

Михаил Григорьевич ДУБРОВИН¹
Виктория Руслановна ВОКИНА²
Ольга Анатольевна ЯДРЫШНИКОВА³

УДК 519.654

О ПРИМЕНЕНИИ LET-МОДЕЛИ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ КЕРНОВЫХ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ

¹ ведущий специалист, управление развития интеллектуальных систем,
Тюменский нефтяной научный центр
mgdubrovin@tnnc.rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-8580-1303

² специалист, управление развития интеллектуальных систем,
Тюменский нефтяной научный центр;
магистрант кафедры прикладной и технической физики,
Физико-технический институт,
Тюменский государственный университет
vrvokina@tnnc.rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-9651-1758

³ кандидат технических наук, главный менеджер,
управление развития интеллектуальных систем,
Тюменский нефтяной научный центр
oayadrishnikova@tnnc.rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-2894-8595

Аннотация

В статье рассматривается задача адекватной интерпретации керновых относительных фазовых проницаемостей и использование модели LET применительно к указанной проблеме. Кратко проанализированы некоторые существующие аналитические зависимости для интерпретации лабораторных исследований ОФП: модель Кори, модель Зигмунда и МакКэффри, модель Кьеричи, модель LET. Описано преимущество модели LET и высокая оценка данной модели в независимых исследованиях авторов. В процессе предварительного анализа авторами статьи выявлено, что нетривиальный вопрос определения

Цитирование: Дубровин М. Г. О применении LET-модели для аппроксимации керновых относительных фазовых проницаемостей / М. Г. Дубровин, В. Р. Вокина, О. А. Ядрышникова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 4 (32). С. 144-162.
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-4-144-162

регулируемых коэффициентов модели с помощью численных методов оптимизации не был достаточно освещен, что и стало центральным объектом работы.

Формализовано применение модели LET и описана методология определения регулируемых коэффициентов модели (L , E и T).

Задача подбора параметров модели интерпретирована как задача многомерной оптимизации. Также был определен класс нелинейных методов наименьших квадратов для ее решения.

Рассмотрено несколько распространенных численных методов оптимизации для подбора коэффициентов модели: метод полного перебора, метод Левенберга — Марквардта, метод доверительных областей. Проведены вычислительные эксперименты для оценки их применимости и сравнительного анализа алгоритмов оптимизации.

По результатам экспериментов сделан вывод, что метод доверительных областей в большей мере подходит для практического применения, поскольку он достаточно быстро сходится к оптимальному решению и демонстрирует высокую точность подбора коэффициентов L , E , T .

В заключительной части статьи продемонстрирована разница между моделью LET и базовой моделью Кори при аппроксимации керновых относительных фазовых проницаемостей.

Ключевые слова

LET-модель, аппроксимация, керн, относительные фазовые проницаемости, ОФП, нелинейный метод наименьших квадратов, МНК, градиентные методы оптимизации.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-4-144-162

Введение

Функции относительных фазовых проницаемостей (далее — ОФП) чаще всего используются в качестве облака исходных данных при создании гидродинамических моделей и разработке месторождений в целом. Функции ОФП отображают степень насыщения горных пород, а также позволяют оценить влияние пластовых флюидов друг на друга. С их помощью определяется картина двухфазного течения при исследовании процесса вытеснения нефти водой [9].

Наиболее примитивным способом получения функций ОФП являются лабораторные исследования образцов керна, отбираемого с месторождения. Современное экспериментальное оборудование позволяет воспроизводить пластовые условия и получать результаты, приближенные к реальным. Как правило, количество данных по ОФП очень мало, а их качество не всегда оказывается удовлетворительным, что не позволяет в полной мере оценить картину межфазного взаимодействия [8]. Для получения большего количества точек данных, а также прогнозирования поведения функций ОФП на не охваченных экспериментом областях течения используют аппроксимацию экспериментальных данных.

После того как в конце 1930-х гг. Р. Д. Уайкофф (R. D. Wyckoff) и Х. Г. Ботсет (H. G. Botset) ввели понятие фазовой проницаемости [9], количество корреляционных моделей для интерпретации данных по ОФП неуклонно увеличивалось. Это обуславливает актуальность дополнительного изучения и оценки наиболее распространенных моделей в настоящее время.

Существует большое количество аналитических зависимостей, используемых для интерпретации данных, полученных при лабораторных исследованиях ОФП. Одной из базовых и наиболее часто используемых является модель степенной аппроксимации А. Т. Кори (A. T. Corey) (1954) [13], базирующаяся на тривиальной степенной функции с одним регулируемым параметром степени. Известно улучшение модели Кори, которое предложили П. М. Зигмунд (P. M. Sigmund) и Ф. Г. МакКэффри (F. G. McCaffery) (1979) [22] путем добавления второго параметра — линейного коэффициента, дополняющего степенной член корреляции Кори. Дж. Л. Кьеричи (G. L. Chierici) [12] в 1984 г. предложил двухпараметрическую корреляцию, основанную на экспоненциальной функции. Эта корреляция более гибкая, чем у Кори. Однако она не всегда может достоверно интерпретировать экспериментальные результаты, поскольку каждый из параметров влияет на кривую во всем диапазоне значений насыщения [17].

В 2005 г. тремя авторами — Ф. Ломеландом, Э. Эбельтофтом, У. Х. Томасом (F. Lomeland, E. Ebeltoft, W. H. Thomas) [17] — была представлена новая модель для аппроксимации ОФП ядра, названная по первым буквам фамилий авторов — LET. Модель отличается наличием трех регулируемых параметров, которые позволяют влиять на различные участки кривой относительной проницаемости. По заявлению авторов [17], новая модель позволяет преодолеть ограничения описанных ранее моделей в проявлении гибкости, которая требуется для представления относительной проницаемости во всем диапазоне насыщения.

Существуют исследования по оценке распространенных моделей функций относительных проницаемостей. Последние наиболее тщательные эксперименты в этом направлении были выполнены группами исследователей во главе с Л. Могадаси (L. Moghadasi) (2015) [19] и З. Сахаи (Z. Sakhaei) (2016) [21], которые оценили корреляции моделей Кори, Кьеричи и LET для ОФП смачивающей и несмачивающей фазы с помощью нетривиального метода, учитывающего количество неопределенных параметров модели.

В ходе экспериментов было выявлено, что сложная корреляционная модель LET, имеющая наибольшее число неопределенных параметров, позволяет наилучшим образом описать поведение облака исходных данных для обеих исследуемых фаз. Авторы работы [21] оценили 10 распространенных и широко используемых корреляций относительной проницаемости для систем «газ / нефть и газ / конденсат» и обнаружили, что LET-модель показала наилучшее соответствие с экспериментальными значениями как для относительной проницаемости газа, так и для нефти/конденсата. Модель LET нашла практическое применение среди профильных аналитиков и ученых, модификации модели используются для исследований в смежных областях [18].

Принимая во внимание вышеперечисленное, можно сказать, что модель LET высоко оценивается в независимых исследованиях авторов. В то же время авторами данной статьи отмечено, что вопрос практического применения модели имеет недостаточную освещенность, в том числе в русскоязычном сегменте.

Для аппроксимации керновых ОФП с помощью модели LET необходимо эмпирически подобрать три регулируемых параметра — L , E и T . Авторы модели LET [17] в своей статье акцентируют внимание на преимуществах и анализе новой модели, однако вопрос поиска коэффициентов не затрагивается. Это обуславливает исследовательский интерес в дополнительном изучении модели.

В процессе предварительного анализа работ, посвященных корреляции модели LET [7, 8, 10, 17-19, 21], авторами данной статьи сделан вывод, что вопрос определения регулируемых коэффициентов LET-модели с помощью методов оптимизации не был рассмотрен ранее.

Существует множество численных методов оптимизации [4, 11], однако не все из них позволяют одновременно работать с тремя независимыми параметрами, адаптированы для минимизации квадратичного критерия, позволяют указать дополнительные граничные условия и при этом достаточно быстро сходятся к решению. Решение задачи подбора численного метода оптимизации является важной и неотъемлемой частью автоматизированного процесса корреляции данных по модели LET. Поэтому эта задача рассмотрена далее.

Целью данной работы является обзорно-аналитическое исследование модели LET в области применения к керновым ОФП и решение задачи подбора численного метода оптимизации для определения коэффициентов модели.

Материалы и методы

Алгоритм осреднения, анализа и обработки керновых ОФП базируется на использовании данных ОФП для одного или нескольких выбранных образцов керна. Для аппроксимации ОФП для смачивающей и несмачивающей фаз с использованием LET-модели применяются формулы (1) и (2) соответственно.

$$f_{wi}(S_{wni}) = f_w^* \frac{(S_{wni})^{L_w}}{(S_{wni})^{L_w} + E_w \cdot (1 - S_{wni})^{T_w}}, \quad (1)$$

$$f_{oi}(S_{wni}) = f_o^* \frac{(1 - S_{wni})^{L_o}}{(1 - S_{wni})^{L_o} + E_o \cdot (S_{wni})^{T_o}}, \quad (2)$$

где S_{wni} — нормированная водонасыщенность; $f_{oi}(S_{wni})$ — функция ОФП от нормированной водонасыщенности S_{wni} по нефти; $f_{wi}(S_{wni})$ — функция ОФП от нормированной водонасыщенности S_{wni} по воде; f_o^* — ОФП по нефти при остаточной водонасыщенности; f_w^* — ОФП по воде при остаточной нефтенасыщенности; L_o , E_o , T_o — параметры корреляции модели LET для ОФП по нефти; L_w , E_w , T_w — параметры корреляции модели LET для ОФП по воде.

Метод LET может быть применим как для анализа одного образца, так и для исследования нескольких образцов с целью обобщения данных керновых исследований. Для анализа нескольких образцов применяется формула нормирования водонасыщенности. Это дает возможность исследовать образцы, имеющие разную длину интервала от подвижной воды до неподвижной нефти. Формулу нормировки насыщенности записывают в виде:

$$S_{wni} = \frac{S_{wi} - S_{wr}}{1 - S_{or} - S_{wr}}, \quad (3)$$

где S_{wni} — нормированная водонасыщенность; S_{wi} — водонасыщенность; S_{wr} — остаточная водонасыщенность; S_{or} — остаточная нефтенасыщенность.

Формула нормировки ОФП по воде:

$$f_{wni}(S_{wn}) = \frac{f_{wi}(S_{wi})}{f_w^*}, \quad (4)$$

где $f_{wni}(S_{wni})$ — нормированная функция ОФП по воде; $f_{wi}(S_{wi})$ — функция ОФП от водонасыщенности S_{wi} по воде; f_w^* — ОФП по воде при остаточной нефтенасыщенности.

Формула нормировки ОФП по нефти:

$$f_{oni} = \frac{f_{oi}(S_{wi})}{f_o^*}, \quad (5)$$

где $f_{oni}(S_{wni})$ — нормированная функция ОФП по нефти; $f_{oi}(S_{wi})$ — функция ОФП от водонасыщенности S_{wi} по нефти; f_o^* — ОФП по нефти при остаточной водонасыщенности.

Нормировка ОФП производится путем деления значений ОФП на максимальное значение ОФП в облаке исходных данных. После нормировки получается некоторое облако точек в нормированных координатах, включающее в себе данные по всем выбранным образцам.

Параметры LET-модели в формулах (1), (2) являются регулируемыми, причем каждый из них позволяет описать поведение кривой на ее определенных участках.

Параметр L описывает нижнюю часть кривой, также он сопоставим со степенным параметром корреляции Кори. Параметр T аналогичен параметру E , описывает верхнюю часть кривой. Наклон линии задается третьим параметром — E . При уменьшении значения коэффициента E наклон сдвигается к нижнему участку кривой. При увеличении параметра E наклон увеличивается к верхней части линии аппроксимации. Если значение коэффициента $E = 1$, то положение наклона регулируется путем вариации параметров L и T [10].

По данным авторов работ [10, 17] параметры LET-модели принимают следующие значения: $L \geq 1$, $E \geq 0$ и $T \geq 0,5$.

Для корректной аппроксимации данных с использованием LET-модели необходимо, чтобы выполнялись условия сходимости и математические элементы корреляции принимали конечные значения.

Для решения задачи аппроксимации нужно найти точки аппроксимирующей функции, которые будут наиболее близко проходить через точки исходной функции. Такая постановка задачи актуальна при условии отсутствия точной аналитической функции, проходящей через все точки исходного набора данных [1].

Критерии аппроксимации позволяют произвести оценку точности аппроксимирующей функции. Наиболее распространенным является квадратичный критерий, принимающий значение суммы квадратов отклонений аналитических значений и исходных данных. Данный критерий записывается в виде функции (6).

$$R = \sum_{i=1}^n \beta_i (y_i - y_i^a)^2, \quad (6)$$

где y_i — значения функции, известные в качестве исходных данных; y_i^a — аналитические значения функции; β_i — весовые коэффициенты; n — количество исходных данных.

Для модели LET критерий примет вид:

$$R = \sum_{i=1}^n \beta_i (f_i(S_{wni}) - f_i(S_{wni})^a)^2, \quad (7)$$

где $f_i(S_{wni})$ — исходные значения функции ОФП от нормированной водонасыщенности; $f_i(S_{wni})^a$ — аналитические значения функции ОФП от нормированной водонасыщенности.

Дифференцируемость, обеспечение единственности решения задачи аппроксимации при полиномиальных аппроксимирующих функциях и ряд других преимуществ выделяют квадратичный критерий оценки среди множества других [1].

Задача аппроксимации функций в виде (1), (2) сводится к нахождению оптимальных параметров LET-модели. Для получения параметров в подобных формулах наиболее часто применяется реализация квадратичного критерия — метод наименьших квадратов (далее — МНК). Данный способ является одним из наиболее распространенных и удобных для построения математических моделей. МНК обладает достаточно высокой точностью и позволяет работать с выборками, содержащими большое количество данных [5].

Математическая постановка МНК в общем виде заключается в минимизации суммы квадратов отклонений искомой функции от исходных данных. Для нахождения параметров LET-модели положим, что зависимость значения функции от значений аргумента зарегистрирована множеством точек $(S_{wni}, f_i(S_{wni}))$, при этом в каждой точке аналитические значения $f_i(S_{wni}, L, E, T)$ отображают

действительные значения $f_i(S_{wni})$ со случайной, распределенной по нормальному закону, погрешностью:

$$\Delta f_i(S_{wni}) = f_i(S_{wni}, L, E, T) - f_i(S_{wni}). \quad (8)$$

При подборе параметров аппроксимации необходимо свести сумму квадратов отклонений к минимальному значению [5]:

$$\sum_{i=1}^n (\Delta f_i(S_{wni}))^2 \rightarrow \min. \quad (9)$$

МНК является базовым методом регрессионного анализа, включающим в себя два способа поиска решения — аналитический и численный. Аналитическое решение МНК, как правило, подходит для линейных функций и функций, приводимых к линейному виду. Общий вид искомой аппроксимирующей зависимости представлен в виде сложных функций нескольких переменных (1), (2), поэтому в ходе реализации МНК использование аналитического поиска решения представляется неподходящим. Определение оптимальных коэффициентов можно осуществить при помощи семейства численных градиентных методов [16]. Такие методы, применимые для решения задачи МНК, также известны как нелинейные методы наименьших квадратов [15].

Как говорилось ранее, чаще всего параметры LET-модели изменяются в рамках определенных диапазонов. В случае использования такой информации в качестве начальных условий задача минимизации функции (9) переходит в разряд задачи многомерной условной оптимизации.

В следующем разделе описано применение нескольких распространенных методов, позволяющих найти оптимальные коэффициенты для модели LET. Для оценки применения каждого из методов произведены вычислительные эксперименты, дана сравнительная характеристика.

Экспериментальные исследования

Для проведения экспериментов запрошены данные по 12 случайно выбранным образцам керна из скважины одного месторождения Западно-Сибирской нефтегазонасной провинции. По каждому из образцов зафиксированы необходимые для модели LET данные:

- водонасыщенность;
- концевые точки по насыщенности (остаточная нефтенасыщенность, остаточная водонасыщенность);
- ОФП по воде;
- ОФП по нефти.

Данные нескольких образцов по водонасыщенности и соответствующим ОФП были приведены к нормированному виду с использованием формулы (3). Итоговая исходная выборка включает в себя 80 результатов измерений.

Для подбора параметров LET-модели и решения задачи оптимизации рассмотрены следующие методы:

- 1) метод полного перебора (brute-force search) [4];
- 2) метод Левенберга — Марквардта (Levenberg-Marquardt algorithm) [20];
- 3) метод доверительных областей (trust-region method) [23].

Для сравнения рассматриваемых методов использованы следующие критерии:

1. Количество итераций (I) [4]. Параметр отображает количество действий, при которых метод сходится к оптимальному решению, характеризует вычислительную сложность метода. В целом положительно коррелирует с временем выполнения алгоритма.
2. Коэффициент детерминации (R^2) [2]. Критерий позволяет оценить результаты метода оптимизации, характеризует степень схождения исходных и смоделированных данных. Интерпретируется следующим образом: чем ближе значение коэффициента к единице, тем ближе аппроксимированные данные соответствуют исходным.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}, \quad (10)$$

где N — количество значений; y_i — фактическое значение; $\hat{y}_i$ — расчетное значение; $\bar{y}$ — среднее значение.

3. Средняя абсолютная ошибка (mean absolute error, MAE) [2]. Еще один параметр, предназначенный для оценки отклонения фактических данных от расчетных.

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|. \quad (11)$$

Далее описанные в разделе вычисления производились с помощью языка программирования Python и дистрибутива Anaconda.

В качестве первого базового метода для нахождения оптимальных коэффициентов модели LET протестирован простейший метод оптимизации — метод перебора. Метод позволяет найти минимум в рамках заданной окрестности, но имеет высокую вычислительную сложность, которая зависит от размера интервала перебора и размера заданного шага. При расширении границ перебора и/или при уменьшении шага увеличивается количество итераций, что влияет на общее время выполнения подбора параметров.

На первом этапе использования метода выбраны расширенные границы и большой шаг для приблизительной оценки оптимальных значений коэффициентов, что отражено в таблице 1.

Замечено, что полученные приближенные значения коэффициентов лежат в области рекомендуемых границ [17]. На следующем этапе (таблица 2) эти границы взяты за начальные условия для снижения общего числа итераций.

Таблица 1

Метод полного перебора. Этап 1

Тип	Мин.	Макс.	Шаг	L	E	T	I	R^2	MAE
Вода	0,1	20	0,5	2,6	2,1	1,1	64 000	0,982	0,024
Нефть	0,1	20	0,5	2,1	3,1	1,1	64 000	0,980	0,026

Table 1

Brute-force search. Stage 1

Таблица 2

Метод полного перебора. Этап 2

Тип	Мин. (L, E, T)			Макс.	Шаг	L	E	T	I	R^2	MAE
Вода	1	0,1	0,5	10	0,1	3,2	1,2	0,8	846 450	0,987	0,019
Нефть	1	0,1	0,5	10	0,1	2,8	1,5	0,8	846 450	0,981	0,026

Table 2

Brute-force search. Stage 2

С другой стороны, для увеличения точности подбора уменьшено значение шага. Выбор меньшего шага в текущих границах привел к значительному увеличению времени работы метода, в связи с чем данный метод не представляет интереса для практического использования.

Второй метод, протестированный для подбора коэффициентов модели LET, — метод Левенберга — Марквардта. Метод является модификацией другого распространенного нелинейного метода МНК — метода Гаусса — Ньютона [14]. В свою очередь, метод оценивают как комбинацию метода градиентного спуска и метода Ньютона [6]. Как правило, для настройки выполнения метода доступны такие параметры, как начальное значение коэффициентов, коэффициент скорости обучения и относительная погрешность приближения. Рассмотрено несколько вариантов расположения исходных коэффициентов модели LET, остальные два параметра были приняты без изменений в качестве стандартных значений (коэффициент скорости обучения = 1, относительная погрешность приближения = $1e-7$). В качестве первого варианта выбран единичный вектор для расположения коэффициентов, что продемонстрировано в таблице 3.

В сравнении с методом полного перебора можно оценить следующие аспекты. Количество итераций значительно сократилось, что повлияло на скорость выполнения метода. Для небольшого количества исходных данных, как в текущем ряде экспериментов, время выполнения алгоритма на тестовом персональном компьютере приближается к моментальному (результаты по времени могут отличаться и зависят в том числе от характеристик вычислительного устройства). Как видно, исходя из оценок R^2 и MAE, разница между фактическими данными и реальными уменьшилась, хоть и незначительно. В таблице 4 продемонстрировано влияние начального расположения коэффициентов на количество итераций методов. При неудачном начальном расположении параметров, которые необходимо оптимизировать, количество итераций метода может существенно увеличиваться (для воды: 64 → 84, для нефти: 48 → 68).

Таблица 3

Метод Левенберга — Марквардта.
Этап 1

Тип	Начальн. (L, E, T)			L	E	T	I	R^2	MAE
Вода	1	1	1	2,995	1,452	0,884	64	0,989	0,018
Нефть	1	1	1	2,761	1,507	0,807	48	0,982	0,025

Table 3

Levenberg-Marquardt algorithm.
Stage 1

Таблица 4

Метод Левенберга — Марквардта.
Этап 2

Тип	Начальн. (L, E, T)			L	E	T	I	R^2	MAE
Вода	10	10	10	2,995	1,452	0,884	84	0,989	0,018
Нефть	10	10	10	2,761	1,507	0,807	68	0,982	0,025

Table 4

Levenberg-Marquardt algorithm.
Stage 2

Метод Левенберга — Марквардта относится к методам безусловной оптимизации и не позволяет указать дополнительные граничные условия для поиска значений параметров. Авторами модели LET [17] были обозначены области допустимых значений для трех параметров модели ($L \geq 1$, $E \geq 0$ и $T \geq 0,5$). Эту информацию можно использовать для уменьшения исходного диапазона поиска оптимальных значений, что может повлиять на скорость сходимости метода оптимизации.

Метод доверительных областей [23] относится к методам условной оптимизации и позволяет указать требуемые границы для значений параметров. Верхняя граница проинициализирована максимально большим положительным числом. Результаты использования метода представлены в таблице 5.

В таблице 6 наглядно видно, что менее удачный выбор граничных условий увеличивает итоговое количество итераций.

Таблица 5

Метод доверительных областей. Этап 1

Тип	Мин. (L, E, T)			Макс.	L	E	T	I	R^2	MAE
Вода	1	0	0,5	inf	2,995	1,452	0,884	16	0,989	0,018
Нефть	1	0	0,5	inf	2,761	1,507	0,807	9	0,982	0,025

Table 5

Trust-region method. Stage 1

Таблица 6

Метод доверительных областей. Этап 2

Тип	Мин.	Макс.	L	E	T	I	R^2	MAE
Вода	−100	100	2,995	1,452	0,884	21	0,989	0,018
Нефть	−100	100	2,761	1,507	0,807	14	0,982	0,025

Table 6

Trust-region method. Stage 2

Объединенная краткая информация о результатах вычислительных экспериментов представлена в таблице 7. Нумерация проставлена в соответствии с упоминанием эксперимента в тексте раздела.

Таблица 7

Результаты вычислительных экспериментов

Table 7

Results of computational experiments

№	Метод	Тип	I	R ²	MAE
1	BF	Вода	64 000	0,982	0,024
2		Нефть	64 000	0,980	0,026
3		Вода	846 450	0,987	0,019
4		Нефть	846 450	0,981	0,026
5	LM	Вода	64	0,989	0,018
6		Нефть	48	0,982	0,025
7		Вода	84	0,989	0,018
8		Нефть	68	0,982	0,025
9	TR	Вода	16	0,989	0,018
10		Нефть	9	0,982	0,025
11		Вода	21	0,989	0,018
12		Нефть	14	0,982	0,025

Обозначения: BF — метод полного перебора; LM — метод Левенберга — Марквардта; TR — метод доверительных областей.

Abbreviations: BF — brute-force search; LM — Levenberg-Marquardt algorithm; TR — trust-region method.

В следующем разделе кратко описаны полученные выводы по результатам вычислительных экспериментов. Продемонстрирована разница между моделью LET и моделью Кори для аппроксимации ОФП образцов керна.

Результаты и обсуждение

В ходе исследования была решена задача подбора численного метода для определения корреляционных коэффициентов модели LET с учетом особенностей задачи. Проведены вычислительные эксперименты для выявления наиболее подходящего метода. Искомый метод использован для решения прикладной проблемы адекватной интерпретации керновых ОФП с помощью модели LET.

Полученные в ходе вычислительных экспериментов результаты интерпретированы следующим образом:

1. Для более точного подбора коэффициентов модели с помощью метода перебора необходимо указать достаточно малый шаг. При выборе малого шага количество итераций метода значительно возрастает. Время выполнения метода на тестовом вычислительном устройстве достигает нескольких минут, что ставит под сомнение его практическое использование в подборе коэффициентов модели LET при наличии более производительных аналогов.
2. Количество итераций и точность метода Левенберга — Марквардта отмечены как приемлемые. Время выполнения метода на тестовом устройстве приближено к моментальному.
3. Преимуществом метода доверительных областей является возможность указать дополнительные граничные условия для искомых параметров, которые были представлены в оригинальной статье авторов модели LET. Метод показал аналогичную точность с методом Левенберга — Марквардта, поскольку критерий ошибки был идентичен. Также метод доверительных областей показал наиболее высокую скорость сходимости к оптимальному решению.
4. Метод Левенберга — Марквардта и метод доверительных областей могут быть использованы в практической среде, где одним из критериев может являться оперативное построение аппроксимирующей функции.

Искомый численный метод и математическая модель LET реализованы в проблемно-ориентированном программном обеспечении (ПО), позволяющем осуществлять визуализацию полученных корреляционных зависимостей в виде графиков. Далее представлены два графика (рис. 1 и 2), сформированных и выгруженных из разработанного ПО.

На представленном на рис. 1 графике продемонстрированы результаты аппроксимации данных по ядерным ОФП для случайных образцов с помощью модели LET. Подбор коэффициентов был осуществлен с помощью метода доверительных областей. Ниже для сравнения отображен график ОФП, построенный с помощью модели Кори (рис. 2). На графиках видна разница в некоторых участках отображения кривых. Предполагается, что различие в графиках должно быть более наглядным при наличии зафиксированных данных по образцам во всем диапазоне насыщения.

ОФП по определению являются отношением эффективных проницаемостей к абсолютной, поэтому областью значений данных функций является диапазон от 0 до 1. Поскольку ОФП измеряются в д. ед., значения насыщенности удобно представлять аналогичным образом, соответственно, область определения также лежит в интервале от 0 до 1.

На графиках, показанных на рис. 1 и 2, сплошными линиями заданы кривые ОФП, полученные путем аппроксимации исходных данных по модели LET и модели Кори соответственно. Облако точек вблизи корреляционных кривых является непосредственно набором исходных данных, на базе которых и производились расчеты.

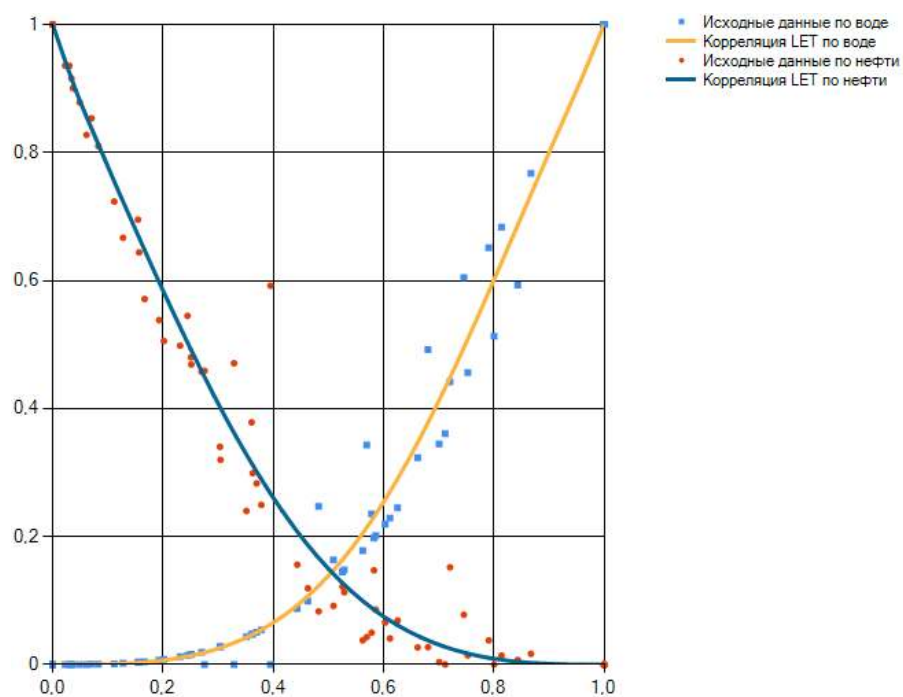


Рис. 1. Модель LET

Fig. 1. Model LET

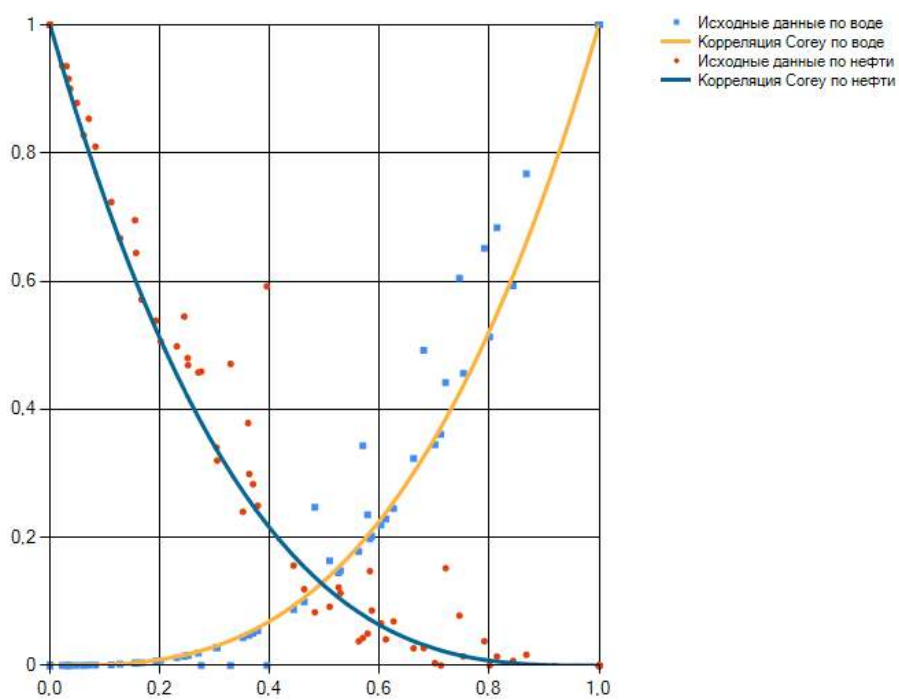


Рис. 2. Модель Кори

Fig. 2. Corey model

Заключение

Исследование и развитие моделей и методов, предназначенных для интерпретации керновых ОФП, представляет практический и научно-исследовательский интерес, что подтверждается работами в этом направлении [17-19, 21].

Авторами работы поставлена цель в дополнительном исследовании модели LET, которая относится к классу вышеописанных моделей и методов. В процессе предварительного анализа работ, посвященных корреляции LET-модели [7, 8, 10, 17-19, 21], авторами статьи выявлено, что нетривиальный вопрос определения регулируемых коэффициентов модели LET с помощью математических методов не был освещен в достаточной мере, что и стало центральным объектом работы.

В ходе анализа предметной области было рассмотрено несколько методов оптимизации, позволяющих решить задачу определения коэффициентов модели LET. По результатам вычислительных экспериментов авторами сделан вывод, что из рассмотренных инструментов численный метод доверительных областей в большей мере подходит для практического применения, поскольку он достаточно быстро сходится к оптимальному решению и демонстрирует высокую точность подбора коэффициентов L , E , T . Искомый метод оптимизации использован для решения прикладной проблемы адекватной интерпретации керновых ОФП с помощью модели LET. В заключительной части статьи продемонстрирована разница между моделью LET и базовой моделью Кори при аппроксимации керновых ОФП.

К дальнейшим перспективам развития области исследования можно отнести несколько направлений: анализ и интерпретацию использования модели LET для образцов керна, по которым зафиксированы данные во всем диапазоне насыщения; исследование и дополнение оригинальной модели LET; исследование модифицированных версий модели LET, представленных авторами оригинальной модели, которые могут быть применимы для задач из смежных областей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бердышев В. И. Аппроксимация функций, сжатие численной информации, приложения / В. И. Бердышев, Л. В. Петрак. Екатеринбург: ИММ УрО РАН, 1999. 296 с.
2. Большакова Л. В. Проблемы использования средней ошибки аппроксимации в качестве критерия адекватности регрессионной модели / Л. В. Большакова, А. В. Грачев // Региональная информатика и информационная безопасность. 2016. С. 162-164.
3. Закиев Д. Р. Создание гидродинамической модели газоконденсатного месторождения / Д. Р. Закиев, Д. В. Пономарева // Международный студенческий научный вестник. 2018. № 6. URL: <https://eduherald.ru/ru/article/view?id=19292> (дата обращения: 08.11.2022).
4. Захарова Е. М. Обзор методов многомерной оптимизации / Е. М. Захарова, И. К. Минашина // Информационные процессы. 2014. Том 14. № 3. С. 256-274.

5. Коломиец Л. В. Метод наименьших квадратов: метод. указания / Л. В. Коломиец, Н. Ю. Поникарова. Самара: Изд-во Самарского университета, 2017. 32 с.
6. Поляк Б. Т. Метод Ньютона и его роль в оптимизации и вычислительной математике / Б. Т. Поляк // Труды Института системного анализа Российской академии наук. 2006. Том 28. С. 44-62.
7. Родивилов Д. Б. Петрофизическая основа моделирования процесса внедрения элизионных вод в газоносные отложения Ачимовской толщи / Д. Б. Родивилов, О. М. Гречнева, Н. Ю. Натчук, А. С. Русанов // Экспозиция Нефть Газ. 2021. № 6 (85). С. 41-45. DOI: 10.24412/2076-6785-2021-6-41-45
8. Степанов С. В. К вопросу о наличии закономерностей между функцией межфазного взаимодействия и фильтрационно-емкостными свойствами / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 1 (25). С. 92-111. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-1-92-111
9. Фазовые проницаемости коллекторов нефти и газа / В. М. Добрынин, А. Г. Ковалев, А. М. Кузнецов, В. Н. Черноглазов. М.: ВНИИОЭНГ, 1988. 56 с.
10. Хайруллин А. А. Разработка и исследование модели двухфазного непоршневого вытеснения нефти водой: дисс. канд. техн. наук / А. А. Хайруллин. Тюмень, 2021. 147 с.
11. Численные методы в физике и радиофизике: учеб.-метод. пос. / Г. М. Тептин, О. Г. Хуторова, Ю. М. Стенин и др. Казань: Казанский федеральный университет, 2013. 38 с.
12. Chierici G. L. Novel relations for drainage and imbibition relative permeabilities / G. L. Chierici // Society of Petroleum Engineers Journal. 1984. Vol. 24. No. 3. Pp. 275-276. DOI: 10.2118/10165-PA
13. Corey A. T. The interrelation between gas and oil relative permeabilities / A. T. Corey // Producers Monthly. 1954. Vol. 19. No. 1. Pp. 38-41.
14. Gratton S. Approximate Gauss-Newton methods for nonlinear least squares problems / S. Gratton, A. S. Lawless, N. K. Nichols // Society for Industrial and Applied Mathematics Journal on Optimization. 2007. Vol. 18. No. 1. Pp. 106-132. DOI: 10.1137/050624935
15. Johnson M. L. Nonlinear least-squares fitting methods / M. L. Johnson // Methods in Cell Biology. 2008. Vol. 84. Pp. 781-805. DOI: 10.1016/S0091-679X(07)84024-6
16. Kelley C. T. Iterative methods for optimization / C. T. Kelley // Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999. XV + 171 p. DOI: 10.1137/1.9781611970920
17. Lomeland F. A new versatile relative permeability correlation / F. Lomeland, E. Ebeltoft, W. H. Thomas // Paper presented at the International Symposium of the Society of Core Analysts (21-25 August 2005, Toronto, Canada). 2005. Paper SCA2005-32. Accessed 8 November 2022. URL: <http://jgmaas.com/SCA/2005/SCA2005-32.pdf>
18. Lomeland F. Overview of the LET family of versatile correlations for flow functions / F. Lomeland, A. S. Orec // Paper presented at the International Symposium of the Society of Core Analysts (27-30 August 2018, Trondheim, Norway). 2018. Paper SCA2018-056. Accessed 8 November 2022. URL: <http://jgmaas.com/SCA/2018/SCA2018-056.pdf>
19. Moghadasi L. Interpretation of two-phase relative permeability curves through multiple formulations and Model Quality criteria / L. Moghadasi, A. Guadagnini, F. Inzoli, M. Bartosek // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2015. Vol. 135. Pp. 738-749. DOI: 10.1016/j.petrol.2015.10.027

-
20. Moré J. J. The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory / J. J. Moré // Numerical Analysis. Lecture Notes in Mathematics. 1978. Vol. 630. Pp. 105-116. DOI: 10.1007/BFb0067700
 21. Sakhaei Z. Assessment of empirical/theoretical relative permeability correlations for gas-oil/condensate systems / Z. Sakhaei, R. Azin, S. Osfoury // Proceedings of the 1st Biennial Persian Gulf Oil, Gas and Petrochemical Conference (20 April 2016, Bushehr, Iran). 2016. 11 p. Accessed 8 November 2022. URL: <https://www.sid.ir/FileServer/SE/386E20160106.pdf>
 22. Sigmund P. M. An improved unsteady-state procedure for determining the relative-permeability characteristics of heterogeneous porous media (includes associated papers 8028 and 8777 / P. M. Sigmund, F. G. McCaffery // Society of Petroleum Engineers Journal. 1979. Vol. 19. No. 1. Pp. 15-28. DOI: 10.2118/6720-PA
 23. Yuan Y.-X. A review of trust region algorithms for optimization / Y.-x. Yuan // ICIAM 99: Proceedings of the 4th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (5-9 July 1999, Edinburgh, Scotland). 2000. Pp. 271-282.

Mikhail G. DUBROVIN¹

Victoria R. VOKINA²

Olga A. YADRYSHNIKOVA³

UDC 519.654

**ON THE APPLICATION OF THE LET-MODEL
FOR THE APPROXIMATION
OF CORE RELATIVE PHASE PERMEABILITIES**

¹ Leading Specialist, Intelligent Systems Development Department,
Tyumen Petroleum Research Center
mgdubrovin@tnnc.rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-8580-1303

² Specialist, Intelligent Systems Development Department,
Tyumen Petroleum Research Center;
Master Student, Department of Applied and Technical Physics,
Institute of Physics and Technology, University of Tyumen
vrvokina@tnnc.rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-9651-1758

³ Cand. Sci. (Tech.), Chief Manager, Intelligent Systems Development Department,
Tyumen Petroleum Research Center
oayadrishnikova@tnnc.rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-2894-8595

Abstract

The article deals with the problem of adequate interpretation of core relative phase permeabilities and the use of the LET-model in application to this problem. Some existing analytical dependencies for the interpretation of laboratory studies of the OFP are briefly analyzed: the Corey model, the Sigmund and McCaffery model, the Chierici model, the LET-model. The advantage of the LET-model and the high evaluation of this model in independent studies of the authors are described. In the process of preliminary analysis, the authors of the article revealed that the non-trivial issue of determining the adjustable coefficients of the model using mathematical methods was not sufficiently covered, which became the central object

Citation: Dubrovin M. G., Vokina V. R., Yadryshnikova O. A. 2022. "On the application of the LET-model for the approximation of core relative phase permeabilities". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 4 (32), pp. 144-162.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-4-144-162

of the work. Further, the application of the LET-model is formalized and the methodology for determining the adjustable coefficients of the model (L , E and T) is described.

The task of selecting model parameters is interpreted as a multidimensional optimization problem. Also, a class of nonlinear least squares methods was defined to solve the problem. Several common numerical optimization methods for selecting the coefficients of the model are considered: the brute-force search method, the Levenberg-Marquardt algorithm method, the trust region method. Computational experiments were carried out to assess their applicability and comparative analysis of optimization algorithms.

Based on the results of the experiments, it was concluded that the method of confidence domains is suitable for practical application, since they converge to the optimal solution quickly enough and demonstrates high accuracy in the selection of coefficients L , E , T .

The final part of the article demonstrates the difference between the LET-model and the basic Corey model when approximating core relative phase permeabilities.

Keywords

LET-model, approximation, core, relative phase permeabilities, RPP, non-linear least squares method, least squares method, gradient optimization methods.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-4-144-162

REFERENCES

1. Berdyshev V. I., Petrak L. V. 1999. Approximation of functions, compression of numerical information, applications. Yekaterinburg: IMM UB RAS. 296 p. [In Russian]
2. Bolshakova L. V., Grachev A. V. 2016. "The use of average error of approximation as a criterion of adequacy of regression model". Regional Informatics and Information Security, pp. 162-164. [In Russian]
3. Zakiev D. R., Ponomareva D. V. 2018. "Creation of a gas condensate field hydrodynamic model". International Student Scientific Herald, no. 6. Accessed 8 November 2022. <https://eduherald.ru/ru/article/view?id=19292> [In Russian]
4. Zakharova E. M., Minashina I. K. 2014. "Review of multidimensional optimization techniques". Information Processes, vol. 14, no. 3, pp. 256-274. [In Russian]
5. Kolomiets L. V., Ponikarova N. Yu. 2017. Least squares method: Method. Instructions. Samara: Publishing House of Samara University. 32 p. [In Russian]
6. Polyak B. T. 2006. "Newton's method and its role in optimization and computational mathematics". Proceedings of the Institute of System Analysis of the Russian Academy of Sciences, vol. 28, pp. 44-62. [In Russian]
7. Rodivilov D. B., Grechneva O. M., Natchuk N. Yu., Rusanov A. S. 2021. "Petrophysical basis for modeling expelled water in gas saturated reservoirs of the Achimov sequence". Exposition Oil & Gas, no. 6, pp. 41-45. [In Russian]
8. Stepanov S. V., Shabarov A. B. 2021. "Towards the presence of regularities between the function of interfacial interaction and the filtration capacity properties". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 7, no. 1 (25), pp. 92-111. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-1-92-111 [In Russian]

9. Dobrynin V. M., Kovalev A. G., Kuznetsov A. M., Chernoglazov V. N. 1988. Phase permeability of oil and gas reservoirs. Moscow: VNIIOENG. 56 p. [In Russian]
10. Khairullin A. A. 2021. "Development and research of a model of two-phase non-piston displacement of oil by water". Cand. Sci. (Tech.) diss. Tyumen, 147 p. [In Russian]
11. Teptin G. M., Khutorova O. G., Stenin Yu. M. et al. 2013. Numerical methods in physics and radiophysics: An educational and methodical manual. Kazan: Kazan Federal University. 38 p. [In Russian]
12. Chierici G. L. 1984. "Novel relations for drainage and imbibition relative permeabilities". Society of Petroleum Engineers Journal, vol. 24, no. 3, pp. 275-276. DOI: 10.2118/10165-PA
13. Corey A. T. 1954. "The interrelation between gas and oil relative permeabilities". Producers Monthly, vol. 19, no. 1, pp. 38-41.
14. Gratton S., Lawless A. S., Nichols N. K. 2007. "Approximate Gauss-Newton methods for nonlinear least squares problems". Society for Industrial and Applied Mathematics Journal on Optimization, vol. 18, no. 1, pp. 106-132. DOI: 10.1137/050624935
15. Johnson M. L. 2008. "Nonlinear least-squares fitting methods". Methods in Cell Biology, vol. 84, pp. 781-805. DOI: 10.1016/S0091-679X(07)84024-6
16. Kelley C. T. 1999. Iterative methods for optimization. Society for industrial and applied mathematics. XV + 171 p. DOI: 10.1137/1.9781611970920
17. Lomeland F., Ebeltoft E., Thomas W. H. 2005. "A new versatile relative permeability correlation". Paper presented at the International Symposium of the Society of Core Analysts (21-25 August 2005, Toronto, Canada). Paper SCA2005-32. Accessed 8 November 2022. <http://jgmaas.com/SCA/2005/SCA2005-32.pdf>
18. Lomeland F., Orec A. S. 2018. "Overview of the LET family of versatile correlations for flow functions". Paper presented at the International Symposium of the Society of Core Analysts (27-30 August 2018, Trondheim, Norway). Paper SCA2018-056. Accessed 8 November 2022. <http://jgmaas.com/SCA/2018/SCA2018-056.pdf>
19. Moghadas L., Guadagnini A., Inzoli F., Bartosek M. 2015. "Interpretation of two-phase relative permeability curves through multiple formulations and Model Quality criteria". Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 135, pp. 738-749. DOI: 10.1016/j.petrol.2015.10.027
20. Moré J. J. 1978. "The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory". Numerical Analysis. Lecture Notes in Mathematics, vol. 630, pp. 105-116. DOI: 10.1007/BFb0067700
21. Sakhaei Z., Azin R., Osfour S. 2016. "Assessment of empirical/theoretical relative permeability correlations for gas-oil/condensate systems". Proceedings of the 1st Biennial Persian Gulf Oil, Gas and Petrochemical Conference (20 April 2016, Bushehr, Iran). 11 p. Accessed 8 November 2022. <https://www.sid.ir/FileServer/SE/386E20160106.pdf>
22. Sigmund P. M., McCaffery F. G. 1979. "An improved unsteady-state procedure for determining the relative-permeability characteristics of heterogeneous porous media (includes associated papers 8028 and 8777)". Society of Petroleum Engineers Journal, vol. 19, no. 1, pp. 15-28. DOI: 10.2118/6720-PA
23. Yuan Y.-X. 2000. "A review of trust region algorithms for optimization". ICIAM 99: Proceedings of the 4th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (5-9 July 1999, Edinburgh, Scotland), pp. 271-282.