

Сергей Викторович СТЕПАНОВ<sup>1</sup>  
Александр Борисович ШАБАРОВ<sup>2</sup>  
Георгий Сергеевич БЕМБЕЛЬ<sup>3</sup>

УДК 681.5:622.276

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ  
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ  
МЕЖФАЗНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ  
В КАПИЛЛЯРНОМ КЛАСТЕРЕ**

<sup>1</sup> кандидат физико-математических наук, доцент,  
Тюменский государственный университет;  
старший эксперт ООО «ТННЦ»  
svstepanov@rosneft.ru

<sup>2</sup> доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой механики многофазных систем,  
Тюменский государственный университет  
shabarovab@gmail.com

<sup>3</sup> аспирант, Тюменский государственный университет  
bembel\_gsr@mail.ru

**Аннотация**

В статье рассматривается оригинальная вычислительная технология для определения функции межфазного взаимодействия, используемая при расчете относительных фазовых проницаемостей воды и нефти на основе обобщенных уравнений Бернулли. Определение функции межфазного взаимодействия основывается на математическом моделировании четочного течения воды и нефти в пористой среде, представимой в виде кластера осесимметричных капилляров. В рамках такой модели реше-

---

**Цитирование:** Степанов С. В. Вычислительная технология для определения функции межфазного взаимодействия на основе моделирования течения в капиллярном кластере / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров, Г. С. Бембель // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 1. С. 63-71.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-63-71

---

ние задачи сводится к численному решению системы уравнений Навье-Стокса методом объема флюидов с использованием функции поверхностной силы для учета капиллярного давления на менисках. Показано, что разработанная технология позволяет проводить расчет функции межфазного взаимодействия для разных капиллярных чисел.

#### Ключевые слова

Относительная фазовая проницаемость, математическое моделирование.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-63-71

#### Введение

Анализ и проектирование разработки месторождений углеводородов, как известно, во многом опирается на результаты математического моделирования, например, с использованием гидродинамических симуляторов (ГДМ). Качество ГДМ, в свою очередь, во многом зависит от обоснованности используемых функций относительных фазовых проницаемостей (ОФП). Обоснованность ОФП в ГДМ связана с количеством и качеством исходной информации о фазовой проницаемости пластов-коллекторов, что, как показывает практика гидродинамического моделирования, всегда является проблемным вопросом.

Такая ситуация связана не только с длительностью, трудоемкостью и стоимостью лабораторных исследований ОФП, но и с тем, что

- 1) для некоторых пород и флюидов невозможно проводить лабораторные потоковые исследования (например, для слабоконсолидированных пород);
- 2) необходимо иметь данные по ОФП, полученные для различных флюидных систем в единичных физических моделях пласта (это не всегда возможно по причине фатального изменения свойств модели пласта в ходе экспериментов).

Кроме этого, при численном гидродинамическом моделировании существуют проблемы, связанные с

- 1) ремасштабированием лабораторных данных от масштаба керна до размеров расчетных ячеек;
- 2) неопределенностью в задании свойств моделируемого объекта, причем не только в межскважинном пространстве, но и в призабойных зонах пласта;
- 3) наличием эффектов, связанных с численным решением уравнений многофазной фильтрации и недостаточной дискретизацией расчетных сеток.

В этой связи актуальным является развитие не только лабораторных методов получения ОФП, но и вычислительных технологий, основанных на использовании промысловых данных [5] или основанных на моделировании пластовых многофазных процессов на уровне пустотного пространства горной породы (микромоделирование). Отметим, что направление микромоделирования для получения ОФП активно развивается, однако, на сегодняшний день не су-

существует надежных и/или вычислительно эффективных решений. Так, согласно устному сообщению представителя одной из крупных компаний, в которой разработан симулятор микромоделирования, использование уравнений Навье-Стокса требует использования суперкомпьютеров, а сами расчеты для области моделирования ориентировочно объемом 1 мм<sup>3</sup> могут занимать несколько дней.

В противоположность численному микромоделированию, основанному на использовании уравнений Навье-Стокса, значительно более быстродействующим подходом является использование поровых сетевых моделей [8]. Качество расчета ОФП с использованием решения уравнений Навье-Стокса, сетевых моделей и других подходов в значительной мере зависит от того, насколько корректно описывается межфазное взаимодействие, в частности, от того, насколько корректно заданы свойства каждого отдельного капилляра, а именно геометрия капилляров и их смачиваемость.

Для понимания смачиваемости стенок капилляров необходимо знать пространственное распределение минералов, из которых сформирована горная порода. Отметим, что на сегодняшний день отсутствует надежный способ идентификации пространственного распределения минерального состава, а существуют только опытные работы, например, [15]. В этой связи актуальным является разработка быстродействующей технологии для исследования межфазного взаимодействия, которая могла бы учесть существующие неопределенности как в конфигурации капиллярных каналов, так и их смачиваемости.

### **Технология расчета ФМВ**

В качестве основы возьмем метод расчета ОФП, в котором стационарное двухфазное течение в кластере капиллярных каналов моделируется путем решения обобщенных уравнений Бернулли [6]. Как видно из результатов расчетов, метод позволяет рассчитать функции ОФП достаточно близкие к лабораторно полученным, причем приемлемого качества расчетных ОФП можно добиться за счет настройки параметров введенной в данный метод расчета специальной колоколообразной функции межфазного взаимодействия (ФМВ). Очевидно, что для целей расчета ОФП кернов, которые не могут быть исследованы в лабораторном потоковом эксперименте, ФМВ необходимо каким-то способом определять заранее. В данной статье рассматривается расчетный метод определения ФМВ.

Как известно, межфазное взаимодействие в пустотном пространстве горных пород-коллекторов отражается на механизме течения многофазной жидкости, который может быть либо струйным, либо четочным (капельным), либо струйным и четочным [2]. Далее рассмотрим способ расчета ФМВ в предположении о четочном механизме течения. В общем случае на четочное течение влияют разные факторы, но, поскольку перемещение капель в капиллярных каналах связано с деформацией капель, то значимость межфазного взаимодействия будет во многом обуславливаться эффектом Жамена [3; 4]. Так, согласно [3], «появ-

ляющиеся при чередовании капель воды и нефти силы межфазного натяжения порождают фазовые проницаемости».

Для расчета ФМВ при изотермическом течении двухфазной жидкости, состоящей из несмешивающихся несжимаемых воды и нефти, примем два допущения:

- 1) пустотное пространство горной породы можно представить как кластер — совокупность непересекающихся горизонтально ориентированных осесимметричных прямолинейных капилляров переменного сечения, при этом формирование геометрии каналов можно осуществить на основе статистических данных о размерах пор, получаемых при обработке кривых капиллярного давления;
- 2) в каждом капилляре реализуется четочный характер движения без дополнительного дробления капель.

Допущение о не пересечении капиллярных каналов основывается на результатах расчета по методу, изложенному в [6], где получено, что основной вклад в формирование кривых ОФП происходит за счет межфазного взаимодействия в магистральных каналах. В рамках четочного течения это означает наличие перепадов давления при движении капель через поровые сужения и расширения. Такие перепады давления могут выступать как фактор сопротивления течению, например, для проталкивания капли смачивающей фазы в расширение капиллярного канала или как фактор, способствующий течению, например, при самопроизвольном продвижении капли смачивающей жидкости в сужение капиллярного канала.

Точный расчет движения границ капель (менисков) в капиллярном канале требует решения уравнений Навье-Стокса, что позволяет определить поле скоростей. Согласно расчетам, для цилиндрического капилляра параболический профиль скорости нарушается только в окрестности мениска [13]. Для более сложных каналов картина поля скоростей может быть весьма сложной [10], что для даже незначительного элемента пористой среды, как это указано выше, требует колоссальных вычислительных ресурсов. При упрощенном описании четочного течения в отдельных капиллярах и капиллярных сетях используют более простой подход, при котором в общем перепаде давления на капилляре учитываются потери давления для каждой капли или пузырька [7; 9; 14].

Для расчета ФМВ как функции, характеризующей свойства пористой среды, представимой в виде кластера капилляров, можно использовать уравнения квазиодномерного течения в следующем виде:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \alpha v}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 (vv)}{\partial x^2} + v \frac{8Q}{\pi R^4} - \frac{\partial \left( \frac{p}{\rho^0} \right)}{\partial x} - \frac{\partial p_c / \rho_o^0}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

В уравнениях (1, 2)  $v$  — средняя по поперечному сечению скорость,  $\rho$  — плотность,  $\mu$  — динамическая вязкость,  $p$  — давление,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $p_c$  — капиллярное давление,  $Q$  — расход жидкости в капилляре,  $R$  — радиус капилляра. Функция объемной доли  $\alpha$  в уравнении (1) принимает значения 0 или 1, т. е. является индикаторной функцией, следовательно, величины плотности и вязкости подразумевают их представление в следующем виде:

$$\rho(x) = \alpha(x)\rho_o^0 + (1 - \alpha(x))\rho_w^0.$$

Отметим, что в рамках рассматриваемого четочного характера течения использование уравнения (1) означает моделирование положения межфазной границы методом объема флюидов (Volume-of-Fluid) [10; 12] и подразумевает, что граница раздела фаз является четкой. При таком подходе слагаемое  $\frac{\partial p_c / \rho_o^0}{\partial x}$  отвечает за действие капиллярной силы, причем предполагается, что в капиллярном канале действует так называемая функция поверхностной силы капиллярного давления. Функция поверхностной силы капиллярного давления принимает ненулевые значения на менисках и тем самым позволяет учесть скачок капиллярного давления на границах капель при их деформировании. Применительно к отдельной капле величину эффекта Жамена можно оценить по формуле

$$\delta p_c = 2\sigma \left( \frac{\cos \theta_1}{R_1} - \frac{\cos \theta_2}{R_2} \right),$$

где  $\sigma$  — коэффициент межфазного натяжения, индексы 1 и 2 обозначают две границы раздела фаз. Данная формула учитывает разные отступающий и наступающий краевые углы смачивания  $\theta$  и изменение радиуса канала  $R$ .

Поскольку полученные уравнения записаны для отдельных капилляров, граничные условия формируются таким образом, чтобы позволять одновременно достичь стационарного режима течения в капиллярном кластере и при этом учесть четочный характер течения. Подробно методика расчета четочного течения в капиллярном кластере описана в [1].

### Пример расчета ФМВ

Разработанный метод реализован в виде компьютерной программы и позволяет рассчитывать ФМВ как функцию зависимости перепада давления от водонасыщенности при разных капиллярных числах (рис. 1). Отметим, что зависимость перепада давления для отдельных капель (пузырьков) от капиллярного числа также отмечается в работах [7; 14]. Созданная компьютерная программа протестирована на аналитических примерах движения мениска и капли в единичном капилляре — результаты численных расчетов показали относительное отклонение от результатов аналитических расчетов в пределах 1%. Расчет стационарного течения в капиллярном кластере с использованием обычного персонального компьютера занимает несколько минут, что делает возможным решение различных задач, связанных с анализом неопределенности в структуре и свойствах пустотного пространства, выражаемой (в данном случае) в конфигурации капиллярных каналов и в их смачиваемости.

Графики на рис. 1 получены при изменении капиллярного числа посредством изменения коэффициента межфазного натяжения. Поскольку коэффициент межфазного натяжения для вычисления капиллярного давления является множителем к косинусу краевого угла смачивания, разработанный метод, очевидно, позволяет учитывать и различие в минеральном составе стенок капилляров, что важно для учета неопределенности в идентификации зерен горной породы.

Из рис. 1 видно, что ФМВ помимо своего смещения вверх или вниз еще и деформируются, т. е. для фиксированного значения насыщенности уменьшение капиллярного числа приводит к увеличению значения ФМВ. Следовательно, при уменьшении капиллярного числа ОФП будут также уменьшаться. Данный факт согласуется со множеством экспериментальных данных, например, [11].

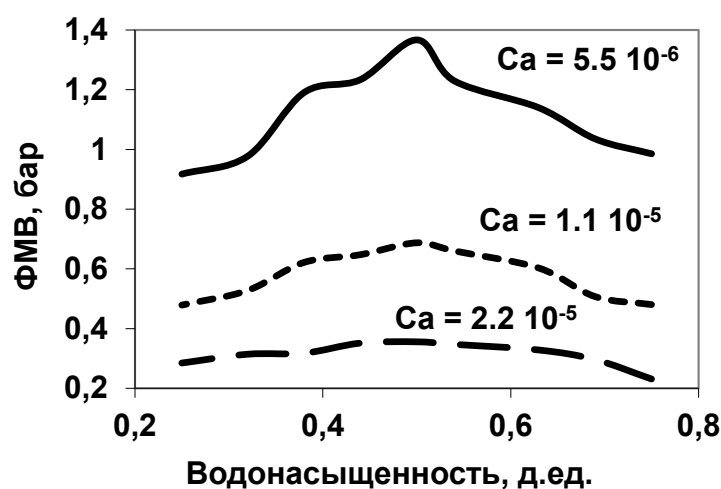


Рис. 1. Зависимость функции межфазного взаимодействия от водонасыщенности при разных капиллярных числах

## Выводы

Разработана вычислительная технология, позволяющая рассчитывать функцию межфазного взаимодействия. Использование данной функции совместно с решением обобщенных уравнений Бернулли в кластерной модели пустотного пространства горных пород дает возможность для эффективного расчета ОФП, в т. ч. с учетом капиллярного числа.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бембель Г. С. Математическое моделирование четочного двухфазного течения в системе капиллярных каналов / Г. С. Бембель, С. В. Степанов // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. Июнь 2015. С. 30-38.

2. Добрынин В. М. Фазовые проницаемости коллекторов нефти и газа / В. М. Добрынин, А. Г. Ковалев, А. М. Кузнецов, В. Н. Черноглазов. М.: ВНИИОЭНГ, 1988.
3. Медведский Р. И. Оценка извлекаемых запасов нефти и прогноз уровней добычи по промысловым данным / Р. И. Медведский, А. А. Севастьянов. Тюмень: Недра, 2004. 192 с.
4. Мирзаджанзаде А. Х. Физика нефтяного и газового пласта / А. Х. Мирзаджанзаде, И. М. Аметов, А. Г. Ковалев. Москва-Ижевск: ИКИ, 2005. 280 с.
5. Степанов С. В. Использование данных разработки месторождений нефти для получения кривых фазовых проницаемостей / С. В. Степанов // Нефтяное хозяйство. 2006. Апрель. С. 67-69.
6. Степанов С. В. Расчетный метод получения относительных фазовых проницаемостей на основе решения обобщенных уравнений Бернулли для системы поровых каналов / С. В. Степанов, С. В. Соколов, А. Е. Алтунин, Н. А. Черемисин, А. Б. Шабаров // Нефтепромышленное дело. 2013. Август. С. 40-46.
7. Baroud Ch. N. Dynamics of microfluidic droplets / Ch. N. Baroud, F. Gallare, R. Danga // Lab Chip. 2010. No 10. Pp. 2032-2045.
8. Blunt M. J. Detailed physics, predictive capabilities and macroscopic consequences for pore-network models of multiphase flow / M. J. Blunt, M. D. Jackson, M. Piri, P. H. Valvante // Advances in Water Resources. 2002. No 25. Pp. 1069-1089.
9. Dahle H. K. A Dynamic network model for two-phase immiscible flow / H. K. Dahle, M. A. Celia // Computational Geosciences 3 (1999), 1-22.
10. Raeini A. Q. Modelling multiphase flow through micro-CT images of the pore space. Ph. D. dissertation / Ali Qaseminejad Raeini. 2013.
11. Ramakrishnan T. S. The relative permeability function for two-phase flow in porous media: effect of capillary number / T. S. Ramakrishnan, D. T. Wasan // SPE/DOE 12693. 1984. Pp. 163-181.
12. Renardy Y. PROST: A parabolic reconstruction of surface tension for the volume-of-fluid method / Y. Renardy, M. Renardy // Journal of Computational Physics. 2002. Vol. 183. Pp. 400-421.
13. Santos L. O. E. dos, Wolf F. G., Philippi P. C. Dynamics of interface displacement in capillary flow / L. O. E. dos Santos, F. G. Wolf, P. C. Philippi // Journal of Statistical Physics. Vol. 121. No 1/2. October 2005. Pp. 197-207.
14. Stark J. The motion of long bubbles in a network of tubes / J. Stark, M. Manga // Transport in Porous Media. 2000. No 40. Pp. 201-218.
15. Yakimchuk I. V. X-ray micro-CT in conjunction with other techniques for core analysis / I. V. Yakimchuk, A. S. Denisenko, B. D. Sharchilev, I. A. Varfolomeev // Proceedings of Micro-CT User Meeting. 2015. Pp. 68-73.

**Sergey V. STEPANOV**<sup>1</sup>  
**Alexander B. SHABAROV**<sup>2</sup>  
**Georgy S. BEMBEL**<sup>3</sup>

**COMPUTER TECHNOLOGY FOR DETERMINATION  
OF INTERPHASE INTERACTION FUNCTION  
BASED ON FLOW SIMULATION IN CAPILLARY CLUSTER**

<sup>1</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor,  
Tyumen State University;  
Senior Expert, Tyumen Petroleum Research Center  
svstepanov@rosneft.ru

<sup>2</sup> Dr. Sci. (Engin.), Professor,  
Head of Department of Multiphase Systems Mechanics,  
Tyumen State University  
shabarovab@gmail.com

<sup>3</sup> Postgraduate Student, Tyumen State University  
bembel\_gsr@mail.ru

**Abstract**

The paper presents the original computer technology for the determination of interphase interaction function used in the calculation of relative permeability of water and oil on the basis of generalized Bernoulli equations. The determination of interphase interaction function is based on the mathematical simulation of slug flow of water and oil in porous media represented as a cluster of axisymmetric capillary capillaries. In this model, the problem solving comes to the numerical solution of Navier-Stokes equations by the fluid volume method using surface force function to account for the capillary pressure in the meniscus. It is shown that the developed technology allows the interphase interaction function to be calculated for different capillary numbers.

**Keywords**

Relative permeability, mathematical simulation.

---

**Citation:** Stepanov S. V., Shabarov A. B., Bembel G. S. 2016. “Computer Technology for Determination of Interphase Interaction Function Based on Flow Simulation in Capillary Cluster.” Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 1, pp. 63-71.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-63-71



DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-63-71

## REFERENCES

1. Baroud Ch. N., Gallare F., Dangla R. 2010. "Dynamics of microfluidic droplets." *Lab Chip*, vol. 10, pp. 2032-2045.
2. Bembel G. S., Stepanov S. V. 2015. "Matematicheskoe modelirovanie chetochnogo dvukhfaznogo techeniya v sisteme kapillyarnykh kanalov" [Mathematical Modeling of Slug Two-Phase Flow in the System of Capillary Canals]. *Avtomatizatsiya, telemekhanizatsiya i svyaz v neftyanoi promyshlennosti*, no 6, pp. 30-38.
3. Dahle H. K., Celia M. A. 1999. "A dynamic network model for two-phase immiscible flow." *Computational Geosciences*, no 3, pp. 1-22.
4. Dobrynin V. M., Kovalev A. G., Kuznetsov A. M., Chernoglazov V. N. 1988. *Fazovye pronitsaemosti kollektorov nefi i gaza* [Phase Permeabilities of Oil and Gas Reservoirs]. Moscow: VNIIOENG.
5. Martin J. B., Matthew D. J., Mohhamad P., Per H. V. 2002. "Detailed physics, predictive capabilities and macroscopic consequences for pore-network models of multiphase flow." *Advances in Water Resources*, no 25, pp. 1069-1089.
6. Medvedskii R. I., Sevastyanov A. A. 2004. *Otsenka izvlekaemykh zapasov nefi i prognoz urovnei dobychi po promyslovym dannym* [Estimation of Recovery Volumes of Oil and a Production Level Forecast with Field Data]. St. Petersburg: Nedra.
7. Mirzadzhanzade A. Kh., Ametov I. M., Kovalev A. G. 2005. *Fizika neftyanogo i gazovogo plasta* [Physics of Oil and Gas Reservoir]. Moscow; Izhevsk: IKI.
8. Raeini A. Q. 2013. "Modelling multiphase flow through micro-CT images of the pore space." Ph. D. diss., Imperial College London.
9. Ramakrishnan T. S., Wasan D. T. 1984. "The relative permeability function for two-phase flow in porous media: effect of capillary number." *SPE/DOE 12693*, pp. 163-181.
10. Renardy Y., Renardy M. 2002. "PROST: A parabolic reconstruction of surface tension for the volume-of-fluid method." *Journal of Computational Physics*, vol. 183, pp. 400-421.
11. Santos L. O. E dos, Wolf F. G., Philippi P. C. 2005. "Dynamics of interface displacement in capillary flow." *Journal of Statistical Physics*, vol. 121, no 1/2, October, pp. 197-207.
12. Stark J., Manga M. 2000. "The motion of long bubbles in a network of tubes." *Transport in Porous Media*, vol. 40, pp. 201-218.
13. Stepanov S. V. 2006. "Ispolzovanie dannykh razrabotki mestorozhdenii nefi dlya polucheniya krivykh fazovykh pronitsaemosti" [Use of Oil Development Data for Phase Permeability Curves Obtaining]. *Neftyanoe khozyaistvo*, April, pp. 67-69.
14. Stepanov S. V., Sokolov S. V., Altunin A. E., Cheremisin N. A., Shabarov A. B. 2013. "Raschetnyi metod polucheniya otnositelnykh fazovykh pronitsaemosti na osnove resheniya obobshchennykh uravnenii Bernulli dlya sistemy porovykh kanalov" [Calculation Method of Receiving Relative Phase Permeability Based on Solution of Bernoulli Generalized Equations for a System of Porous Channels]. *Neftpromyslovoe delo*, no 8, pp. 40-46.
15. Yakimchuk I. V., Denisenko A. S., Sharchilev B. D., Varfolomeev I. A. 2015. "X-ray micro-CT in conjunction with other techniques for core analysis." *Proceedings of Micro-CT User Meeting*, pp.68-73.