачки пара в пласт фронт продвигается дальше относительно скважины, и конвективные явления вносят меньший вклад в это движение. Поэтому модель, рассчитанная в tNavigator, более точно описывает максимальный радиус фронта прогрева для данного случая.

Обсуждение

Рассмотрим аппроксимацию для определения дополнительной накопленной добычи нефти с помощью интегральной модели пароциклического воздействия.

Пусть вводится предположение, что значение дополнительной накопленной добычи $V_{\text{доп. накоп}}$ зависит от удельной теплоемкости теплоносителя c_s и скрытой удельной теплоты парообразования l следующим образом:

$$V_{\text{max}} = k_1 c_s + k_2 c_s^2 + k_3 c_s^3 + k_4 c_s^4 + k_5 c_s^5 + k_6 l + k_7 l^2 + k_8 l^3 + k_9 l^4 + k_{10} l^5 + k_{11}, \quad (1)$$

где коэффициенты k_j (индекс j изменяется от 1 до 11) подлежат определению.

С целью вычислить коэффициенты k_j необходимо рассчитать в первую очередь дополнительную накопленную добычу нефти с помощью интегральной цилиндрической модели в зависимости от скрытой удельной теплоты парообразования l (Дж/кг) и удельной теплоемкости теплоносителя c_s (Дж/(кг · К)). Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Значения дополнительной накопленной добычи нефти (в тоннах), рассчитанные с использованием интегральной цилиндрической модели, при удельной теплоте парообразования l (Дж/кг) и удельной теплоемкости теплоносителя c_s (Дж/(кг · К))

Table 2. Values of additional accumulated oil production (in tons) calculated using the integral cylindrical model, with a specific heat of vaporization l (J/kg) and a specific heat capacity of the coolant c_s (J/(kg · K))

c_s/l	1 300 000	2 300 000	4 300 000	6 200 000	8 200 000	10 000 000
500	8 860*	9 757	11 023	11 892	12 623	13 180
1 000	9 042	9 882	11 103	11 954	12 674*	13 224
1 500	9 213	10 002	11 182	12 015	12 724	13 267
2 000	9 375	10 118	11 259	12 075	12 774	13 311
2 500	9 529	10 230	11 335*	12 134	12 823	13 354
3 000	9 676	10 339	11 409	12 193	12 872	13 397*
3 500	9 816	10 445	11 483	12 251	12 920	13 439
4 000	9 950	10 547*	11 554	12 308	12 968	13 481
4 200	10 002	10 587	11 583	12 331	12 987	13 498
4 500	10 079	10 647	11 625	12 365*	13 015	13 522
4 800	10 154	10 705	11 667	12 398	13 043	13 547
5 000	10 203	10 744	11 694	12 421	13 062	13 564

Окончание таблицы 2

Table 2 (end)

$c_s / \text{л}$	12 000 000	14 000 000	16 000 000	18 000 000	20 000 000	22 000 000
500	13 720	14 201	14 635	15 033*	15 401	15 744
1 000	13 759	14 236	14 667	15 062	15 428	15 769
1 500	13 798	14 270	14 698	15 091	15 455	15 794
2 000	13 836	14 305	14 730	15 120	15 482*	15 820
2 500	13 874	14 339	14 761	15 149	15 509	15 845
3 000	13 912	14 373	14 792	15 178	15 535	15 870
3 500	13 949	14 407	14 823*	15 206	15 562	15 895
4 000	13 986	14 440	14 854	15 234	15 588	15 920
4 200	14 001	14 454	14 866	15 246	15 599	15 930
4 500	14 023	14 474	14 884	15 263	15 615	15 944
4 800	14 045	14 494	14 903	15 280	15 631	15 959*
5 000	14 060*	14 507	14 915	15 291	15 641	15 969

* Значения дополнительной накопленной добычи нефти, рассчитанные при выбранных модельных значениях удельной теплоемкости теплоносителя и скрытой удельной теплоты парообразования.

* The values of additional cumulative oil production calculated for the selected model values of the specific heat capacity of the heat carrier and the specific heat of vaporization.

Далее необходимо составить систему из 11 уравнений вида (1). В каждом из уравнений системы имеется 11 неизвестных с первой степенью. Такие уравнения решаются с помощью классического метода Гаусса для систем линейных алгебраических уравнений. Выбор этого метода обусловлен тем, что он позволяет получить аналитическое решение при более простых преобразованиях, чем у других методов.

Алгоритм метода заключается в следующем:

- 1) в уравнение (1) подставляются точки, отмеченные (*) в таблице 2;
- 2) прямым ходом метода Гаусса исключаются неизвестные, остается одно уравнение с одной переменной;
- 3) обратным ходом метода Гаусса находятся переменные.

В результате расчетов получают следующие значения коэффициентов:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= -8,401 \cdot 10^{-14} \text{ м}^3 \cdot \text{кг} / \text{Дж}; \\
 k_2 &= 1,026 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3 \cdot (\text{кг} / \text{Дж})^2; \\
 k_3 &= -4,206 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 \cdot (\text{кг} / \text{Дж})^3; \\
 k_4 &= 6,104 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot (\text{кг} / \text{Дж})^4; \\
 k_5 &= -7,05 \cdot 10^{-1} \text{ м}^3 \cdot (\text{кг} / \text{Дж})^5; \\
 k_6 &= 5,73 \cdot 10^{-33} \text{ м}^3 \cdot (\text{кг} \cdot \text{К}) / \text{Дж}; \\
 k_7 &= -2,787 \text{ 51} \cdot 10^{-25} \text{ м}^3 \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^2 / \text{Дж}^2;
 \end{aligned}$$

$$k_8 = 2,07 \cdot 10^{-18} \text{ м}^3 \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^3 / \Delta\text{ж}^3;$$

$$k_9 = 3,51 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^4 / \Delta\text{ж}^4;$$

$$k_{10} = 7,84 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3 \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^5 / \Delta\text{ж}^5;$$

$$k_{11} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ м}^3.$$

На рис. 9 представлен график зависимости дополнительной накопленной добычи нефти в зависимости от теплофизических параметров теплоносителя с использованием результатов, указанных в таблице 2, и уравнения поверхности (1).

Таким образом, уравнение (1) позволяет определять дополнительную накопленную добычу нефти с учетом теплофизических параметров теплоносителя, а значит, предоставляет возможность подобрать теплоноситель для получения максимальной эффективности разработки месторождения.

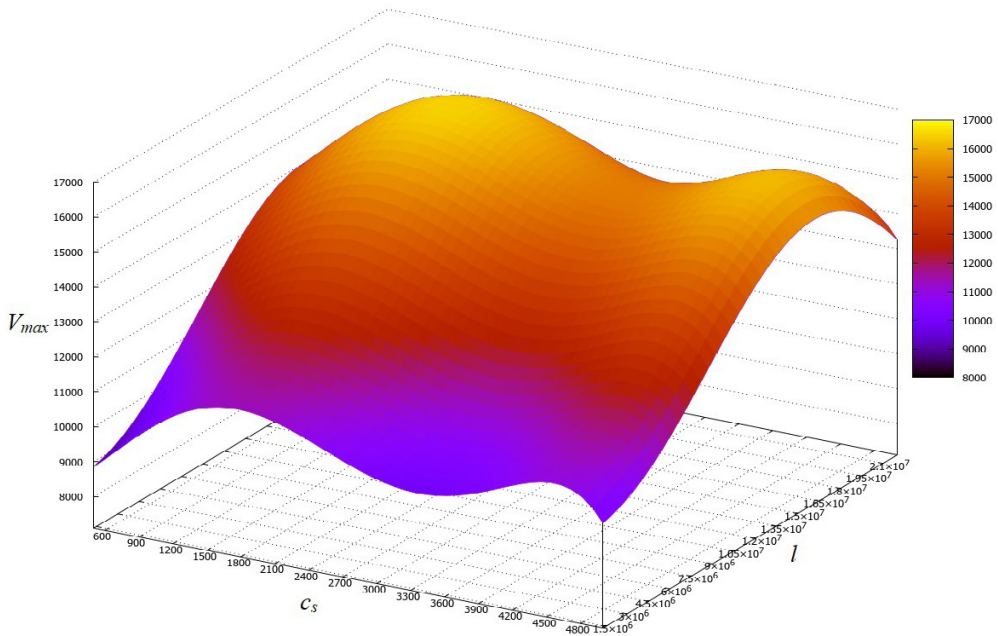


Рис. 9. График зависимости дополнительной накопленной добычи нефти в зависимости от теплофизических параметров теплоносителя

Fig. 9. Graph of the dependence of additional accumulated oil production depending on the thermophysical parameters of the heat carrier

Заключение

Таким образом, в работе представлена гидродинамическая модель, разработанная в tNavigator, позволяющая определять геометрию прогретой области при пароциклическом воздействии на пласт. Проанализировано влияние удельной теплоты парообразования и удельной теплоемкости теплоносителя на развитие теплового поля.

Показано, что с увеличением значения теплопроводности породы объем прогретой области уменьшается, а с увеличением удельной теплоемкости — увеличивается. Установлено, что значения для радиуса фронта прогрета, полученные по предлагаемой и интегральным моделям, согласуются с точностью 10%. Предложена аппроксимация для определения значения дополнительной накопленной добычи в зависимости от теплофизических параметров теплоносителя.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Антониади Д. Г., Гарушев А. Р., Ишиханов В. Г. 2000. Настольная книга по термическим методам добычи нефти. Краснодар: Советская Кубань. 462 с.
- Брусиловский А. И. 2002. Фазовые превращения при разработке месторождений нефти и газа. М.: Грааль. 575 с.
- Бурже Ж., Сурио П., Комбарну М. 1989. Термические методы повышения нефтеотдачи пластов. М.: Недра. 422 с.
- ГОСТ Р 51069—97. 2008. Нефть и нефтепродукты. Метод определения плотности, относительной плотности и плотности в градусах API ареометром. М.: Стандартинформ. 8 с.
- Каневская Р. Д. 2002. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований. 140 с.
- Осипов А. В., Соломатин А. Г. 2011. Влияние продолжительности периода добычи нефти на эффективность паротепловых обработок призабойных зон скважин // Бурение и нефть. № 2. С. 42–44.
- Сергеев Р. В. 1981. Тепловые методы воздействия на призабойную зону пласта месторождений тяжелых и высоковязких нефтей // Нефтепромысловое дело. № 16.
- Шевелёв А. П. 2005. Математическое моделирование циклического теплового воздействия на нефтяные пласты: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Тюмень: Тюменский гос. ун-т. 23 с.
- Шевелёв А. П., Фёдоров К. М., Гильманов А. Я. 2022. Оптимизация пароциклического воздействия на нефтяной пласт // Актуальные проблемы нефтегазовой отрасли. М.: Нефтяное хозяйство. С. 181–195.
- Abd El-Moniem M. 2020. Heavy oil production, Review paper // Emirates Journal for Engineering Research. Vol. 25. No. 4. Article 5. <https://scholarworks.uaeu.ac.ae/ejer/vol25/iss4/5> (дата обращения: 05.06.2023).
- Chen F, Liu H., Dong X., Wang Y., Zhang Q., Zhao D., Gai P., Yin F., Qu L. 2019. A new analytical model to predict oil production for cyclic steam stimulation of horizontal wells // SPE Western Regional Meeting (23–26 April 2019, San Jose, California, USA). Paper SPE-195291-MS. <https://doi.org/10.2118/195291-MS>
- Hasan M. M. 2021. Various techniques for enhanced oil recovery: A review // Iraqi Journal of Oil and Gas Research. Vol. 2. No. 1. Pp. 83–97. <https://doi.org/10.55699/ijogr.2022.0201.1018>
- Jones J. 1977. Cyclic steam reservoir model for viscous oil, pressure depleted gravity drainage reservoirs // SPE California Regional Meeting (13–15 April 1977, Bakersfield, California). Paper SPE-6544-MS. <https://doi.org/10.2118/6544-MS>

- Lauwerier H. A. 1955. The transport of heat in an oil layer caused by the injection of hot fluid // Applied Scientific Research, Section A. Vol. 5. No. 2. Pp. 145–150. <https://doi.org/10.1007/BF03184614>
- Liu J., Zhong L., Hao T., Liu Y. 2022. Study on flow characteristics of produced fluid in Bohai Oil-field cycle steam stimulated heavy oil reservoir // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Vol. 966. Article 012006. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/966/1/012006>
- Marx J. W., Langenheim R. H. 1959. Reservoir heating by hot fluid injection // Petroleum Transactions, AIME. Vol. 216. No. 1. Pp. 312–315. <https://doi.org/10.2118/1266-G>
- Santiago C. J., Kantzas A. 2020. On the role of molecular diffusion in modelling enhanced recovery in unconventional condensate reservoirs // SPE Europec (1–3 December 2020, Virtual). Paper SPE-200596-MS. <https://doi.org/10.2118/200596-MS>
- Savchik M. B., Ganeeva D. V., Raspopov A. V. 2020. Efficiency improvement of the cyclic steam treatment of wells in the Upper Permian deposit of the Usinskoye field based on the hydrodynamic model // Perm Journal of Petroleum and Mining Engineering. Vol. 20. No. 2. Pp. 137–149. <https://doi.org/10.15593/2224-9923/2020.2.4>
- Suranto A. M., Putradianto R. R., Rizqi Al Asy'ari M., Lukmana H. A. 2022. An investigation of novel technique cyclic steam-solvent stimulation using horizontal well to escalate heavy oil production // Journal of Earth Energy Engineering. Vol. 11. No. 2. Pp. 60–68. <https://doi.org/10.25299/jeee.2022.8130>
- Swadesi B., Suranto S., Widiyaningsih I., Jani M. 2020. Optimization study of integrated scenarios on cyclic steam stimulation (CSS) using CMG STARS simulator // Journal of Petroleum and Geothermal Technology. Vol. 1. No. 1. Pp. 8–14. <https://doi.org/10.31315/jpgt.v1i1.3315>
- Vishnumolakala N., Zhang J., Ismail N. B. 2020. A comprehensive review of enhanced oil recovery projects in Canada and recommendations for planning successful future EOR projects // SPE Canada Heavy Oil Conference (28 September — 2 October 2020, Virtual). Paper SPE-199951-MS. <https://doi.org/10.2118/199951-MS>
- Yang X., Zhao H., Zhang B., Zhao Q., Cheng Y., Zhang Y., Li Y. 2022. Displacement characteristics and produced oil properties in steam flood heavy oil process // Energies. Vol. 15. No. 17. Article 6246. <https://doi.org/10.3390/en15176246>

References

- Antoniadi, D. G., Garushev, A. R., & Ishikhanov, V. G. (2000). *A handbook on thermal methods of oil production*. Sovetskaya Kuban. [In Russian]
- Brusilovsky, A. I. (2002). *Phase transformations in the development of oil and gas fields*. Graal. [In Russian]
- Bourget, J., Surio, P., & Kombarnu, M. (1989). *Thermal methods of enhanced oil recovery*. Nedra. [In Russian]
- GOST R 51069—97. (2008). *Crude petroleum and petroleum products. Determination of density, relative density and API gravity. Hydrometer method*. Standartinform. [In Russian]
- Kanevskaya, R. D. (2002). *Mathematical modeling of hydrodynamic processes of development of hydrocarbon reserves*. Institute of Computer Research. [In Russian]
- Osipov, A. V., & Solomatina, A. G. (2011). Influence of oil recovery cycle duration on steam treatment efficiency of wellbore zone. *Drilling and Oil*, (2), 42–44. [In Russian]

- Sergeev, R. V. (1981). Thermal methods of influence on the bottom-hole zone of layer of heavy and high-viscosity oil deposits. *Oilfield Engineering*, 16. [In Russian]
- Shevelev, A. P. (2005). *Mathematical modeling of cyclic thermal effects on oil reservoirs* [Cand. Sci. (Phys.-Math.) abstract of the dissertation, University of Tyumen]. [In Russian]
- Shevelev, A. P., Fedorov, K. M., & Gilmanov, A. Ya. (2022). Optimization of cyclic steam stimulation of oil reservoir. In *Actual Problems of Oil Industry* (pp. 181–195). Oil Industry. [In Russian]
- Abd El-Moniem, M. (2020). Heavy oil production, Review paper. *Emirates Journal for Engineering Research*, 25(4), Article 5. Retrieved June 5, 2023, from <https://scholarworks.uaeu.ac.ae/ejer/vol25/iss4/5>
- Chen, F., Liu, H., Dong, X., Wang, Y., Zhang, Q., Zhao, D., Gai, P., Yin, F., & Qu, L. (April 23–26, 2019). *A new analytical model to predict oil production for cyclic steam stimulation of horizontal wells* [Conference paper SPE-195291-MS]. SPE Western Regional Meeting, San Jose, California, USA. <https://doi.org/10.2118/195291-MS>
- Hasan, M. M. (2021). Various techniques for enhanced oil recovery: A review. *Iraqi Journal of Oil and Gas Research*, 2(1), 83–97. <https://doi.org/10.55699/ijogr.2022.0201.1018>
- Jones, J. (April 13–15, 1977). *Cyclic steam reservoir model for viscous oil, pressure depleted gravity drainage reservoirs* [Conference paper SPE-6544-MS]. SPE California Regional Meeting, Bakersfield, California. <https://doi.org/10.2118/6544-MS>
- Lauwerier, H. A. (1955). The transport of heat in an oil layer caused by the injection of hot fluid. *Applied Scientific Research, Section A*, 5(2), 145–150. <https://doi.org/10.1007/BF03184614>
- Liu, J., Zhong, L., Hao, T., & Liu, Y. (2022). Study on flow characteristics of produced fluid in Bohai Oilfield cycle steam stimulated heavy oil reservoir. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 966, Article 012006. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/966/1/012006>
- Marx, J. W., & Langenheim, R. H. (1959). Reservoir heating by hot fluid injection. *Petroleum Transactions, AIME*, 216(1), 312–315. <https://doi.org/10.2118/1266-G>
- Santiago, C. J., & Kantzas, A. (December 1–3, 2020). *On the role of molecular diffusion in modelling enhanced recovery in unconventional condensate reservoirs* [Conference paper SPE-200596-MS]. SPE Europec, Virtual. <https://doi.org/10.2118/200596-MS>
- Savchik, M. B., Ganeeva, D. V., & Raspopov, A. V. (2020). Efficiency improvement of the cyclic steam treatment of wells in the Upper Permian deposit of the Usinskoye field based on the hydrodynamic model. *Perm Journal of Petroleum and Mining Engineering*, 20(2), 137–149. <https://doi.org/10.15593/2224-9923/2020.2.4>
- Suranto, A. M., Putradianto, R. R., Rizqi Al Asy'ari, M., & Lukmana, H. A. (2022). An investigation of novel technique cyclic steam-solvent stimulation using horizontal well to escalate heavy oil production. *Journal of Earth Energy Engineering*, 11(2), 60–68. <https://doi.org/10.25299/jeee.2022.8130>
- Swadesi, B., Suranto, S., Widiyaningsih, I., & Jani, M. (2020). Optimization study of integrated scenarios on cyclic steam stimulation (CSS) using CMG STARS simulator. *Journal of Petroleum and Geothermal Technology*, 1(1), 8–14. <https://doi.org/10.31315/jpgt.v1i1.3315>
- Vishnumolakala, N., Zhang, J., & Ismail, N. B. (September 28–October 2, 2020). *A comprehensive review of enhanced oil recovery projects in Canada and recommendations for planning successful future EOR projects* [Conference paper SPE-199951-MS]. <https://doi.org/10.2118/199951-MS>

Yang, X., Zhao, H., Zhang, B., Zhao, Q., Cheng, Y., Zhang, Y., & Li, Y. (2022). Displacement characteristics and produced oil properties in steam flood heavy oil process. *Energies*, 15(17), Article 6246. <https://doi.org/10.3390/en15176246>

Информация об авторах

Александр Янович Гильманов, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры моделирования физических процессов и систем, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.y.gilmanov@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7115-1629>

Татьяна Николаевна Ковальчук, аспирант, ассистент кафедры моделирования физических процессов и систем, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
t.n.kovalchuk@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0001-1582-2176>

Родион Максимович Скобликов, студент бакалавриата, кафедра моделирования физических процессов и систем, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
skoblikov.rodion@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0007-2241-246X>

Антон Олегович Фёдоров, студент магистратуры, кафедра моделирования физических процессов и систем, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
stud0000126277@study.utmn.ru, <https://orcid.org/0009-0001-8253-9637>

Ёсинджон Назирджонович Ходжиев, делопроизводитель кафедры алгебры и математической логики, Институт математики и компьютерных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
y.n.khodzhiev@utmn.ru, <https://orcid.org/0009-0002-5304-9177>

Александр Павлович Шевелёв, кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры моделирования физических процессов и систем, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.p.shevelev@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0017-4871>

Information about the authors

Alexander Ya. Gilmanov, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Lecturer, Department of Modeling of Physical Processes and Systems, Institute of Physics and Technology, University of Tyumen, Tyumen, Russia
a.y.gilmanov@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7115-1629>

Tatiana N. Kovalchuk, Postgraduate Student, Assistant, Department of Modeling of Physical Processes and Systems, Institute of Physics and Technology, University of Tyumen, Tyumen, Russia
t.n.kovalchuk@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0001-1582-2176>

Rodion M. Skoblikov, Undergraduate Student, Department of Modeling of Physical Processes and Systems, Institute of Physics and Technology, University of Tyumen, Tyumen, Russia
skoblikov.rodion@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0007-2241-246X>

Anton O. Fedorov, Master Student, Department of Modeling of Physical Processes and Systems, Institute of Physics and Technology, University of Tyumen, Tyumen, Russia
stud0000126277@study.utmn.ru, <https://orcid.org/0009-0001-8253-9637>

Yesinjon N. Khodzhiev, Clerk, Department of Algebra and Mathematical Logic, Institute of Mathematics and Computer Science, University of Tyumen, Tyumen, Russia
y.n.khodzhiev@utmn.ru, <https://orcid.org/0009-0002-5304-9177>

Alexander P. Shevelev, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Professor, Department of Modeling of Physical Processes and Systems, Institute of Physics and Technology, University of Tyumen, Tyumen, Russia
a.p.shevelev@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0017-4871>