

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Александр Дмитриевич БЕКМАН¹

УДК 622.276

УЛУЧШЕНИЕ КАЧЕСТВА КАРТИРОВАНИЯ ПЛАСТОВОГО ДАВЛЕНИЯ ЗА СЧЕТ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ЗАДАЧИ АДАПТАЦИИ МОДЕЛИ CRMP-TM

¹ кандидат физико-математических наук, главный инженер проекта,
Тюменский нефтяной научный центр
adbekman@rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-5907-523X

Аннотация

Для обеспечения возможности оперативного принятия решений в процессе разработки месторождений углеводородов эксперты всё чаще отказываются от медленных 3D гидродинамических моделей в пользу более простых прокси-моделей. В частности, для решения такой важной задачи анализа разработки, как картирование пластовых давлений, ранее была предложена прокси-модель CRMP-TM. Данная прокси-модель позволяет на основе промысловых данных восстановить значения пластовых давлений по скважинам для каждого шага моделируемого временного интервала. Полученные значения могут быть использованы для картирования пластовых давлений. В настоящей статье приведены примеры ситуаций, в которых опубликованная ранее методика

Цитирование: Бекман А. Д. Улучшение качества картирования пластового давления за счет регуляризации задачи адаптации модели CRMP-TM / А. Д. Бекман // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 4 (32). С. 125-143.
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-4-125-143

использования модели CRMP-ТМ неприменима. Предложена новая методика, позволяющая расширить применимость указанной модели на рассмотренные ситуации, а также уточнить получаемые оценки значений пластовых давлений для нагнетательных скважин. Представлены результаты численных экспериментов, подтверждающие, что при использовании новой уточненной модели точность оценок возрастает.

Ключевые слова

Capacitance-resistive models, CRM, CRMP-ТМ, гидродинамическое моделирование, пластовое давление.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-4-125-143

Введение

Необходимым этапом при разработке нефтяных месторождений является анализ динамики пластовых давлений, который помогает избежать потерь в темпах добычи нефти из-за таких негативных эффектов, как падение дебитов добывающих скважин, резкое повышение обводненности в них в результате формирования трещин в пласте в окрестности нагнетательных скважин и т. п. Наиболее распространенной формой визуализации данных для такого анализа являются динамические карты пластовых давлений, т. е. набор двумерных поверхностей (функций двух переменных) — по одной для каждого анализируемого временного шага. Задача построения таких карт на практике всегда осложнена нехваткой достоверных данных: непосредственные наблюдения рассматриваемого параметра с помощью гидродинамических исследований в скважинах проводятся по экономическим причинам не так часто, поэтому в результате не удается собрать достаточно информации, чтобы сформировать полную картину. Для построения адекватной карты на заданный временной шаг необходимо достоверное значение пластового давления для каждой скважины на исследуемом участке месторождения, причем методы интерполяции не помогают распространить значения с одних скважин на другие. Это связано с эллиптичностью дифференциального уравнения, описывающего распределение давления [1]: в точках расположения работающих скважин имеют место локальные экстремумы, которые не могут быть восстановлены методами интерполяции. С другой стороны, наиболее достоверные карты пластовых давлений можно получить с помощью гидродинамического моделирования (ГДМ), однако его использование имеет ряд недостатков. Среди них — необходимость использования данных, имеющих низкую достоверность: проинтерполированных полей фильтрационно-емкостных свойств пород, кривых относительных фазовых проницаемостей (ОФП) и т. п. При этом главной проблемой представляется существенная вычислительная сложность ГДМ, что делает его крайне неудобным инструментом для решения задач оперативного анализа состояния разработки и оптимизации системы поддержания пластового давления.

Альтернативой использованию ГДМ, не требующей значительных вычислительных и временных ресурсов, могут служить разного рода упрощенные модели,

так называемые прокси-модели [4]. В [2] автором была предложена прокси-модель CRMP-ТМ, достаточно простая с вычислительной точки зрения, но тем не менее физически содержательная. Использование этой модели позволяет восстановить динамику пластовых давлений в окрестности скважин и картировать пластовое давление на каждый временной шаг исследуемого интервала дат. Однако, как будет показано ниже, задача адаптации модели CRMP-ТМ (т. е. определения ее неизвестных параметров) в общем случае является некорректной вследствие неединственности решения. Для устранения этого недостатка автором настоящей статьи был разработан алгоритм постобработки, выделяющий единственное решение из множества других, определяемых алгоритмом, описанным в [2].

Общие сведения о модели CRMP-ТМ

Модели CRM — семейство физически содержательных, но достаточно простых прокси-моделей, призванных в ряде задач анализа разработки месторождений заменить полноценные 3D гидродинамические модели. Подробный обзор моделей CRM можно найти в [8]. Для всех CRM-моделей характерны определенные общие принципы формулировки задачи и, как правило, схожие способы их решения, а именно:

- в основе моделей CRM лежат уравнение материального баланса и формула Дюпюи;
- формулы модели содержат неизвестные параметры, определяемые в процессе адаптации модели, который сводится к решению некоторой оптимизационной задачи;
- в качестве исходных данных для решения используются наиболее достоверные из имеющихся на практике — замеры дебитов нефти и жидкости, приемистостей (расходов воды нагнетательных скважин), забойных давлений.

Предлагаемая в [2] модель CRMP-ТМ отличается от остальных известных CRM-моделей тем, что неизвестные параметры модели определяются в результате решения не одной, а целой серии оптимизационных задач. Рассмотрим алгоритм этой процедуры подробнее.

Предположим, необходимо исследовать пластовое давление на участке, содержащем NP добывающих и NI нагнетательных скважин. Первый шаг алгоритма адаптации модели CRMP-ТМ предполагает адаптацию модели CRMP [9]. Модель CRMP базируется на следующей формуле оценки дебита добывающей скважины (по одному пласту):

$$q_j(t_n) = q_j(t_0)e^{-\frac{(t_n-t_0)}{\tau_j}} + \sum_{k=1}^n \left(e_j + \sum_{i=1}^{NI} f_{ij} I_{i,k} - \hat{f}_j \tau_j \frac{\Delta p_{j,k}}{\Delta t_k} \right) e^{-\frac{(t_n-t_k)}{\tau_j}} \left(1 - e^{-\frac{(t_k-t_{k-1})}{\tau_j}} \right), \quad (1)$$

$$j = \overline{1, NP},$$

где j — номер скважины; t_n — n -й шаг рассматриваемого интервала истории разработки. Известными величинами здесь являются: $q_j(t_0)$ — дебит скважины в начальный момент времени ($\text{м}^3/\text{сут}$); $I_{i,k}$ — приемистость i -й нагнетательной скважины на k -м временном шаге ($\text{м}^3/\text{сут}$); $p_{j,k}$ — забойное давление в j -й добывающей скважине на k -м временном шаге (атм). Неизвестными величинами являются: τ_j — обратный коэффициент падения добычи (сут); \hat{J}_j — коэффициент продуктивности ($\text{м}^3/(\text{сут} \cdot \text{атм})$); e_j — интенсивность аквифера ($\text{м}^3/\text{сут}$); f_{ij} — коэффициент взаимного влияния между j -й добывающей и i -й нагнетательной скважиной. Адаптация модели представляет собой минимизацию целевой функции (ЦФ):

$$F = \sum_{j=1}^{NP} \sum_{n=1}^T (\tilde{q}_{j,n} - q_j(t_n))^2, \quad (2)$$

где $\tilde{q}_{j,n}$ — фактический дебит j -й скважины за n -й шаг рассматриваемого интервала истории разработки ($\text{м}^3/\text{сут}$). Исходя из физического смысла величин и прочих экспертных соображений, на все неизвестные параметры накладываются ограничения сверху и снизу и, кроме того, ограничение вида:

$$\sum_{j=1}^{NP} f_{ij} \leq 1, \quad i = \overline{1, NI},$$

которое обеспечивает непротиворечивость решения с точки зрения закона сохранения массы. Эффективный алгоритм решения такой оптимизационной задачи можно найти в [3]. Адаптированные модели CRMP применяются для анализа состояния разработки нефтяных месторождений, а также решения таких задач, как оценка эффективности геолого-технических мероприятий, оптимизация процесса заводнения и др. [5-7]. Что касается задачи картирования полей давления, то можно отметить, что в теории настроенная модель CRMP позволяет восстановить динамику пластового давления в окрестностях добывающих скважин. Пластовое давление в окрестности добывающей скважины с индексом j может быть определено по формуле Дюпюи (3) или из конечно-разностного аналога уравнения материального баланса (4):

$$\hat{P}_{D,j,t} = \hat{P}_{wf,j,t} + \frac{q_{j,t}}{\hat{J}_j}, \quad (3)$$

$$\hat{P}_{C,j,t} = \hat{P}_{C,j,t-1} + \frac{\sum_{i=1}^{NI} f_{ij} I_{i,t} - q_{j,t}}{\hat{J}_j \tau_j}. \quad (4)$$

Здесь $\hat{P}_{wf,j,t}$ — забойное давление (атм) на шаге t , а индексами C и D помечены пластовые давления, выраженные из уравнения материального баланса

(МБ) и формулы Дюпюи соответственно. Заметим также, что очевидных способов восстановить динамику пластового давления в окрестностях нагнетательных скважин модель CRMP не предоставляет, равно как и другие известные CRM-модели. Однако и с добывающими скважинами на практике возможны проблемы, т. к. модель CRMP не всегда способна адекватно восстановить значения параметров \hat{J}_j . К примеру, из формулы (1) следует, что, если забойные давления постоянны или близки к константным, эти параметры либо не могут быть оценены, либо задача их восстановления становится неустойчивой. В частности, константные забойные давления по добывающим скважинам могут быть заданы для экспериментальных синтетических данных, полученных с ГДМ. Другой проблемой, обуславливающей некорректные значения \hat{J}_j , являются искажения забойных давлений вследствие проведенных остановок скважин или различных геолого-технических мероприятий. Возникающие при этом резкие изменения значений забойных давлений модель CRMP компенсирует заниженными значениями \hat{J}_j . Таким образом, значения параметров \hat{J}_j по итогам CRMP-моделирования можно в общем случае считать неизвестными либо недостоверными.

Следующий этап адаптации модели CRMP-ТМ направлен на определение значений \hat{J}_j и \hat{J}_i . Согласно [2], он сводится к серии NI оптимизационных задач — для каждой нагнетательной скважины в отдельности. Сформулируем такую задачу для i -й нагнетательной скважины. Рассмотрим оценку для потока жидкости от этой нагнетательной скважины к j -й добывающей на шаге t согласно модели CRMP в обозначениях, уже использованных выше:

$$L_{ij,t} = f_{ij} I_{i,t}. \quad (5)$$

Будем считать, что эта величина должна быть пропорциональна разности пластовых давлений в окрестности этих скважин:

$$L_{ij,t} = T_{ij} (\check{P}_{C,i,t} - \hat{P}_{D,j,t}). \quad (6)$$

Здесь $\check{P}_{C,i,t}$ — пластовое давление (атм) на шаге t в некоторой окрестности нагнетательной скважины, а $\hat{P}_{D,j,t}$ — добывающей. Коэффициент T_{ij} будем называть проводимостью пласта между i -й нагнетательной и j -й добывающей скважинами. По аналогии с формулами (3) и (4) выразим пластовое давление в окрестности нагнетательной скважины из формулы Дюпюи и уравнения материального баланса:

$$\check{P}_{D,i,t} = \check{P}_{wf,i,t} - \frac{I_{i,t}(1 - \alpha_i)}{\hat{J}_i}, \quad (7)$$

$$\check{P}_{C,i,t} = \check{P}_{C,i,t-1} + \frac{I_{i,t}(1 - \alpha_i) - \sum_{j=1}^{NP} L_{i,j,t}}{c_i V_{p,i}}. \quad (8)$$

Здесь \hat{J}_i — коэффициент приемистости ($\text{м}^3/(\text{сут} \cdot \text{атм})$); α_i — доля нецелевой закачки (д. ед.); $V_{p,i}$ — поровый объем в окрестности нагнетательной скважины (м^3); c_i — общая сжимаемость пород и флюидов в этом объеме ($1/\text{Па}$). Все эти параметры (равно как \hat{J}_j и T_{ij}) являются неизвестными. Для их определения сформулируем оптимизационную задачу с целевой функцией (ЦФ) вида:

$$F_i = \sum_{t=1}^{NT} (\check{P}_{D,i,t} - \check{P}_{C,i,t})^2 + \sum_{t=1}^{NT} (T_{ij}(\check{P}_{D,i,t} - \hat{P}_{D,j,t}) - f_{ij}I_{it})^2. \quad (9)$$

Первое слагаемое функции F_i призвано обеспечить соответствие пластовых давлений в окрестности нагнетательной скважины, рассчитанных по формулам Дюпюи и материального баланса, второе слагаемое — требование соответствия межскважинных потоков, определяемых формулами (5) и (6). Ограничения в виде неравенств необходимо выразить из экспертных оценок диапазонов допустимых значений для каждого искомого параметра.

Для поиска решения задачи можно использовать различные методы оптимизации, пригодные для задач с множеством локальных минимумов. Так, в [2] применялся метод имитации отжига. Необходимо подчеркнуть, что эффективность поиска решения можно повысить, если учесть, что параметры T_{ij} , очевидно, однозначно определяются при условии, когда остальные параметры зафиксированы. Действительно, в этом случае ЦФ F_i представляет собой положительно определенную квадратичную форму, а значит, решение можно найти с помощью метода наименьших квадратов (МНК), либо, если МНК определяет решение за пределами допустимых диапазонов, можно воспользоваться методами квадратичного программирования. Эту процедуру можно считать частью вычисления ЦФ F_i .

Согласно [2], получая в результате решения оптимизационной задачи значения параметров \hat{J}_i и α_i и используя формулу (7), можно восстановить динамику пластового давления в окрестности нагнетательных скважин. Что касается добывающих скважин, то в [2] предлагается для них использовать формулу (3) и значения \hat{J}_j , полученные в модели CRMP. В рамках численных экспериментов, приведенных в [2], это было допустимо и оправдано: использовались достоверные данные без погрешностей, взятые с 3D ГДМ, при этом динамика забойных давлений была заведомо неконстантной. Однако, как уже отмечалось выше, в общем случае значения \hat{J}_j , полученные с CRMP, нельзя считать достоверными, а значит, их использование будет вносить определенные погрешности в итоговое решение. С другой стороны, значения этих параметров, определяемые в рамках решения оптимизационных задач (9), получаются неоднозначными: одна и та же добывающая скважина, как правило, фигурирует не в одной оптимизационной задаче из NI рассмотренных, следовательно, для j -й добывающей скважины число различных значений \hat{J}_j будет равно числу ненулевых значений параметров f_{ij} в модели CRMP. Данный недостаток можно было бы устранить, объединив все задачи (9) в одну с ЦФ $F = \sum_{i=1}^M F_i$, но это, в свою очередь, существенно усложнит процедуру поиска решения, т. к. число параметров вырастет на порядок. В следующем разделе приведена методика

устранения проблемы многозначности параметров \hat{J}_j и уточнения значений \check{J}_j , которая и составляет новизну настоящей статьи.

Методика уточнения модели CRMP-ТМ

Рассмотрим задачу определения значений \hat{J}_j , предположив, что уже имеются адаптированные модели CRMP и CRMP-ТМ. Будем считать, что значения параметров T_{ij} и α_i определены достоверно. В то же время требуется определить новые значения \hat{J}_j и \check{J}_j , по возможности не изменяя величины потоков между скважинами. Тогда, опираясь на формулу (9), сформулируем новую оптимизационную задачу с ЦФ вида:

$$\Psi = \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} \left((\check{P}_{D,i,t} - \hat{P}_{D,j,t}) - d\check{P}_{ij,t} \right)^2 = \min, \quad (10)$$

где $d\check{P}_{ij,t} = (\check{P}_{D,i,t} - \hat{P}_{D,j,t})$ — разности пластовых давлений, найденные по итогам адаптации модели CRMP-ТМ.

Заметим, что, исходя из формул (3) и (7), если предположить постоянство объемных расходов флюидов (приемистостей и дебитов жидкости) по всем скважинам, то изменения параметров \hat{J}_j (или \check{J}_j) будут приводить к смещению соответствующего графика пластового давления по вертикали. Тогда становится очевидным, что решение не будет единственным, т. к. смещение всех графиков давлений на одну и ту же константу не изменит перепадов, от которых зависит ЦФ. Естественно, это должно приводить к неустойчивости задачи и в том случае, если объемные расходы непостоянны, но близки к константам, что может встречаться на практике. По этой причине введем в ЦФ в качестве регуляризатора дополнительное слагаемое:

$$\Phi = \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} \left((\check{P}_{D,i,t} + \hat{P}_{D,j,t}) - (\check{P}_{wf,i,t} + \hat{P}_{wf,j,t}) \right)^2, \quad (11)$$

где $\check{P}_{wf,i,t}$ и $\hat{P}_{wf,j,t}$ — забойные давления (атм) для i -й нагнетательной и j -й добывающей скважины соответственно. Смысл регуляризатора сводится к тому, что среднее значение между пластовыми давлениями для любой пары скважин должно быть близко к среднему значению между их забойными давлениями. Таким образом, учитывая формулы (3), (7), (10) и (11), общая ЦФ будет иметь вид:

$$F = \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} \left(\check{P}_{wf,i,t} - \frac{I_{i,t}(1 - \alpha_i)}{\check{J}_i} - \hat{P}_{wf,j,t} - \frac{\tilde{q}_{j,t}}{\hat{J}_j} - d\check{P}_{ij,t} \right)^2 + \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} \left(\frac{\tilde{q}_{j,t}}{\hat{J}_j} - \frac{I_{i,t}(1 - \alpha_i)}{\check{J}_i} \right)^2. \quad (12)$$

Введем в рассмотрение новые переменные:

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{1}{\bar{f}_i}, \quad i = 1, \dots, NI, \\ B_j &= \frac{1}{\bar{f}_j}, \quad j = 1, \dots, NJ, \\ a_{i,t} &= I_{i,t}(1 - \alpha_i), \\ c_{ij,t} &= \check{P}_{wf,i,t} - d\bar{P}_{ij,t} - \hat{P}_{wf,j,t}. \end{aligned} \quad (13)$$

При этом ЦФ (12) примет вид:

$$F = \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} (B_j q_{j,t} + A_i a_{i,t} - c_{ij,t})^2 + \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} (B_j q_{j,t} - A_i a_{i,t})^2. \quad (14)$$

Рассмотрим решение поставленной оптимизационной задачи с помощью метода наименьших квадратов. Вычислив частные производные функции F по параметрам A_i и B_j и приравняв их к нулю, можно получить итоговые формулы для неизвестных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial A_i} &= 2 \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t} (B_j q_{j,t} + A_i a_{i,t} - c_{ij,t}) - 2 \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t} (B_j q_{j,t} - A_i a_{i,t}) = \\ &= 2 \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{t=1}^{NT} [a_{i,t} (B_j q_{j,t} + A_i a_{i,t} - c_{ij,t}) - a_{i,t} (B_j q_{j,t} - A_i a_{i,t})] = \\ &= 2 \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t} (2A_i a_{i,t} - c_{ij,t}) = \\ &= 4 \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{t=1}^{NT} A_i a_{i,t}^2 - 2 \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t} c_{ij,t} = 0, \\ 2A_i NJ_i \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t}^2 &= \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t} c_{ij,t}, \\ A_i &= \frac{\sum_{j=1}^{NJ} \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t} c_{ij,t}}{2NJ_i \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t}^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогичным образом можно найти формулу для оставшихся неизвестных:

$$B_j = \frac{\sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} q_{j,t} c_{ij,t}}{2 \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} q_{j,t}^2}. \quad (16)$$

Качество полученного по формулам (15) и (16) решения можно оценить с помощью формулы:

$$D = \frac{1}{NI} \frac{1}{NJ} \frac{1}{NT} \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} \left| \frac{(\check{P}_{D,i,t} - \hat{P}_{D,j,t})}{d\hat{P}_{ij,t}} - 1 \right| \cdot 100\%, \quad (17)$$

которая представляет собой среднее абсолютное отклонение результата от традиционной модели ТМ. Если эта величина, согласно экспертным оценкам, получается слишком большой, можно модифицировать задачу, ослабив влияние второго слагаемого в ЦФ с помощью весового коэффициента $w < 1$:

$$F = \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} (B_j q_{j,t} + A_i a_{i,t} - c_{ij,t})^2 + w \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} (B_j q_{j,t} - A_i a_{i,t})^2. \quad (18)$$

Аналогично уже описанному подходу можно показать, что в этом случае решение сводится к решению системы линейных уравнений вида:

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{NJ} B_j \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t} \left((1-w)q_{j,t} \right) + (1+w)A_i N_j \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t}^2 = \\ & \qquad \qquad \qquad = \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t} c_{ij,t}, \quad \forall i = 1, \dots, NI, \\ & B_j N_j \sum_{t=1}^{NT} q_{j,t} \left((1+w)q_{j,t} \right) + \sum_{i=1}^{NI} A_i \sum_{t=1}^{NT} q_{j,t} \left((1-w)a_{i,t} \right) = \\ & \qquad \qquad \qquad = \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} q_{j,t} c_{ij,t}, \quad \forall j = 1, \dots, NJ. \end{aligned} \right. \quad (19)$$

Полученные по формулам (15) и (16) либо (19) значения в основном могут не соответствовать допустимым диапазонам параметров. В этом случае следует обратиться к методам квадратичного программирования. Для этого можно представить формулу (14) в традиционном для этих методов виде:

$$F = \frac{1}{2} x H x^T + c x^T + \text{const}, \quad (20)$$

где x — вектор перечисленных некоторым образом неизвестных параметров, а матрица H и вектор c определяются формулами:

$$h(B_j, B_k) = \begin{cases} 0, & j \neq k, \\ 4NI_j \sum_{t=1}^{NT} q_{j,t}^2, & j = k, \end{cases}$$

$$h(A_i, A_s) = \begin{cases} 0, & i \neq s, \\ 4NI_i \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t}^2, & i = s, \end{cases}$$

$$h(B_j, A_i) = 0,$$
(21)

$$c(B_j) = -2 \sum_{i=1}^{NI} \sum_{t=1}^{NT} q_{j,t} c_{ij,t},$$

$$c(A_i) = -2NI_i \sum_{t=1}^{NT} a_{i,t} c_{ij,t}.$$

Определив одним из вышеперечисленных способов неизвестные параметры оптимизационной задачи и перейдя к переменным \hat{J}_j и \hat{J}_i по формулам (13), можно восстановить динамику пластовых давлений в окрестности всех скважин с помощью формул (3) и (7). Следует заметить, что рассматриваемая модель не позволяет оценить радиус окрестности, для которой полученное значение давления является средним, поэтому для простоты полученные значения на практике часто приписывают точкам расположения скважин и решают задачу Лапласа с граничными условиями в этих точках. Такой подход обеспечивает качественно верную картину, достаточную для анализа [2].

Численные эксперименты

Для проверки влияния новой методики уточнения модели CRMP-ТМ была проведена серия численных экспериментов. В процессе применялись синтетические данные с гидродинамических моделей (дебиты жидкости, приемистости, забойные давления), которые использовались в качестве исходных для CRMP-ТМ-моделирования; динамика пластовых давлений по нагнетательным скважинам по уточненной и не уточненной моделям сопоставлялась с фактическими пластовыми давлениями (по ГДМ).

Использовались 24 различных гидродинамических моделей с 9 добывающими и 16 нагнетательными скважинами. Особенностью моделей является то, что они получены случайной перестановкой 9 одинаковых по форме и размеру участков в окрестностях добывающих скважин. В пределах каждого участка свойства пласта однородны при общей его неоднородности в целом. Пример поля проницаемости и расположение скважин показаны на рис. 1.

Другое отличие моделей заключается в том, что все добывающие скважины работают на постоянном забойном давлении, а приемистость всех нагнетательных скважин в рамках одной модели неравна и нестационарна. При этом приемистость нагнетательных скважин одинакова от модели к модели. Таким образом достигается нестационарность дебитов жидкости у всех добывающих скважин, а также отличие динамики дебитов жидкости от модели к модели. Как следствие, заведомо различными будут проводимости пласта и динамика пластового давления, что особенно важно с точки зрения целей экспериментов, т. е. проверки корректности рассматриваемой методики уточнения пластовых давлений.

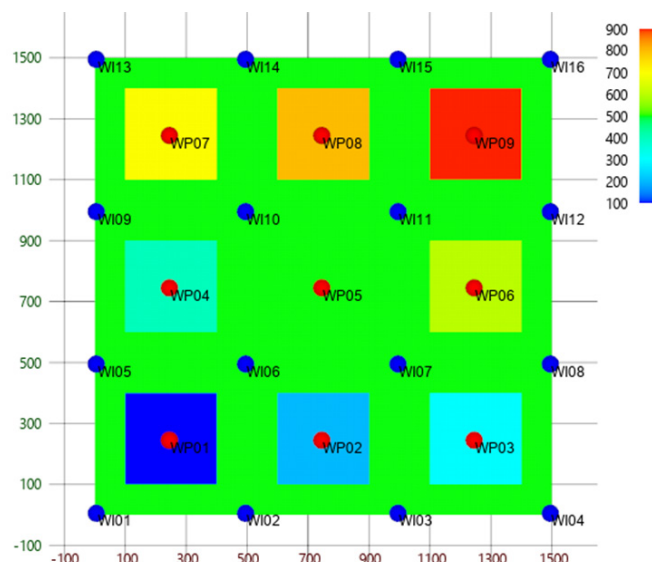


Рис. 1. Расположение скважин в ГДМ

Fig. 1. Boreholes locations in hydrodynamic reservoir model

На рис. 1 добывающим скважинам соответствуют имена вида WPxx, нагнетательным — вида WIxx. Расстояние между ближайшими однотипными скважинами составляет 200 м. Для SRMP-модели использовался радиус влияния скважин 800 м, т. е. скважины, находящиеся на расстоянии более 800 м, считались априори невзаимодействующими. Проницаемость в окрестностях добывающих скважин задавалась согласно таблице 1.

Таблица 1

Проницаемость в моделях
m1-m24 (мД)

Table 1

Permeability in models
m1-m24 (mD)

Сква- жина	WP01	WP02	WP03	WP04	WP05	WP06	WP07	WP08	WP09
m1	100	200	300	400	500	600	700	800	900
m2	700	900	400	500	600	200	800	100	300
m3	700	300	200	500	800	400	600	100	900
m4	400	600	200	800	900	100	500	700	300
m5	100	500	700	300	400	200	600	800	900
m6	500	400	600	700	800	200	900	100	300
m7	700	900	300	400	800	200	100	600	500
m8	100	400	500	700	800	900	300	600	200
m9	900	700	100	400	300	600	800	200	500
m10	400	500	200	900	800	300	600	700	100
m11	800	200	700	500	100	600	400	300	900
m12	200	600	500	900	400	300	100	800	700
m13	900	700	100	600	800	200	300	400	500
m14	800	500	300	200	400	700	600	900	100
m15	900	200	500	400	600	800	700	100	300
m16	800	400	500	100	300	900	200	700	600
m17	500	700	600	800	200	400	900	300	100
m18	600	100	400	900	300	800	700	500	200
m19	500	600	100	900	200	700	400	300	800
m20	600	700	100	900	300	200	400	500	800
m21	200	600	100	900	400	500	300	700	800
m22	700	100	900	200	300	500	800	600	400
m23	600	900	700	100	200	300	400	800	500
m24	600	500	200	100	900	300	800	700	400

Свойства пород и параметры Кори для кривых ОФП задавались в зависимости от проницаемости согласно таблице 2.

Таблица 2

Зависимость параметров ГДМ
от проницаемости

Table 2

Dependence of hydrodynamic reservoir
model parameters on permeability

$K_{пр}$, мД	$K_{п}$, д. ед.	S_{wr} , д. ед.	S_{or} , д. ед.	$f_o(S_{wr})$, д. ед.	$f_w(S_{or})$, д. ед.	N_w	N_o
100	0,1	0,35	0,1	0,5	0,1	2,7	2,6
200	0,12	0,2	0,125	0,55	0,15	2,587	2,512
300	0,14	0,15	0,15	0,6	0,2	2,475	2,425
400	0,16	0,13	0,175	0,65	0,25	2,362	2,337
500	0,18	0,12	0,2	0,7	0,3	2,25	2,25
600	0,2	0,115	0,225	0,75	0,35	2,137	2,162
700	0,22	0,11	0,25	0,8	0,4	2,025	2,075
800	0,24	0,105	0,3	0,85	0,45	1,91	1,987
900	0,26	0,1	0,35	0,9	0,5	1,8	1,9

Здесь $K_{п}$ — пористость среды;
 S_{wr} — критическая водонасыщен-
ность; S_{or} — критическая нефтена-
сыщенность; $f_o(S_{wr})$ и $f_w(S_{or})$ — отно-
сительные фазовые проницаемости
при критических водо- и нефтена-
сыщенностях; N_w и N_o — показатели
степени в формулах Кори.

Here $K_{п}$ is porosity of the media; S_{wr}
is irreducible water saturation; S_{or} is
residual oil saturation; $f_o(S_{wr})$ and $f_w(S_{or})$
are the water and oil relative permeabili-
ty end-points; N_w and N_o are the exponents
in Corey formulas.

Вязкости воды и нефти во всех ГДМ равнялись 1 и 10 сП соответственно, плот-
ности воды и нефти — 1 000 и 800 т/м³. Сжимаемость породы и воды задавалась
значениями $1 \cdot 10^{-16}$ и $1 \cdot 10^{-5}$ 1/Па соответственно. При этом для каждой из пере-
численных выше ГДМ было просчитано два варианта: со сжимаемостью нефти
 $1,2 \cdot 10^{-5}$ и $1,2 \cdot 10^{-4}$ 1/Па, чтобы расширить спектр условий проверки модели.

Задание постоянного забойного давления во всех ГДМ приводит к тому, что
без процедуры уточнения невозможно восстановить пластовые давления по до-
бывающим скважинам. Именно поэтому по добывающим скважинам сравнение
результатов моделирования не проводилось. Модель CRMP-ТМ настраивалась
на интервале 60 шагов. Так как результат решения оптимизационной задачи за-
висит от ограничений на искомые параметры, в рассматриваемых численных
экспериментах такие ограничения не накладывались. Для оценки погрешности
значений пластового давления использовались оценки средней абсолютной ошиб-
ки в процентах (МАРЕ). Полученные по результатам экспериментов значения
приведены в таблицах 3 и 4.

Таблица 3

Средняя абсолютная относительная ошибка значений пластовых давлений по уточненной и не уточненной моделям (вариант 1)

Table 3

Mean absolute percentage error of reservoir pressure values for refined and unrefined models (variant 1)

Модель	MAPE1 (неуточн. модель CRMP-TM v. 1)	MAPE2 (уточн. модель CRMP-TM v. 2)	MAPE1-MAPE2
1	0,033 493	0,009 976	0,023 517
2	0,034 76	0,010 753	0,024 007
3	0,036 641	0,013 99	0,022 651
4	0,035 277	0,011 824	0,023 453
5	0,035 094	0,010 407	0,024 687
6	0,035 451	0,010 158	0,025 293
7	0,035 261	0,011 854	0,023 407
8	0,036 317	0,013 216	0,023 101
9	0,036 153	0,011 704	0,024 449
10	0,035 802	0,015 084	0,020 718
11	0,036 592	0,011 31	0,025 282
12	0,036 04	0,011 196	0,024 844
13	0,035 163	0,012 875	0,022 288
14	0,036 847	0,009 565	0,027 282
15	0,036 381	0,009 727	0,026 654
16	0,036 632	0,012 719	0,023 913
17	0,035 584	0,010 836	0,024 748
18	0,036 372	0,010 27	0,026 102
19	0,036 613	0,012 133	0,024 48
20	0,036 244	0,009 538	0,026 706
21	0,035 458	0,010 402	0,025 056
22	0,037 898	0,024 298	0,013 6
23	0,036 952	0,011 744	0,025 208
24	0,034 594	0,009 447	0,025 147

Таблица 4

Средняя абсолютная относительная ошибка значений пластовых давлений по уточненной и не уточненной моделям (вариант 2)

Table 4

Mean absolute percentage error of reservoir pressure values for refined and unrefined models (variant 2)

Модель	MAPE1 (неуточн. модель CRMP-TM v. 1)	MAPE2 (уточн. модель CRMP-TM v. 2)	MAPE1-MAPE2
1	0,034 66	0,012 244	0,022 416
2	0,036 797	0,018 233	0,018 564
3	0,035 681	0,012 24	0,023 441
4	0,035 683	0,012 666	0,023 017
5	0,035 63	0,014 038	0,021 592
6	0,035 586	0,012 167	0,023 419
7	0,036 115	0,015 056	0,021 059
8	0,035 713	0,009 152	0,026 561
9	0,036 46	0,013 86	0,022 6
10	0,034 862	0,011 406	0,023 456
11	0,037 832	0,015 078	0,022 754
12	0,036 142	0,010 528	0,025 614
13	0,035 349	0,011 289	0,024 06
14	0,037 428	0,010 076	0,027 352
15	0,036 201	0,010 046	0,026 155
16	0,036 181	0,008 689	0,027 492
17	0,035 59	0,010 795	0,024 795
18	0,036 473	0,010 627	0,025 846
19	0,037 08	0,012 119	0,024 961
20	0,036 246	0,009 598	0,026 648
21	0,036 196	0,011 118	0,025 078
22	0,037 27	0,010 453	0,026 817
23	0,037 004	0,011 885	0,025 119
24	0,035 245	0,012 296	0,022 949

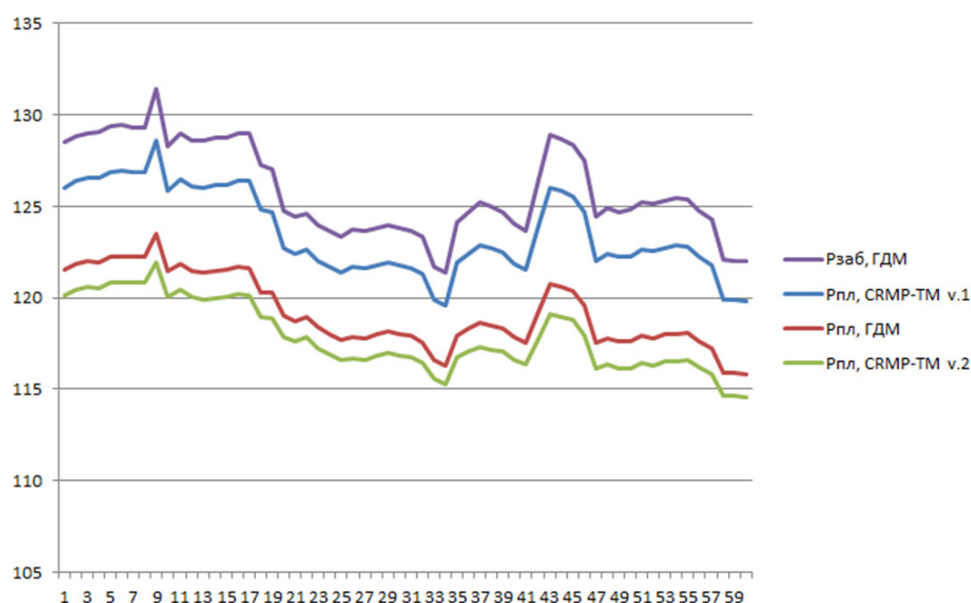


Рис. 2. Сопоставление оценок пластового давления ($P_{\text{пл}}$, атм) с фактическими значениями ($P_{\text{заб}}$, атм) для уточненной (CRMP-TM v. 2) и неуточненной (CRMP-TM v. 1) моделей (модель 10, вариант 2, скв. W110) на интервале 60 шагов

Fig. 2. Comparison of reservoir pressure estimates ($P_{\text{пл}}$, atm) with actual values ($P_{\text{заб}}$, atm) for the refined (CRMP-TM v. 2) and unrefined (CRMP-TM v. 1) models (model 10, variant 2, well W110) on interval 60 steps

Как видно из таблиц 3 и 4, во всех случаях уточненная модель демонстрирует меньшую погрешность в среднем по модели, нежели неуточненная. Характерный пример, позволяющий сравнить результаты уточненной и неуточненной модели CRMP-TM, приведен на рис. 2. В частности, на рис. 2 заметен эффект, зачастую проявляющийся в неуточненной модели: значения пластовых давлений ближе к фактическим забойным давлениям, нежели к пластовым. Это важно, т. к. именно разность между пластовым и забойным давлением при заданной приемистости определяет величину коэффициента приемистости, необходимого для анализа возможностей проведения тех или иных мероприятий на скважине.

Сравнение по отдельным нагнетательным скважинам показало ухудшение погрешности только в 6 случаях из 768. В подавляющем большинстве случаев точность решения улучшилась на 2-2,5%.

Выводы

Предложена новая методика уточнения значений пластовых давлений, получаемых с помощью прокси-модели CRMP-TM. Важной особенностью новой методики является то, что она расширяет возможности применения модели CRMP-TM на случаи, когда забойные давления по добывающим скважинам

близки к константам, что особенно важно для исследований с использованием данных, взятых с гидродинамических моделей. Эффективность методики подтверждается серией численных экспериментов с использованием данных с гидродинамических моделей, имитирующих различные варианты неоднородного строения пласта и различные свойства нефти. Рассмотренная методика может служить основой для построения динамических карт пластовых давлений даже в отсутствие настроенной гидродинамической модели и, как следствие, может применяться для анализа и принятия решений о возможности проведения различных геолого-технологических мероприятий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. М.: Недра, 1982. 407 с.
2. Бекман А. Д. Использование расширенной CRMP-модели для картирования пластового давления / А. Д. Бекман, Д. В. Зеленин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 4 (28). С. 163-180. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-4-163-180
3. Бекман А. Д. Новый алгоритм нахождения оптимального решения задачи определения коэффициентов взаимовлияния скважин в рамках модели CRM / А. Д. Бекман, С. В. Степанов, А. А. Ручкин, Д. В. Зеленин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2019. Том 5. № 3. С. 164-185. DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-164-185
4. Косяков В. П. Методика моделирования разработки газового месторождения на основе иерархии математических моделей / В. П. Косяков, А. А. Губайдуллин, Д. Ю. Легостаев // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2019. Том 5. № 3. С. 69-82. DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-69-82
5. Поспелова Т. А. Оптимизация системы заводнения на основе модели CRM / Т. А. Поспелова, Д. В. Зеленин, М. С. Жуков, А. Д. Бекман, А. А. Ручкин // Нефтепромысловое дело. 2020. № 7 (619). С. 5-10. DOI: 10.30713/0207-2351-2020-7(619)-5-10
6. Поспелова Т. А. Применение CRM модели для анализа эффективности системы заводнения / Т. А. Поспелова, Д. В. Зеленин, А. А. Ручкин, А. Д. Бекман // Нефтяная провинция. 2020. № 1 (21). С. 97-108. DOI: 10.25689/NP.2020.1.97-108
7. Степанов С. В. Адаптация гидродинамической модели нефтяной залежи на основе решения вариационных задач / С. В. Степанов // Математическое моделирование. 2005. Том 17. № 12. С. 110-118.
8. Holanda R. W. A state-of-the-art literature review on capacitance resistance models for reservoir characterization and performance forecasting / R. W. Holanda, E. Gildin, J. L. Jensen, L. W. Lake, C. S. Kabir // Energies. 2018. Vol. 11. No. 12. Art. 3368. DOI: 10.3390/en11123368
9. Sayarpour M. Development and Application of Capacitance-Resistive Models to Water/CO₂ Floods: Ph. D. diss. / M. Sayarpour. Austin: University of Texas, 2008.

Alexander D. BECKMAN¹

UDC 622.276

**IMPROVING THE QUALITY
OF RESERVOIR PRESSURE GRIDDING
BY REGULARIZING THE CRMP-TM
HISTORY MATCHING PROBLEM**

¹ Cand. Sci. (Phys.-Math.), Chief Project Engineer,
Tyumen Petroleum Research Center
adbekman@rosneft.ru; ORCID: 0000-0002-5907-523X

Abstract

To enable rapid decision making in the process of hydrocarbon field development, experts are increasingly moving away from slow 3D hydrodynamic models in favor of simpler proxy-models. In particular, to solve such an important task of development analysis as reservoir pressure gridding, the CRMP-TM proxy-model was previously proposed. This proxy model allows estimating the values of reservoir pressures for wells for each step of the simulated time interval. The achieved pressure values may be used as input data for the problem of reservoir pressure gridding. This article provides examples of situations in which the previously published methodology of using the CRMP-TM model is not applicable. A new technique has been proposed that makes it possible to expand the applicability of this model to the considered situations, as well as to make the estimates of formation pressure values for injection wells more accuracy. The results of numerical experiments are presented, confirming that the accuracy of the estimates increases when using the new technique.

Keywords

Capacitance-resistive models, CRM, CRMP-TM, reservoir modelling, reservoir pressure.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-4-125-143

Citation: Beckman A. D. 2022. "Improving the quality of reservoir pressure gridding by regularizing the CRMP-TM history matching problem". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 4 (32), pp. 125-143.
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-4-125-143

REFERENCES

1. Aziz K., Settari A. 1979. Petroleum Reservoir Simulation. Applied Science Publishers. 476 p.
2. Beckman A. D., Zelenin D. V. 2021. "Application of advanced CRMP for reservoir pressure mapping". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 7, no. 4 (28), pp. 163-180. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-4-163-180 [In Russian]
3. Beckman A. D., Stepanov S. V., Ruchkin A. A., Zelenin D. V. 2019. "A new algorithm for finding CRM-model coefficients". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 5, no. 3, pp. 164-185. DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-164-185 [In Russian]
4. Kosyakov V. P., Gubaidullin A. A., Legostaev D. Yu. 2019. "The method for modeling the development of a gas field on the basis of a hierarchy of mathematical models". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 5, no. 3, pp. 69-82. DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-69-82 [In Russian]
5. Pospelova T. A., Zelenin D. V., Zhukov M. S., Beckman A. D., Ruchkin A. A. 2020. "Water cut system optimization based on CRM model". Oilfield Engineering, no. 7 (619), pp. 5-10. DOI: 10.30713/0207-2351-2020-7(619)-5-10 [In Russian]
6. Pospelova T. A., Zelenin D. V., Ruchkin A. A., Beckman A. D. 2020. "Application of CRM models for analysis of waterflood performance". Neftyanaya Provintsiya, no. 1 (21), pp. 97-108. DOI: 10.25689/NP.2020.1.97-108 [In Russian]
7. Stepanov S. V. 2005. "History matching of hydrodynamics model of oil bed on basis of variational problem solution". Matematicheskoe Modelirovanie, vol. 17, no. 12, pp. 110-118. [In Russian]
8. Holanda R. W., Gildin E., Jensen J. L., Lake L. W., Kabir C. S. 2018. "A state-of-the-art literature review on capacitance resistance models for reservoir characterization and performance forecasting". Energies, vol. 11, no. 12, art. 3368. DOI: 10.3390/en11123368
9. Sayarpour M. 2008. "Development and application of capacitance-resistive models to water/CO₂ floods". Ph. D. diss. Austin: University of Texas.