

Ксения Алексеевна БОРОДИНА¹

УДК 532.5

АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ПЛЕНКИ БИНАРНОГО ГОМОГЕННОГО РАСТВОРА ПРИ ТЕПЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

¹ старший преподаватель
кафедры фундаментальной математики и механики,
Тюменский государственный университет
k.a.borodina@mail.ru; ORCID: 0000-0002-3847-0636

Аннотация

Исследование процессов, происходящих в жидких пленках под тепловым воздействием, позволяет совершенствовать самые разные технологические системы, так как тонкий слой дает возможность обеспечивать высокую интенсивность тепломассопереноса и значительную поверхность контакта фаз при минимальном расходе жидкости. Теоретическому и экспериментальному изучению пленочных течений посвящено множество работ как российских, так и зарубежных авторов, при этом недостаточно внимания уделено исследованию поведения пленок бинарного гомогенного раствора. Данная работа посвящена изучению поведения тонкой пленки жидкости, содержащей летучую компоненту, при локальном нагреве твердой горизонтальной подложки. Представленные расчеты выполнены для водного раствора изопропанола. Описано формирование специфической формы поверхности, образуемой при достаточных повышении температуры подложки и первоначальной толщине пленки — так называемой жидкой капли, отделенной от основного объема жидкости тонким протяженным слоем, что объясняется последовательным возникновением термо- и концентрационно-капиллярного течения. Показано существенное влияние лапласовского скачка давления на характер всего процесса. Также к разнонаправленным течениям, но уже в обратных направлениях, приводит охлаждение подложки. Проведен анализ функций температуры свободной

Цитирование: Бородина К. А. Анализ поведения пленки бинарного гомогенного раствора при тепловом воздействии / К. А. Бородина // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 2 (26). С. 43-59.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-43-59

поверхности пленки, концентрации летучей компоненты в растворе, плотности паров над свободной поверхностью в различные моменты времени. Проиллюстрировано поле скорости в жидкости и газе при развитии термокапиллярного и концентрационно-капиллярного течений.

Ключевые слова

Термокапиллярное течение, конвекция Марангони, жидкая пленка, бинарный гомогенный раствор, тепловое воздействие.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-43-59

Введение

Значимость теоретического изучения процессов тепломассопереноса в жидких пленках под воздействием внешних тепловых источников обусловлена широким применением текучих сред в системах жидкостного охлаждения [7], при создании оптических элементов на основе капиллярной конвекции Марангони [8, 9], в энергетике, химической промышленности, материаловедении и различных биотехнологиях. Обзор общепринятых подходов к решению задач испарительной конвекции приведен в [1, 2]. Эволюции тонкого горизонтального слоя жидкости при локальном нагреве посвящена работа [10], в [6] исследуется изменения диаметра капли водного раствора этанола при нагреве лазерным лучом в зависимости от параметров пленки, в [12] проанализированы особенности поведения свободно висящей пленки жидкости под действием тепловой нагрузки. Модель, описывающая поведение тонкой пленки бинарного гомогенного раствора при ее нагреве, представлена в [3], в [4] обоснована значимость учета влияния лапласовского скачка давления на границе раздела фаз, а также кривизны поверхности на давление насыщенного пара, формализована постановка задачи в ограниченном объеме. Данная работа является логическим продолжением [4] и посвящена анализу происходящих при локальном нагреве и охлаждении пленки процессов.

Материалы и методология

Основные уравнения

Пусть тонкий слой однородного раствора расположен на плоской горизонтальной поверхности $z = 0$. Газ над пленкой содержит пары летучей компоненты, находящиеся в термодинамическом равновесии с жидкостью. Размер жидкого пятна ограничим непроницаемой вертикальной стенкой, радиус пятна равен L . Газовая подушка ограничена сверху непроницаемой пластиной, отстоящей от нижней подложки на высоту H_0 . В некоторый момент времени подложка мгновенно нагревается, что приводит к деформации пленки. Считаем изменения температуры и концентрации раствора незначительными настолько, что к таким отклонениям чувствителен только коэффициент поверхностного натяжения. Параметры, характеризующие саму жидкость, полагаем постоянными.

На свободной поверхности $z = h(x, y, z)$ пренебрежем конвективным теплообменом с окружающей средой, сохранив затраты тепла на испарение. Модель учитывает лапласовский скачок давления на границе раздела фаз, а также влияние кривизны поверхности на давление насыщенного пара.

Температуру подложки T_s зададим в виде осесимметричного пятна, где a — характерный размер зоны нагрева, θ — повышение температуры.

$$T_s = T_s(r) = T_0 + \theta e^{-r^2/a^2}, r = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (1)$$

Модельные уравнения соответствуют постановке в ограниченном объеме [4].

$$0 < r < L, t > 0: \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla_{\perp} \cdot (h\mathbf{u}) = -\frac{J}{\rho},$$

$$\rho h \left(\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla_{\perp} C \right) = -J(1 - C),$$

$$\mathbf{u} = -\frac{\rho g}{3\mu} h^2 \nabla_{\perp} h + \frac{1}{2\mu} h \nabla_{\perp} \gamma + \frac{\gamma_0}{3\mu} h^2 \nabla_{\perp} \nabla_{\perp}^2 h;$$

$$\gamma = \gamma_T(T_I - T_0) + \gamma_C(C - C_0), T_I = T_s - \frac{JL_v h}{k}. \quad (2)$$

$$t = 0: h = 1, C = C_0.$$

$$r = 0, L: \mathbf{u} = \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\partial C}{\partial r} = 0.$$

$$h = h(r, t), \mathbf{u} = \mathbf{u}(r, t), C = C(r, t), T_I = T_I(r, t).$$

В газовой прослойке пренебрегаем конвективным переносом летучей компоненты, считая градиенты плотности паров малыми, оставляем только процесс диффузии

$$0 < r < L, 0 < z < H_v, t > 0: \frac{\partial \rho_v}{\partial t} = D_v \left(\nabla_{\perp}^2 \rho_v + \frac{\partial^2 \rho_v}{\partial z^2} \right).$$

$$t = 0: \rho_v = \rho_{v0}.$$

$$z = 0: D_v \frac{\partial \rho_v}{\partial z} = -J. \quad (3)$$

$$z = H_v: \frac{\partial \rho_v}{\partial z} = 0.$$

$$r = 0, L: \frac{\partial \rho_v}{\partial z} = 0.$$

Здесь h — толщина жидкого слоя; ρ — плотность раствора; μ — динамическая вязкость; γ — коэффициент поверхностного натяжения; g — ускорение свободного падения; J — интенсивность массообмена; \mathbf{u} — средняя продольная скорость; C — массовая концентрация летучей компоненты в растворе,

однородная по высоте; k — коэффициент теплопроводности; T_0 — внешняя температура, совпадающая с начальной; ρ_v — плотность паров летучей компоненты; D_v — коэффициент диффузии в газе; L_v — скрытая теплота парообразования; ρ_{vl} — плотность паров на границе раздела сред. Первоначально пар над свободной поверхностью считаем насыщенным $\rho_{v0} = x(C_0)\rho_{v0}^{al}$, мольная доля растворенной компоненты

$$x(C) = \frac{CM_w}{CM_w + (1 - C)M_v}.$$

Связь температур T_l и T_s верхней и нижней поверхностей жидкого слоя [11]

$$T_l = \frac{kT_s + (K_g T_0 - JL_v)h}{k + K_g h}, \quad (4)$$

K_g — коэффициент теплоотдачи, в дальнейшем полагаем $K_g = 0$; интенсивность массообмена задаем в линеаризованном виде

$$\begin{aligned} J &= j_T(T_l - T_0) + j_C(C - C_0) + j_v(\rho_{vl} - \rho_{v0}) + j_h \nabla_{\perp}^2 h, \\ j_T &= \alpha_{com} \left(\frac{M_v}{2\pi RT_0} \right)^{1/2} \frac{C_0 M_w}{C_0 M_w + (1 - C_0) M_v} \frac{p_{v0} L_v}{RT_0^2} \left(1 - \frac{RT_0}{L_v} \right), \\ j_C &= \alpha_{com} \left(\frac{M_v}{2\pi RT_0} \right)^{1/2} \frac{M_w M_v}{[C_0 M_w + (1 - C_0) M_v]^2} p_{v0}, \\ j_v &= -\alpha_{com} \left(\frac{M_v}{2\pi RT_0} \right)^{1/2} \frac{RT_0}{M_v}, \\ j_h &= -\alpha_{com} \left(\frac{M_v}{2\pi RT_0} \right)^{1/2} \frac{x(C_0) p_{v0}^{al} M_v / (RT_0)}{\rho} \gamma_0; \end{aligned} \quad (5)$$

давление насыщенного пара чистой компоненты p_v^{al} в общем случае есть функция температуры, считаем давление известным при стандартной температуре $T_{st} = 397$ К, тогда начальное давление

$$p_{v0}^{al} = p_v^{al}(T = T_0) = p_v^{al}(T_{st}) \exp \left[\frac{L_v}{R} \left(\frac{1}{T_{st}} - \frac{1}{T_0} \right) \right];$$

M_w, M_v — молярные массы воды и летучей компоненты; R — универсальная газовая постоянная; α_{com} — коэффициент коммодации.

При осесимметричном нагреве подложки приходим к одномерной модели движения пленки раствора и двумерной для газа

$$\nabla_{\perp}(\dots) = \frac{\partial(\dots)}{\partial r} \mathbf{e}_r, \nabla_{\perp} \cdot (\dots) \mathbf{e}_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r(\dots)), \nabla_{\perp}^2(\dots) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial(\dots)}{\partial r} \right).$$

Безразмерные переменные

В уравнениях движения переходим к безразмерным переменным [4].

$$\nabla_{\perp}^* = l\nabla_{\perp}, \quad x_* = \frac{x}{l}, \quad y_* = \frac{y}{l}, \quad z_* = \frac{z}{l}, \quad t_* = \frac{t}{\tau},$$

$$\mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{u_0}, \quad T_* = \frac{T - T_0}{\theta}, \quad h_* = \frac{h}{d}, \quad \rho_v^* = \frac{\rho_v}{\rho_{v0}^{al}}.$$

Здесь l — продольная, d — поперечная характерные длины; время процесса $\tau = l/u_0$, u_0 — характерная продольная скорость.

Полная постановка задачи в безразмерных переменных приводится к виду

$$0 < r_* < L_*, \quad t_* > 0: \quad \frac{\partial h_*}{\partial t_*} + \nabla_{\perp}^* \cdot \mathbf{q}_* = -J_*,$$

$$h_* \frac{\partial C}{\partial t_*} + \mathbf{q}_* \cdot \nabla_{\perp}^* C = -J_*(1 - C),$$

$$\mathbf{q}_* = -\frac{u_g^*}{3} h_*^3 \nabla_{\perp}^* h_* - \frac{u_T^*}{2} h_*^2 \nabla_{\perp}^* T_I^* - \frac{\eta u_D^*}{2} h_*^2 \nabla_{\perp}^* C + \frac{u_L^*}{3} h_*^3 \nabla_{\perp}^* (\nabla_{\perp}^{*2} h_*),$$

$$J_* = \frac{\lambda}{1 + \zeta h_*} [T_s^* + \eta(C - C_0) + \eta_v(\rho_{vl}^* - x(C_0)) + \eta_h \nabla_{\perp}^{*2} h_*],$$

$$T_I^* = T_s^* - \frac{\zeta h_*}{1 + \zeta h_*} [T_s^* + \eta(C - C_0) + \eta_v(\rho_{vl}^* - x(C_0)) + \eta_h \nabla_{\perp}^{*2} h_*],$$

$$T_s^* = T_s^*(r_*).$$

$$t_* = 0: \quad h_* = 1, \quad C = C_0.$$

$$r_* = 0, \quad L_*: \quad \mathbf{q}_* = \frac{\partial h_*}{\partial r_*} = \frac{\partial C}{\partial r_*} = 0. \tag{6}$$

$$h_* = h_*(r_*, t_*), \quad \mathbf{q}_* = \mathbf{q}_*(r_*, t_*), \quad C = C(r_*, t_*), \quad T_I^* = T_I^*(r_*, t_*), \quad L_* = L/l.$$

$$0 < r_* < L_*, \quad 0 < z_* < H_v^*, \quad t_* > 0: \quad \frac{\partial \rho_v^*}{\partial t_*} = D_v^* \left(\nabla_{\perp}^{*2} \rho_v^* + \frac{\partial^2 \rho_v^*}{\partial z_*^2} \right).$$

$$t_* = 0: \quad \rho_v^* = x(C_0).$$

$$z_* = 0: \quad D_v^* \frac{\partial \rho_v^*}{\partial z_*} = -\frac{\rho d}{\rho_{v0}^{al} l} J_*;$$

$$z_* = H_v^*: \quad \frac{\partial \rho_v^*}{\partial z_*} = 0,$$

$$r_* = 0, \quad L_*: \quad \frac{\partial \rho_v^*}{\partial z_*} = 0.$$

$$\rho_v^* = \rho_v^*(r_*, z_*, t_*), \quad \rho_{vl}^* = \rho_v^*(z_* = 0), \quad H_v^* = H_v/l.$$

Здесь

$$\begin{aligned}
u_g^* &= \frac{u_g}{u_0} = \frac{Ga}{Re}, u_g = \frac{\rho g d^3}{\mu l}; \\
u_T^* &= \frac{u_T}{u_0} = -\frac{\varepsilon Ma}{RePr}, u_T = \frac{|\gamma_T| \theta d}{\mu l}; \\
u_D^* &= \frac{u_D}{u_0} = -\frac{1}{\eta} \frac{\varepsilon Ma}{RePr} \frac{\gamma_C}{\gamma_T \theta}, u_D = |\gamma_C| \frac{j_T \theta d}{j_C \mu l}; \\
u_L^* &= \frac{u_L}{u_0} = \frac{\varepsilon^3}{Ca}, u_L = \frac{\varepsilon^3 \gamma_0}{\mu}. \\
\eta &= \frac{j_C}{j_T \theta}, \eta_v = \frac{j_v \rho_{v0}^{al}}{j_T \theta}, \eta_h = \frac{j_h}{j_T \theta} \frac{d}{a^2}; \zeta = \frac{j_T L_v d}{k}, \lambda = \frac{j_T \theta}{\rho \varepsilon u_0};
\end{aligned} \tag{7}$$

для определенности будем считать $u_0 = u_T$. Операторы пространственного дифференцирования

$$\nabla_{\perp}^*(\dots) = \frac{\partial(\dots)}{\partial r_*} \mathbf{e}_r, \nabla_{\perp}^* \cdot (\dots) \mathbf{e}_r = \frac{1}{r_*} \frac{\partial}{\partial r_*} (r_* (\dots)), \nabla_{\perp}^{*2}(\dots) = \frac{1}{r_*} \frac{\partial}{\partial r_*} \left(r_* \frac{\partial(\dots)}{\partial r_*} \right).$$

Гофрировочная устойчивость

Учет изменения давления насыщенного пара над искривленной поверхностью ведет к некоторым особенностям течения, например, возникшее на плоской поверхности локальное увеличение высоты слоя инициирует испарение летучей компоненты, что, с одной стороны, его сглаживает, с другой — уменьшает концентрацию компоненты в растворе, увеличивая поверхностное натяжение и, соответственно, концентрационно-капиллярный приток жидкости. Проверим, сгладят ли силы тяжести и капиллярные силы образовавшийся «холм».

Возьмем предельно простой случай плоскопараллельного течения на изотермической подложке. Плотность паров над пленкой считаем неизменной. Линеаризованные уравнения (6) примут вид

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_*}{\partial t_*} + \nabla_{\perp}^* \cdot \mathbf{u}_* &= -J_*, \\
\frac{1}{1 - C_0} \frac{\partial C}{\partial t_*} &= -J_*, \\
\mathbf{u}_* &= -\frac{u_g^*}{3} \nabla_{\perp}^* h_* - \frac{u_T^*}{2} \nabla_{\perp}^* T_i^* - \frac{\eta u_D^*}{2} \nabla_{\perp}^* C + \frac{u_L^*}{3} \nabla_{\perp}^* (\nabla_{\perp}^{*2} h_*), \\
T_s^* &= 0, \rho_v = \rho_{v0}; \\
J_* &= \frac{\lambda}{1 + \zeta} \{ \eta (C - C_0) + \eta_h \nabla_{\perp}^{*2} h_* \}, \\
T_i^* &= -\frac{\zeta}{1 + \zeta} \{ \eta (C - C_0) + \eta_h \nabla_{\perp}^{*2} h_* \}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Упорядочивая коэффициенты в системе для h_* и C , получаем

$$\frac{\partial h_*}{\partial t_*} - a_1 \nabla_{\perp}^{*2} h_* - a_2 \nabla_{\perp}^{*2} C + a_3 \nabla_{\perp}^{*2} \nabla_{\perp}^{*2} h_* = -a_4(C - C_0) - a_5 \nabla_{\perp}^{*2} h_*, \quad (9)$$

$$\frac{1}{1 - C_0} \frac{\partial C}{\partial t_*} = -a_4(C - C_0) + a_5 \nabla_{\perp}^{*2} h_*;$$

где

$$a_1 = \frac{u_g^*}{3}, a_2 = \left(-\frac{\zeta}{1 + \zeta} \frac{\eta u_T^*}{2} + \frac{\eta u_D^*}{2} \right), a_3 = \left(\frac{\zeta}{1 + \zeta} \frac{\eta_h u_T^*}{2} + \frac{u_L^*}{3} \right),$$

$$a_4 = \frac{\lambda}{1 + \zeta} \eta, a_5 = -\frac{\lambda}{1 + \zeta} \eta_h;$$

все введенные коэффициенты положительны.

Наложим на исходное однородное состояние возмущения

$$h_* = 1 + h e^{-i(\omega t - kx)},$$

$$C = C_0 + c e^{-i(\omega t - kx)}. \quad (10)$$

Эти возмущения затухают, если мнимая часть комплексной частоты будет отрицательной

$$\omega = \alpha + i\beta, \quad \beta < 0.$$

После подстановки (10) в систему (9) получим два линейных однородных уравнения относительно h и c , имеющих нетривиальное решение при

$$\frac{1}{1 - C_0} \omega^2 + \left\{ a_4 + [(a_1 + a_5)k^2 + a_3 k^4] \frac{1}{1 - C_0} \right\} i\omega -$$

$$- \{ (a_1 + a_5)k^2 + a_3 k^4 \} a_4 + a_5 k^2 (a_2 k^2 + a_4) = 0.$$

Последнее равенство представим как

$$b_1 \omega^2 + b_2 i\omega - b_3 = 0, \quad (11)$$

где

$$b_1 = \frac{1}{1 - C_0}, b_2 = \left\{ a_4 + [(a_1 + a_5)k^2 + a_3 k^4] \frac{1}{1 - C_0} \right\},$$

$$b_3 = \{ (a_1 + a_5)k^2 + a_3 k^4 \} a_4 - a_5 k^2 (a_2 k^2 + a_4).$$

Коэффициенты b_1 и b_2 положительные, b_3 можно представить в виде

$$b_3 = a_1 a_4 k^2 + (a_3 a_4 - a_2 a_5) k^4;$$

выражение в скобках для рассматриваемой системы ИРА положительно, причем $(a_2 a_5)/(a_3 a_4) \ll 1$, так что $b_3 > 0$. Выражая из (11) ω , убеждаемся, что дискриминант положителен, следовательно, возмущения затухают.

Результаты

Представленные иллюстрации поведения жидкой пленки соответствуют водному раствору изопропанола (ИРА), параметры которого примем как в работе [13]. Начальная температура $T_0 = 293$ К, начальная массовая концентрация ИРА $C_0 = 0,35$, молярная масса летучей компоненты $M_{ИРА} = M_v = 60$ г/моль, воды — $M_w = 18$ г/моль, плотности жидкостей $\rho_{al} = 786$ кг/м³, $\rho_w = 998$ кг/м³; коэффициент вязкости $\mu = 3$ мПа·с, теплопроводности — $k = 0,6$ Вт/(м·К), диффузии паров — $D_v = 2 \cdot 10^{-5}$ м²/с, теплота парообразования $L_v = 756$ кДж/кг, давление насыщенных паров $p_v^{al}(T_{st}) = 4,1$ кПа, коэффициент коммодации $\alpha_{com} = 1$.

Температурное поле контакта жидкости с твердым дном

$$\frac{T_s - T_0}{\theta} = T_s^*(r_*) = f\left(\frac{r}{a}\right), T_s^* = \exp(-r_*^2).$$

Радиус основания (радиус жидкого пятна) $L = 1$ см, высота чашки Петри $H_v = 6$ мм, начальная толщина пленки $d = 10^{-1}$ мм, характерный размер зоны нагрева $a = 1$ мм, характерное повышение температуры $\theta = 5$ К.

Деформация пленки раствора. Зарождение жидкой капли

На рис. 1 слева изображено начало деформации пленки. Представлены зависимости толщины слоя жидкости $h_* = h/d$ от радиальной координаты r_* . Кривые соответствуют последовательным моментам времени $t = 0,05, 0,25, 0,5$ (с) ($t_* = 0,1, 0,5, 1$).

Жидкая пленка проявляет характерный термический эффект. Происходит быстрый прогрев свободной поверхности, сопровождающийся ее прогибом вниз. Изменение концентрации на этом временном интервале невелико благодаря быстрому насыщению парами нижней части воздушной прослойки, контактирующей с поверхностью жидкости. Действительно, характерное время прогрева пленки τ_T является малой величиной относительно характерного времени диффузии паров τ_v [5].

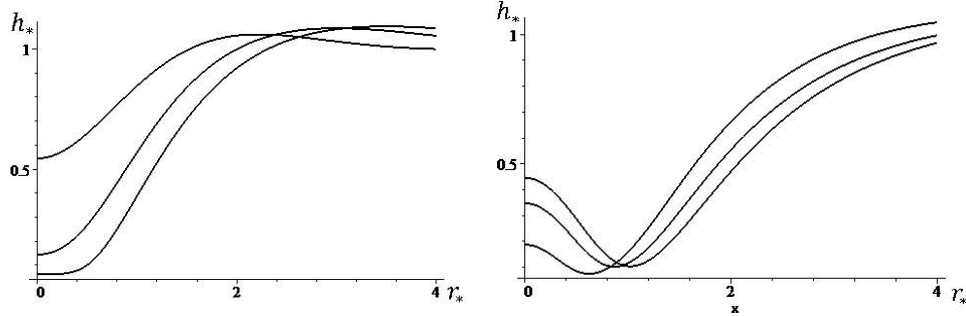


Рис. 1. Зависимости толщины слоя жидкости $h_* = h/d$ от радиальной координаты $r_* = r/a$ слева — в моменты времени $t = 0,05, 0,25, 0,5$ (с), справа — в моменты времени $t = 2,5, 5, 7,5$ (с)

Fig. 1. The dependences of the liquid layer thickness $h_* = h/d$ on the radial coordinate $r_* = r/a$: on the left — at the times $t = 0.05, 0.25, 0.5$ (s); on the right — at the times $t = 2.5, 5, 7.5$ (s)

Отходящий гребень оставляет за собой пленку порядка нескольких микрон. Этот тонкий слой ведет себя уже как диффузионный. После значительного прогиба вниз верхней поверхности пленки происходит быстрое снижение концентрации летучей компоненты, вследствие чего увеличивается коэффициент поверхностного натяжения и начинается приток жидкости к центру нагрева. Уход летучей компоненты из раствора вновь обязан диффузионному потоку паров над жидкой пленкой от центра в сторону менее нагретой поверхности и в вертикальном направлении. Ведь для оставшегося в центральной части жидкого слоя уменьшенной толщины характерное время диффузии паров τ_v является уже малой величиной относительно характерного времени эволюции τ_h [5]. На рис. 1 справа представлена дальнейшая деформация пленки. Кривые соответствуют моментам времени $t = 2,5, 5, 7,5$ (с) ($t_* = 5, 10, 15$). Наблюдается рост бугорка жидкости в вертикальном и горизонтальном направлениях.

К моменту времени $t \approx 15$ (с) наблюдается значительное изменение формы профиля свободной поверхности — образуется жидкая капля. Капля «сидит» на пленке практически постоянной толщины порядка одного микрона (рис. 2 слева).

Гребень волны основной массы жидкости уходит далеко от центра нагрева. Этот эффект связан не только с термическим течением, но и концентрационным. На гребне происходит конденсация паров летучей компоненты, дополнительно уменьшающая коэффициент поверхностного натяжения. Наблюдается кратковременная остановка роста капли в диаметре. Через некоторое время ($t \approx 50$ с) капля вновь начинает расти. После достаточного времени капля вновь начинает расти. Этому способствует приближение гребня к капле, обусловленное уменьшением притока летучей компоненты (рис. 2 справа).

Анализ найденных функций

Проиллюстрируем сопоставление профилей поверхности пленки с интенсивностью ухода летучей компоненты из раствора. На момент времени $t = 15$ (с) наблюдается движение гребня волны вправо (направление движения гребня указано стрелкой), сопровождающееся подгоняющей его конденсацией паров (место конденсации указано стрелкой). К моменту $t = 30$ (с) волна возвращается

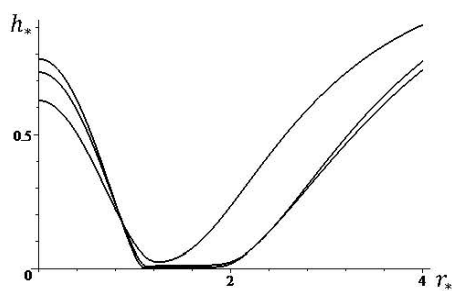


Рис. 2. Профили жидкого слоя в моменты времени $t = 15, 30, 45$ (с) слева, $t = 100, 150, 200$ (с) справа

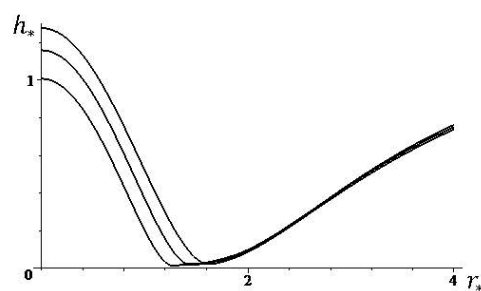


Fig. 2. The liquid layer profiles at the times $t = 15, 30, 45$ (s) on the left, $t = 100, 150, 200$ (s) on the right

обратно, конденсация паров на гребне уменьшилась и даже на переднем фронте сменилась на испарение (рис. 3).

Интересно отметить, что, несмотря на противоположную направленность термо- и концентрационно-капиллярных эффектов, последний способствует отходу гребня на большее расстояние, чем при «чистом» термопрогибе (рис. 4).

Из рис. 3 видно, что объем капли в указанные моменты времени практически не изменился. За отход гребня остается ответственной только преимущественно конденсация паров летучей компоненты раствора (отрицательное значение интенсивности массообмена на рис. 3 справа).

После интенсивного прогрева температура свободной поверхности пленки практически совпадает с температурой подложки. Изменение концентрации летучей компоненты в растворе за промежуток $15 < t < 30$ (с) незначительное (рис. 5).

Насыщение парами газа, контактирующего с пленкой, происходит быстро. Впоследствии ввиду ухода летучей компоненты из раствора плотность паров выравнивается (рис. 6).

Профили общего поступательного потока жидкости $q_* = h_* u_*$ вдоль радиальной координаты r_* соответствуют изменению толщины пленки $\partial h_* / \partial t_*$, но в то же время имеет некоторую особенность. На переднем фронте отходящей от центра волны наблюдается возвратное течение (рис. 7).

Действительно, передний фронт волны мог бы представлять собой некоторое возвышение уровня, примыкающее к невозмущенному слою через поверхность выпуклую вниз. Но тогда давление под ней уменьшается на лапласовский скачок в сравнении с горизонтальным участком, что приводит к встречному потоку жидкости. Таким образом, передний фронт разбегающейся волны имеет сложную волнообразную структуру и не является монотонной функцией продольной координаты. Если исключить из рассмотрения лапласовское давление ($u_L = 0$), то данный эффект пропадает (рис. 8).

В нашем случае с полным учетом капиллярных сил скорость распространения возмущений выше. На рис. 9 представлены профили поступательного потока и свободной поверхности пленки на моменты времени $t = 0,5, 2,5$ (с). В центре нагрева зарождается жидкая капля.

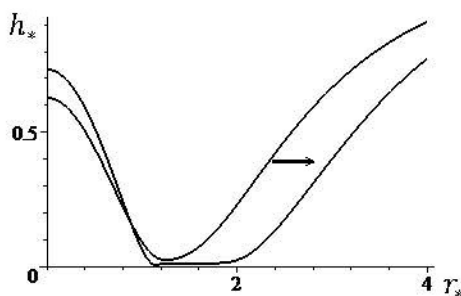


Рис. 3. Профили пленки (слева) и интенсивность испарения (справа) в моменты времени $t = 15, 30$ (с)

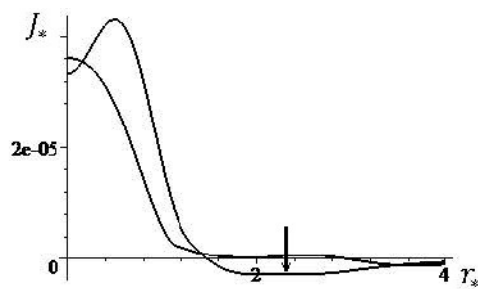


Fig. 3. The film profiles (left) and evaporation rates (right) at the times $t = 15, 30$ (s)

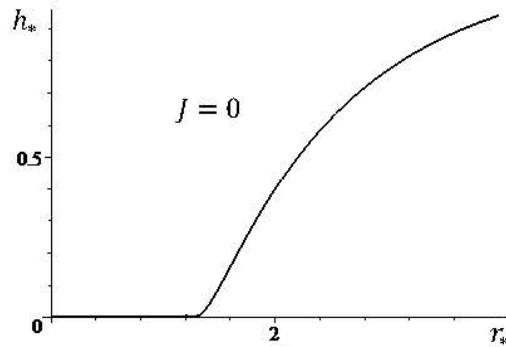


Рис. 4. Профиль свободной поверхности жидкости в момент времени $t = 30$ (с), массообмен заморожен

Fig. 4. The profile of the free surface of the liquid at the time $t = 30$ (s), mass transfer is absent

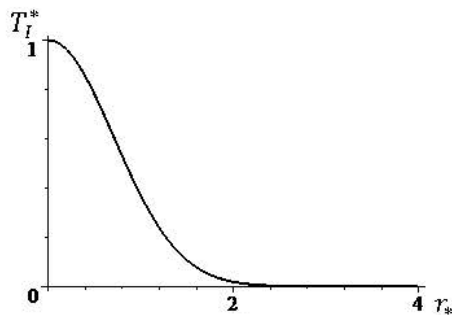


Рис. 5. Температура свободной поверхности пленки (слева) и концентрация летучей компоненты в растворе (справа) в моменты времени $t = 15, 30$ (с)

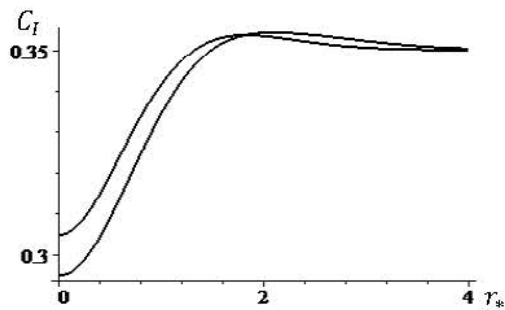


Fig. 5. The temperature of the film free surface (left) and the volatile component concentration in the solution (right) at the times $t = 15, 30$ (s)

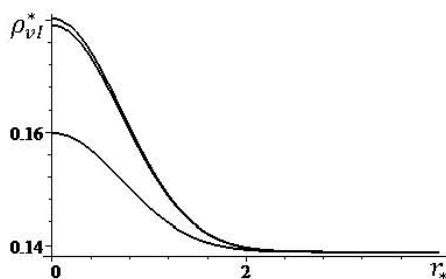


Рис. 6. Плотность паров над свободной поверхностью пленки в моменты времени $10^5 t = 5, 25, 50$ (с) (слева) и моменты $t = 15, 30, 45$ (с) (справа)

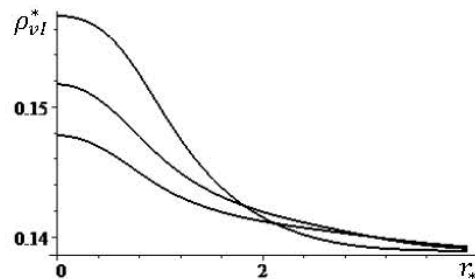


Fig. 6. The vapor density over the film free surface at the times $10^5 t = 5, 25, 50$ (s) on the left and times $t = 15, 30, 45$ (s) on the right

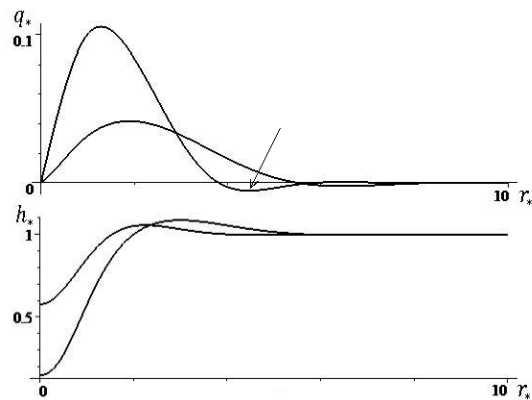


Рис. 7. Общий поступательный поток (сверху) и профили пленки (снизу) в моменты времени $t = 0,05, 0,25$ (с), стрелкой указан возвратный поток

Fig. 7. The total translational flow (top) and film profiles (bottom) at the times $t = 0.05, 0.25$ (s), the arrow indicates the return flow

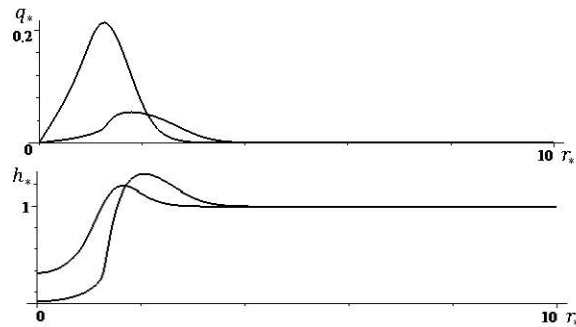


Рис. 8. Общий поступательный поток (сверху) и профили пленки (снизу) в моменты времени $t = 0,05, 0,25$ (с), лапласовский скачок давления отсутствует

Fig. 8. Total translational flow (top) and film profiles (bottom) at the times $t = 0.05, 0.25$ (s), no Laplace pressure jump

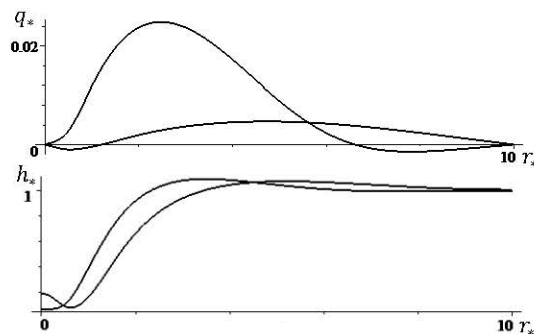


Рис. 9. Общий поступательный поток (сверху) и профили пленки (снизу) в моменты времени $t = 0,5, 2,5$ (с)

Fig. 9. The total translational flow (top) and film profiles (bottom) at the times $t = 0.5, 2.5$ (s)

Охлаждение пленки раствора

Рассмотрим случай локального охлаждения пленки раствора, полагая

$$T_s^* = -\exp(-r_*^2).$$

В приведенных выше параметрах увеличим размер жидкого слоя и зоны нагрева $d = 2 \cdot 10^{-1}$ мм, $a = 5$ мм, $L = 50$ мм. Жидкая пленка вначале проявляет характерный термический эффект, совершая прогиб свободной поверхности вверх. Изменение концентрации на этом временном интервале невелико. Пленка остается выпуклой достаточно долго. В это время происходит конденсация паров летучей компоненты, ее доля в растворе возрастает. Концентрационный эффект становится преобладающим и начинается уменьшение толщины пленки в центре (рис. 10).

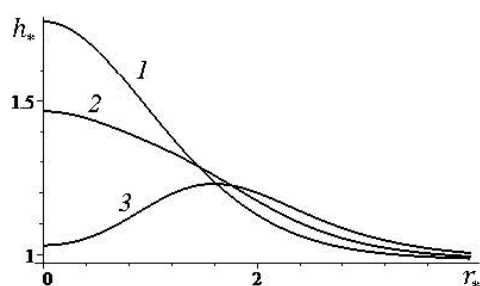


Рис. 10. Профили жидкого слоя при его охлаждении в последовательные моменты времени $t = 187, 375, 562$ (с) — кривые 1, 2, 3; $t = 625, 875, 1\,125$ (с) — кривые 4, 5, 6

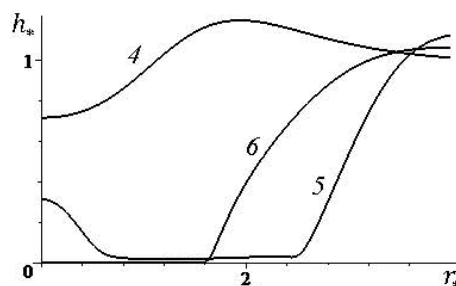


Fig. 10. The profiles of the liquid layer during its cooling at the successive times $t = 187, 375, 562$ (s) — curves 1, 2, 3; $t = 625, 875, 1,125$ (s) — curves 4, 5, 6

При движении свободной поверхности вниз в центре образуется бугорок, который впоследствии рассасывается. Происхождение этой нетипичной формы связано с особенностью конденсации паров. Вблизи центра поверхностный градиент концентрации мал. Подобный характер проявляет пленка и с неизменными базовыми параметрами, хоть и с менее выраженным возвышением. В результате получаем сверхтонкую (диффузионную) пленку в виде широкого пятна.

Заключение

В работе изучено поведение тонкой пленки жидкости, содержащей летучую компоненту (бинарного гомогенного раствора), при ее нагреве на горизонтальной подложке. Расчеты проведены для водного раствора изопропанола. При достаточных повышении температуры подложки и первоначальной толщине пленки формируется специфическая форма поверхности — жидкая капля, отделенная тонким протяженным слоем от основной массы жидкости, связанная с последовательным возникновением термо- и концентрационно-капиллярным

разнонаправленными течениями. Линейный размер лунки, в которой формируется капля, вначале возрастает до некоторого значения, затем уменьшается. При этом концентрационно-капиллярный эффект усиливает термокапиллярный прогиб свободной поверхности благодаря конденсации паров летучей компоненты на отходящем гребне волны. Показано существенное влияние лапласовского скачка давления на характер всего процесса. Рост образовавшейся жидкой капли происходит с некоторой задержкой по времени. Видимый передний фронт распространения возмущений по плоской свободной поверхности всегда представляет собой волну разрежения (понижение уровня). Охлаждение пленки раствора, содержащей летучую компоненту, также приводит к последовательному термо- и концентрационно-капиллярному разнонаправленным течениям, но в обратных направлениях. При растекании жидкости в центре наблюдается кратковременное нетипичное возвышение уровня. В дальнейшем пленка растягивается, образуя ровный жидкий слой толщиной на несколько порядков меньше первоначальной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев В. К. Современные математические модели конвекции / В. К. Андреев, Ю. А. Гапоненко, О. Н. Гончарова, В. В. Пухначев. М.: Физматлит, 2008.
2. Бекежанова В. Б. Задачи испарительной конвекции (обзор) / В. Б. Бекежанова, О. Н. Гончарова // Прикладная математика и механика. 2018. Том 82. № 2. С. 219-260.
3. Бородина К. А. Термокапиллярное течение бинарной гомогенной пленки раствора с учетом диффузии паров летучих компонентов / К. А. Бородина // Вестник Башкирского Университета. 2020. Том 25. № 3. С. 472-477. DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2020.3.3
4. Бородина К. А. Модель эволюции пленки бинарного гомогенного раствора при тепловом воздействии / К. А. Бородина // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2020. Том 6. № 4 (24). С. 48-68. DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-4-48-68
5. Иванова Н. А. Термокапиллярное движение тонкой пленки бинарного спиртосодержащего раствора / Н. А. Иванова, К. А. Бородина // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2020. Том 20. № 1. С. 64-78. DOI: 10.18500/1816-9791-2020-20-1-64-78
6. Ivanova N. A. Influence of the liquid layer thickness on the growth of droplets controlled by the thermal action of laser radiation / N. A. Ivanova, B. A. Bezuglyi // Technical Physics Letters. 2009. Vol. 35. No. 4. Pp. 293-295. DOI: 10.1134/S1063785009040014
7. Kabov O. A. Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels / O. A. Kabov, D. V. Zaitsev, V. V. Cheverda, A. Bar-Cohen // Experimental Thermal and Fluid Science. 2011. Vol. 35. No. 5. Pp. 825-831. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2010.08.001
8. Malyuk A. Yu. Optofluidic lens actuated by laser-induced solutocapillary forces / A. Yu. Malyuk, N. A. Ivanova // Optics Communications. 2017. Vol. 392. Pp. 123-127. DOI: 10.1016/j.optcom.2017.01.040

9. Malyuk A. Yu. Varifocal liquid lens actuated by laser-induced thermal Marangoni forces / A. Yu. Malyuk, N. A. Ivanova // *Applied Physics Letters*. 2018. Vol. 112. No. 103701. DOI: 10.1063/1.5023222
10. Marchuk I. V. Deformation of a Horizontal Liquid Layer under Flash Local Surface Heating / I. V. Marchuk // *Journal of Engineering Thermophysics*. 2015. Vol. 24. No. 4. Pp. 381-385. DOI: 10.1134/S181023281504013X
11. Nepomnyashchy A. Interfacial convection in multilayer system / A. Nepomnyashchy, I. Simanovskii, J. C. Legros. Boston, MA: Springer, 2012. 513 p. DOI: 10.1007/978-0-387-87714-3
12. Ovcharova A. S. Features of the rupture of free hanging liquid film under the action of a thermal load / A. S. Ovcharova // *Physics of Fluids*. 2011. Vol. 23. No. 10. Art. 102106. DOI: 10.1063/1.3651361
13. Tatosova K. A. Droplet formation caused by laser-induced surface-tension-driven flows in binary liquid mixtures / K. A. Tatosova, A. Yu. Malyuk, N. A. Ivanova // *Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects*. 2017. Vol. 521. Pp. 22-29. DOI: 10.1016/j.colsurfa.2016.07.004

Kseniia A. BORODINA¹

UDC 532.5

**THE ANALYSIS OF THE BINARY
HOMOGENEOUS SOLUTION FILM BEHAVIOR
UNDER THERMAL ACTION**

¹ Senior Lecturer,
Department of Fundamental Mathematics and Mechanics,
University of Tyumen
k.a.borodina@mail.ru; ORCID: 0000-0002-3847-0636

Abstract

Studying the processes occurring in liquid films under thermal influence allows improving a variety of technological systems, since a thin layer aids in providing a high intensity of heat and mass transfer and a significant surface of phase contact with a minimum liquid consumption. Many Russian and international works wrote about theoretical and experimental studies of film flows, though paid insufficient attention to the study of the behavior of films of a binary homogeneous solution. This article studies the behavior of a thin liquid film containing a volatile component during local heating of a solid horizontal substrate. The presented calculations were performed for an aqueous solution of isopropanol. The author describes the formation of a specific surface shape, which is formed with a sufficient increase in the substrate temperature and the initial film thickness — the so-called “liquid drop”, separated from the main volume of the liquid by a thin extended layer, which is explained by the sequential occurrence of thermal and concentration-capillary flows. The results show a significant influence of the Laplace pressure jump on the character of the entire process. In addition, the cooling of the substrate leads to multidirectional flows, but in the opposite directions. The analysis of the functions of the temperature of the film free surface, the volatile component concentration in the solution, and the vapor density over the free surface at different times is carried out. The velocity field in liquid and gas during the evolution of thermocapillary and concentration-capillary flows is illustrated.

Citation: Borodina K. A. 2021. “The analysis of the binary homogeneous solution film behavior under thermal action”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 7, no. 2 (26), pp. 43-59.
DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-43-59

Keywords

Thermocapillary flow, Marangoni convection, liquid film, binary homogeneous solution, heat exposure.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-43-59

REFERENCES

1. Andreev V. K., Gaponenko Yu. A., Goncharova O. N., Pukhnachev V. V. 2008. *Modern Mathematical Models of Convection*. Moscow: Fizmatlit. [In Russian]
2. Bekezhanova V. B., Goncharova O. N. 2018. "Problems of evaporative convection (review)". *Fluid Dynamics*, vol. 53, no. 1, pp. S69-S102. DOI: 10.1134/S001546281804016X
3. Borodina K. A. 2020. "Dynamics of thermocapillary flow of a binary homogeneous solution film, taking into account the diffusion of a volatile component vapor". *Vestnik Bashkirskogo universiteta*, vol. 25, no. 3, pp. 472-477. DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2020.3.3 [In Russian]
4. Borodina K. A. 2020. "The model of the evolution of a binary homogeneous solution film under thermal action". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 6, no. 4 (24), pp. 48-68. DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-4-48-68 [In Russian]
5. Ivanova N. A., Borodina K. A. 2020. "Thin film thermocapillary motion of binary alcohol-containing solution". *Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*, vol. 20, no. 1, pp. 64-78. DOI: 10.18500/1816-9791-2020-20-1-64-78 [In Russian]
6. Ivanova N. A., Bezuglyi B. A. 2009. "Influence of the liquid layer thickness on the growth of droplets controlled by the thermal action of laser radiation". *Technical Physics Letters*, vol. 35, no. 4, pp. 293-295. DOI: 10.1134/S1063785009040014
7. Kabov O. A., Zaitsev D. V., Cheverda V. V., Bar-Cohen A. 2011. "Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels". *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 35, no. 5, pp. 825-831. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2010.08.001
8. Malyuk A. Yu., Ivanova N. A. 2017. "Optofluidic lens actuated by laser-induced solutocapillary forces". *Optics Communications*, vol. 392, pp. 123-127. DOI: 10.1016/j.optcom.2017.01.040
9. Malyuk A. Yu., Ivanova N. A. 2018. "Varifocal liquid lens actuated by laser-induced thermal Marangoni forces". *Applied Physics Letters*, vol. 112, no. 103701. DOI: 10.1063/1.5023222
10. Marchuk I. V. 2015. "Deformation of a Horizontal Liquid Layer under Flash Local Surface Heating". *Journal of Engineering Thermophysics*, vol. 24, no. 4, pp. 381-385. DOI: 10.1134/S181023281504013X
11. Nepomnyashchy A., Simanovskii I., Legros J. C. 2012. *Interfacial Convection in Multilayer System*. Boston, MA: Springer. 513 pp. DOI: 10.1007/978-0-387-87714-3
12. Ovcharova A. S. 2011. "Features of the rupture of free hanging liquid film under the action of a thermal load". *Physics of Fluids*, vol. 23, no. 10, art. 102106. DOI: 10.1063/1.3651361
13. Tatosova K. A., Malyuk A. Yu., Ivanova N. A. 2017. "Droplet formation caused by laser-induced surface-tension-driven flows in binary liquid mixtures". *Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects*, vol. 521, pp. 22-29. DOI: 10.1016/j.colsurfa.2016.07.004