

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Павел Тихонович ЗУБКОВ¹
Эдуард Игоревич НАРЫГИН²

УДК 536.2

ПОЛУЧЕНИЕ ЭНЕРГИИ, ИСПОЛЬЗУЯ ОБЛАСТИ С РАЗЛИЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

¹ доктор физико-математических наук,
профессор кафедры математического моделирования,
Тюменский государственный университет
pzubkov@utmn.ru

² аспирант кафедры математического моделирования,
Тюменский государственный университет
e.i.narygin@utmn.ru

Аннотация

В этой статье показано численное исследование температурных волн в прямоугольной, цилиндрической и сферической областях. В данной работе рассматриваются области, в которых возможен фазовый переход между жидким и твердым агрегатным состоянием; коэффициент теплопроводности существенно различается для жидкой и твердой фазы. Для всех областей на границе заданы одинаковые периодические во времени граничные условия. Для численного решения задачи использовался алгоритм CONDUCT с ис-

Цитирование: Зубков П. Т. Получение энергии, используя области с различной температурой фазового перехода / П. Т. Зубков, Э. И. Нарыгин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 4. С. 89-99.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-4-89-99

пользованием метода энтальпии. Наличие фазового перехода оказывает существенное влияние на распределение температуры внутри области. Было получено, что в момент времени, который находится достаточно далеко от начального момента времени, температура в точке никак не зависит от начального распределения температуры в начальный момент, а температура в любой точке внутри области будет изменяться с тем же периодом, что и температура на границе, а амплитуда колебания будет тем меньше, чем глубже внутри области будет находиться точка. В точках, находящихся далеко от границы области, будет поддерживаться постоянная температура — меньшая, чем средняя за период температура на границе области. Также была установлена зависимость постоянной температуры в центре рассматриваемых областей от температуры фазового перехода для различных значений скрытой теплоты плавления. Если соединить центры двух пластин, двух цилиндров, двух сфер с различными температурами фазового перехода, получим отличный от нуля средний тепловой поток за период. Объединяя это явление с эффектом Зеебека, мы получили схему источника энергии, основанного на термоэлектрическом эффекте.

Ключевые слова

Теплопередача, численные методы, фазовый переход.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-4-89-99

Введение

Температурные волны — периодические колебания температуры в некоторой среде. Они обычно рассматриваются как сезонные или суточные колебания температуры. В разных странах мира в течение многих лет проводятся измерения температуры земной поверхности. Известные ученые, такие как Фурье и Пуассон, использовали эти наблюдения в своих исследованиях. Исследования температурных колебаний в земной поверхности стали первым примером задачи о распространении температурных волн для естественных процессов. Температурные волны имеют широкий диапазон применений. Они применяются в таких задачах, как обогревание, охлаждение, использование солнечной энергии и хранение тепловой энергии. В работе [1] изучались температурные волны в грунте вблизи основания тепловыделяющего сооружения. Температурные волны могут иметь как природный, так и технический характер, и могут быть использованы для создания источников энергии. В данной работе представлено численное исследование задачи о распространении температурных волн в прямоугольной, цилиндрической и сферической областях. Случай, когда теплопроводность является функцией температуры, рассмотрен в работе [2]. Вещество, находящееся внутри области, может находиться в двух агрегатных состояниях: твердом и жидком, причем теплопроводность твердой фазы в пять раз больше теплопроводности жидкой фазы. При использовании симметрии задача сводится к решению одномерного уравнения теплопроводности в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат [4; 5]. Можно построить источник энергии с использованием температурных волн различными способами, например, соединяя две

бесконечные параллельные пластины, два цилиндра или две сферы, в которых находится вещество с различной температурой фазового перехода. В этом случае получаем схему термоэлектрического преобразователя.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу о распространении теплоты. Задана область в виде бесконечной пластины толщиной l , или задана область в виде бесконечного цилиндра радиусом $l/2$, или задана область в виде шара радиусом $l/2$. Температура границы меняется по гармоническому закону $T = T_{mid} + T_a \cos(\omega t)$. Коэффициент теплопроводности твердой фазы в пять раз больше, чем коэффициент теплопроводности жидкой фазы.

В качестве математической модели рассматриваем одномерное уравнение теплопроводности в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат с теплопроводностью, зависящей от температуры. Безразмерная постановка задачи имеет вид:

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tau} = \frac{1}{R^\gamma} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^\gamma \tilde{\lambda} \frac{\partial \theta}{\partial R} \right), \tag{1}$$

$$\tilde{\lambda} = \begin{cases} 1, & \theta > \theta_s, \\ 5 - 4 \frac{\tilde{h} - (\theta_s - 1)}{\tilde{h}_{ls}}, & \theta = \theta_s, \\ 5, & \theta < \theta_s, \end{cases} \tag{2}$$

где зависимость $\tilde{h} = \tilde{h}(\theta)$ показана на рис. 1.

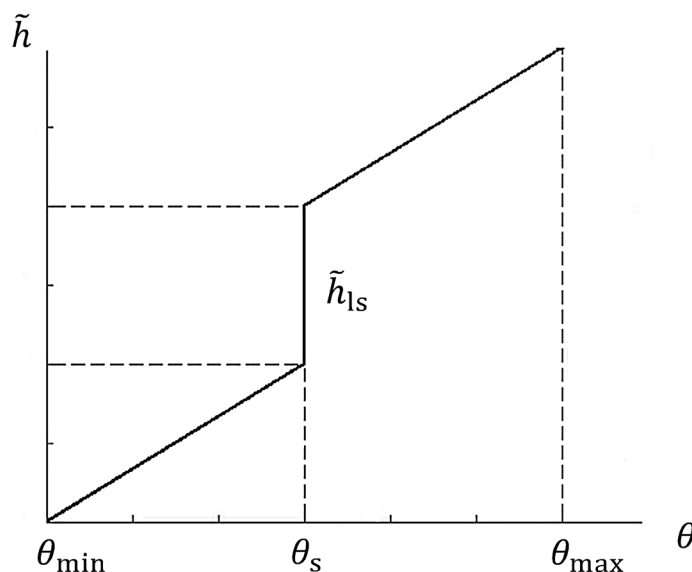


Рис 1. Зависимость безразмерной энтальпии \tilde{h} от безразмерной температуры θ

Fig. 1. The dependence of the dimensionless enthalpy \tilde{h} on the dimensionless temperature θ

Начальное условие:

$$\tau = 0: \theta = \theta_{in}. \quad (3)$$

Граничные условия:

если $\gamma = 0$, тогда

$$R = 0: \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0, \quad (4)$$

$$R = \frac{L}{2}: \theta = \cos(2\pi\tau);$$

если $\gamma = 1$ или $\gamma = 2$, тогда

$$R = \frac{L}{2}: \theta = \cos(2\pi\tau), \quad (5)$$

где

$$R = \frac{r}{l_0}, \tau = \frac{t}{P}, \theta = \frac{T - T_{mid}}{T_a},$$

$$\tilde{h} = \frac{h}{cT_a}, \quad \tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0}, \quad L = \frac{l}{l_0},$$

$$P = \frac{2\pi}{\omega}, a = \frac{\lambda_0}{\rho c}, l_0 = \sqrt{aP}, \quad (6)$$

$$T_{mid} = \frac{T_{max} + T_{min}}{2},$$

$$T_a = \frac{T_{max} - T_{min}}{2}.$$

При $\gamma = 0$ получим математическую модель для бесконечной пластины толщины L , при $\gamma = 1$ мы получим математическую модель для цилиндра радиуса $L/2$, при $\gamma = 2$ мы получим математическую модель для сферы радиуса $L/2$.

Результаты расчетов

Рассматриваемая задача является задачей без начальных условий [8; 9]. Это означает, что в момент времени, который находится достаточно далеко от начального момента времени, начальные условия не будут иметь влияние на распределение температуры внутри области. Температура в любой точке внутри области будет изменяться с тем же периодом, что и температура на границе, а амплитуда колебания будет тем меньше, чем глубже внутри области будет находиться точка. Если в области возможен фазовый переход между жидким и твердым агрегатным состоянием, а коэффициент теплопроводности твердой фазы в пять раз больше теплопроводности жидкой фазы, тогда температура в точках, находящихся достаточно далеко от границы области, будет постоянной и равной θ_a . Температура θ_a будет меньше, чем средняя температура на границе области за период $\theta_a < 0$.

Для численного решения данной задачи использовался метод контрольного объема [3; 6; 7], объединенный с методом энтальпии [10]. Расчеты проводились на равномерной сетке, состоящей из 202 контрольных точек при безразмерной

длине $L = 14$. Шаг по времени брался равным $\Delta\tau = 10^{-5}$. На рис. 2 показана зависимость температуры в центре области от температуры фазового перехода при различных значениях $\tilde{h}_{ls} = 1; 10; 100$.

Рассмотрим две параллельные пластины, или два цилиндра, или две сферы с одинаковыми периодическими граничными условиями. И пусть внутри двух пластин (цилиндров, сфер) находятся вещества с различной температурой фазового перехода. При подключении двух пластин (цилиндров, сфер), как показано на рис. 3-5, мы получим отличный от нуля средний за период тепловой поток, который всегда будет направлен в одну сторону из-за температурной разницы между их центрами. Мы можем объединить его с эффектом Зеебека для разработки источников энергии. Граничные условия могут быть реализованы как периодические атмосферные колебания температуры, так и за счет использования вторичной энергии технологических процессов. Таким образом, мы получили схему рабочего термоэлектрического преобразователя.

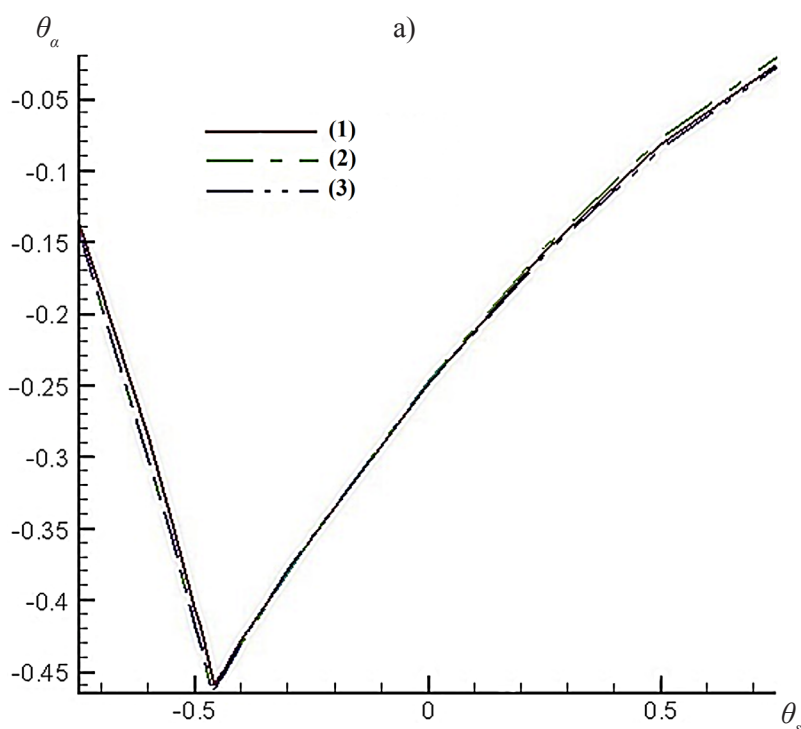
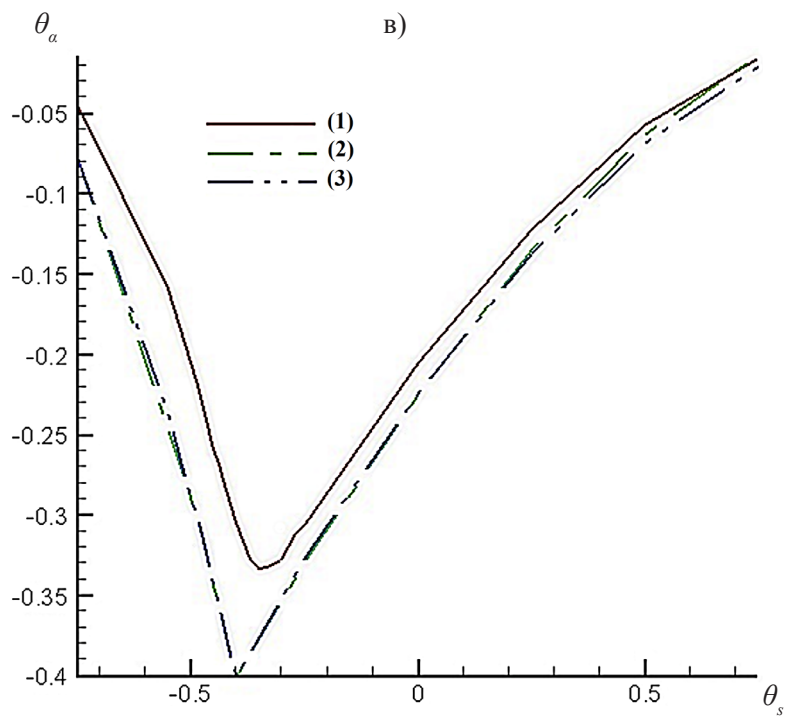
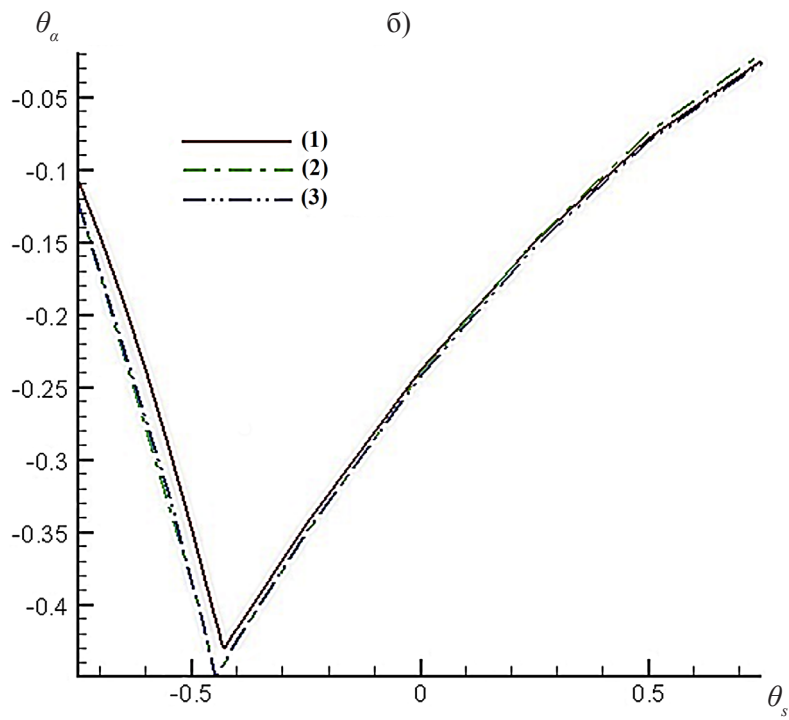


Рис. 2. Зависимость безразмерной температуры в центре области θ_α от безразмерной температуры фазового перехода θ_s при $\tilde{h}_{ls} = 1$ (а), $\tilde{h}_{ls} = 10$ (б) и $\tilde{h}_{ls} = 100$ (в) (1) для случая бесконечной пластины, (2) для случая бесконечного цилиндра и (3) для случая шара

Fig. 2. The dependence of the dimensionless temperature at the area center θ_α on the dimensionless phase transition temperature θ_s with $\tilde{h}_{ls} = 1$ (a), $\tilde{h}_{ls} = 10$ (б) and $\tilde{h}_{ls} = 100$ (в) (1) in the case of an infinite plate (2) in the case of an infinite cylinder, and (3) in the case of the ball



Окончание рис. 2

Fig. 2 (end)

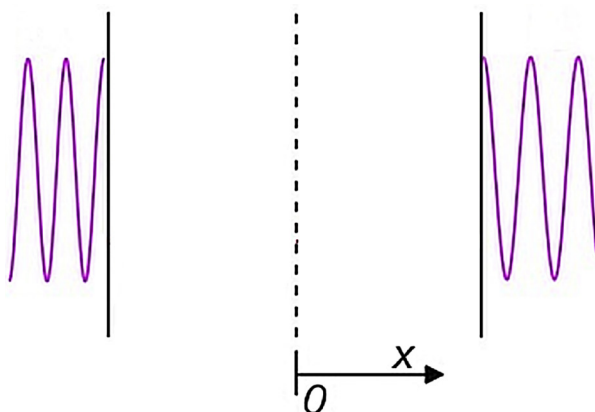


Рис. 3. Схема источника энергии, состоящего из двух пластин

Fig. 3. The diagram of the energy source, consisting of two plates

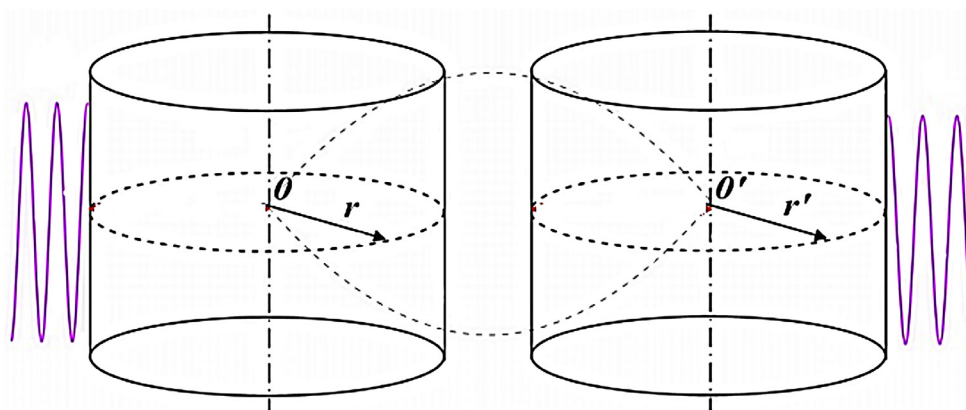


Рис. 4. Схема источника энергии, состоящего из двух цилиндров

Fig. 4. The power source circuit consisting of two cylinders

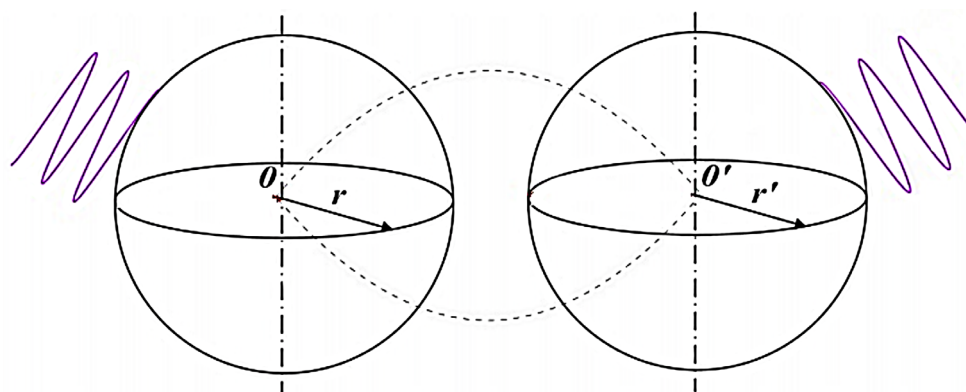


Рис. 5. Схема источника энергии, состоящего из двух сфер

Fig. 5. The power source circuit consisting of two spheres

Заключение

В данной работе было проведено численное исследование температурных волн в прямоугольной, цилиндрической и сферической областях. Наличие фазового перехода оказывает существенное влияние на распределение температуры внутри области, а также на поведение теплового потока на границе. При достаточно большой безразмерной длине L мы получим постоянную температуру в центре, которая меньше, чем средняя температура поверхности. В работе была получена схема источника энергии, состоящего из двух пластин, двух цилиндров, двух сфер с одинаковыми периодическими граничными условиями. Соединяя две пластины, два цилиндра, две сферы с различными температурами фазового перехода, мы получим отличный от нуля средний тепловой поток за период. Объединяя это явление с эффектом Зеебека, в качестве граничных условий можно использовать как периодические колебания температуры атмосферы, так и вторичную энергию технологических процессов. В итоге мы получили схему источника энергии, основанного на термоэлектрическом эффекте.

Номенклатура

a	[м ² /с]	Температуропроводность
c	[Дж/(кг К)]	Удельная теплоемкость
L	[м]	Длина
l_0	[м]	Характерная длина
P	[с]	Период колебания температуры на границе
T	[К]	Температура
T_s	[К]	Температура фазового перехода
T_{max}	[К]	Максимальное значение температуры на границе
T_{min}	[К]	Минимальное значение температуры на границе
T_{mid}	[К]	Среднее значение температуры на границе
T_a	[К]	Амплитуда колебания температуры на границе
h	[Дж/кг]	Энтальпия
h_{is}	[Дж/кг]	Скрытая теплота плавления
t	[с]	Время
r	[м]	Пространственная координата
λ	[Вт/(м К)]	Теплопроводность
λ_0	[Вт/(м К)]	Теплопроводность жидкой фазы
ρ	[кг/м ³]	Плотность
ω	[рад/с]	Частота колебания
L	[—]	Безразмерная длина [l/l_0]
q	[—]	Безразмерный тепловой поток
R	[—]	Безразмерная пространственная координата [r/l_0]
\tilde{h}	[—]	Безразмерная энтальпия [h/cT_a]
θ	[—]	Безразмерная температура [$(T - T_{mid})/T_a$]
θ_a	[—]	Безразмерная температура внутри области
$\tilde{\lambda}$	[—]	Безразмерная теплопроводность [λ/λ_0]
τ	[—]	Безразмерное время [t/P]

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атманских М. Б. Температурные волны в грунте вблизи основания тепловыделяющего сооружения / М. Б. Атманских, И. П. Рило, А. В. Татосов // Вестник Тюменского государственного университета. 2013. № 7. С. 146-153.
2. Атманских М. Б., Зубков П. Т. Использование температурных волн для создания источника энергии. РНКТ-6 / М. Б. Атманских, П. Т. Зубков. М.: МЭИ, 2014. С. 1284-1287.
3. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. М.: Наука, 1978. 512 с
4. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена / С. С. Кутателадзе. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. М.: Высшая школа, 1967. 599 с.
6. Патанкар С. В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах / С. В. Патанкар. М.: МЭИ, 2003. 312 с.
7. Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. В. Патанкар. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с., ил.
8. Сивухин Д. В. Общий курс физики: В 3 тт. / Д. В. Сивухин; Том 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Наука, 1975. 519 с.
9. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. М.: Наука. 1972. 736 с.
10. Шамсундар Н. Применение метода энтальпии к анализу многомерной задачи теплопроводности при наличии фазового перехода / Н. Шамсундар, Е. М. Спэрроу // Теплопередача. 1976. № 3. С. 14-20.

Pavel T. ZUBKOV¹
Eduard I. NARYGIN²

ENERGY RECEPTION USING AREAS WITH DIFFERENT PHASE TRANSITION TEMPERATURE

¹ Dr. Sci. (Phys-Math.), Professor,
Department of Mathematical Modelling,
Tyumen State University
pzubkov@utmn.ru

² Post-Graduate Student,
Department of Mathematical Modelling,
Tyumen State University
e.i.narygin@utmn.ru

Abstract

This article describes a numerical study of the temperature waves in rectangular, cylindrical and spherical areas. This work discusses the areas, in which the phase transition between the liquid and solid phases is possible, and the coefficients of thermal conductivity are significantly different for the liquid and solid phases. Time-periodic boundary conditions have been applied for all problems. Algorithm CONDUCT and enthalpy method are used for numerical solution of the problem. Phase transition has the effect on temperature inside area. After a large number of periods of the initial conditions will not affect the value of the temperature, and the temperature will have the same period as the temperature at the boundary, and the amplitude will decrease with depth. The points, which are far away from the boundary, have a constant temperature lower than the average for the period of temperature on the boundary. We found the dependence of temperature in the center of the areas of the phase transition temperature for different values of the latent heat of fusion. Combining the two plates, two cylinders, two spheres with different phase transition temperatures, we obtained a non-zero average heat flow for the period. Combining this with thermoelectric effect we received an energy source.

Citation: Zubkov P. T., Narygin E. I. 2016. "Energy Reception Using Areas with Different Phase Transition Temperature". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 4, pp. 89-99.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-4-89-99

Keywords

Heat transfer, numerical methods, phase transfer.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-4-89-99

REFERENCES

1. Atmanskikh M. B., Rilo I. P., Tatosov A. V. 2013. "Temperaturnye volny v grunte vblizi osnovaniya teplovydelyayushchego sooruzheniya" [Temperature Waves in the Ground near the Base of the Fuel Facilities]. Tyumen State University Herald, no 7, pp. 146-153.
2. Atmanskikh M. B., Zubkov P. T. 2014. Ispol'zovanie temperaturnykh voln dlya sozdaniya istochnika energii. RNKT-6 [Using Thermal Waves to Create an Energy Source. RNKT-6], pp. 1284-1287. Moscow: MEI.
3. Kalitkin N. N. 1978. Chislennye metody [Numerical Methods]. Moscow: Nauka.
4. Kutateladze S. S. 1979. Osnovy teorii teploobmena [Fundamentals of Heat Transfer Theory]. Moscow: Atomizdat.
5. Lykov A. V. 1967. Teoriya teploprovodnosti [The Theory of Heat Conduction]. Moscow: Vysshaya shkola.
6. Patankar S. V. 2003. Chislennoe reshenie zadach teploprovodnosti i konvektivnogo teploobmena pri techenii v kanalakh [Numerical Solution of Problems of Heat Conduction and Convection Heat Transfer during Flow in Channels]. Moscow: MEI.
7. Patankar S. V. 1984. Chislennye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti [Numerical Methods for Solving Problems of Heat Transfer and Fluid Dynamics]. Moscow: Energoatomizdat.
8. Shamsudar N., Sparrow E. M. 1976. "Primenenie metoda ental'pii k analizu mnogomernoy zadachi teploprovodnosti pri nalichii fazovogo perekhoda" [Application of the Method to the Analysis of the Enthalpy of the Multidimensional Problem of Heat Conduction in the Presence of a Phase Transition]. Teploperedacha, no 3, pp. 14-20.
9. Sivukhin D. V. 1975. Obshchiy kurs fiziki [The General Course of Physics]: in 3 vols. Vol. 2. Termodinamika i molekulyarnaya fizika [Thermodynamics and Molecular Physics]. Moscow: Nauka.
10. Tikhonov A. N., Samarskiy A. A. 1972. Uravneniya matematicheskoy fiziki [Equations of Mathematical Physics]. Moscow: Nauka.