

# ТЕППОФИЗИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА

Оксана Валентиновна АХМЕТОВА<sup>1</sup>

УДК 532.517.2

## НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОЙ ОРТОТРОПНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ<sup>1</sup>

<sup>1</sup> кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры общей и теоретической физики,  
Стерлитамакский филиал  
Башкирского государственного университета  
ahoksana@yandex.ru

### Аннотация

Сформулирована постановка задачи о нестационарном теплообмене при отборе флюида из слоисто-неоднородного ортотропного пористого пласта, в котором три слоя разделены плоскими границами. Задача содержит уравнения теплопроводности в настиляющем и подстилающем слоях, уравнение конвективной теплопроводности в среднем слое с источниками, индуцированными нестационарными полями давления упругого режима течения в нефтяных пластах. На границах раздела сред заданы условия IV рода. В начальный момент времени и в удаленных от скважины областях температурные возмущения отсутствуют.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 16-08-00548 А.

---

**Цитирование:** Ахметова О. В. Нестационарное температурное поле в слоисто-неоднородной ортотропной пористой среде / О. В. Ахметова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 3. С. 10-23.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-3-10-23

---

Представлены асимптотические решения описанной задачи в нулевом и первом приближениях в пространстве изображений Лапласа–Карсона и в пространстве оригиналов. Построены зависимости температурного эффекта, возникающего при фильтрации углеводородов, от пространственных координат и времени при различных значениях физических параметров, характеризующих фильтрацию. На основании анализа графических зависимостей оценен порядок величины температурного эффекта. Приведено сопоставление экспериментальной и теоретической зависимостей забойной температуры и баротермического эффекта от времени.

**Ключевые слова**

Теплообмен, фильтрация, асимптотические решения.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-3-10-23**

Дросселирование нефти и воды по пласту приводит к повышению его температуры, в результате теплопроводности нагреваются и окружающие работающий пласт породы. В покрывающих породах непосредственное измерение температуры, обусловленное теплоотдачей работающего пласта, затруднено вследствие экранирующего влияния конвективного переноса тепла потоком жидкости в стволе скважины. В работах Б. Х. Сейджа, У. Н. Лейси, Р. Дж. Стеффенсена, Р. Г. Смит и др. утверждается, что при фильтрации углеводородов наблюдается эффект Джоуля–Томсона [6].

Известно, что классический эффект Джоуля–Томсона заключается в повышении температуры потока при стационарной фильтрации в установившемся поле давления [3]. Температурное поле при этом тоже должно быть установившимся. Реализация таких условий в нефтегазовых пластах затруднена и практически невозможна из-за значительных размеров пластов и условий эксплуатации скважин [1; 2].

Разработка подавляющего большинства нефтяных залежей протекает в упругом режиме, при котором наблюдаются длительные неустановившиеся процессы перераспределения пластового давления. Пластовые давления в реальных случаях нестационарны, поскольку насосная эксплуатация более отвечает режиму постоянного отбора, поэтому установление стационарного температурного поля требует времен, сравнимых со временем выработки пласта. В силу этого многочисленные попытки использования теории эффекта Джоуля–Томсона для нефтяных и газовых скважин противоречивы и приводят к расхождению с экспериментом [5; 6; 13].

Обоснованным представляется использование значительно более сложной теории баротермического эффекта, заключающегося в эволюции температурного поля при фильтрации в нестационарном поле давления [5; 6; 11; 13]. Определение величины баротермического эффекта связано с решением взаимосвязанных задач о полях давления, скоростей и температуры в реальных неоднородных и анизотропных пластах. Решение таких задач является одним из основных этапов данной работы, поскольку эта температурная аномалия (температурный сигнал

пласта) служит начальным условием для температурного поля в скважине, а также позволяет оценивать коллекторские характеристики призабойной зоны пласта.

Величины  $\text{grad}P$ ,  $\partial P/\partial t$  определяются из соответствующей задачи для поля давления [10], а поля скоростей  $\vec{w}$  — с помощью закона Дарси.

### Нестационарная задача о температурном поле в слоисто-неоднородной пористой среде

В цилиндрической системе координат слоисто-неоднородный пористый пласт представлен тремя областями с плоскими границами раздела  $z_d = \pm h$ , перпендикулярными вертикальной оси  $z_d$ , сонаправленной с осью скважины (рис. 1).

Каждая область считается ортотропной и характеризуется плотностью, удельной теплоемкостью, компонентами теплопроводности и температуропроводности в соответствии с направлением осей. Среда полагается сильно анизотропной  $\lambda_r \ll \lambda_z$ ,  $\lambda_{r1} \ll \lambda_{z1}$ ,  $\lambda_{r2} \ll \lambda_{z2}$  настолько, что это позволяет пренебречь слагаемыми, содержащими радиальные компоненты теплопроводности в уравнениях теплопроводности для всех областей [7; 8].

Математическая постановка задачи для покрывающего и подстилающего массивов представляется уравнениями теплопроводности

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = a_{z1} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z_d^2}, \quad z_d > h, \quad t > 0, \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial t} = a_{z2} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial z_d^2}, \quad z_d < -h, \quad t > 0, \quad (1)$$

а также уравнением конвективной теплопроводности с источником в пласте

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_d(r_d, t) \frac{\partial \theta}{\partial r_d} - a_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z_d^2} = Q_d(r_d, t), \quad |z_d| < h, \quad r_d > 0, \quad t > 0, \quad (2)$$

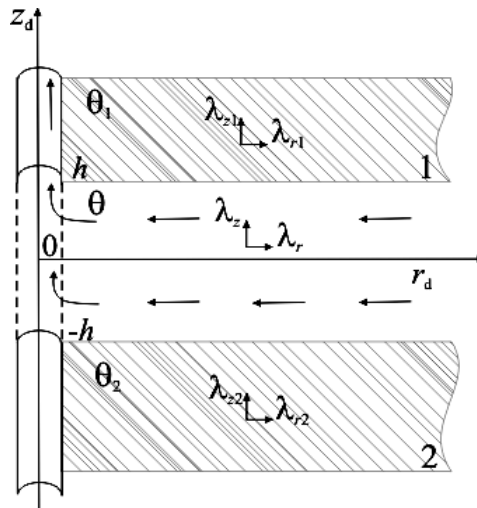


Рис. 1. Геометрия задачи о температурном поле при фильтрации флюида к скважине

Fig. 1. The geometry of the problem of the temperature field at the fluid filtration to well

где  $Q_d(r_d, t) = m \frac{c_l \rho_l}{c_s \rho_s} \eta_{d,ef} \frac{\partial P_d}{\partial t} - u_d(r_d, t) \varepsilon_{d,ef} \frac{\partial P_d}{\partial r_d} + q_d$ . Источником тепла  $q_d$  могут являться, например, электромагнитный излучатель, химическая реакция при взаимодействии соляной кислоты с карбонатной составляющей скелета, горячий пар и т. д., а задача для определения функции распределения давления в пласте  $P_d$  рассмотрена в работе [10].

На границах раздела областей определены условия равенства температур и тепловых потоков

$$\theta|_{z_d=h} = \theta_1|_{z_d=h}, \quad \theta|_{z_d=-h} = \theta_2|_{z_d=-h}, \quad (3)$$

$$\lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial z_d} \Big|_{z_d=h} = \lambda_{z1} \frac{\partial \theta_1}{\partial z_d} \Big|_{z_d=h}, \quad \lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial z_d} \Big|_{z_d=-h} = \lambda_{z2} \frac{\partial \theta_2}{\partial z_d} \Big|_{z_d=-h}. \quad (4)$$

Температура в каждом слое в начальный момент времени соответствует геотермическому распределению

$$\theta|_{t=0} = \theta_0 - \Gamma z_d, \quad \theta_1|_{t=0} = \theta_0 - \Gamma h - \Gamma_1(z_d - h), \quad \theta_2|_{t=0} = \theta_0 + \Gamma h - \Gamma_2(z_d + h). \quad (5)$$

Температурные возмущения в удаленных от скважины участках пород отсутствуют

$$\begin{aligned} \theta|_{r_d \rightarrow \infty} &\rightarrow \theta_0 - \Gamma z_d, \quad \theta_1|_{r_d+z_d \rightarrow \infty} \rightarrow \theta_0 - \Gamma h - \Gamma_1(z_d - h), \\ \theta_2|_{r_d-z_d \rightarrow \infty} &\rightarrow \theta_0 + \Gamma h - \Gamma_2(z_d + h). \end{aligned} \quad (6)$$

Предполагается, что решение ограничено в области  $r_d > 0$  и функция источников  $Q(r_d, t)$  не зависит от температуры.

Решения задачи вида (1)–(6) методом формального асимптотического параметра в нулевом и первом асимптотическом приближениях представлено в работе [8]. Для нахождения решений сформулирована базисная совокупность безразмерных параметров

$$\begin{aligned} r &= r_d/h, \quad z = z_d/h, \quad Fo = ta_{z1}/h^2, \quad u = u_d h/a_{z1}, \quad Q(r, Fo) = h^2 Q_d(r_d, t)/(\theta_{11} a_{z1}), \\ \chi &= c_l \rho_l / (c_s \rho_s), \quad \Lambda = \lambda_{z1}/\lambda_z, \quad \lambda = \lambda_{z2}/\lambda_{z1}, \quad \alpha^{-2} = a_{z2}/a_{z1}, \quad T = (\theta - \theta_0 + \Gamma z_d)/\theta_{11}, \\ T_1 &= (\theta_1 - \theta_0 + \Gamma h + \Gamma_1(z_d - h))/\theta_{11}, \quad T_2 = (\theta_2 - \theta_0 - \Gamma h + \Gamma_1(z_d + h))/\theta_{11}, \end{aligned}$$

позволяющая записать исходную задачу в безразмерном виде.

Затем задача параметризована путем замены  $\lambda_z$  на  $\varepsilon^{-1} \lambda_z$ . Физический смысл этого формального параметра заключается в том, что устремление его к нулю  $\varepsilon \rightarrow 0$  соответствует возрастанию вертикальной компоненты теплопроводности до бесконечности  $\lambda_z \rightarrow \infty$ . В [7; 8] показано, как это приводит к тому, что нулевое приближение в пласте не зависит от вертикальной координаты — «мгновенное выравнивание» — и определяет осредненные по толщине пласта значения температуры. Далее искомое решение представлено в виде асимптотической формулы по параметру  $\varepsilon$ , подстановкой которой в параметризованную задачу

получена задача, разбитая по степеням  $\varepsilon$ . Из разбитой задачи при одинаковых степенях  $\varepsilon$  выписаны задачи для соответствующих коэффициентов асимптотического разложения, которые являются «зацепленными» в том смысле, что в уравнении конвективной теплопроводности и условии равенства тепловых потоков присутствуют соседние коэффициенты асимптотического разложения. С использованием процедуры «расцепления» сформулированы окончательные постановки задач для нулевого и первого коэффициентов разложения по формальному параметру. Решения задач найдены в пространстве изображений Лапласа–Карсона. Нахождение первого коэффициента разложения потребовало добавочных условий, которые определяются из требования тривиальности решения задач для коэффициентов асимптотического разложения остаточного члена — функции, включающей все слагаемые после первого коэффициента асимптотического разложения.

Решения задачи о нестационарном поле температуры в слоисто-неоднородном ортотропном пористом пласте в пространстве изображений в частном случае  $u(r) = -J/(2r)$  запишутся следующим образом:

$$T^{(0)u} = \frac{2}{J} \cdot \int_r^\infty Q^u(r', p) \cdot \exp\left(-\frac{p + \chi\sqrt{p}\text{Fi}_+}{J} \cdot (r'^2 - r^2)\right) r' dr',$$

$$T_1^{(0)u} = \frac{2}{J} \cdot \int_r^\infty Q^u(r', p) \cdot \exp\left(-\frac{p + \chi\sqrt{p}\text{Fi}_+}{J} \cdot (r'^2 - r^2) - \sqrt{p}(z-1)\right) r' dr',$$

$$T_2^{(0)u} = \frac{2}{J} \cdot \int_r^\infty Q^u(r', p) \cdot \exp\left(-\frac{p + \chi\sqrt{p}\text{Fi}_+}{J} \cdot (r'^2 - r^2) + \alpha\sqrt{p}(z+1)\right) r' dr'.$$

Выполнив переход в пространство оригиналов [4], имеем

$$T^{(0)} = \frac{2}{J} \int_r^\infty \frac{d}{d\text{Fo}} \int_{\frac{r'^2-r^2}{J}}^{\text{Fo}} Q(r', \text{Fo} - \tau) \text{erfc}\left(\frac{\chi\text{Fi}_+(r'^2 - r^2)}{2\sqrt{J(J \cdot \tau + r^2 - r'^2)}}\right) r' d\tau dr', \quad (7)$$

$$T_1^{(0)} = \frac{2}{J} \int_r^\infty \frac{d}{d\text{Fo}} \int_{\frac{r'^2-r^2}{J}}^{\text{Fo}} Q(r', \text{Fo} - \tau) \text{erfc}\left(\frac{\chi\text{Fi}_+(r'^2 - r^2) + J(z-1)}{2\sqrt{J(J \cdot \tau + r^2 - r'^2)}}\right) r' d\tau dr', \quad (8)$$

$$T_2^{(0)} = \frac{2}{J} \int_r^\infty \frac{d}{d\text{Fo}} \int_{\frac{r'^2-r^2}{J}}^{\text{Fo}} Q(r', \text{Fo} - \tau) \text{erfc}\left(\frac{\chi\text{Fi}_+(r'^2 - r^2) - \alpha J(z+1)}{2\sqrt{J(J \cdot \tau + r^2 - r'^2)}}\right) r' d\tau dr'. \quad (9)$$

Как показано в [7; 8], нулевой коэффициент асимптотического разложения представляет поле, некоторым образом осредненное по вертикальной координате в средней области. Детальное описание зависимости температуры от вертикальной координаты в области осреднения дает решение для первого коэффициента асимптотического разложения, а окончательные решения в пространстве оригиналов в первом приближении имеют вид  $T = T^{(0)} + \varepsilon T^{(1)}$ ,  $T_1 = T_1^{(0)} + \varepsilon T_1^{(1)}$ ,  $T_2 = T_2^{(0)} + \varepsilon T_2^{(1)}$ .

В пространстве изображений Лапласа–Карсона выражение для первого асимптотического коэффициента в среднем пропластке имеет вид [4]

$$T^{(1)u} = -\Lambda \left( \frac{z^2}{2} \text{Fi}_+ + z \text{Fi}_- \right) \sqrt{p} T^{(0)u} + \frac{2}{J} \cdot \int_r^\infty F^u(r', p) \cdot \exp \left( -\frac{p + \chi \sqrt{p} \text{Fi}_+}{J} \cdot (r'^2 - r^2) \right) r' dr', \quad (10)$$

где  $F^u(r, p) = \frac{\Lambda \chi}{3} \text{Fi}_+^2 p T^{(0)u} + \frac{\Lambda \chi}{6} \text{Fi}_+ \sqrt{p} Q^u$ .

Из (10) получено выражение для вертикального профиля температуры в центральном пропластке

$$T^{(1)u} - T^{(1)u}(z=1) = -\Lambda \left( \frac{z^2 - 1}{2} \text{Fi}_+ + (z-1) \text{Fi}_- \right) \sqrt{p} T^{(0)u}, \quad (11)$$

которое в пространстве оригиналов имеет вид

$$T^{(1)} - T^{(1)}(z=1) = -\frac{\Lambda}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{z^2 - 1}{2} \text{Fi}_+ + (z-1) \text{Fi}_- \right) \sqrt{\frac{J}{\mathcal{J}Fo - R^2 + r^2}} \times \exp \left( -\frac{\chi^2 \text{Fi}_+^2 (R^2 - r^2)^2}{4J(\mathcal{J}Fo - R^2 + r^2)} \right) \Phi(\mathcal{J}Fo - R^2 + r^2) \Phi(R - r). \quad (12)$$

**Анализ графических зависимостей и оценка температурного сигнала пласта**

На рис. 2 представлены расчеты, осуществленные по формулам (7)–(9). В расчетах принято  $c_r = 840$  Дж/(К\*кг),  $c_{\text{нп}} = 810$  Дж/(К\*кг),  $c_{\text{пр}} = 920$  Дж/(К\*кг),

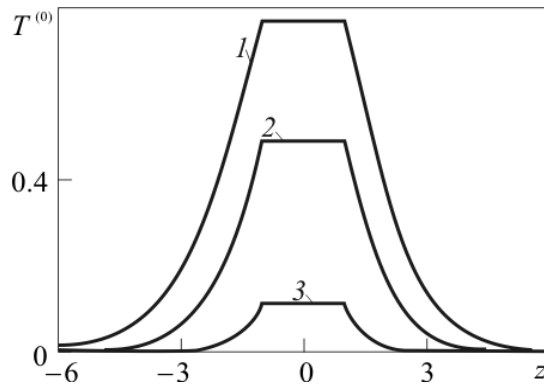


Рис. 2. Зависимость безразмерной температуры в нулевом приближении от безразмерной вертикальной координаты при различных значениях Fo: 1 — Fo = 5,4; 2 — 1,8; 3 — 0,9

Fig. 2. The dependence of the dimensionless temperature in the zero approximation on the dimensionless vertical coordinate for the different values of Fo: 1 — Fo = 5.4, 2 — 1.8, 3 — 0.9

$\rho_r = 3\,040 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_{\text{нп}} = 2\,060 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_{\text{пг}} = 2\,640 \text{ кг/м}^3$ ,  $\lambda_r = 2,3 \text{ Вт/(м}^*\text{К)}$ ,  $\lambda_{\text{нп}} = 2,0 \text{ Вт/(м}^*\text{К)}$ ,  $\lambda_{\text{пг}} = 3,4 \text{ Вт/(м}^*\text{К)}$ ,  $a_r = 9 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $a_{\text{нп}} = 12 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $a_{\text{пг}} = 14 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  (нижние индексы: г — глина, нп — нефтенасыщенный песчаник, пг — песчаник глинистый). В предположении, что нефтенасыщенный песчаник окружен глиной сверху и глинистым песчаником снизу, безразмерные параметры примут следующие значения:  $\lambda = 1,5$ ,  $\chi = 1,53$ ,  $\Lambda = 1,15$ ,  $\alpha = 0,87$ ,  $Fi_+ = 0,88$ ,  $Fi_- = 0,12$ .

Рис. 2 иллюстрирует зависимость безразмерной температуры в нулевом приближении от безразмерной вертикальной координаты при различных значениях безразмерного времени. Анализ кривых показывает, что с увеличением времени температурные возмущения распространяются как вдоль нефтенасыщенного пласта, так и в настиляющий и подстиляющий пласты. Здесь  $r = 0,5$ ,  $J = 1$ .

На рис. 3 представлены кривые, рассчитанные по формуле (12). Температурный перепад уменьшается с течением времени. Асимметрия кривых на рис. 2 и 3 объясняется различием теплофизических характеристик настиляющей и подстиляющей сред.

Согласно выражению, описывающему источник  $Q_d$ , в уравнение теплопроводности центрального пласта входят функции, зависящие от распределения возмущения давления в пласте. Вид этих функций определяется в работе [10].

На рис. 4 представлены зависимости баротермического эффекта в скважине от времени при фильтрации жидкости с различной вязкостью в пропластках с разными проницаемостями.

Анализ кривых показывает, что с увеличением вязкости фильтрующейся нефти и уменьшением проницаемости нефтесодержащего пропластка температурный эффект растет.

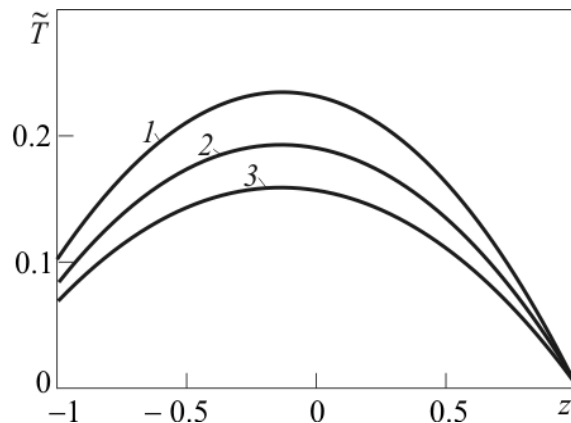


Рис. 3. Температурный профиль в центральном пласте при различных значениях параметра Фурье: 1 —  $Fo = 1,8$ ; 2 —  $Fo = 3,6$ ; 3 —  $Fo = 5,4$

Fig. 3. The temperature profile in the central plast for different Fourier values: 1 —  $Fo = 1.8$ , 2 —  $Fo = 3.6$ , 3 —  $Fo = 5.4$

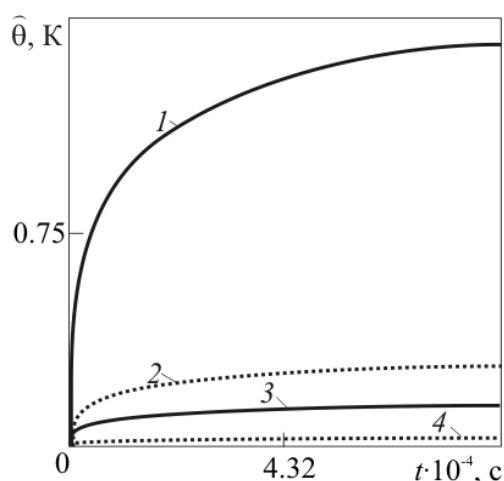


Рис. 4. Баротермический эффект в скважине от времени при фильтрации жидкости с различной вязкостью в пропластках с разными проницаемостями. Шифр кривых:  
 1 —  $\mu = 0,064 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ,  $k_r = 10^{-14} \text{ м}^2$ ;  
 2 —  $0,064 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ,  $5 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$ ;  
 3 —  $0,0064 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ,  $10^{-14} \text{ м}^2$ ;  
 4 —  $0,0064 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ,  $5 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$

Fig. 4. The barothermal effect in the well caused by the filtration of fluid with different viscosities in different permeability streaks. Curves designations:  
 1 —  $\mu = 0.064 \text{ Pa}\cdot\text{sec}$ ,  $k_r = 10^{-14} \text{ m}^2$ ;  
 2 —  $0.064 \text{ Pa}\cdot\text{sec}$ ,  $5 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$ ;  
 3 —  $0.0064 \text{ Pa}\cdot\text{sec}$ ,  $10^{-14} \text{ m}^2$ ;  
 4 —  $0.0064 \text{ Pa}\cdot\text{sec}$ ,  $5 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$

Зависимости температурного эффекта в скважине от времени для разных значений дебита и мощности проницаемого пропластка рассмотрены на рис. 5а и б.

Кривые рис. 5б построены при значении горизонтальной компоненты проницаемости центрального пропластка в 10 раз большей, чем соответствующая компонента рис. 5а. Из анализа зависимостей следует, что температурный эффект растет с увеличением дебита нефти и полутолщины нефтесодержащего пласта. Из сопоставления рисунков видно, что уменьшение на порядок горизонтальной компоненты проницаемости приводит к росту температурного сигнала пласта на порядок.

На рис. 6 сопоставлены опытная [12] и теоретическая кривые изменения забойной температуры со временем. Опытная кривая зарегистрирована после пуска скважины 108 Шебелинского месторождения с постоянным отбором газа  $5,45 \text{ м}^3/\text{с}$ . Мощность основного продуктивного пласта — 23 м, диаметр ствола скважины — 25 см. Теоретические расчеты для рис. 6 и 7 выполнены по формуле (7) с учетом соотношений для обезразмеривания. В расчетах принято  $Q = 5,45 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $r_{\text{од}} = 0,125 \text{ м}$ ,  $h = 11,5 \text{ м}$ ,  $m = m_1 = 0,1$ ,  $\beta = \beta_1 = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$ ,  $\mu = 13 \cdot 10^{-6} \text{ Па}\cdot\text{с}$ ,  $k_z = 10^{-13} \text{ м}^2$ ,  $k_r = 1,8 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$ ,  $k_{z1} = 10^{-15} \text{ м}^2$ .

Из рис. 6 видно хорошее согласие теоретической и экспериментальной зависимостей. Амплитудная погрешность теоретической кривой не превышает 1 К или 4% в относительных единицах.



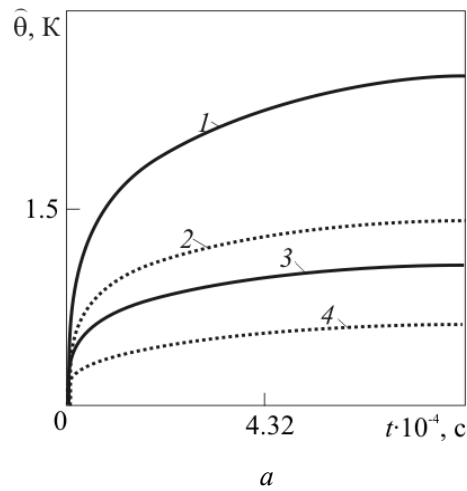


Рис. 5. Динамика температурного эффекта в скважине для разных значений дебита и мощности проницаемого пропластка.  
 а —  $k_f = 10^{-13} \text{ м}^2$ . Шифр кривых:  
 1 —  $Q^* = 12,8 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $h = 1 \text{ м}$ ,  
 2 —  $12,8 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $0,5 \text{ м}$ , 3 —  $6,4 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $1 \text{ м}$ ,  
 4 —  $6,4 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $0,5 \text{ м}$ ;  
 б —  $k_f = 10^{-14} \text{ м}^2$ . Шифр кривых:  
 1 —  $Q^* = 12,8 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $h = 1 \text{ м}$ ,  
 2 —  $12,8 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $0,5 \text{ м}$ , 3 —  $6,4 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $1 \text{ м}$ ,  
 4 —  $6,4 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $0,5 \text{ м}$

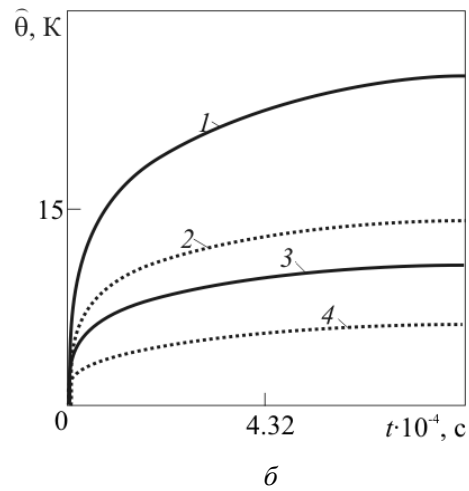


Fig. 5. The dynamics of temperature effects in the well for different values of flow rate and power permeable interlayer:  
 а —  $k_f = 10^{-13} \text{ м}^2$ . Curves designations:  
 1 —  $Q^* = 12.8 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $h = 1 \text{ м}$ ,  
 2 —  $12.8 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $0.5 \text{ м}$ , 3 —  $6.4 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $1 \text{ м}$ ,  
 4 —  $6.4 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $0.5 \text{ м}$ ;  
 б —  $k_f = 10^{-14} \text{ м}^2$ . Curves designations:  
 1 —  $Q^* = 12.8 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $h = 1 \text{ м}$ ,  
 2 —  $12.8 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $0.5 \text{ м}$ , 3 —  $6.4 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $1 \text{ м}$ ,  
 4 —  $6.4 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $0.5 \text{ м}$

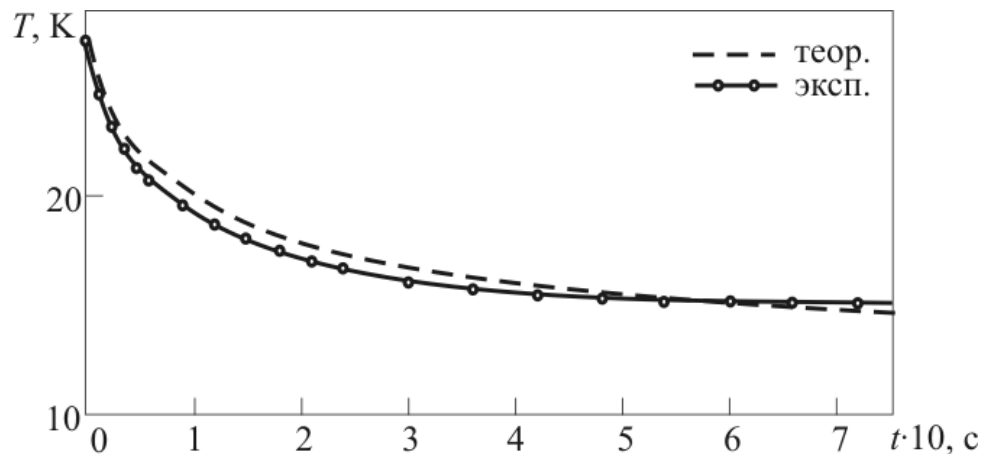


Рис. 6. Сопоставления экспериментальной [12] и теоретической кривых изменения забойной температуры со временем

Fig. 6. The comparison of experimental and theoretical curves of the changes in the bottom-hole temperature over time

Рис. 7 иллюстрирует сопоставление экспериментальной [9] и теоретической зависимостей баротермического эффекта от времени. Расчетные параметры:  $\varepsilon = 10^{-7}$  К/Па,  $\eta = 6 \cdot 10^{-6}$  К/Па,  $Q = 15 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/с,  $r_{0d} = 0,125$  м,  $h = 2,4$  м,  $m = m_1 = 0,1$ ,  $\beta = \beta_1 = 10^{-9}$  Па<sup>-1</sup>,  $\mu = 0,08$  Па·с,  $k_r = 10^{-13}$  м<sup>2</sup>,  $k_{z1} = k_{z2} = 10^{-15}$  м.

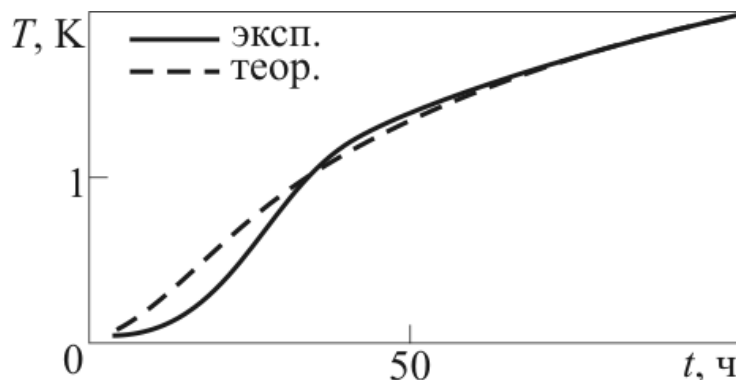


Рис. 7. Сопоставление экспериментальной [9] и теоретической зависимостей баротермического эффекта от времени

Fig. 7. The comparison of experimental and theoretical dependencies of the barothermal effect over time

Анализ кривых показывает удовлетворительное согласие теоретической и экспериментальной зависимостей. Максимальная погрешность теоретической кривой наблюдается при значении времени 20 ч и составляет 0,2 К или 10%. При увеличении времени погрешность моделирования уменьшается и при  $t > 60$  ч не превышает 1%. Расхождение между теоретической и экспериментальной кривыми при  $t$  около 20 ч объясняется влиянием кольцевой неоднородности призабойной зоны пласта, которая в развитой теории не учитывается.

### Выводы

Представленные в работе формулы позволили определить величину температурного сигнала пласта, определяющего граничное условие в задаче о температурном поле в стволе действующей скважины. Показано, что в зависимости от условий фильтрации баротермический эффект может иметь порядок от 0,1 до 10 К.

Представленная в работе термогидродинамическая модель позволяет учесть нестационарность поля давления при исследовании баротермического эффекта, слоистую неоднородность залежи, вклад теплообмена пласта с окружающими породами, вклад анизотропии пласта и окружающих пород в температурное поле, а также вертикальные распределения температуры в пласте и окружающих породах.

Хорошее согласие экспериментальных и теоретических зависимостей свидетельствует об адекватности представленной модели.

**Принятые обозначения***Латинские:* $a, a_1$  — температуропроводность флюида и окружающей среды соответственно,  $\text{м}^2/\text{с}$ ; $c, c_1$  — удельная теплоемкость флюида и окружающей среды соответственно,  $\text{Дж}/(\text{К}\cdot\text{кг})$ ; $Fo$  — безразмерное время; $h$  — полутолщина продуктивного пласта,  $\text{м}$ ; $J$  — безразмерная величина, характеризующая конвективный поток фильтрующегося флюида; $p$  — комплексный параметр преобразования Лапласа–Карсона; $P_d$  — давление,  $\text{Па}$ ; $r_d, r$  — соответственно размерная и безразмерная радиальная координата; $t$  — время,  $\text{с}$ ; $T$  — безразмерное температурное поле; $\tilde{T}$  — безразмерный вертикальный профиль температуры в среднем пропластке; $u_d(r_d, t)$  — скорость конвективного переноса тепла,  $\text{м}/\text{с}$ ; $q_d$  — плотность источников тепла,  $\text{Вт}/\text{м}^3$ ; $z_d, z$  — соответственно размерная и безразмерная вертикальная координата,  $\text{м}$ .*Греческие:* $\alpha$  — отношение температуропроводностей; $\Gamma$  — геотермический градиент,  $\text{К}/\text{м}$ ; $\theta, \theta_1$  — температура флюида и окружающей среды соответственно,  $\text{К}$ ; $\theta_{01}$  — естественная невозмущенная температура,  $\text{К}$ ; $\theta_{11}$  — константа, используемая для обезразмеривания,  $\text{К}$ ; $\varepsilon_{d,ef}$  — эффективный коэффициент Джоуля–Томсона,  $\text{К}/\text{Па}$ ; $\varepsilon$  — параметр асимптотического разложения; $\eta_{d,ef}$  — эффективный адиабатический коэффициент  $\text{К}/\text{Па}$ ; $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ; $\mu$  — вязкость жидкости,  $\text{Па}\cdot\text{с}$ ; $\rho, \rho_1$  — плотность флюида и окружающей среды,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ; $\chi$  — отношение объемных теплоемкостей.*Верхние индексы:*

(0) — нулевое асимптотическое приближение;

(1) — первый коэффициент асимптотического разложения;

1 — первое асимптотическое приближение;

и — изображение функции в пространстве Лапласа–Карсона.

*Нижние индексы:*

d — размерный (dimension);

 $r, z, x$  — направления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Валиуллин Р. А. Исследование радиально-углового распределения температуры при неизотермической двухфазной фильтрации нефти и воды / Р. А. Валиуллин, Р. Ф. Шарафутдинов, А. А. Садретдинов, А. С. Бочков // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Том 49. № 6(292). С. 992–997.
2. Вахитов Г. Г. Термодинамика призабойной зоны нефтяного пласта / Г. Г. Вахитов, О. Л. Кузнецов, Э. М. Симкин. М.: Недра, 1978. 216 с.
3. Гурбатова И. П. Влияние структуры порового пространства на масштабный эффект при изучении фильтрационно-емкостных свойств сложнопостроенных карбонатных коллекторов / И. П. Гурбатова, В. А. Кузьмин, Н. Н. Михайлов // Геология нефти и газа. 2011. № 2. С. 74–82.
4. Диткин В. А. Справочник по операционному исчислению / В. А. Диткин, А. П. Прудников. М.: Высшая школа, 1965. 466 с.
5. Рамазанов А. Ш. Баротермический эффект при вытеснении нефти из пористой среды / А. Ш. Рамазанов, Р. Ф. Шарафутдинов, А. Г. Халикова // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 1992. № 3. С. 104–109.
6. Филиппов А. И. Баротермический эффект при фильтрации газированной жидкости / А. И. Филиппов, А. А. Фридман, Е. М. Девяткин. Стерлитамак: Стерлитамак. гос. пед. ин-т; Стерлитамакский филиал АН РБ, 2000. 175 с.
7. Филиппов А. И. Задача о квазистационарном температурном поле в анизотропном слое с источниками при наличии конвекции / А. И. Филиппов, О. В. Ахметова, И. Ф. Кабиров // Научно-технический вестник Поволжья. 2011. № 5. С. 9–21.
8. Филиппов А. И. Задача о температурном поле в анизотропном слое с источниками при наличии конвекции / А. И. Филиппов, О. В. Ахметова, И. Ф. Кабиров // Инженерно-физический журнал. 2012. Том 85. № 4. С. 738–752.
9. Филиппов А. И. Интерпретация скважинных термограмм / А. И. Филиппов, К. А. Филиппов. Уфа: Гилем, 2004. 160 с.
10. Филиппов А. И. Поле давления при радиальной фильтрации в неоднородном ортотропном пласте в асимптотическом приближении / А. И. Филиппов, О. В. Ахметова, М. Р. Губайдуллин // Инженерно-физический журнал. 2015. Том 88. № 6. С. 1285–1297.
11. Филиппов А. И. Термодинамика фильтрационных нефтегазовых потоков / А. И. Филиппов, С. А. Филиппов. Стерлитамак: Стерлитамак. гос. пед. ин-т; Стерлитамак. филиал АН РБ, 2002. 200 с.
12. Чекалюк Э. Б. Термодинамика нефтяного пласта / Э. Б. Чекалюк. М.: Недра. 1965. 238 с.
13. Шарафутдинов Р. Ф. Тепловое поле эффекта Джоуля–Томсона в условиях охлаждения пластов / Р. Ф. Шарафутдинов, А. И. Филиппов // Известия вузов. Серия: Нефть и газ. 1983. № 6. С. 59–64.

Oksana V. AKHMETOVA<sup>1</sup>

## NONSTEADY TEMPERATURE FIELD IN ORTHOTROPIC LAYERED POROUS MEDIUM<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Cand. Sci. (Phys-Math.), Associate Professor,  
Department of General and Theoretical Physics,  
Sterlitamak Branch of Bashkir State University  
ahoksana@yandex.ru

### Abstract

The paper formulates the problem of unsteady heat transfer fluid in the selection of layered orthotropic porous layer, in which the three layers are separated by plane boundaries. The task includes the heat equation in the flooring and the underlying layers, convective heat conduction equation in the middle layer with the sources, induced by the elastic fields unsteady flow regime pressure in oil reservoirs. On the interfaces condition IV type is specified. At the initial time and in remote areas of the well temperature perturbations are absent.

The article presents asymptotic solutions for the described problems in the zero and first approximations in the space of Laplace–Carson images and in the space of the original. The dependences of the temperature effect, which occurs during the hydrocarbons filtering on spatial coordinates and time for different values of the physical parameters characterizing the filtering. Based on the analysis of plots, the order of magnitude of the temperature effect is estimated. The experimental and theoretical dependences of the downhole temperature and barothermal effect to time are compared.

### Keywords

Heat transfer, filtration, asymptotic solutions.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-3-10-23**

---

<sup>1</sup> The research has been carried out with the financial funding by the Russian Foundation for Basic Research in terms of the project no 16-08-00548 A.

---

**Citation:** Akhmetova O. V. 2016. “Nonsteady Temperature Field in Orthotropic Layered Porous Medium”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 3, pp. 10-23.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-3-10-23

## REFERENCES

1. Chekalyuk E. B. 1965. Termodinamika neftyanogo plasta [Thermodynamics of the Oil Reservoir]. Moscow: Nedra.
2. Ditkin V. A., Prudnikov A. P. 1965. Spravochnik po operatsionnomu ischisleniyu [The Handbook of Operational Calculus]. Moscow: Vysshaya shkola.
3. Filippov A. I., Akhmetova O. V., Gubaydullin M. R. 2015. "Pole davleniya pri radialnoy filtratsii v neodnorodnom ortotropnom plaste v asimptoticheskom priblizhenii" [The Pressure Field at the Radial Filter in a Nonuniform Orthotropic Formation in the Asymptotic Approximation]. Journal of Engineering Physics and Thermophysics, vol. 88, no 6, pp. 1285–1297.
4. Filippov A. I., Akhmetova O. V., Kabirov I. F. 2011. "Zadacha o kvazistatsionarnom temperaturnom pole v anizotropnom sloe s istochnikami pri nalichii konveksii" [The Problem of the Quasi-Stationary Temperature Field in the Anisotropic Layer with Sources in Presence of Convection]. Scientific and Technical Volga Region Bulletin, no 5, pp. 9–21.
5. Filippov A. I., Akhmetova O. V., Kabirov I. F. 2012. "Zadacha o temperaturnom pole v anizotropnom sloe s istochnikami pri nalichii konveksii" [The Problem of the Temperature Field in the Anisotropic Layer with Sources in Presence of Convection]. Journal of Engineering Physics and Thermophysics, vol. 85, no 4, pp. 738–752.
6. Filippov A. I., Filippov K. A. 2004. Interpretatsiya skvazhinnykh termogramm [Interpretation of Borehole Thermograms]. Ufa: Gilem.
7. Filippov A. I., Filippov S. A. 2002. Termodinamika filtratsionnykh neftegazovykh potokov [Thermodynamics Seepage of Oil and Gas Flows]. Sterlitamak: Sterlitamak Branch of Bashkir State University.
8. Filippov A. I., Fridman A. A., Devyatkin Ye. M. 2000. Barotermicheskiy effekt pri filtratsii gazirovannoy zhidkosti [Barothermal Effect when Filtering Carbonated Liquid]. Sterlitamak: Sterlitamak Branch of Bashkir State University.
9. Gurbatova I. P., Kuzmin V. A., Mikhaylov N. N. 2011. "Vliyanie struktury porovogo prostranstva na masshtabnyy effekt pri izuchenii filtratsionno-embkostnykh svoystv slozhnopostroennykh karbonatnykh kollektorov" [Influence of the Structure of the Pore Space in the Scale Effect in the Study of Reservoir Properties of Complex Carbonate Reservoirs]. Oil and Gas Geology, no 2, pp. 74–82.
10. Ramazanov A. Sh., Sharafutdinov R. F., Khalikova A. G. 1992. "Barotermicheskiy effekt pri vytesnenii nefi iz poristoy sredy" [Barothermal Effect When Oil Is Displaced from the Porous Medium]. Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza, no 3, pp. 104–109.
11. Sharafutdinov R. F., Filippov A. I. 1983. "Teplovoe pole efekta Dzhoulia–Tomsona v usloviyakh okhlazhdeniya plastov" [Thermal Field Joule–Thomson Effect in the Conditions of the Cooling Plasts]. Higher Educational Institutions News. Oil and Gas, no 6, pp. 59–64.
12. Vakhitov G. G., Kuznetsov O. L., Simkin E. M. 1978. Termodinamika prizaboynoy zony neftyanogo plasta [Thermodynamics of the Bottomhole Formation Zone of Oil]. Moscow: Nedra.
13. Valiullin R. A., Sharafutdinov R. F., Sadretdinov A. A., Bochkov A. S. 2008. "Issledovanie radialno-uglovogo raspredeleniya temperatury pri neizotermicheskoy dvukhfaznoy filtratsii nefi i vody" [Research Radial and Angular Distribution of Temperature at Two-Phase Nonisothermal Filtration of Oil and Water]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, vol. 49, no 6(292), pp. 992–997.