

© **Я. В. ШИРШОВ, С. П. РОДИОНОВ**

*Тюменский государственный университет,
лаборатория нефтегазовой механики
Тюменского филиала ИТПМ им. С. А. Христиановича СО РАН
yakovshirshov@yandex.ru*

УДК 532.546, 622.276

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ
РАСЧЕТА ДАВЛЕНИЯ И ГИДРОПРОВОДНОСТИ
ПЛАСТА ПО ПРОМЫСЛОВЫМ ДАННЫМ**

**COMPUTATIONAL TECHNOLOGY
FOR RESERVIOR PRESSURE AND HYDROCONDUCTIVITY
BASED ON PRODUCTION DATA**

В настоящей работе предложена вычислительная технология построения карт изобар и гидропроводности пласта по данным эксплуатации скважин (забойные давления, дебиты и приемистость). Технология основана на аналитическом решении уравнения для давления при установившейся фильтрации в неоднородном круговом пласте.

The paper presents the computational technology of generating isobar maps and hydraulic permeability maps according to the production data (bottomhole pressure, well yields, injection capacity). The technology is based on an analytical solution of the equation for pressure at steady filtration in the heterogeneous circular formation.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. *Карты изобар, пластовое давление, гидропроводность, промысловые данные.*

KEY WORDS. *Isobar maps, reservoir pressure, hydraulic conductivity, production data.*

Введение

Карты пластового давления имеют важное значение и находят широкое применение при анализе разработки месторождений, планировании геолого-технических мероприятий. Информация о гидропроводности пласта также важна, поскольку на ее основе формируется представление о его фильтрационных свойствах. На практике карты изобар обычно строятся с помощью:

- интерполяции замеренных значений пластового давления, что требует большого охвата фонда скважин гидродинамическими исследованиями и не позволяет получать пластовое давление в области работающих скважин;

— использования детальных гидродинамических моделей, что приводит к значительным временным затратам на создание и адаптацию модели.

В этой связи актуальным является применение и развитие таких методов построения карт давления, которые обеспечивали бы, с одной стороны, оперативность, а с другой — достаточно высокую степень достоверности. Вычисление гидропроводности по данным геофизических исследований скважин может привести к серьезным ошибкам. Привлечение для этих целей уравнений фильтрации является эффективным шагом, поскольку позволит одновременно построить карту давления и восстановить гидропроводность пласта.

В [2] для построения карт пластового давления использовалось решение уравнения однофазной установившейся фильтрации для однородного пласта. Неоднородность пласта учитывалась посредством введения эффективного радиуса скважин с использованием данных геофизических исследований скважин. Однако в этой работе не рассматривался вопрос об определении поля гидропроводности в окрестности каждой скважины с помощью уравнений фильтрации.

В [1] приводится методика решения задач восстановления поля гидропроводности на основе численного решения уравнений фильтрации. Численный расчет с помощью конечно-разностных методов занимает большое время, и, к тому же, возникают проблемы с корректностью постановки задачи.

В настоящей работе предлагается методика построения карт изобар и гидропроводностей пласта по данным эксплуатации скважин (забойные давления, дебиты и приемистость). Отличие от [2] состоит в том, что использование аналитической формулы для установившегося течения в неоднородном пласте позволяет быстро построить карты пластового давления и гидропроводности «напрямую» через забойные давления и дебиты скважин, без привлечения дополнительной информации. Аналогичная задача решалась также в [1], но отличие состоит в том, что выбран эффективный метод решения и выполнен учет скин-фактора скважин.

Постановка задачи

Рассматривается двумерный неоднородный пласт, эксплуатируемый N скважинами с дебитами q и забойными давлениями p . Целью задачи является определение давления и гидропроводности пласта в межскважинном пространстве.

Если жидкость и пористая среда являются несжимаемыми, то давление удовлетворяет следующему уравнению:

$$\nabla(\sigma \nabla p) = 0, \quad (1)$$

где p — пластовое давление, σ — гидропроводность пласта (отношение произведения абсолютной проницаемости и толщины пласта к вязкости жидкости).

Граничные условия в случае, когда на внешней границе (контуре) пласта известно давление, а на внутренних границах (скважинах) — давления и дебиты, имеют следующий вид:

— на внешней границе Γ

$$p|_{\Gamma} = p_k, \quad (2)$$

— на внутренних границах $\gamma_i (i = 1, \dots, N)$

$$q_i = - \oint_{\gamma_i} \sigma \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} d\gamma_i, \quad p|_{\gamma_i} = p_i, \quad (3)$$

где p_k — давление на внешнем контуре пласта, p_i и q_i — дебиты и забойные давления скважин.

Пьезометрические скважины, в которых производятся замеры давления, можно рассматривать как скважины с нулевым дебитом и забойным давлением, равным замеренному значению.

Решением задачи будет поле гидропроводности $\sigma = \sigma_*$, удовлетворяющее условию глобального минимума целевого функционала J :

$$J(\sigma_*) \rightarrow \min, \quad (4)$$

при ограничениях на значения гидропроводности:

$$\sigma_{\min} \leq \sigma \leq \sigma_{\max}.$$

В качестве целевого функционала выбирается сумма квадратов разностей между фактическими и расчетными значениями давления:

$$J(\sigma) = \sum_{i=1}^N (p_i^{\text{факт}} - p_i^{\text{расчет}})^2 \quad (5)$$

Аналитическое решение

Сформулированная выше задача (1)-(5) может быть решена численно [1], что потребует больших временных затрат. Однако на практике зачастую возникает необходимость получения решения «в режиме реального времени». Для этого можно воспользоваться следующим аналитическим решением для распределения давления в каждой точке (x, y) декартовой системы координат, начало которой расположено в центре круговой области Γ (контур питания) в неоднородном пласте с гидропроводностью $\sigma(x, y)$ [1, 3]:

$$p(x, y) = p_k + \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma(x, y)}} \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{\sqrt{\sigma_j}} \ln \left(\frac{r_j(x, y)}{R} \right), \quad (6)$$

где p_k — давление на контуре питания, $\sigma = \sigma(x, y)$ — гидропроводность в точке расположения j -ой скважины, $r_j(x, y)$ — расстояние от j -й скважины до точки с координатами (x, y) , R — радиус контура питания пласта. Решение (6) получено при следующих допущениях:

- 1) гидропроводность удовлетворяет уравнению $\Delta\sqrt{\sigma} = 0$;
- 2) скважины представляют собой точечные источники;
- 3) радиус контура питания достаточно большой для того, чтобы находиться от скважин далеко. При этом во всех точках контура питания задаются одинаковые значения давления и гидропроводности.

С использованием приведенных допущений и замены переменной $u = r\sqrt{\sigma}$ уравнение (1) приводится к виду:

$$\Delta u = q, q = \sum_{j=1}^N q_j \delta(r - r_j),$$

где q — источниковый член, r — радиус-вектор, $\delta(r)$ — дельта-функция Дирака. Решение этого уравнения с применением метода суперпозиции имеет вид (6) [3].

Построение целевой функции

Используя решение (6) и некоторые дополнительные предположения, покажем, что целевой функционал (4) можно выразить через значения гидропроводности в окрестности скважин. Другими словами, в данном случае он может быть преобразован в целевую функцию N переменных. Поскольку расчетные значения давлений входят в целевую функцию напрямую, то для этого достаточно показать, что их можно выразить через значения гидропроводностей в окрестности скважин.

Пусть гидропроводность на расстояниях порядка радиуса скважины изменяется незначительно, а сам радиус меньше расстояния между другими скважинами. Тогда давление p_i на контуре i -ой скважины с центром в точке (x_i, y_i) можно будет считать равным:

$$p_i = p_k + \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_i}} \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{\sqrt{\sigma_j}} \ln \left(\frac{r_{ij}}{R} \right),$$

где r_{ij} $r_{ij}(x_i, y_i)$ — расстояние между центрами контуров i -ой и j -ой скважин, $\sigma = \sigma_*(x_i, y_i)$ — гидропроводность в окрестности i -ой скважины. Из суммы в правой части приведенного выше выражения для давления на i -ой скважины (2) выделим слагаемое с номером $i = j$:

$$p_i = p_k + \frac{q_i}{2\pi\sigma_i} \ln \left(\frac{r_{ci}}{R} \right) + \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_i}} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{q_j}{\sqrt{\sigma_j}} \ln \left(\frac{r_{ij}}{R} \right), \quad (7)$$

где r_{ci} r_{ii} — радиус i -ой скважины. Если на скважинах применялись методы увеличения нефтеотдачи, в частности, проводился гидроразрыв пласта, то гидропроводность призабойной зоны этих скважин может сильно отличаться от гидропроводности в окрестности скважины. Для учета эффекта отличия гидропроводностей, с помощью формулы (7) необходимо заменить в ней радиус i -ой скважины r_{ci} на эффективный радиус r_{cei} , который выражается через скин-фактор S_i из следующего соотношения:

$$S_i = \ln \left(\frac{r_{ci}}{r_{cei}} \right).$$

Если скважина работающая, то p_i — это забойное давление p_i^{zab} ; если же скважина пьезометрическая, то p_i — это расчетное давление в точке замера давления. Чтобы можно было бы применить к этим скважинам формулу (7), их дебит надо положить равным нулю. Таким образом, согласно (7) расчетные значения забойных давлений работающих скважин или замеренные давления в пьезометрических скважинах выражаются через гидропроводности в окрестности скважин $p_i^{расчет} = p_i^{расчет}(\sigma_i, \sigma_N) p_i(\sigma_i, \sigma_N)$. Подставляя это выражение в целевую функцию, получим:

$$J(\sigma_1 \dots \sigma_N) = \sum_{i=1}^N (p_i^{\text{факт}} - p_i^{\text{расчет}}(\sigma_1 \dots \sigma_N))^2, \quad (8)$$

Видно, что целевая функция зависит от значений гидропроводностей в окрестности скважин σ_i .

Задача восстановления гидропроводности сводится к нахождению таких значений σ_i , которые обращают в минимум функцию (2). После определения σ_i , используя интерполяцию гармоническими функциями, с помощью уравнения $\Delta\sqrt{\sigma} = 0$ можно восстановить значения гидропроводности в других точках пласта. Отметим, что интерполяция гармоническими функциями предполагает, что гидропроводность принимает экстремальные значения либо в точках-скважинах, либо на границе пласта. Использование другого способа интерполяции гидропроводности приведет к тому, что поле давления не будет удовлетворять уравнению (1).

Алгоритм восстановления гидропроводности

Для минимизации целевой функции (8) были выбраны несколько оптимизационных методов, среди которых наилучшие результаты показал метод trust-region-reflective [5]. Время решения задачи для месторождений, содержащих сотни скважин, производится в пределах от нескольких секунд до одной минуты.

Процедура восстановления гидропроводности с использованием метода trust-region-reflective в системе MATLAB [4] строится следующим образом:

1) вычисляется начальное приближение для гидропроводности каждой работающей скважины:

$$\sigma_i = \frac{2\pi q_i}{(p_i - p_k)} \ln \left(\frac{r_{ci}}{R} \right).$$

Т. е. начальное приближение гидропроводности каждой работающей скважины вычисляется при отсутствии влияния на нее других скважин. Начальное приближение для пьезометрических скважин выражается через параметры, относящиеся к работающим скважинам:

$$\sqrt{\sigma_i} = \frac{2\pi}{(p_i - p_k)} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{q_j}{\sqrt{\sigma_j}} \ln \left(\frac{r_{ij}}{R} \right);$$

2) рассчитываются целевая функция (8) и ее производные:

$$J(\sigma_1 \dots \sigma_N) = \sum_{i=1}^N E_i^2,$$

$$E_i = p_i^{\text{факт}} - p_k - \frac{q_i}{2\pi\sigma_i} \ln \left(\frac{r_{ci}}{R} \right) - \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_i}} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{q_j}{\sqrt{\sigma_j}} \ln \left(\frac{r_{ij}}{R} \right),$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial \sigma_i} = -\frac{q_i}{2\pi\sigma_i^2} \ln\left(\frac{r_{ci}}{R}\right) - \frac{1}{4\pi\sigma_i\sqrt{\sigma_i}} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{q_j}{\sqrt{\sigma_j}} \ln\left(\frac{r_{ij}}{R}\right),$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial \sigma_l} = -\frac{1}{4\pi\sqrt{\sigma_i}} \frac{q_l}{\sigma_l\sqrt{\sigma_l}} \ln\left(\frac{r_{il}}{R}\right), l \neq i;$$

3) определяются значения гидропроводности в окрестности скважин σ_i , при которых целевая функция принимает минимальное значение;

4) по рассчитанным значениям гидропроводности на скважинах с помощью какого-либо из интерполяционных методов (гармоническими функциями, *natural neighbor*, *kriging* и т. п.) производится расчет значений гидропроводности в других точках расчетной области;

5) по известным значениям гидропроводности вычисляется поле давления согласно (6).

Описанную процедуру легко обобщить на случай привлечения априорной информации о гидропроводности (например, геофизических данных). Для этого достаточно внести соответствующее слагаемое в целевую функцию. Кроме того, представленная процедура может использоваться для решения других задач, в частности, нелокального апскейлинга при задании давления на границах крупных ячеек.

Необходимо отметить, что в целевую функцию (кроме гидропроводности в окрестности скважин) входят радиус контура питания R и давление на контуре p_k , которые не известны. Если их, наряду с гидропроводностями $\sigma_1 \dots \sigma_N$, отнести к переменным, то задача становится плохо обусловленной, а решение — неустойчивым. В этом случае решение задачи предлагается проводить в два этапа. На первом определяются величины, относящиеся к пласту в целом — p_k и σ_0 при условии, что гидропроводности на скважинах одинаковы и равны σ_0 . При этом давление на контуре рассчитывается как среднее арифметическое давлений на скважинах. Далее вычисляются эффективная гидропроводность σ_0 и радиус контура питания R , при которых функция $J(\sigma_0, R)$ принимает минимальное значение. На втором этапе, с помощью представленного выше алгоритма 1-5, определяются гидропроводности на каждой скважине $\sigma_1 \dots \sigma_N$ при уже известных значениях p_k и R .

В качестве примера на рис. 1 приведена карта пластового давления на одном из месторождений Казахстана, полученная с помощью предложенной выше методики расчета давления и гидропроводности. Эффективный радиус скважин выражался через скин-фактор, который задавался равным 0 для добывающих скважин, -2 — для нагнетательных и -4 — для скважин с гидроразрывом пласта [2]. Для интерполяции гидропроводности использовался метод *natural neighbor* [6].

Таким образом, с помощью предложенной методики можно достаточно быстро определить гидропроводность пласта и выполнить построение карты давления. Методикой можно удовлетворительно пользоваться для оперативного решения задач разработки месторождений.

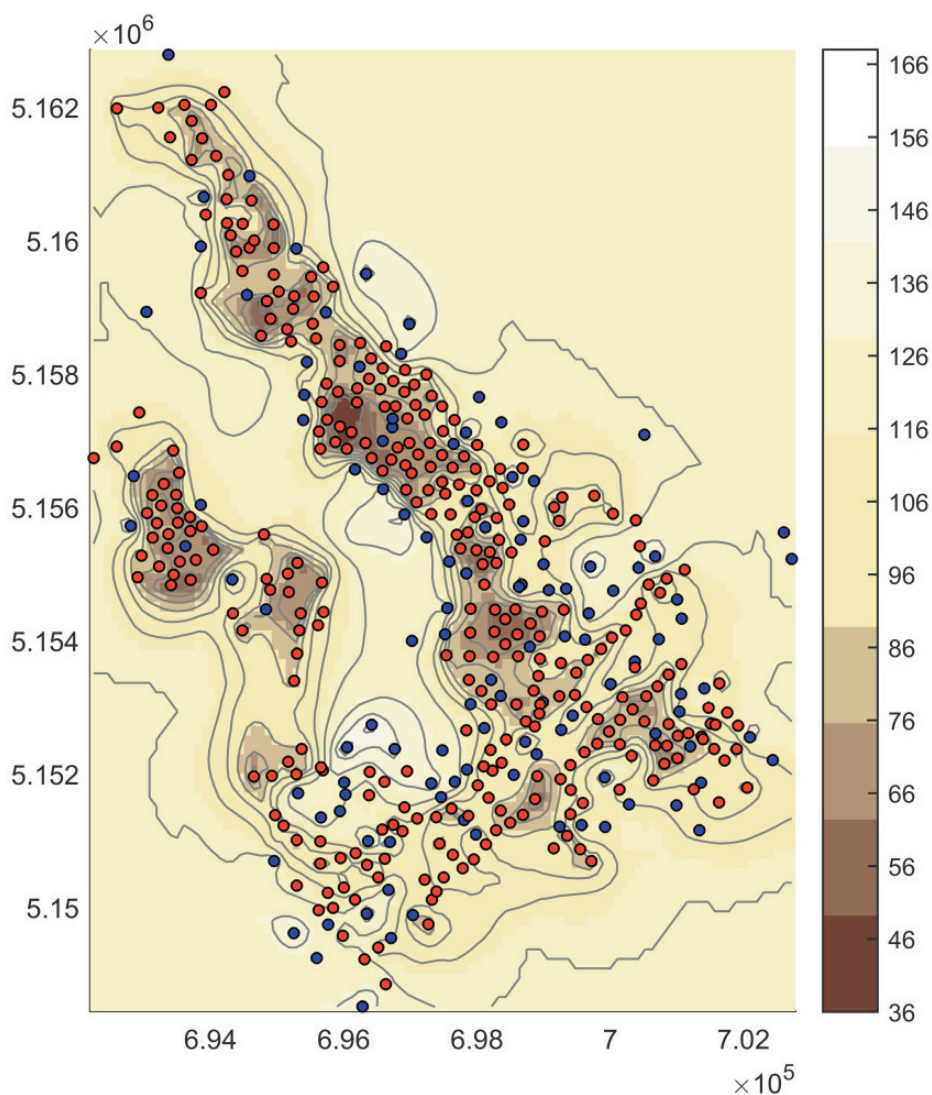


Рис. 1. Карта давления для одного из месторождений Казахстана

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булыгин Д. В. Геология и имитация разработки залежей нефти / Д. В. Булыгин, В. Я. Булыгин. М.: Недра, 1996. 382 с.
2. Мухаметзянов Т. М. Методика построения карт изобар с использованием результатов гидродинамических исследований и промысловых данных на примере Верх-Тарского месторождения / Т. М. Мухаметзянов, А. И. Тюнькин, И. С. Игнатов, П. Т. Им // Нефтяное хозяйство. 2009. № 5. С. 66-69.
3. Салехов Г. С. К определению функции давления в неоднородных пластах нефтяных месторождений / Г. С. Салехов // ДАН СССР. 1955. Т. 105. № 6. С. 1174-1176.

4. Список функций Optimization Toolbox // SoftLineCo. URL: http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book__4/4/lsqnonlin.php
5. Coleman T. F. An Interior, Trust Region Approach for Nonlinear Minimization Subject to Bounds / T. F. Coleman, Y. Li. // SIAM Journal on Optimization. 1996. Vol. 6. Pp. 418-445.
6. Sibson R. A brief description of natural neighbor interpolation (Chapter 2). In Barnett V. Interpreting Multivariate Data / R. Sibson. Chichester: John Wiley. 1981. Pp. 21-36.

REFERENCES

1. Bulygin D. V., Bulygin V. Ja. Geologija i imitacija razrabotki zalezhej nefti [Geology and Simulation of Oil Field Development]. M.: Nedra, 1996. 382 p. (In Russian)
2. Muhametdzjanov T. M., Tjun'kin A. I., Ignatov I. S., Im P. T. Metodika postroenija kart izobar s ispol'zovaniem rezul'tatov gidrodinamicheskikh issledovanij i promyslovyh dannyh na primere Verh-Tarskogo mestorozhdenija [Reservoir Pressure Mapping Method based on Well Test and Production Data Applied to Verh-Tarskoe Oil Field] // Neftjanoe hozjajstvo [Oil Industry]. 2009. No 5. Pp.66-69. (In Russian)
3. Salehov G. S. K opredeleniju funkcii davlenija v neodnorodnyh plastah neftjanyh mestorozhdenij [Definition of Pressure Function in Heterogeneous Beds of Oil Fields] // DAN SSSR [Proceedings of Academy of Sciences of the USSR]. 1955. Vol. 105. No 6. Pp. 1174-1176. (In Russian)
4. Spisok funkcij Optimization Toolbox [List of Functions Optimization Toolbox] // SoftLineSo. http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book__4/4/lsqnonlin.php (In Russian)
5. Coleman T. F., Y. Li. An Interior, Trust Region Approach for Nonlinear Minimization Subject to Bounds // SIAM Journal on Optimization. 1996. Vol. 6. Pp. 418-445.
6. Sibson R. A brief description of natural neighbor interpolation (Chapter 2). In Barnett V. Interpreting Multivariate Data. Chichester: John Wiley. 1981. Pp. 21-36.

Авторы публикации

Ширшов Яков Владимирович — аспирант кафедры механики многофазных систем Тюменского государственного университета, лаборант лаборатории нефтегазовой механики Тюменского филиала ИТПМ им. С. А. Христиановича СО РАН

Родионов Сергей Павлович — профессор кафедры механики многофазных систем Тюменского государственного университета, заведующий лабораторией нефтегазовой механики Тюменского филиала ИТПМ им. С. А. Христиановича СО РАН, Доктор физ.-мат. наук

Authors of the publication

Yakov V. Shirshov — Postgraduate at the Department of Multiphase Systems Mechanics, Tyumen State University, Laboratory Assistant at the Laboratory of Oil and Gas Mechanics, Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences

Sergey P. Rodionov — Dr. Sci. (Phys. and Math.), Professor at the Department of Multiphase Systems Mechanics, Tyumen State University, Head of Laboratory of Oil and Gas Mechanics, Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences