

## МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

Александр Борисович ШАБАРОВ<sup>1</sup>  
Александр Владимирович ШАТАЛОВ<sup>2</sup>

УДК 532.546.3

### ПОТЕРИ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ ВОДОНЕФТЯНОЙ СМЕСИ В ПОРОВЫХ КАНАЛАХ

<sup>1</sup> доктор технических наук, профессор,  
Тюменский государственный университет  
kaf\_mms@utmn.ru

<sup>2</sup> аспирант, Тюменский государственный университет  
sashatl@yandex.ru

#### Аннотация

Целью исследования является разработка алгоритма построения кривых относительных фазовых проницаемостей (ОФП) по данным малозатратных по времени лабораторных испытаний кернового материала: абсолютной проницаемости  $K_{\sigma}$ , кривых капиллярного давления, значений остаточной водонасыщенности  $S_{WC} = S^*$  и остаточной нефтенасыщенности  $1 - S_{or} = S^*$ , а также относительных фазовых проницаемостей ядра по воде  $f_{WS^*}$  и нефти  $f_{PS^*}$  в данных граничных точках.

Для получения обобщенных опытных данных о параметрах межфазного взаимодействия используются зависимости ОФП от водонасыщенности для образцов кернов характерных литологических типов.

Приведена методика расчета потерь давления при течении водонефтяной смеси в поровых каналах с помощью разработанной сетевой кластерной модели пористой

---

**Цитирование:** Шабаров А. Б. Потери давления при течении водонефтяной смеси в поровых каналах / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 50–72.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72

среды. Потери на участке канала представлены в виде суммы трех составляющих потерь давления: 1) на вязкое трение о стенки поровых каналов, 2) местных потерь при изменении площади сечения и наличии кривизны каналов, 3) потерь давления при межфазных взаимодействиях фильтрующейся смеси.

Приведены кривые потерь давления при межфазных взаимодействиях для ряда образцов кернов месторождений Сибири, полученных в результате расчетного исследования.

Установлено, что данный вид потерь в безразмерных переменных описывается универсальной «колоколообразной» двухпараметрической функцией от водонасыщенности; подобраны значения эмпирических параметров.

Полученные данные позволяют предложить расчетно-экспериментальную методику определения ОФП, заключающуюся в экспериментальном определении параметров  $K_0$ ,  $S_*$ ,  $S^*$ ,  $f_{PS^*}$ ,  $f_{WS^*}$  и кривых капиллярного давления с последующим расчетом зависимости ОФП от водонасыщенности на основе результатов исследования, изложенных в данной работе.

### Ключевые слова

Двухфазная фильтрация, кластерная сетевая модель, обобщенное уравнение Бернулли, потери давления при межфазных взаимодействиях.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72

### Введение

При течении флюидов в поровых каналах пластов длина этих каналов на порядки больше, чем их эквивалентные диаметры. Подобным же образом происходит фильтрация флюидов в экспериментах по определению относительных фазовых проницаемостей (ОФП) методом стационарной фильтрации [8], широко применяемым в настоящее время в нефтегазовой промышленности. Такой характер течения предполагает возможность описания его с помощью обобщенных уравнений Бернулли [11], в которых учтены дополнительные потери давления, возникающие при совместном течении нефти и воды по капиллярам [1; 9; 10] вследствие таких эффектов, как эффект Жамена [24] и др. Снятие каждой точки ОФП в экспериментах [8] требует применения дорогостоящего оборудования и занимает около суток, что долгосрочно; получение же кривых ОФП стандартной методикой на слабоконсолидированных образцах сильно затруднено. Описанные особенности порождают актуальность разработки численных, теоретических и теоретико-эмпирических методик, способных воспроизвести или частично (полностью) заменить традиционный эксперимент.

В середине XX века Перселл провел эксперименты по ртутной порометрии и вывел аналитическую формулу для расчета фазовой проницаемости (ФП) керна [30]:

$$K = \frac{F \cdot (\sigma \cdot \cos \theta)^2 \cdot m}{2 \cdot 10^4} \int_{0\%}^{100\%} \frac{dS}{P_c^2}, \quad (1)$$

где  $F$  — литологический фактор, связанный с различиями между процессами течения жидкости в гипотетической и реальной среде;  $\sigma$  — поверхностное натяжение;  $\theta$  — краевой угол смачивания;  $m$  — пористость;  $S$  — насыщенность жидкостью;  $P_c$  — капиллярное давление.

Бурдайн провел эксперименты по установлению распределения пор по размерам с помощью дилатометра и предложил схожие формулы для расчета фазовой проницаемости керна [16]. Позднее в формулы расчета фазовой проницаемости (ФП), для лучшей сходимости с экспериментальными данными, был введен фактор извилистости  $X_{rw} = \frac{S - S_*}{1 - S_*}$  для смачивающей фазы в уравнение ОФП [17]:

$$K_{rw} = \frac{0.126 \cdot m \cdot X_{rw}^2 \sum_{i=0}^n V_i \cdot \overline{R_i^4}}{K \sum_{i=0}^n X_i^2 \cdot \overline{R_i^2}}, \quad (2)$$

где  $K_{rw}$  — ОФП керна по воде,  $K$  — абсолютная ФП керна,  $m$  — пористость; для  $i$  сорта капилляров обозначено:  $V_i$  — доля объема, ими занятого,  $R_i$  — радиус,  $X_i$  — извилистость, 0,126 — коэффициент перевода единиц измерения.

Гейтс и Лиц предложили использовать формулу (1) в виде [23]

$$K_r(S) = \frac{\int_{0\%}^S \frac{dS}{P_c^2}}{\int_{0\%}^{100\%} \frac{dS}{P_c^2}}. \quad (3)$$

Фэтт и Дикстра дополнили (3) зависимостью коэффициента извилистости от радиуса капилляра  $t = a/r^b$ , где  $a$ ,  $b$  — константы,  $r$  — радиус капилляра; таким образом они получили выражение для ОФП [20]:

$$K_r(S) = \frac{\int_{0\%}^S \frac{dS}{P_c^{2(1+b)}}}{\int_{0\%}^{100\%} \frac{dS}{P_c^{2(1+b)}}}. \quad (4)$$

Авторы провели расчеты для  $b = 0,5$  и др. и утверждают, что для кернов месторождений Миссисипи и Калифорния — это лучший выбор.

Кори заметил, что для изучаемых им образцов  $\frac{1}{P_c^2} \approx \text{const} \cdot \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*}\right)$ , и предложил на основании работы Бурдайна [17] выражения для ОФП смачивающей и несмачивающей фаз [18]:

$$K_{rw}(S) = \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*}\right)^4, \quad (5)$$

$$K_{rnw}(S) = \left[1 - \left(\frac{S - S_*}{S^* - S_*}\right)\right]^2 \left[1 - \left(\frac{S - S_*}{1 - S_*}\right)^2\right],$$

где  $S^*$  — насыщенность смачивающей фазой в точке остаточной насыщенности несмачивающей фазой,  $S_*$  — связанная насыщенность смачивающей фазой,

$S$  — насыщенность смачивающей фазой,  $K_{rw}$  и  $K_{rnw}$  — ОФП ядра по смачивающей и несмачивающей фазам, соответственно.

Брукс и Кори расширили формулы (5), введя в них  $\lambda$  и  $P_b$  — коэффициенты, характеризующие распределение пор по размерам и максимальный размер пор, формирующих единую сеть каналов в образце, соответственно [15]:

$$S_e = \left(\frac{P_b}{P_c}\right)^\lambda, P_c \geq P_b,$$

$$K_{rw}(S) = (S_e)^{\frac{2+3\lambda}{\lambda}}, \quad (6)$$

$$K_{rnw}(S) = [1 - S_e]^2 \left[1 - S_e^{\frac{2+\lambda}{\lambda}}\right].$$

А. В. Мальшаков и В. А. Ефимов получили аналитические формулы для ОФП ядра на основе перколяционной теории [5: 91–110; 7]:

$$K_{rw}(S_n) = \frac{(S_{n^*} - S_n)^{\bar{t}} \int_{S_n}^{S_{n^*}} \frac{dS_n}{P_c^3}}{(S_{n^*} - S_n^0)^{\bar{t}} \int_{S_n^0}^{S_{n^*}} \frac{dS_n}{P_c^3}}, \quad (6a)$$

$$K_{rnw}(S_n) = \frac{(S_n - S_n^*)^{\bar{t}} \int_{S_n^*}^{S_n} \frac{dS_n}{P_c^3}}{(S_{n^*} - S_n^0)^{\bar{t}} \int_{S_n^0}^{S_{n^*}} \frac{dS_n}{P_c^3}},$$

где  $S_n = 1 - S$  — насыщенность ядра несмачивающей фазой,  $S_{n^*}$  — максимальная насыщенность несмачивающей фазой,  $S_n^0$  — минимальная насыщенность несмачивающей фазой, начиная с которой образуется бесконечный кластер пор фильтрующегося флюида,  $S_n^*$  — остаточная насыщенность несмачивающей фазой,

$\bar{t} = \frac{t + \frac{\alpha}{1-\alpha}}{\beta}$ ,  $t=1,9$ ,  $\alpha=2/3$  — константы. Формулы используют данные кривых капиллярного давления в качестве входных и не имеют подстроечных коэффициентов.

Кроме вышеописанных аналитических методик расчета ОФП предложены методики численных расчетов. Среди них — сетевые модели, включающие решение уравнений гидравлики [13; 19; 21; 22; 29; 34], анализ динамики ганглий [14; 27; 28; 32; 33], а также сетевые модели, включающие решение уравнений Навье–Стокса методом контрольных объемов [31] и методом решеточных уравнений Больцмана [25; 26]. Разрабатываемым направлением является применение метода функционала плотности [4].

Фэтт [21; 22], использовал регулярные одинарную, двойную, тройную гексагональные и квадратную двумерные сети, состоящие из цилиндрических трубок с различными распределениями их числа по диаметрам. Он показал, что дисперсия этого распределения существенно влияет на кривые капиллярного

давления (ККД). Автор сделал вывод об адекватности модели по сходству расчетных и экспериментальных кривых ОФП и относительного удельного сопротивления. ОФП тесно связаны со строением сети пористой среды: в средах с одинаковым распределением пор по диаметрам относительные характеристики течения, которые являются функциями только структуры пор (ОФП и относительные резистивности) будут идентичными между собой функциями насыщенности.

Эрлих и Крейн представили численное решение гидравлической задачи фильтрации в пространстве, состоящем из каналов, связанных между собой поровыми дублетами из цилиндрических капилляров (Рис. 1), в которых формировалась остаточная насыщенность вытесняемым флюидом [19]. Распределения диаметров элементов дублетов задавалось случайным образом.

А. С. Пайатакес с соавторами [14; 27; 28; 33] прошел путь от простейших моделей к сложным вычислительным алгоритмам. Автор исследовал процессы стационарного двухфазного течения, динамического вытеснения нефти водой при скоростях обеих фаз, отличных от нуля. При данных условиях массив несмачивающей фазы разбивается на ганглии различных размеров. Пайатакес выделил несколько процессов образования ганглий: *snar-off* — процесс смыкания смачивающих слоев вокруг лидирующей трубки несмачивающего флюида, протискивающейся через малое отверстие; *pinch-off* — процессы отделения «отстающих» трубок от массива вытесняемого несмачивающего флюида; *dynamic breakup* — динамический разрыв ганглий [28]. Автор показал, что образование ганглий повышает потери давления в образце. В 1994–1999 гг. были проведены экспериментальные исследования данного вида двухфазных течений [14] на трехмерных моделях пористой среды, протравленных в стекле. Было выделено несколько видов течения — динамики ганглий. На основании проведенных опытов был предложен расчетный алгоритм, позволяющий восстановить функции ОФП исследованных моделей пористой среды без использования «подстроечных па-

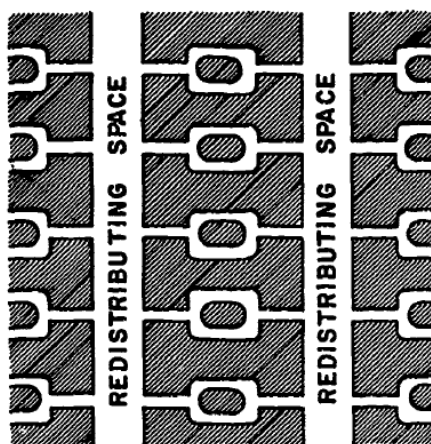


Рис. 1. Поровое пространство из поровых дублетов [19]

Fig. 1. The porous space of the porous doublets

раметров» [33]. Дальнейшее усовершенствование алгоритма (DeProF, Impro-DeProF) осуществляется учениками автора (М. С. Валанидес [32]).

М. Дж. Блант с соавторами разработал численные способы решения задачи двухфазной фильтрации с помощью решения систем гидравлических уравнений [13; 29; 34] и прямого решения уравнений Навье–Стокса методом конечных объемов с применением алгоритма Volume of Fluid [31].

М. С. Аль-Гарби [13] представил поровое пространство плоской регулярной сетью с координатным числом 4. Поры и перемычки представляют в сечении неравносторонние треугольники, их продольная огибающая — период косинусоиды. Амплитуда огибающей и длины перемычек задаются распределением Вейбулла. Анализируется течение в центре поры/перемычки и в пристеночных слоях, благодаря чему моделируются процессы образования ганглий (snap-off). Гидравлические сопротивления между центрами пор вычисляются с помощью эквивалентных электрических цепей. Положение межфазных границ на каждом временном шаге определяется объемами фаз и краевым углом смачивания. Исследовано влияние на нестационарный процесс вытеснения (первичного дренажа, пропитки) капиллярного числа, вязкостей флюидов. Аль-Гарби также указал на некоторые недостатки: малы размеры моделируемой сети, что влияет на остаточные насыщенности, двумерность сети, а также большую вычислительную сложность расчета.

А. К. Раэини [31] использовал метод прямого расчета двухфазного течения с помощью решения уравнения Навье–Стокса методом конечных объемов с применением метода Volume of Fluid для локализации межфазных границ. Размеры сети составляют микроны. Поровый объем может быть получен в результате трехмерной рентгеновской микротомографии керна. Алгоритм позволяет в деталях наблюдать процессы межфазных взаимодействий, происходящие на микроуровне. Данный алгоритм также имеет большую вычислительную сложность.

Метод функционала плотности является новым направлением в моделировании многофазных течений. Некоторые особенности данного метода изложены в работе А. Ю. Демьянова [4].

В работах К. Лангаас, П. Папацакос [25], П. Е. Орен, С. Бакке, Х. Г. Руслаттен [26] используется метод решеточных уравнений Больцмана для численного моделирования уравнения Навье–Стокса. Лангаас и Папацакос показали исследование спутного и противоточного двухфазных течений, зависимости их ОФП от водонасыщенности, отношения вязкостей. Авторы решили задачу течения на плоскости.

Орен, Бакке и Руслаттен [20] воспроизвели процесс седиментации для построения трехмерной поровой сети и сравнили ее параметры с параметрами сети, сгенерированной с помощью трехмерной микротомографии керна, а также провели в ней численные эксперименты по многофазной фильтрации. В работе приведены расчетные ОФП, согласующиеся с некоторыми экспериментальными данными.

Таким образом, в настоящее время отсутствуют достаточно точные методы расчета ОФП, соответствующие различным экспериментальным данным. Данная статья посвящена разработке расчетно-экспериментальной методики интегрального учета потерь, возникающих при совместной фильтрации нефти и воды через поровые каналы, которая отличается низкой вычислительной сложностью и использует в качестве входных данных результаты малозатратных по времени и широко применяемых в России экспериментов. В процессе анализа экспериментальных данных суммарный перепад давления при четочном режиме течения в поровом канале представляется в виде суммы потерь давления на вязкое трение и местных по воде, потерь давления на вязкое трение и местных по нефти, а также потерь давления при межфазных взаимодействиях фильтрующейся смеси. Отдельные аспекты такого подхода приведены в работах [1; 9; 12].

### Расчетная модель потерь давления в водонефтяной смеси в поровых каналах

Следуя гипотезе о квазиодномерности течения, представим пористую среду набором не сообщающихся между собой капиллярных кластеров, состоящих из пучка (4–12) малых извилистых каналов переменного сечения со средним диаметром  $d$ , связанных перемычками того же диаметра с большим извилистым каналом переменного сечения со средним диаметром  $D$  (Рис. 2).

Полагаем, что по большому каналу движутся чередующиеся капли нефти и воды, по малым и перемычкам — вода (Рис. 3).

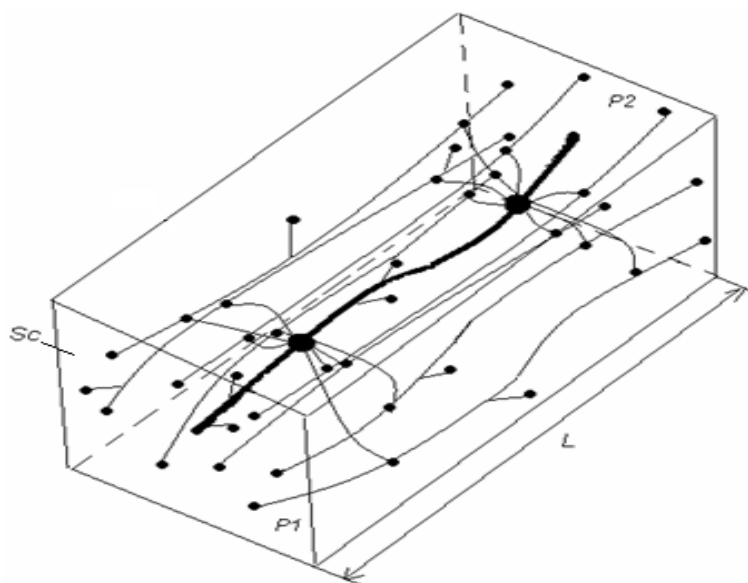


Рис. 2. Схема капиллярного кластера [1; 12].  $Sc$  — сечение кластера,  $P1, P2$  — давления при входе и выходе из кластера,  $L$  — длина кластера (керна)

Fig. 2. The scheme of capillary cluster.  $Sc$  — cross-section of the cluster,  $P1, P2$  — the pressure at the inlet and outlet of the cluster,  $L$  — the length of the cluster (core)

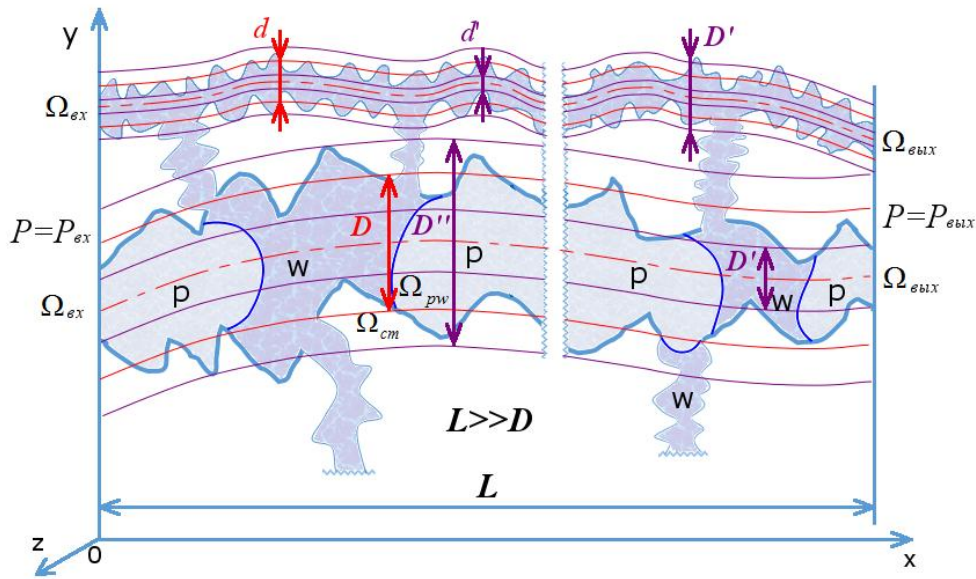


Рис. 3. Движение жидкостей по капиллярам кластера (показаны большой, один малый каналы и перемычки).  $L$  — длина кластера,  $d, D$  — среднерасходные диаметры малых, больших капилляров;  $d', D', D''$  — диаметры по гистограмме распределения пор, соответствующие началу отсчета, граничному значению, концу отсчета (см. Рис. 4);  $P_{вх}, P_{вых}$  — давления при входе и выходе из кластера;  $p, w$  — нефть и вода;  $\Omega_{ст}, W_{рп}, W_{вх}, W_{вых}$  — поверхность кластера, межфазная граница нефть-вода, входное и выходное сечение кластера

Fig. 3. The movement of liquids through the cluster capillaries (the large and small canals and bridges are shown).  $L$  — length of the cluster,  $d, D$  — average diameters of small and large capillaries;  $d', D', D''$  — diameters of the histogram distribution of pores, corresponding to the beginning of counting, the limit values, and the end of counting (see Fig. 4);  $P_{вх}, P_{вых}$  — the pressure at the inlet and outlet of the cluster;  $p, w$  — oil and water;  $\Omega_{ст}, W_{рп}, W_{вх}, W_{вых}$  — the surface of the cluster, the interface oil-water inlet and outlet cross-section of the cluster

Течение считается установившимся: рассматривается стационарный процесс фильтрации, при котором функция Баклея–Левверетта [3: 231]

$$f_{БЛ}(S) = \frac{Q_{w0}(S)}{Q_{w0}(S) + Q_{p0}(S)}, \quad (7)$$

(где  $Q_{w0}(S)$  — суммарный объемный расход воды через образец,  $Q_{p0}(S)$  — суммарный объемный расход нефти через образец) изменяется от 0 в точке связанной водонасыщенности  $S_* = S_{wc}$  до 1 в точке водонасыщенности  $S^* = 1 - S_{or}$  при остаточной нефтенасыщенности  $S_{or}$ . Длины перемычек, сходящихся в одном узле, принимаются равными друг другу; также длины примыкающих к ним против направления течения воды участков малых каналов принимаются равными друг другу.



Среднерасходные диаметры малых  $d$  и большого  $D$  каналов определяются по гистограммам распределения пор по диаметрам, которые строятся по данным малозатратных по времени экспериментов определения кривых капиллярного давления (Рис. 4).

По гистограмме определяются величины  $n_j = n_j(d_j \pm \Delta_j)$ , где  $n_j = \frac{V_j}{V} = \frac{S_j}{S_{\text{пор}}}$  — доля объема поровых каналов с диаметрами  $d_j \pm \Delta_j$  в объеме пор,  $S_j$  и  $S_{\text{пор}}$  — площади сечения пор  $j$  сорта и всех пор соответственно. Точка  $j_{\min}$  соответствует началу отсчета «активных» пор ( $d \geq d'$ ). Число поровых каналов  $j$  сорта рассчитывается по формуле

$$N_j = \frac{n_j S_{\text{пор}}}{\pi d_j^2 / 4}. \quad (8)$$

Приняв соотношение между числом малых  $N_M$  и больших  $N_B$  капилляров  $\beta = 4-12$  (среднее 8) и подсчитав общее число капилляров  $N$ ,

$$\begin{cases} \frac{N_M}{N_B} = \beta, \\ N_M + N_B = N, \end{cases} \quad (9)$$

получаем расчетные выражения для искомым диаметров капиллярного кластера:

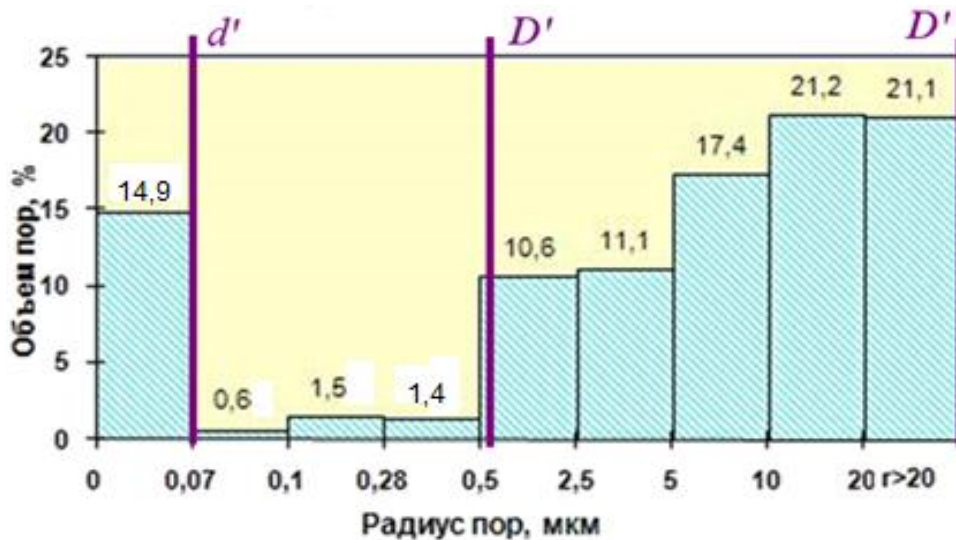


Рис. 4. Исходная характерная гистограмма распределения пор по диаметрам (песчаник)

Fig. 4. The initial characteristic histogram of the distribution of pore diameters (sandstone)

$$\left\{ \begin{array}{l} d = \left( \frac{1}{N_M} \sum_{j_{min}}^{N_{INTM}} N_j d_j^4 \right)^{0.25}, \\ D = \left( \frac{1}{N_B} \sum_{N_{INTM+1}}^{N_{INT}} N_j D_j^4 \right)^{0.25}, \\ \sum_{j_{min}}^{N_{INTM}} N_j \leq N_M \leq \sum_{j_{min}}^{N_{INTM+1}} N_j. \end{array} \right. \quad (10)$$

Число кластеров в образце по (9, 10) равно  $N_C = \frac{N_M}{\beta}$ .

Для построения кривых межфазных потерь кроме гистограмм распределения пор по диаметрам (для расчета диаметров капилляров кластера) необходимы экспериментальные данные ОФП (Рис. 5): точки водонасыщенности  $\{S_k\}$ , соответствующие им значения ОФП образца по воде  $\{f_{Wk}\}$ , по нефти  $\{f_{Pk}\}$  (в т. ч. в точках связанной водонасыщенности  $S$  и водонасыщенности при остаточной нефтенасыщенности  $S^*$ ), нормированные на абсолютную фазовую проницаемость керна по нефти в точке связанной водонасыщенности  $F_{PM}$ , расходы флюидов  $\{Q_{P0k}\}$  и  $\{Q_{W0k}\}$  в данных точках с долей воды, меняющейся от 0 (в  $S$ ) до 1 (в  $S^*$ ), либо суммарный расход флюидов и функция Баклея–Левретта  $\{f_{BLk}\}$ ,  $k = [1 \div NEXP]$ , NEXP — число экспериментальных точек ОФП, а также пористость  $m$ , площадь сечения  $F_{кern}$  и длина керна  $L$ , вязкости нефти и воды  $\mu_p, \mu_w$ .

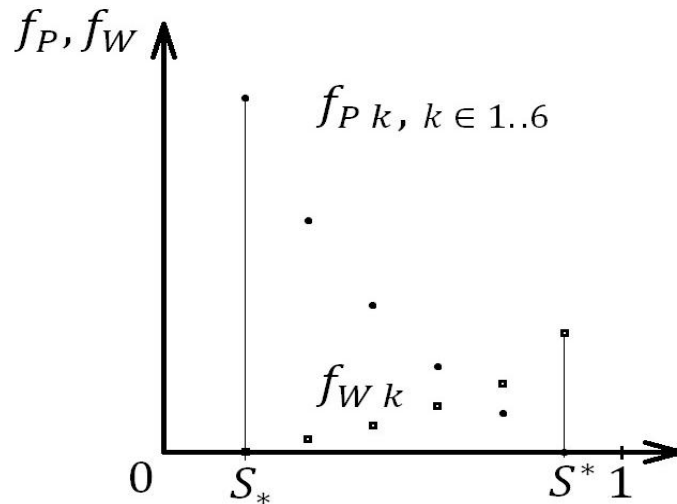


Рис. 5 Характерные экспериментальные зависимости ОФП от водонасыщенности

Fig. 5. Characteristics of the experimental dependence of RP (relative permeability) on water saturation

Потери давления в каналах кластера рассчитываются в соответствии с обобщенным уравнением Бернулли [11]:

$$\alpha_k \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) + l_{\text{ТР}} + l_{\text{М}} + l_{\text{МФ}} - l' - l_{\text{ТЕХН}} - \tilde{l} = 0, \quad (11)$$

в котором далее пренебрегается изменение кинетической энергии ( $\alpha_k \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = 0$ ), работа сил тяжести ( $g(z_2 - z_1) = 0$ ), удельная подведенная работа ( $l_{\text{ТЕХН}} = 0$ ), работа, связанная с обменом импульсом при подводе или отводе массы через боковую поверхность каналов ( $l' = 0$ ), а также работа сил инерции ( $\tilde{l} = 0$ ). В уравнении (11) учитываются следующие параметры: отнесенная к единице массы работа сил вязкого трения о стенки для фаз  $l_{\text{ТР}}$ ; удельная, отнесенная к единице массы, диссипация энергии в области местных сопротивлений для фаз  $l_{\text{М}}$ , а также  $l_{\text{МФ}}$  — удельная работа сил межфазного взаимодействия (эффект Жамена, образование ганглий и др.). В результате уравнение (11), записанное для участка большого капилляра, преобразуется к виду:

$$|\Delta P|_B^i = P_i - P_{i+1} = \rho_W (l_{\text{ТР}W}^i + l_{\text{М}W}^i) + \rho_P (l_{\text{ТР}P}^i + l_{\text{М}P}^i) + \rho_{\text{СМ}} l_{\text{МФ}}(S^k), \quad (12)$$

где  $\rho_{\text{СМ}}$ ,  $\rho_W$ ,  $\rho_P$  — плотности смеси, воды и нефти соответственно,  $\rho_W (l_{\text{ТР}W}^i + l_{\text{М}W}^i)$ ,  $\rho_P (l_{\text{ТР}P}^i + l_{\text{М}P}^i)$  — потери давления на участках больших каналов керна по нефти и воде соответственно,  $\rho_{\text{СМ}} l_{\text{МФ}}(S^k) = \Delta P_{\text{МФ}}^i(S^k)$  — потери давления из-за межфазного взаимодействия.

Сначала рассчитываются коэффициенты  $K_P$  и  $K_W$ , показывающие, во сколько раз при заданном расходе флюида потери давления в кластерах в точке связанной водонасыщенности (скорость движения воды равна нулю, нефть движется по большому капилляру) и водонасыщенности при остаточной нефтенасыщенности (скорость движения нефти равна нулю, вода движется по всему кластеру) меньше экспериментальных потерь давления на образце. Предполагается, что данные коэффициенты учитывают потери давления на трение и потери на резких изменениях направления, сужениях и расширениях потока.

Расход воды в участках одного малого ( $\chi=M$ ) капилляра, подходящего к  $i$  узлу, перемычке ( $\chi=PER$ ), примыкающей к  $i$  узлу, описывается формулой Пуазейля с учетом  $K_W$ :

$$Q_{1\chi}^i = \frac{\pi d^4 |\Delta P|_{\chi}^i}{K_W 128 \tilde{L}_{\chi}^i \mu_W} = \frac{|\Delta P|_{\chi}^i}{C_{\chi}^i}, \quad (13)$$

где  $Q_{1\chi}^i$  — объемный расход,  $\tilde{L}_{\chi}^i$  — длина  $i$  участка капилляра,  $C_{\chi}^i$  — «гидравлическое сопротивление».

Потери давления на  $i$  участке большого капилляра:

$$\begin{cases} |\Delta P|_B^i = Q_{1WB}^i C_{BW}^i + Q_{1P}^i C_{BP}^i + \bar{P}_{\text{МФ}}(S^k) \cdot |\Delta P|_B^i, \\ C_{B\psi}^i = \frac{K_{\psi} 128 \tilde{L}_B^i \mu_{\psi}}{\pi D^4}, \psi = W, P, \end{cases} \quad (14)$$

где  $Q_{1WB}^i, Q_{1P}^i$  — объемные расходы воды и нефти,  $Q_{1WB}^i C_{BW}^i = \rho_w (l_{TPW}^i + l_{MW}^i)$ ,  $Q_{1P}^i C_{BP}^i = \rho_p (l_{TPP}^i + l_{MP}^i)$ ,  $L_B^i$  — длина участка капилляра,  $\bar{P}_{M\Phi}(S^k) = \frac{\Delta P_{M\Phi}^i(S^k)}{|\Delta P_B^i(S^k)|}$ ,  $\bar{P}_{M\Phi}(S^k) \in [0; 1]$  — величина, показывающая какую долю от суммарных потерь составляют межфазные потери.

Гидравлическая схема кластера приведена на Рис. 6.

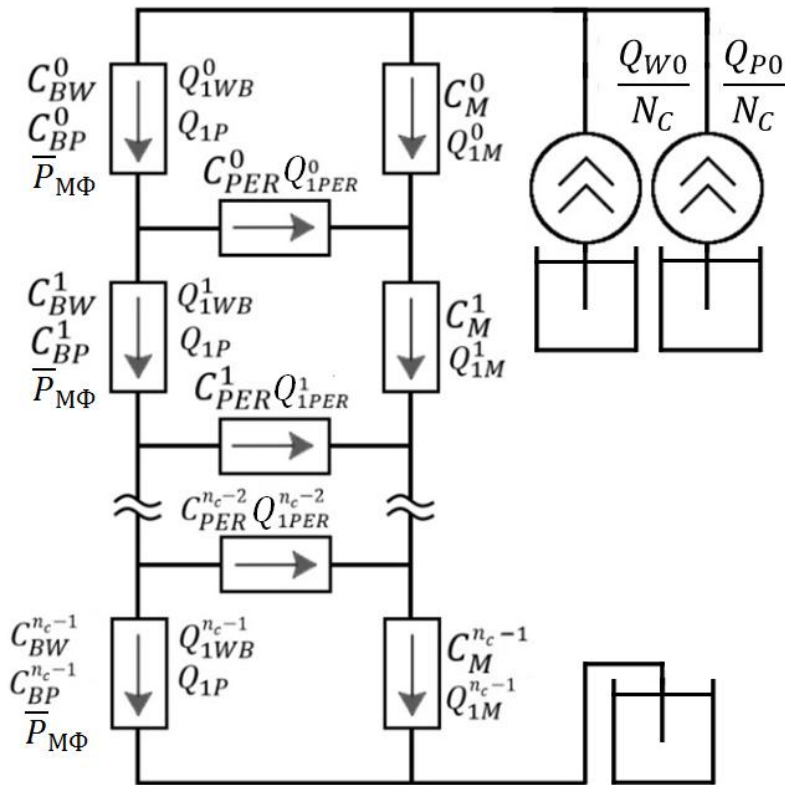


Рис. 6 Гидравлическая схема кластера. Обозначено:  $C_{BW}^i, C_M^i, C_{PER}^i$  — коэффициенты потерь трения и «местных» при движении воды в участке большого канала, малого канала, перемычке;  $C_{BP}^i$  — коэффициент потерь трения и «местных» при движении нефти в  $i$  участке большого канала;  $Q_{1WB}^i, Q_{1MP}^i, Q_{1PER}^i, Q_{1P}^i$  — расходы воды и нефти по  $i$  участку одного капилляра соответственно;  $\bar{P}_{M\Phi}$  — относительная величина межфазных потерь;  $Q, N_c$  — суммарный расход жидкости через керн и количество кластеров в керне

Fig. 6. Hydraulic cluster scheme. Marks:  $C_{BW}^i, C_M^i, C_{PER}^i$  — the coefficients of friction losses and “locals” as the water in the  $i$  section of the big channel, small channel, and bridge;  $C_{BP}^i$  — the coefficient of friction losses and “locals” when moving oil in the  $i$  section of the big channel;  $Q_{1WB}^i, Q_{1MP}^i, Q_{1PER}^i, Q_{1P}^i$  — water and oil consumption in the  $i$  section of the capillary, respectively;  $\bar{P}_{M\Phi}$  — the relative magnitude of the interfacial losses;  $Q, N_c$  — the total liquid flow through the core and the number of clusters in the core

Длины каждой из  $\beta$  перемычек и малых капилляров для каждого  $i=const$  приняты соответственно одинаковыми. Система уравнений для кластера, состоящего из  $n_c$  участков большого и малых капилляров и  $n_c - 1$  перемычек, включает в себя следующие  $3n_c$  соотношения:

— уравнение потерь давления в контуре «насос – арматура питания – малые капилляры»

$$\Delta P_B(S^j) = \sum_{i=0}^{n_c-1} (Q_{1M}^i C_M^i); \quad (15)$$

— сумма потерь давлений на контурах  $i = \overline{0, n_c - 1}$  выражаются через соответствующие расходы и гидравлические сопротивления для входного контура ( $i=0$ )

$$Q_{1WB}^0 C_{BW}^0 + (Q_{1PER}^0 C_{PER}^0 - Q_{1M}^0 C_M^0) (1 - \bar{P}_{M\Phi}(S^j)) = -Q_{1P} C_{BP}^0; \quad (16)$$

для контуров ( $i = \overline{1, n_c - 2}$ )

$$Q_{1WB}^i C_{BW}^i + (Q_{1PER}^i C_{PER}^i - Q_{1M}^i C_M^i - Q_{1PER}^{i-1} C_{PER}^{i-1}) (1 - \bar{P}_{M\Phi}(S^j)) = -Q_{1P} C_{BP}^i; \quad (17)$$

для выходного контура ( $i=n_c-1$ )

$$Q_{1WB}^{n_c-1} C_{BW}^{n_c-1} + (-Q_{1M}^{n_c-1} C_M^{n_c-1} - Q_{1PER}^{n_c-2} C_{PER}^{n_c-2}) (1 - \bar{P}_{M\Phi}(S^j)) = -Q_{1P} C_{BP}^{n_c-1}, \quad (18)$$

в уравнениях (16-18)  $Q_{1P} = \frac{Q_{P0}}{N_C}$ ;

— уравнения баланса объемных расходов в  $n_c - 1$  внутренних узлах «большой капилляр – перемычки» ( $n_c - 1$  уравнений)

$$Q_{1WB}^i - Q_{1WB}^{i+1} - \beta Q_{1PER}^i = 0, \quad (19)$$

$$i \in [0; n_c - 2];$$

— уравнения баланса объемных расходов в  $n_c - 1$  внутренних узлах «малый капилляр – перемычка» ( $n_c - 1$  уравнений)

$$Q_{1M}^i - Q_{1M}^{i+1} + Q_{1PER}^i = 0, \quad (20)$$

$$i \in [0; n_c - 2];$$

— уравнение баланса объемных расходов в узле «кластер – отводящая арматура»

$$Q_{1WB}^0 + \beta Q_{1M}^0 = \frac{Q_{W0}}{N_C}. \quad (21)$$

В системе линейных алгебраических уравнений (15–21)\* содержится  $3n_c$  неизвестных:  $3n_c - 1$  расходов на участках капилляров кластера и перепад давления на кластере. Система решается стандартными методами [6].

При расчете  $K_w$  (в правой граничной точке водонасыщенности при остаточной нефтенасыщенности  $S=S^*$ ) в системе уравнений (\*) полагается  $K_w = 1$ ,  $\bar{P}_{M\Phi}(S^k) = 0$ , а расход равный расходу воды при данной водонасыщенности через керн по

эксперименту, деленный на число кластеров. При этом получается перепад давления на кластере  $|\Delta P|_0^*$ . Зная экспериментальный перепад на кластере (керне)  $|\Delta P|^*$ , который рассчитывается по обобщенному уравнению Дарси [3] и известным экспериментальным данным, находим  $K_W = \frac{|\Delta P|^*}{|\Delta P|_0^*}$ . Т. к. в режиме фильтрации при скорости воды равной нулю (в противоположной граничной точке по водонасыщенности) нефть движется только по большим капиллярам, то для расчета  $K_p$  применяется следующая формула:

$$K_p = \frac{|\Delta P|_* \pi D^4 N_C}{128 \mu_p \tilde{L}_B Q_{P0}^*} = \frac{\pi D^4 N_C L}{128 F_{PM} F_K \tilde{L}_B}, \quad (22)$$

где  $Q_{P0}^*$ ,  $|\Delta P|_*$  — объемный расход нефти и перепад давления на керне по экспериментальным данным,  $\tilde{L}_B$  и  $L$  — длина большого капилляра и керна соответственно,  $F_{PM}$ ,  $F_K$  — абсолютная проницаемость образца при данной водонасыщенности и площадь сечения керна.

После того, как рассчитаны значения  $K_p$  и  $K_w$ , производится расчет потерь давления из-за межфазного взаимодействия  $\bar{P}_{M\Phi}(S^k)$  во внутренних точках диапазона изменения водонасыщенности  $k = [2 \div NEXP - 1]$  по итерационному методу Ньютона [6].

Данные расчетов аппроксимируются колоколообразными кривыми

$$\bar{P}_{M\Phi}(S) = \begin{cases} AKC \left( a \left( \frac{S - S_*}{DSW - S_*} \right)^2 - (a - 1) \left( \frac{S - S_*}{DSW - S_*} \right)^3 \right), S < DSW, \\ AKC \left( 1 - 0,25a \left( \frac{S - DSW}{S^* - DSW} \right)^2 - (0,25a - 1) \left( \frac{S - DSW}{S^* - DSW} \right)^3 \right), S \geq DSW, \end{cases} \quad (23)$$

где  $a = 3$  для всех образцов;  $AKC$ ,  $DSW$  — эмпирические константы, которые могут определяться по установленным с помощью регрессионного анализа эмпирическим формулам:

песчаники (образцы 1.1, 1.2, 1.4, 1.6, 2.1-2.3, 3.1-3.4)

$$AKC = 0,315 + 7,93 \cdot 10^{-8} / Ca + 8,27 \cdot KSS^2 - 5,58 \cdot 10^{-14} \frac{KSS}{Ca^2}, \quad (24)$$

$$\overline{DSW} = 2,85 \cdot 10^{-2} - 1,43 \cdot \ln(KSS) + 1,20 \cdot 10^3 \sqrt{Ca} - 22,3 \frac{\ln(KSS)}{\ln(Ca)}.$$

гравелиты (образцы 1.3, 1.5, 3.5)

$$AKC = 0,694 - 1,28 \cdot 10^5 Ca, \quad (25)$$

$$\overline{DSW} = 0,590 + 1,11 \cdot 10^5 Ca,$$

где  $DSW = S_* + (S^* - S_*) \overline{DSW}$  — безразмерный параметр;  $KSS = \frac{K_0}{D^2 m}$ ,  $Ca = \frac{\mu_p w}{\sigma}$  — безразмерные критерии,  $K_0$  — абсолютная проницаемость образца по газу,  $w = \frac{Q_{P0}}{F_K}$  — скорость фильтрации нефти в левой граничной точке,  $\sigma$  —

коэффициент поверхностного натяжения. Эти параметры могут уточняться по мере накопления экспериментальных данных.

По изложенной методике обработаны экспериментальные данные 14 образцов горных пород месторождений Сибири [1; 12]. Некоторые петрофизические величины, характеризующие описанные образцы, приведены в Таблице 1.

На Рис. 7 показана зависимость межфазных потерь, отнесенных к суммарным и нормированных на максимальное значение данного отношения ( $\bar{P}_{\text{МФ}}(S)/\bar{P}_{\text{МФ}}(S)_{\text{max}}$ ), для 14 образцов горной породы трех месторождений Сибири. Эксперименталь-

Таблица 1

**Петрофизические величины  
численно исследованных образцов**

Table 1

**Petrophysical values of the  
numerically studied samples**

№ Обр.	Тип коллектора	Пористость	Вязкость нефти, мПа*с	Абсолютная проницаемость, мД
1.1	песчаник среднемелкозернистый гравелитистый нефтенасыщенный	17,4	4,2	598
1.2	песчаник среднемелкозернистый гравелитистый нефтенасыщенный	18,8	4,2	117,3
1.3	гравелит мелкообломочный песчанистый нефтенасыщенный	18,7	4,15	4875
1.4	песчаник среднемелкозернистый известковистый нефтенасыщенный	24	4,15	813
1.5	гравелит, мелко обломочный песчанистый микрокавернозный нефтенасыщенный	10	4,15	258
1.6	песчаник разномелкозернистый гравийный нефтенасыщенный	17,3	4,15	106
2.1	песч. слабосцем. средне/мелкозерн. с глин. цементом	37,7	217	1468
2.2	песч. слабосцем. средне/мелкозерн. с глин. цементом	32,4	217	653
2.3	песч. слабосцем. мелкозерн. с глин. цементом	36,9	217	375
3.1	песчаник	16	3,7	14,6
3.2	песчаник	22,9	3,7	523,3
3.3	песчаник	18,4	4	6,1
3.4	песч. крупно-среднезернистый	15,5	24	7,5
3.5	гравелит	18,2	24	85,4

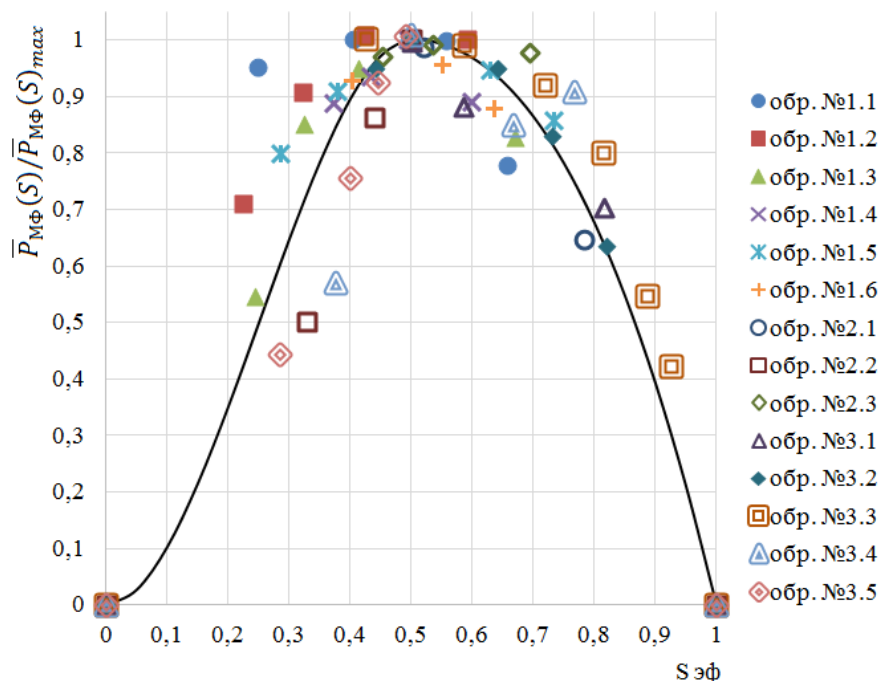


Рис. 7. Зависимость межфазных потерь, отнесенных к суммарным и нормированных на максимальное значение данного отношения ( $\bar{P}_{MФ}(S)/\bar{P}_{MФ}(S)_{max}$ ) для 14 образцов горной породы трех месторождений Сибири

Fig. 7. The dependence of the interfacial losses ascribed to the total and normalized to the maximum value of the ratio ( $\bar{P}_{MФ}(S)/\bar{P}_{MФ}(S)_{max}$ ) for 14 rock samples from three fields in Siberia

ные точки лежат таким образом, что интервал  $S \in [S_*; DSW]$  подвергнут линейному преобразованию и соответствует на рисунке интервалу  $S_{эф} \in [0; 0,5]$ , интервал  $S \in [DSW; S^*]$  соответствует интервалу  $S_{эф} \in [0,5; 1]$ ; положение амплитуды АКС соответствует точке  $\frac{\bar{P}_{MФ}(S)}{\bar{P}_{MФ}(S)_{max}} = 1$ .

После определения, по приведенным выше соотношениям, потерь давления и расходов фаз ОФП вычисляются из обобщенного уравнения Дарси:

$$\bar{f}_i = -\frac{Q_i \mu_i L}{k_0 \Delta p F_k}, \quad i = w, p.$$

**Выводы**

- 1) Предложена и обоснована расчетная модель потерь давления при течении двухфазной среды в системе пересекающихся извилистых поровых каналов переменного сечения, основанная на обобщенном уравнении Бернулли, с учетом потерь трения, местных потерь и межфазных потерь при пробко-



- вом течении фаз с использованием экспериментальных данных о кривых капиллярного давления и фильтрации при наличии движения одной из фаз.
- 2) Установлено, что зависимость потерь давления из-за межфазного взаимодействия движущихся фаз описывается в безразмерных переменных « $\bar{P}_{\text{МФ}}(S)/\bar{P}_{\text{МФ}}(S)_{\text{max}} - S\Delta\phi$ » универсальной «колоколообразной» кривой, амплитуда и положение максимума которой зависят от параметров коллектора и свойств флюидов.
  - 3) Разработан алгоритм, позволяющий установить параметры межфазного взаимодействия с использованием экспериментальных данных об относительных фазовых проницаемостях и провести обобщение опытных данных о потерях давления при межфазном взаимодействии.
  - 4) На основе обработки известных экспериментальных данных об относительных фазовых проницаемостях по 14 кернам получены обобщенные эмпирические зависимости, которые позволяют оценивать потери давления от межфазного взаимодействия при течении водонефтяной смеси в пористых средах.
  - 5) Разработана компьютерная программа расчета потерь давления при фильтрации водонефтяной смеси с известными расходами фаз, основанная на предложенной в данной работе расчетно-экспериментальной модели.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алтунин А. Е. Расчетный метод получения ОФП на основе решения обобщенных уравнений Бернулли для системы поровых каналов / А. Е. Алтунин, С. В. Соколов, С. В. Степанов, Н. А. Черемисин, А. Б. Шабаров // Нефтепромышленное дело. 2013. № 8. С. 40–46.
2. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. В 3-х ч. Ч. I. Линейные электрические цепи: учебник для вузов / Г. И. Атабеков. 5-е изд., испр. и доп. М.: Энергия, 1978. 592 с. ил. С. 158.
3. Басниев К. С. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. М.: Недра, 1993. 416 с: ил.
4. Демьянов А. Ю. Основы метода функционала плотности в гидродинамике / А. Ю. Демьянов, О. Ю. Динариев, Н. В. Евсеев. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 312 с.
5. Дорогиницкая Л. М. Актуальные вопросы петрофизики сложно построенных коллекторов / Л. М. Дорогиницкая, Б. Н. Еникеев, В. А. Ефимов, Г. Д. Исаев, К. А. Костеневич, А. В. Мальшаков, И. Б. Ратников, В. В. Семенов, К. И. Сокова, И. В. Федорцов, И. Г. Шнурман; под ред. И. Г. Шнурмана. Краснодар: Просвещение-Юг, 2010. 306 с.
6. Калиткин Н. Н. Численные методы. Учебное пособие для студентов вузов. / Н. Н. Калиткин; под ред. Е. В. Шикина. М.: Наука, 1978. 512 с. ил.
7. Мальшаков А. В. Проницаемость и перколяционные свойства порового пространства осадочных горных пород / А. В. Мальшаков, В. А. Ефимов // Инженерно-физический журнал. 1991. Т. 61. № 4. С. 635–640.

8. ОСТ 39-235-89 Нефть. Метод определения фазовых проницаемостей в лабораторных условиях при совместной стационарной фильтрации.
9. Степанов С. В. Исследование динамических фазовых проницаемостей на основе численного моделирования двухфазного течения в поровых каналах / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров, Г. С. Бембель, А. В. Шаталов // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник докладов (Казань, 20–24 августа 2015 г.) / Сост. Д. Ю. Ахметов, А. Н. Герасимов, Ш. М. Хайдаров; под ред. Д. А. Губайдуллина, А. М. Елизарова, Е. К. Липачева. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2015. 4480 с. С. 3600–3601.
10. Шабаров А. Б. Геометрическая модель порового пространства для расчета фильтрации нефти и воды / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов // Сборник статей IX школы-семинара молодых ученых Теплофизика, теплотехника, гидрогазодинамика. Инновационные технологии под руководством заслуженного деятеля науки РФ, д. т. н., профессора А. Б. Шабарова. Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2016. С. 25–36.
11. Шабаров А. Б. Гидрогазодинамика: учебное пособие. / А. Б. Шабаров. 2-е изд., перераб. Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2013. 460 с. С. 156.
12. Шабаров А. Б. Итоговый отчет по теме «Численное исследование процесса вытеснения в масштабах зерна для получения согласованных кривых капиллярного давления и относительных фазовых проницаемостей» (Рамочный договор ТННЦ-ТюмГУ от 16.06.2011 г.) / А. Б. Шабаров, Н. В. Саранчин, Н. Ф. Чистякова, А. В. Ширишова, Л. А. Пульдас, А. А. Ступников, И. М. Ветров, А. В. Шаталов, Г. С. Бембель, А. А. Вакулин, С. Е. Варюхин, С. В. Бердюгин, Д. Н. Медведев, Д. А. Молчанов, В. В. Воробьев. ТННЦ-ТюмГУ, 2011.
13. Al-Gharbi M. S. Dynamic Pore-Scale Modelling of Two-Phase Flow. PhD thesis / M. S. Al-Gharbi. University of London and the Diploma of Imperial College, 2004.
14. Avraam D. G. Generalized Relative Permeability Coefficients during Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media, and Correlation with the Flow Mechanisms / D. G. Avraam, A. C. Payatakes // Transport in Porous Media. 1995. Vol. 20. Pp. 135–168.
15. Brooks R. H. Hydraulic Properties of Porous Media / R. H. Brooks, A. T. Corey // Hydrology Papers. 1964. No 3. Colorado State U., Fort Collins, Colorado.
16. Burdine N. T. Pore Size Distribution of Petroleum Reservoir Rocks / N. T. Burdine, L. S. Gournay, P. P. Reichertz // Journal of Petroleum Technology. 1950, July. Vol. 2. No 7. Pp. 195–204.
17. Burdine N. T. Relative Permeability Calculations from Pore Size Distribution Data / N. T. Burdine // Journal of Petroleum Technology. 1953, March. Vol. 5. No 3. Pp. 71–78.
18. Corey A. T. The Interrelation between Gas and Oil Relative Permeabilities / A. T. Corey // Producers Monthly. 1954, November 19. Pp. 38–41.
19. Ehrlich R. A Model for Two-Phase Flow in Consolidated Materials / R. Ehrlich, F. E. Crane // Society of Petroleum Engineers Journal. 1969, June. Vol. 2. No 2. Pp. 221–231.
20. Fatt I. Relative Permeability Studies / I. Fatt, H. Dykstra // Journal of Petroleum Technology. 1951, September. Vol. 3. No 9. Pp. 249–256.
21. Fatt I. The Network Model of Porous Media, I. Capillary Pressure Characteristics / I. Fatt // Petroleum Transactions, AIME. 1956. Vol. 207. Pp. 144–159.

22. Fatt I. The Network Model of Porous Media, II. Dynamic Properties of a Single Size Tube Network / I. Fatt // *Petroleum Transactions, AIME*. 1956. Vol. 207. Pp. 160–181.
23. Gates J. I. Relative Permeabilities of California Cores by the Capillary — Pressure Method / J. I. Gates, W. T. Lietz // *Paper Presented at the Drilling and Production Practice Conference*, 1 January 1950, New York. API-50-285.
24. Jamin M. J. Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des liquids dans les corps poreux / M. J. Jamin / *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*. 1860. No 50. Pp. 172-176.
25. Langaas K. Numerical Investigations of the Steady State Relative Permeability of a Simplified Porous Medium / K. Langaas, P. Papatzacos // *Transport in Porous Media*. 2001, November. Vol. 45. No 2. Pp. 241–266.
26. Øren P. E. Digital Core Laboratory Rock and Flow Properties Derived from Computer Generated Rocks / P. E. Øren, S. Bakke, H. G. Rueslåtten // *Paper Presented at the SCA2006-21 (Trondheim, Norway, November 12–16, 2006)*.
27. Payatakes A. C. Immiscible Microdisplacement and Ganglion Dynamics in Porous Media / A. C. Payatakes, M. M. Dias // *Reviews in Chemical Engineering*. 1984. Vol. 2. Pp. 85–174.
28. Payatakes A. C. Oil Ganglion Dynamics during Immiscible Displacement: Model Formulation / A. C. Payatakes, K. M. Ng, R. W. Flumerfelt // *American Institute of Chemical Engineers Journal*. 1980. Vol. 26. No 3. Pp. 430–443.
29. Piri M. Pore-Scale Modeling of Three-Phase Flow. PhD thesis / M. Piri. University of London and the Diploma of Imperial College December, 2003.
30. Purcell W. R. Capillary Pressures — Their Measurement Using Mercury and the Calculation of Permeability Therefrom / W. R. Purcell // *Journal of Petroleum Technology*. 1949, February. Vol. 1. No 2. Pp. 39–48.
31. Raeini A. Q. Modelling Multiphase Flow through Micro-CT Images of the Pore Space. PhD thesis / A. Q. Raeini; supervised by Dr Branko Bijeljic and Prof. Martin Blunt. Imperial College London, 2013.
32. Valavanides M. S. ImproDeProF Project: Recent Advances and New Challenges in the Development of the DeProF Tentative Theory for Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media / M. S. Valavanides // *Paper Presented at the International Conference “Science in Technology” SCinTE 2015*.
33. Valavanides M. S. True-to-Mechanism Model of Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media, Using Decomposition into Prototype Flows / M. S. Valavanides, A. C. Payatakes // *Advanced Water Resources*. 2001. Vol. 24. Pp. 385–407.
34. Valvatne P. H. Predictive Pore-Scale Modelling of Multiphase Flow. PhD diss. / P. H. Valvatne. Imperial college of London, 2004.

**Aleksandr B. SHABAROV<sup>1</sup>**  
**Aleksandr V. SHATALOV<sup>2</sup>**

## **PRESSURE DROPS IN WATER-OIL MIXTURE FLOW IN POROUS CHANNELS**

<sup>1</sup> Dr. Sci. (Tech.), Professor,  
Tyumen State University  
kaf\_mms@utmn.ru

<sup>2</sup> Post-Graduate Student,  
Tyumen State University  
sashatl@yandex.ru

### **Abstract**

The aim of the study is to develop an algorithm for constructing the curves of relative permeabilities (RP) according to the time-efficient laboratory tests of the core material: absolute permeability  $K_0$ , capillary pressure curves, residual water saturation values  $S_{wc} = S_*$ , and residual oil saturation  $1 - S_{or} = S^*$ , as well as relative permeability of the core on the water  $f_{wS^*}$  and oil  $f_{pS^*}$  in the given bordering points.

To obtain the generalized experimental data about the parameters of interphase interaction, the authors use the RP dependencies on water saturation for the core samples of the characteristic lithological types.

The methodology of calculation of the pressure loss in the flow of oil-water mixture in the pore channels is given with the help of the developed network of the cluster model of a porous medium. The losses on the section of the channel losses are presented as the sum of the three components of the pressure loss: on the viscous friction of the wall of the pore channels; local losses with the changes in the cross-sectional area and the presence of the channel curvature; and the pressure loss in interfacial interactions of the filtering mixture.

Results of pressure loss curves for interfacial interactions for a number of core samples from the fields in Siberia, obtained in the calculation study, are presented.

---

**Citation:** Shabarov A. B., Shatalov A. V. 2016. "Pressure Drops in Water-Oil Mixture Flow in Porous Channels". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 50–72.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72

---

It has been found that this type of loss in the dimensionless variables can be described as the universal two-parameter “bell” function of water saturation; the values of empirical parameters have been selected.

The obtained data allow to suggest computational and experimental methods for determining the RP, which consists in experimental determination of the parameters  $K_0$ ,  $S_*$ ,  $S^*$ ,  $f_{wS^*}$ ,  $f_{pS^*}$  and the capillary pressure curves followed by the calculation of the RP dependency on water saturation based on the results of the research outlined in this paper.

### **Keywords**

Two-phase filtration, cluster network model, generalized Bernoulli equation, interphase interaction pressure losses.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72**

### **REFERENCES**

1. Al-Gharbi M. S. 2004. “Dynamic Pore-Scale Modelling of Two-Phase Flow”. PhD thesis. University of London and the Diploma of Imperial College.
2. Altunin A. Ye., Sokolov S. V., Stepanov S. V., Cheremisin N. A., Shabarov A. B. 2013. “Raschetnyy metod polucheniya OFP na osnove resheniya obobshchennykh uravneniy Bernulli dlya sistemy porovykh kanalov” [Calculation Method for Producing RP (Relative Permeability) Based on the Decision of the Generalized Bernoulli Equation for the Pore Channels of the System]. *Neftepromyslovoe delo*, no 8, pp. 40–46.
3. Atabekov G. I. 1978. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki* [Theoretical Foundations of Electrical Engineering]. In 3 vols. Vol. I. *Lineynye elektricheskie tsepi: uchebnyk dlya vuzov* [Linear Circuits: Students’ Textbook]. 5<sup>th</sup> edition, revised, p. 158. Moscow: Energiya.
4. Avraam D. G., Payatakes A. C. 1995. “Generalized Relative Permeability Coefficients during Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media, and Correlation with the Flow Mechanisms”. *Transport in Porous Media*, vol. 20, pp. 135–168.
5. Basniev K. S., Kochina I. N., Maksimov V. M. 1993. *Podzemnaya gidromekhanika: Uchebnyk dlya vuzov* [Underground Fluid Mechanics: Students’ Textbook]. Moscow: Nedra.
6. Brooks R. H., Corey A. T. 1964. “Hydraulic Properties of Porous Media”. *Hydrology Papers*, no 3. Colorado State U., Fort Collins, Colorado.
7. Burdine N. T. 1953. “Relative Permeability Calculations from Pore Size Distribution Data”. *Journal of Petroleum Technology*, March, vol. 5, no 3, pp. 71–78.
8. Burdine N. T., Gournay L. S., Reichertz P. P. 1950. “Pore Size Distribution of Petroleum Reservoir Rocks”. *Journal of Petroleum Technology*, July, vol. 2, no 7, pp. 195–204.
9. Corey A. T. 1954. “The Interrelation between Gas and Oil Relative Permeabilities”. *Producers Monthly*, November 19, pp. 38–41.
10. Demyanov A. Yu., Dinariev O. Yu., Yevseev N. V. 2009. *Osnovy metoda funktsionala plotnosti v gidrodinamike* [Foundations of the Density Functional Theory Method in Hydrodynamics]. Moscow: FIZMATLIT.

11. Doroginitskaya L. M., Yenikeev B. N., Yefimov V. A., Isaev G. D., Kostenevich K. A., Malshakov A. V., Ratnikov I. B., Semenov V. V., Sokova K. I., Fedortsov I. V., Shnurman I. G. 2010. Aktualnye voprosy petrofiziki slozhno postroennykh kollektorov [Topical Petrophysics Issues of Complex Collectors]. Edited by I. G. Shnurman. Krasnodar: Prosveshchenie-Yug.
12. Ehrlich R., F. E. Crane 1969. "A Model for Two-Phase Flow in Consolidated Materials". Society of Petroleum Engineers Journal, June, vol. 2, no 2, pp. 221–231.
13. Fatt I. 1956. "The Network Model of Porous Media, I. Capillary Pressure Characteristics". Petroleum Transactions, AIME, vol. 207, pp. 144–159.
14. Fatt I. 1956. "The Network Model of Porous Media, II. Dynamic Properties of a Single Size Tube Network". Petroleum Transactions, AIME, vol. 207, pp. 160–181.
15. Fatt I., Dykstra H. 1951. "Relative Permeability Studies". Journal of Petroleum Technology, September, vol. 3, no 9, pp. 249–256.
16. Gates J. I., Lietz W. T. 1950. "Relative Permeabilities of California Cores by the Capillary — Pressure Method". Paper Presented at the Drilling and Production Practice Conference (New York, January 1). API-50-285.
17. Jamin M. J. 1860. "Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des liquids dans les corps poreux". Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, no 50, pp. 172-176.
18. Kalitkin N. N. 1978. Chislennyye metody. Uchebnoe posobie dlya studentov vuzov [Numerical Methods: Students' Textbook]. Edited by Ye. V. Shikin. Moscow: Nauka.
19. Langaas K., Papatzacos P. 2001. "Numerical Investigations of the Steady State Relative Permeability of a Simplified Porous Medium". Transport in Porous Media, November, vol. 45, no 2, pp. 241–266.
20. Malshakov A. V., Yefimov V. A. 1991. "Pronitsaemost i perkolyatsionnye svoystva porovogo prostranstva osadochnykh gornykh porod". Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal, vol. 61, no 4, pp. 635–640.
21. Øren P. E., Bakke S., Rueslåtten H. G. 2006. "Digital Core Laboratory Rock and Flow Properties Derived from Computer Generated Rocks". Paper Presented at the SCA2006-21 (Norway, Trondheim, November 12–16).
22. Payatakes A. C., Dias M. M. 1984. "Immiscible Microdisplacement and Ganglion Dynamics in Porous Media". Reviews in Chemical Engineering, vol. 2, pp. 85–174.
23. Payatakes A. C., Ng K. M., Flumerfelt R. W. 1980. "Oil Ganglion Dynamics during Immiscible Displacement: Model Formulation". American Institute of Chemical Engineers Journal, vol. 26, no 3, pp. 430–443.
24. Piri M. 2003. "Pore-Scale Modeling of Three-Phase Flow". PhD thesis. University of London and the Diploma of Imperial College December.
25. Purcell W. R. 1949. "Capillary Pressures — Their Measurement Using Mercury and the Calculation of Permeability Therefrom". Journal of Petroleum Technology, February, vol. 1, no 2, pp. 39–48.
26. Raeini A. Q. 2013. "Modelling Multiphase Flow through Micro-CT Images of the Pore Space". PhD thesis. Supervised by Dr Branko Bijeljic and Prof. Martin Blunt. Imperial College London.
27. Shabarov A. B. 2013. Gidrogazodinamika: uchebnoe posobie [Fluid Dynamics: Textbook]. 2<sup>nd</sup> edition, reworked, p. 156. Tyumen: Tyumen State University.

- 
28. Shabarov A. B., Saranchin N. V., Chistyakova N. F., Shirshova A. V., Puldas L. A., Stupnikov A. A., Vetrov I. M., Shatalov A. V., Bembel G. S., Vakulin A. A., Varyukhin S. Ye., Berdyugin S. V., Medvedev D. N., Molchanov D. A., Vorobyov V. V. 2011. The Final Report on “Chislennoe issledovanie protsessa vytesneniya v masshtabakh kerna dlya polucheniya soglasovannykh krivykh kapillyarnogo davleniya i odnositelnykh fazovykh pronitsaemostey” [Numerical Investigation of the Process of Repression Across the Core for Consistent Curve of Capillary Pressure and Relative Permeability] (Framework Agreement of Tyumen Oil Research Center—Tyumen State University of June 16, 2011)] Tyumen Oil Research Center—Tyumen State University.
  29. Shabarov A. B., Shatalov A. V. 2016. “Geometricheskaya model porovogo prostranstva dlya rascheta filtratsii nefi i vody” [Geometric Model of the Pore Space to Calculate Oil and Water Filtration]. In: Proceedings of the 9<sup>th</sup> seminar-school of young scientists “Teplofizika, teplotekhnika, gidrogazodinamika. Innovatsionnye tekhnologii” under the supervision of honored RF science representative professor Shabarov A. B. (Tyumen, May 25-27, 2016), pp. 25–36. Tyumen: Tyumen State University.
  30. Stepanov S. V. Shabarov A. B., Bembel G. S., Shatalov A. V. 2015. “Issledovanie dinamicheskikh fazovykh pronitsaemostey na osnove chislennogo modelirovaniya dvukhfaznogo techeniya v porovykh kanalakh” [Investigation of Dynamic Permeability, Based on Numerical Simulation of Two-Phase Flow in Porous Channels]. In: Akhmetov D. Yu., Gerasimov A. N., Khaydarov Sh. M. (comps). 2015. XI Vserossiyskiy syezhd po fundamentalnym problemam teoreticheskoy i prikladnoy mekhaniki: sbornik dokladov (Kazan, 20–24 avgusta 2015 g.). Edited by D. A. Gubaydullin, A. M. Yelizarov, Ye. K. Lipachev. Pp. 3600–3601. Kazan: Kazan University.
  31. USSR Industrial Standard 39-235-89 of July 1, 1989. “Neft. Metod opredeleniya fazovykh pronitsaemostey v laboratornykh usloviyakh pri sovmestnoy statsionarnoy fil'tratsii” [Oil. The Method for Permeability Determining under the Laboratory Conditions in the Joint Stationary Filtration].
  32. Valavanides M. S. 2015. “ImProDeProF Project: Recent Advances and New Challenges in the Development of the DeProF Tentative Theory for Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media”. Paper Presented at the International Conference “Science in Technology” SCinTE 2015 (Greece, Athens, November 5-7).
  33. Valavanides M. S., Payatakes A. C. 2001. “True-to-Mechanism Model of Steady-State Two-Phase Flow in Porous Media, Using Decomposition into Prototype Flows”. *Advanced Water Resources*, vol. 24, pp. 385–407.
  34. Valvatne P. H. 2004. “Predictive Pore-Scale Modelling of Multiphase Flow”. PhD diss. Imperial college of London.
-