

Критериальный анализ возникновения неустойчивости фронта вытеснения при заводнении нефтяных пластов

Ярослав Александрович Кряжев[✉], Александр Янович Гильманов,
Константин Михайлович Федоров, Александр Павлович Шевелёв

Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
Контакт для переписки: kryazhev_yar@mail.ru[✉]

Аннотация. Оценка устойчивости фронта вытеснения нефти водой необходима для проектирования системы разработки нефтяных месторождений при поддержании пластового давления. Многомерные динамические модели устойчивости фронта вытеснения нефти водой носят вероятностный характер, а критериальные подходы подробно проработаны только для классических задач. В работе впервые учитываются гравитационные силы в рамках модели Рапопорта — Лиса. Целью работы является развитие подхода Саффмана — Тейлора для оценки устойчивости фронта вытеснения нефти водой с учетом капиллярных и гравитационных сил. В основе предлагаемой модели лежат законы сохранения массы воды и нефти и законы Дарси для этих фаз в одномерном приближении. В качестве замыкающих соотношений используются корреляции Кори для относительных фазовых проницаемостей и уравнение для капиллярного давления как разности давлений нефти и воды в пористой среде. Для оценки устойчивости фронта вытеснения нефти водой используются условия Саффмана — Тейлора. Проводится процедура обезразмеривания используемых соотношений. С использованием явной конечно-разностной схемы рассчитывается насыщенность вытесняющей жидкости на фронте. Определяются критические значения введенных безразмерных комплексов, при которых вытеснение нефти водой еще является устойчивым. При проведении анализа возникновения неустойчивого вытеснения было показано, что гравитационные и капиллярные силы могут оказывать стабилизирующее воздействие в случае, когда подвижность вытесняющего флюида выше подвижности вытесняемого. Установлено, что капиллярные силы оказывают более высокое стабилизирующее воздействие, чем гравитационные силы. Проведенный анализ устойчивости на модельных данных позволил определить диапазон вязкости

нефти, в котором вязких сил недостаточно для роста возмущений и образования «язычков» обводненности.

Ключевые слова: устойчивость фронта вытеснения, двухфазная фильтрация, задача Бакли — Леверетта, влияние гравитационных и капиллярных сил, критериальный анализ, задача Рапопорта — Лиса, закон Дарси, подвижность флюида, подземная гидромеханика, высоковязкая нефть

Цитирование: Кряжев Я. А., Гильманов А. Я., Федоров К. М., Шевелёв А. П. 2024. Критериальный анализ возникновения неустойчивости фронта вытеснения при заводнении нефтяных пластов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 4 (40). С. 114–131. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-4-114-131>

Поступила 20.09.2024; одобрена 18.10.2024; принята 16.12.2024

Criteria analysis of the displacement front instability occurring at waterflooding of oil reservoirs

Yaroslav A. Kryazhev✉, Alexander Ya. Gilmanov, Konstantin M. Fedorov, Alexander P. Shevelev

University of Tyumen, Tyumen, Russia
Corresponding author: kryazhev_yar@mail.ru✉

Abstract. The assessment of the stability of oil displacement front by water is necessary for design of an oil field development system while maintaining the reservoir pressure. Multidimensional dynamic models of the stability of front are probabilistic in nature, and criterion approaches have been developed only for classical problems. Gravitational forces are considered in the framework of Rapoport-Leas model only in this article. The objective of research is to develop the Saffman–Taylor approach for assessing the stability of oil displacement front, considering capillary and gravitational forces. The proposed model is based on the laws of conservation of mass for water and oil and Darcy’s laws for these phases in a one-dimensional approximation. Corey correlations for relative phase permeabilities and the equation for capillary pressure are used as additional relations. Saffman–Taylor conditions are used to assess the stability of oil displacement front. The procedure for introducing dimensionless complexes for equations used is carried out. Using an explicit finite difference scheme, the saturation of displacing liquid at the front is calculated. The critical values are

determined for the introduced dimensionless complexes, in which the displacement of oil by water is still stable. The results have shown that gravitational and capillary forces can have a stabilizing effect when the mobility of displacing fluid is higher than the mobility of the displaced one. Capillary forces have a higher stabilizing effect than gravitational forces. The stability analysis performed on the model data helped to determine the oil viscosity range at which viscous forces are insufficient for the formation of viscous fingers.

Keywords: stability of the displacement front, two-phase filtration, Buckley–Leverett model, influence of gravitational and capillary forces, criteria analysis, Rapoport–Leas model, Darcy’s law, fluid mobility, underground hydromechanics, high-viscosity oil

Citation: Kryazhev, Ya. A., Gilmanov, A. Ya., Fedorov, K. M., & Shevelev, A. P. (2024). Criteria analysis of the displacement front instability occurring at waterflooding of oil reservoirs. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(4), 114–131. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-4-114-131>

Received Sep. 20, 2024; Reviewed Oct. 18, 2024; Accepted Dec. 16, 2024

Введение

Поддержание пластового давления является самым длительным этапом разработки месторождения нефти. В силу больших запасов пластовых вод в качестве традиционного флюида при реализации такой системы в Западной Сибири используется вода [Пятков, Косяков, 2017]. Более 50% нефти в России характеризуется высокими значениями коэффициента динамической вязкости [Башкирцева, 2014]. Процесс вытеснения такой нефти водой может быть неустойчивым, что означает возникновение «языков» преждевременного прорыва воды в добывающие скважины. Прогнозирование распространения этих «языков» практически невозможно, в силу флуктуационного характера их развития [Баренблатт и др., 1984]. Поэтому существующие в настоящее время подходы позволяют предсказывать только возможность образования неустойчивого фронта вытеснения нефти водой [Perkins, Johnston, 1969; Байков, Бахтизин, 1986; Mishra и др., 2007; Уиллхайт, 2009].

Основы классической теории устойчивости фронта вытеснения нефти водой были заложены Саффманом и Тейлором [Saffman, Taylor, 1958] с использованием обобщения экспериментальных данных Хеле-Шоу. Ключевым положением сформулированной теории для устойчивости фронта вытеснения является условие неразрывности потока, выраженное в равенстве скоростей флюидов на фронте [Zhu, Gates, 2017]. Если в результате флуктуаций давления его значение перед фронтом вытеснения окажется меньше, чем за фронтом, то возможно образование «языка» или канала прорыва вытесняющего флюида [Mishra и др., 2007; Mcdowell и др., 2016; Moortgat, 2016]. Фундаментальным критерием устойчивости этого фронта в рамках такой теории является соотношение подвижностей вытесняющего и вытесняемого флюидов, введенных как отношения фазовых

проницаемостей флюидов к их коэффициентам динамических вязкостей [Зазовский, 1986; Федоров, Шарафутдинов, 1989].

Наличие капиллярных сил в случае гидрофильной пористой среды частично нивелирует эффект «языкообразования» за счет их растягивания по вертикали [Melrose, 1974]. Процесс вытеснения нефти водой при наличии этих сил описывается моделью Раппорта — Лиса [Rappoport, Leas, 1953]. Однако в этой модели нет учета гравитационных сил [Dietz, 1953], необходимого в случае наклонных пластов, что отмечалось в работах И. А. Чарного [1963].

Другим подходом к моделированию процесса устойчивости фронта вытеснения нефти водой является идея Г. И. Баренблатта и др. [1984] о внесении малых возмущений, описываемых флуктуациями функции давления по координатам, в уравнения многофазной фильтрации. Такой подход позволяет рассматривать процесс образования «языков» и их рост в динамике [Peters, Flock, 1981; Yuan и др., 2019; Бублик, Семин, 2020]. Тем не менее в силу вероятностного характера формирования каналов прорыва воды рассматриваемый подход позволяет определить динамику только интегральных характеристик, а не точную форму фронта вытеснения.

Исходя из вышеизложенного, целью работы является развитие подхода Саффмана — Тейлора для оценки устойчивости фронта вытеснения нефти водой с учетом капиллярных и гравитационных сил. Учет гравитационных сил в рамках модели Раппорта — Лиса проводится впервые.

Математическая модель вытеснения нефти водой

В настоящей работе рассматривается несмешивающаяся фильтрация несжимаемых флюидов в процессе изотермического вытеснения нефти водой в наклонно-направленном пласте в изотропной пористой среде (рис. 1). При этом полагается, что пористая среда представляет собой односвязную область, граница которой является непроницаемой.

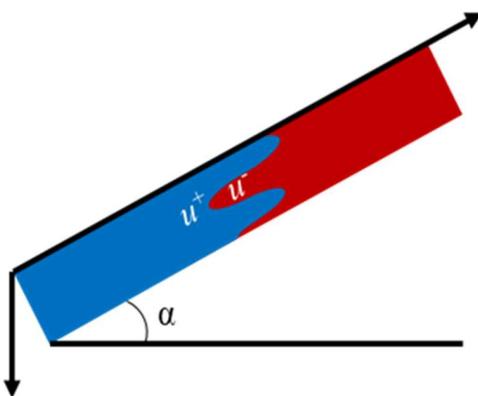


Рис. 1. Схематичное изображение модели вытеснения

Fig. 1. Schematic representation of the displacement model

Уравнения сохранения массы для воды и нефти имеют вид (1)–(2):

$$m\rho_w \frac{\partial}{\partial t}(s_w) + \rho_w \nabla(\mathbf{u}_w) = 0, \quad (1)$$

$$m\rho_o \frac{\partial}{\partial t}(s_o) + \rho_o \nabla(\mathbf{u}_o) = 0, \quad (2)$$

где t — время, m — пористость, ρ_w — плотность воды, ρ_o — плотность нефти, s_w — водонасыщенность, s_o — нефтенасыщенность, \mathbf{u}_w — скорость фильтрации воды, \mathbf{u}_o — скорость фильтрации нефти.

Закон сохранения импульсов для фаз записывается с помощью законов Дарси для воды (3) и нефти (4):

$$\mathbf{u}_w = -k \frac{k_{rw}}{\mu_w} (\nabla P_w - \rho_w g \nabla z), \quad (3)$$

$$\mathbf{u}_o = -k \frac{k_{ro}}{\mu_o} (\nabla P_o - \rho_o g \nabla z), \quad (4)$$

где k — абсолютная проницаемость пористой породы, k_{rw} — относительная фазовая проницаемость (ОФП) породы по воде, k_{ro} — ОФП породы по нефти, μ_w — динамическая вязкость воды, μ_o — динамическая вязкость нефти, P_w — давление воды, P_o — давление нефти, g — ускорение свободного падения, z — пространственная координата по оси, направленной вертикально вниз.

Давления фаз связаны между собой согласно закону (5), а насыщенности фаз подчиняются замыкающему соотношению (6):

$$P_o - P_w = P_c, \quad (5)$$

$$s_w + s_o = 1, \quad (6)$$

где P_c — капиллярное давление, функция, зависящая от свойств породы, свойств фаз и насыщенности породы фазами.

В настоящей работе для модельных расчетов капиллярное давление и ОФП будут рассчитываться по корреляциям Кори (7):

$$\begin{cases} k_{rw} = k_{rw}(s_{or}) \left(\frac{s_w - s_{wr}}{1 - s_{wr} - s_{or}} \right)^2, \\ k_{ro} = k_{ro}(s_{wr}) \left(\frac{1 - s_w - s_{or}}{1 - s_{wr} - s_{or}} \right)^3, \\ P_c = P_c(s_{wr}) \left(\frac{1 - s_w - s_{or}}{1 - s_{wr} - s_{or}} \right)^4, \end{cases} \quad (7)$$

где s_{wr} — критическая водонасыщенность, s_{or} — критическая нефтенасыщенность.

Графически данные корреляции представлены на рис. 2 и 3.

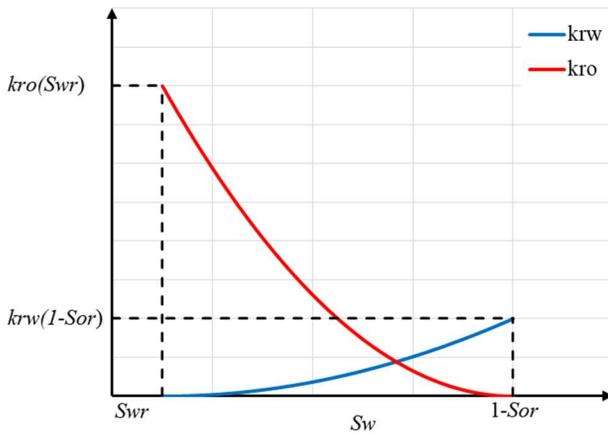


Рис. 2. ОФП по корреляции Кори

Fig. 2. Corey relative phase permeability correlation

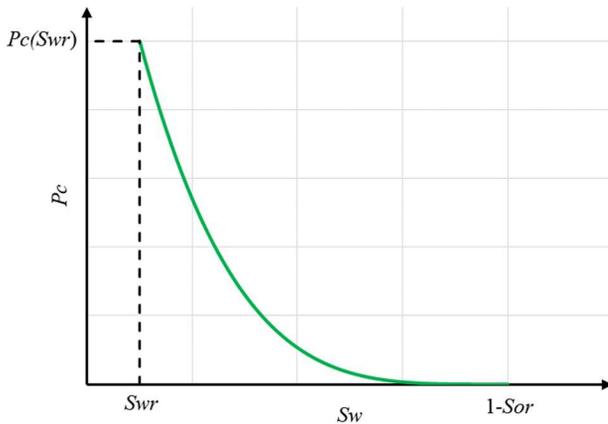


Рис. 3. Капиллярное давление по корреляции Кори

Fig. 3. Corey capillary pressure correlation

Складывая (1) и (2) с учетом (6), можно получить следующее соотношение (8):

$$\nabla(\mathbf{u}_w + \mathbf{u}_o) = \nabla \mathbf{u} = 0, \quad (8)$$

где \mathbf{u} — общая скорость фильтрации жидкости.

Для получения уравнения относительно насыщенностей флюидов вводится параметр F согласно системе (9):

$$\begin{cases} \mathbf{u}_w = F\mathbf{u}, \\ \mathbf{u}_o = (1-F)\mathbf{u}. \end{cases} \quad (9)$$

Далее будет рассматриваться одномерная фильтрация. Подставив (9) в (3) и (4) и учитывая, что $\nabla z = -\sin(\alpha)$, где α — угол наклона пласта, можно получить соотношение для введенного параметра F (9):

$$\left\{ \begin{array}{l} F = F_{base} + F_{grav} + F_{cap}, \\ F_{base} = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro} \mu_w}{k_{rw} \mu_o}}, \\ F_{grav} = -\frac{\frac{kk_{ro}}{\mu\mu_o} (\rho_w - \rho_o) g \sin(\alpha)}{1 + \frac{k_{ro} \mu_w}{k_{rw} \mu_o}}, \\ F_{cap} = \frac{\frac{kk_{ro}}{\mu\mu_o} \frac{\partial P_c}{\partial x}}{1 + \frac{k_{ro} \mu_w}{k_{rw} \mu_o}}. \end{array} \right. \quad (10)$$

Можно заметить, что первое слагаемое F_{base} — это функция Бакли — Леверетта, а слагаемые F_{grav} и F_{cap} — это дополнительные функции, учитывающие влияние гравитационных и капиллярных сил. Подставив (9) и (10) в (3), можно получить уравнение (11), решение которого позволяет найти распределение водонасыщенности вдоль рассматриваемой пористой среды.

$$m \frac{\partial}{\partial t} (s_w) + u \frac{\partial}{\partial x} (F_{base} + F_{grav} + F_{cap}) = 0. \quad (11)$$

Стоит заметить, что без учета гравитационных и капиллярных сил данное уравнение сводится к задаче Бакли — Леверетта, а без учета только гравитационных — к задаче Рапопорта — Лиса. В безразмерном виде соотношение (11) имеет вид (12):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial s_w}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X} (F_{base} + F_{grav} + F_{cap}) = 0, \\ X = \frac{x}{L}, \\ T = \frac{t}{t_0} = \frac{t}{\frac{Lm}{u}}. \end{array} \right. \quad (12)$$

где T — безразмерное время, X — безразмерная пространственная координата вдоль пласта, L — длина пласта.

Графическое представление типового результата решения уравнения (12) представлено на рис. 4.

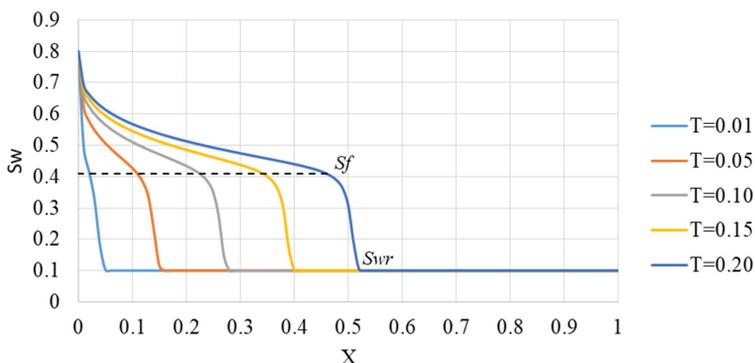


Рис. 4. Распределение водонасыщенности вдоль пласта при вытеснении нефти водой в различные моменты времени

Fig. 4. Distribution of water saturation along the formation during oil-water displacement

Таким образом, было получено безразмерное уравнение, решение которого позволяет определить распределение водонасыщенности в пласте при вытеснении нефти водой в наклонно-направленном пласте при учете гравитационных и капиллярных сил. В настоящей работе особое значение будет иметь определение водонасыщенности на фронте вытеснения.

Устойчивость водонефтяного фронта

Возникновение неустойчивости фронта вытеснения нефти водой определяется подвижностями флюидов и градиентами давления до и после фронта вытеснения. Условие, при котором процесс будет неустойчивым, можно записать в виде системы (13):

$$\begin{cases} \lambda^+ > \lambda^-, \\ |\nabla P|^+ < |\nabla P|^-, \end{cases} \quad (13)$$

где λ^+ и λ^- — подвижности флюида до и после фронта вытеснения, определяющиеся соотношениями (14) и (15):

$$\lambda^+ = \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{k_{ro}}{\mu_o} \right)_{s_f}, \quad (14)$$

$$\lambda^- = \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{k_{ro}}{\mu_o} \right)_{s_{wr}}, \quad (15)$$

где s_f — водонасыщенность на фронте вытеснения.

Выполнение условий в системе (13) соответствует случаю, когда более подвижная жидкость вытесняет менее подвижную, при этом из-за малого возмущения на фронте

вытеснения более подвижная жидкость (в рассматриваемом случае — вода) попадает в область с более высоким градиентом давления, из-за чего это возмущение начинает расти, образуются «языки» обводненности, что приводит к преждевременным прорывам воды в добывающие скважины [Уиллхайт, 2009].

Скорость фильтрации смеси воды и нефти в одномерном случае, в соответствии с введенной ранее математической моделью, записывается в виде (16) с учетом, что градиенты давлений являются отрицательными величинами, давление в нефтяной фазе определяется через уравнение (5), а индекс w у давления в водяной фазе опущен.

$$u = k \frac{k_{rw}}{\mu_w} \left(\left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| - \rho_w g \sin(\alpha) \right) + k \frac{k_{ro}}{\mu_o} \left(\left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| - \rho_o g \sin(\alpha) \right) - k \frac{k_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial P_c}{\partial x}. \quad (16)$$

Уравнение (16) можно преобразовать к следующему виду (17):

$$u = k \lambda \left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| - k \left(\lambda \rho_o + \frac{k_{rw}}{\mu_w} (\rho_w - \rho_o) \right) g \sin(\alpha) - k \frac{k_{ro}}{\mu_o} \frac{\partial P_c}{\partial x}. \quad (17)$$

Полученное соотношение можно привести к безразмерному виду (18):

$$\left\{ \begin{array}{l} U = \frac{\lambda}{\lambda^-} \left| \frac{\partial \bar{P}}{\partial X} \right| - G_U - C_U, \\ U = \frac{uL}{k \lambda^- (P_{inj} - P_{res})}, \\ \bar{P} = \frac{P - P_{res}}{P_{inj} - P_{res}}, \\ \bar{P}_c = \frac{P_c}{P_c(s_{wr})}, \\ G_U = \left(\frac{\lambda}{\lambda^-} \rho_o + \frac{k_{rw}}{\mu_w \lambda^-} (\rho_w - \rho_o) \right) \frac{L g \sin(\alpha)}{P_{inj} - P_{res}}, \\ C_U = \frac{k_{ro} P_c(s_{wr})}{\lambda^- \mu_o (P_{inj} - P_{res})} \frac{\partial \bar{P}_c}{\partial X}, \end{array} \right. \quad (18)$$

где U — безразмерная скорость фильтрационного потока, \bar{P} — безразмерное давление, \bar{P}_c — безразмерное капиллярное давление, P_{inj} — давление закачки воды, P_{res} — начальное пластовое давление, G_U и C_U — безразмерные коэффициенты, отвечающие за гравитационные и капиллярные силы соответственно.

Условие неразрывности потока вытеснения на фронте имеет вид (19), представленный ниже:

$$U^+ = U^-. \quad (19)$$

Подставив (18) в (19), можно получить соотношение между градиентами давления до и после фронта вытеснения (20) с безразмерными комплексами подобия (21):

$$M \left| \frac{\partial \bar{P}}{\partial X} \right|^+ = \left| \frac{\partial \bar{P}}{\partial X} \right|^- + G + C, \quad (20)$$

$$\begin{cases} M = \frac{\lambda^+}{\lambda^-}, \\ G = G_u^+ - G_u^- = \left(\rho_o (M-1) + \frac{k_{rw}^+ - k_{rw}^-}{\mu_w \lambda^-} (\rho_w - \rho_o) \right) \frac{L g \sin(\alpha)}{P_{inj} - P_{res}}, \\ C = C_u^+ - C_u^- = \frac{P_c(s_{wr})}{\lambda^- \mu_o (P_{inj} - P_{res})} \left(k_{ro}^+ \left(\frac{\partial P_c}{\partial X} \right)^+ - k_{ro}^- \left(\frac{\partial P_c}{\partial X} \right)^- \right). \end{cases} \quad (21)$$

В уравнении (20) безразмерный коэффициент M определяет соотношение подвижностей флюидов до и после фронта вытеснения. Безразмерные коэффициенты G и C определяют влияние гравитационных и капиллярных сил. Проанализировав систему (21) и характер изменения капиллярного давления при изменении водонасыщенности, можно определить, что при $M > 1$ коэффициенты C и G являются положительными, когда пористая среда гидрофильная, а угол наклона пласта находится в интервале от 0 до 180 градусов (вытесняемая нефть находится выше вытесняющей воды).

Когда гравитационные и капиллярные силы не учитываются, то $G = 0$ и $C = 0$. Возникновение неустойчивости фронта вытеснения полностью определяется коэффициентом M . Если $M < 1$, то процесс вытеснения является устойчивым, если $M > 1$ — неустойчивым [Федоров и др., 2019], т. к. в этом случае выполняются оба неравенства в системе (13).

В случае с учетом гравитационных и капиллярных сил, когда $G \neq 0$ и $C \neq 0$, если $M > 1$, то выполняется первое условие в системе (13), которое характеризуется отношением подвижностей флюидов до и после фронта вытеснения, однако второе условие, которое определяется соотношением величин градиентов давлений, может и не выполняться, т. к. коэффициенты G и C являются положительными. На рис. 5 представлена зависимость между модулями безразмерных градиентов давлений до и после фронта вытеснения.

Из рис. 5 видно, что существует некоторое критическое значение градиента давления, после превышения которого процесс заводнения становится неустойчивым, однако если градиент давления ниже критического, то гравитационные и капиллярные силы стабилизируют фронт вытеснения. Такое критическое значение градиента давления, а также соответствующая ему фильтрационная скорость флюида представлены в уравнениях (22) и (23):

$$\left| \frac{\partial \bar{P}}{\partial X} \right|_{cr} = \frac{G + C}{M - 1}, \quad (22)$$

$$U_{cr} = \frac{\lambda}{\lambda^-} \frac{G + C}{M - 1} - G_u - C_u. \quad (23)$$

Таким образом, процесс может быть устойчивым в случае, когда более подвижная жидкость вытесняет менее подвижную, если скорость фильтрации не превышает критического значения, что позволяет капиллярным и гравитационным силам подавить возникающие возмущения. Также стоит отметить, что для расчета всех введенных критических параметров M , G и C необходимо знать водонасыщенность на фронте вытеснения, которую можно определить, решив систему (13).

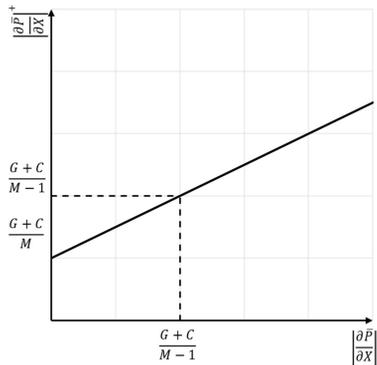


Рис. 5. Отношение модулей безразмерных градиентов давления

Fig. 5. Ratio of modules of dimensionless pressure gradients

Модельный расчет

Для проведения модельного расчета задаются следующие входные данные, представленные в табл. 1.

Табл. 1. Входные параметры расчета

Table 1. Calculation input parameters

| Параметр | Значение | Ед. изм. |
|------------------|----------|-------------------|
| s_{wr} | 0,1 | — |
| s_{or} | 0,2 | — |
| $k_{rw}(s_{wr})$ | 0,2 | — |
| $k_{ro}(s_{or})$ | 0,8 | — |
| $P_c(s_{wr})$ | 1 | МПа |
| P_{inj} | 15 | МПа |
| P_{res} | 10 | МПа |
| μ_w | 0,001 | Па · с |
| k | 1 000 | мД |
| ρ_w | 1 000 | кг/м ³ |
| ρ_o | 800 | кг/м ³ |
| α | 20 | град. |
| L | 100 | м |

В данной работе для определения насыщенности на фронте вытеснения решается уравнение в частных производных (12) с помощью конечно-разностной схемы (24) с использованием одного из противопоточных методов при начальных и граничных условиях (25):

$$\frac{s_{wi}^{n+1} - s_{wi}^n}{\Delta T} + \frac{F_{i+1/2}^n - F_{i-1/2}^n}{\Delta X} = 0, \quad (24)$$

$$\begin{cases} s_{wi}^0 = s_{wr}, & i = 1, \dots, I-1, \\ s_{w0}^n = 1 - s_{or}, & n = 0, \dots, N, \\ s_{wI}^n = s_{wI-1}^n, & n = 0, \dots, N. \end{cases} \quad (25)$$

Стоит отметить, что для расчета критической скорости необходимо определить насыщенность на фронте вытеснения, для чего нужно решить уравнение (24), куда входит скорость фильтрации, поэтому для определения критической скорости был использован метод простой итерации согласно нижеприведенному алгоритму:

1. Задается начальное приближение для U .
2. Решается уравнение (24) и определяется фронтальная водонасыщенность.
3. По формуле (23) рассчитывается новое приближение U .
4. Происходит возвращение в п. 2.
5. Расчет прекращается, если разница между значениями скорости на соседних итерациях не превышает заданной точности.

Расчет критических параметров M и U_{cr} , которые определяют устойчивость процесса вытеснения, производился для различных значений вязкости нефти в диапазоне от 0,005 до 0,05 Па · с (от 5 до 50 сПз) и вязкости воды, равной 0,001 Па · с (1 сПз). При этом рассматривалось три случая: фильтрация с учетом гравитационных сил ($G \neq 0$, $G_U \neq 0$, $C = 0$, $C_U = 0$), фильтрация с учетом капиллярных сил ($G = 0$, $G_U = 0$, $C \neq 0$, $C_U \neq 0$) и фильтрация с учетом гравитационных и капиллярных сил ($G \neq 0$, $G_U \neq 0$, $C \neq 0$, $C_U \neq 0$).

Результаты расчетов в зависимости от относительной вязкости нефти, а также расчетные значения безразмерных параметров G и C представлены на рис. 6–9.

Видно, что с повышением вязкости нефти критическое число M монотонно возрастает. В области, где $M > 1$, вязкие силы становятся достаточно высокими, чтобы возникла неустойчивость фронта вытеснения.

Критическая скорость, при которой гравитационные и капиллярные силы еще способны подавить возмущения, монотонно убывает при увеличении вязкости нефти. Следовательно, для высоковязких нефтей требуется меньшая скорость закачки для предотвращения появления «язычков» обводненности.

Также стоит заметить, что при уменьшении вязкости нефти до значения, при котором $M = 1$, критическая скорость асимптотически возрастает; таким образом, для маловязких нефтей верхняя граница скорости для устойчивого вытеснения достаточно высока или вообще отсутствует (при $M < 1$).

Помимо этого, при сравнении результатов трех расчетов видно, что капиллярные силы оказывают более высокое стабилизирующее воздействие на фронт вытеснения, чем гравитационные силы. Это согласуется с результатами расчета безразмерных чисел S и G , из которого видно, что на всем рассматриваемом диапазоне вязкостей нефти поправка за счет капиллярных сил выше поправки за счет гравитации.

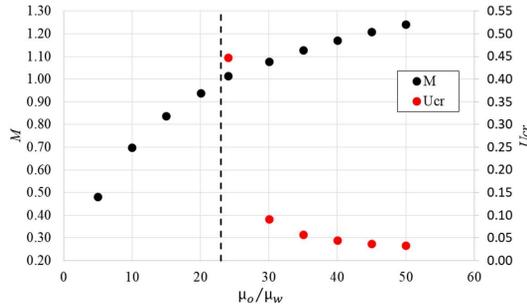


Рис. 6. Критические числа для вытеснения нефти с учетом гравитационных сил
Fig. 6. Critical oil displacement numbers considering gravitational forces

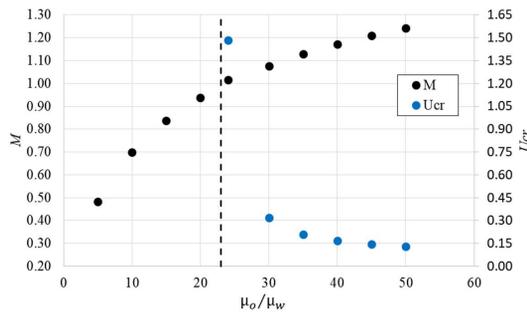


Рис. 7. Критические числа для вытеснения нефти с учетом капиллярных сил
Fig. 7. Critical oil displacement numbers considering capillary forces

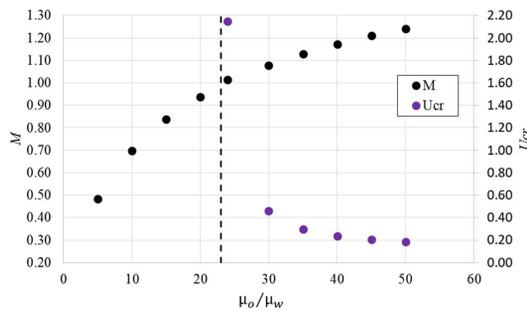


Рис. 8. Критические числа для вытеснения нефти с учетом гравитационных и капиллярных сил
Fig. 8. Critical oil displacement numbers considering gravitational and capillary forces

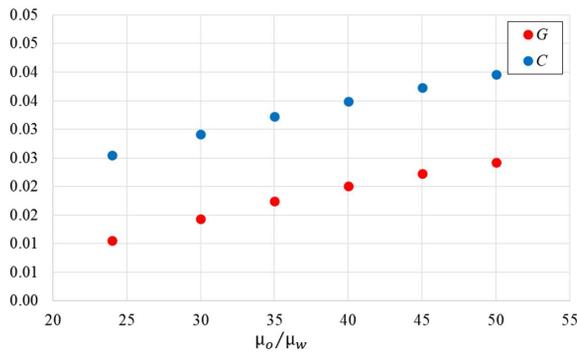


Рис. 9. Зависимость безразмерных параметров G и C от относительной вязкости нефти

Fig. 9. Dependence of G and C dimensionless parameters on the relative oil viscosity

Заключение

В настоящей работе была получена математическая модель вытеснения нефти водой, которая является обобщением модели Бакли — Леверетта за счет учета гравитационных и капиллярных сил.

Анализ возникновения неустойчивого вытеснения показал, что гравитационные и капиллярные силы могут оказывать стабилизирующее воздействие в случае, когда подвижность вытесняющего флюида выше подвижности вытесняемого.

Введенные безразмерные параметры M , G , C позволяют проанализировать влияние вязких, гравитационных и капиллярных сил на фронт вытеснения в процессе заводнения. Установлено, что капиллярные силы оказывают более высокое стабилизирующее воздействие, чем гравитационные.

Помимо этого, проведенный анализ устойчивости на модельных данных позволил определить диапазон вязкости нефти ($M < 1$), в котором вязких сил недостаточно для роста возмущений и образования «языков» обводненности, а для диапазона вязкостей со значениями $M > 1$ был произведен расчет критической скорости, при которой гравитационные и капиллярные силы еще могут стабилизировать рост возмущений.

Список источников

- Байков В. А., Бахтизин Р. Н. 1986. Распространение волн возмущений в смолосодержащих нефтях // Инженерно-физический журнал. Том 51. № 2. С. 240–242.
- Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. 1984. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра. 211 с.
- Башкирцева Н. Ю. 2014. Высоковязкие нефти и природные нефти // Вестник Казанского технологического университета. Том 17. № 19. С. 296–299.
- Бублик С. А., Семин М. А. 2020. Исследование неустойчивости Саффмана — Тейлора в нефтесодержащем пласте в двумерной постановке задачи // Математическое моделирование. Том 32. № 7. С. 127–142. <https://doi.org/10.20948/mm-2020-07-08>

- Зазовский А. Ф. 1986. Об устойчивости фронтального вытеснения жидкостей в пористой среде при наличии межфазного массообмена и фазовых переходов // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. № 2. С. 98–103.
- Пятков А. А., Косяков В. П. 2017. Исследование процессов фильтрации высоковязкой нефти в трещиновато-пористом коллекторе // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 3. № 3. С. 40–51. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2017-3-3-40-51>
- Уиллхайт Г. П. 2009. Заводнение пластов / пер. с англ. Н. В. Романенко; под общ. ред. В. А. Коротовских, В. А. Краснова, Т. Р. Мусабирова и др. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований; Регулярная и хаотическая динамика. 788 с.
- Федоров К. М., Шарафутдинов Р. Ф. 1989. К теории неизотермической фильтрации с фазовыми переходами // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. № 5. С. 78–85.
- Федоров К. М., Поспелова Т. А., Шевелёв А. П., Кряжев Я. А., Кряжев В. А. 2019. К вопросу устойчивости фронтов вытеснения нефти из терригенных и карбонатных коллекторов // Нефтепромысловое дело. № 11 (611). С. 69–72. [https://doi.org/10.30713/0207-2351-2019-11\(611\)-69-72](https://doi.org/10.30713/0207-2351-2019-11(611)-69-72)
- Чарный И. А. 1963. Подземная гидрогазодинамика. М: Гостоптехиздат. 396 с.
- Dietz D. N. 1953. A theoretical approach to the problem of encroaching and by-passing edge water // Proceedings of Akademie van Wetenschappen. Vol. 56-B. Pp. 83–92.
- McDowell A., Zarrouk S. J., Clarke R. 2016. Modelling viscous fingering during reinjection in geothermal reservoirs // Geothermics. Vol. 64. Pp. 220–234. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2016.06.003>
- Melrose J. C. 1974. Role of capillary forces in detennining microscopic displacement efficiency for oil recovery by waterflooding // Journal of Canadian Petroleum Technology. Vol. 13. No. 4. Pp. 54–62. <https://doi.org/10.2118/74-04-05>
- Mishra M., Martin M., De Wit A. 2007. Miscible viscous fingering with linear adsorption on the porous matrix // Physics of Fluids. Vol. 19. No. 7. Article 073101. <https://doi.org/10.1063/1.2743610>
- Moortgat J. 2016. Viscous and gravitational fingering in multiphase compositional and compressible flow // Advances in Water Resources. Vol. 89. Pp. 53–66. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2016.01.002>
- Perkins T. K., Johnston O. C. 1969. A study of immiscible fingering in linear models // Society of Petroleum Engineers Journal. Vol. 9. No. 01. Pp. 39–46. <https://doi.org/10.2118/2230-PA>
- Peters E. J., Flock D. L. 1981. The onset of instability during two-phase immiscible displacement in porous media // Society of Petroleum Engineers Journal. Vol. 21. No. 02. Pp. 249–258. <https://doi.org/10.2118/8371-PA>
- Rapoport L. A., Leas W. J. 1953. Properties of linear waterfloods // Journal of Petroleum Technology. Vol. 5. No. 05. Pp. 139–148. <https://doi.org/10.2118/213-G>
- Saffman P. G., Taylor G. I. 1958. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. Vol. 245. No. 1242. Pp. 312–329. <https://doi.org/10.1098/rspa.1958.0085>
- Yuan Q., Zhou X., Wang J., Zeng F., Knorr K. D., Imran M. 2019. Control of viscous fingering and mixing in miscible displacements with time-dependent rates // AIChE Journal. Vol. 65. No. 1. Pp. 360–371. <https://doi.org/10.1002/aic.16359>

Zhu D., Gates I. D. 2017. Unveiling the causes of fingering in steam-assisted heavy oil recovery — linear instability analysis and numerical simulation // SPE Reservoir Simulation Conference (20–22 February 2017, Montgomery, Texas, USA). <https://doi.org/10.2118/182631-MS>

References

- Baikov, V. A., & Bakhtizin, R. N. (1986). Perturbation-wave propagation in petroleum containing tar. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, 51(2), 240–242. [In Russian] (English version: *Journal of Engineering Physics*, 51(2), 927–929. <https://doi.org/10.1007/BF00871191>)
- Barenblatt, G. I., Entov, V. M., & Ryzhik, V. M. (1984). *Movement of Liquids and Gases in Natural Formations*. Nedra. [In Russian]
- Bashkirtseva, N. Yu. (2014). High viscosity oils and natural oils. *Herald of Kazan Technological University*, 17(19), 296–299. [In Russian]
- Bublik, S. A., & Semin, M. A. (2020). Study on the formation of Saffman–Taylor instability in oil reservoir in two-dimensional formulation. *Matematicheskoe modelirovanie*, 32(7), 127–142. <https://doi.org/10.20948/mm-2020-07-08> [In Russian]
- Zazovskii, A. F. (1986). Stability of frontal displacement of fluids in a porous medium in the presence of interphase mass transfer and phase transitions. *Izvestia RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*, (2), 98–103. [In Russian] (English version: *Fluid Dynamics*, 21(2), 251–256. <https://doi.org/10.1007/BF01050177>)
- Pyatkov, A. A., & Kosyakov, V. P. (2017). Study of filtration of high-viscosity oil in fractured-porous reservoir. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 3(3), 40–51. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2017-3-3-40-51> [In Russian]
- Willhite, G. P. (2009). *Waterflooding* (N. V. Romanenko, Trans.). Institute for Computer Science; Regular and Chaotic Dynamics Center. [In Russian] (Original work published 1986, Society of Petroleum Engineers)
- Fedorov, K. M., & Sharafutdinov, R. F. (1989). Contribution to the theory of nonisothermal flow through porous media with phase transitions. *Izvestia RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*, (5), 78–85. [In Russian] (English version: *Fluid Dynamics*, 24(5), 721–727. <https://doi.org/10.1007/BF01051725>)
- Fedorov, K. M., Pospelova, T. A., Shevelev, A. P., Kryazhev, Ya. A., & Kryazhev, V. A. (2019). Stability of the oil displacement front for terrigenous and carbonate reservoirs. *Oilfield Engineering*, (11), 69–72. [https://doi.org/10.30713/0207-2351-2019-11\(611\)-69-72](https://doi.org/10.30713/0207-2351-2019-11(611)-69-72) [In Russian]
- Charny, I. A. (1963). *Underground Hydrogas Dynamics*. Gostoptehizdat. [In Russian]
- Dietz, D. N. (1953). A theoretical approach to the problem of encroaching and by-passing edge water. *Proceedings of Akademie van Wetenschappen*, 56-B, 83–92.
- Mcdowell, A., Zarrouk, S. J., & Clarke, R. (2016). Modelling viscous fingering during reinjection in geothermal reservoirs. *Geothermics*, 64, 220–234. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2016.06.003>
- Melrose, J. C. (1974). Role of capillary forces in detennining microscopic displacement efficiency for oil recovery by waterflooding. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 13(4), 54–62. <https://doi.org/10.2118/74-04-05>
- Mishra, M., Martin, M., & De Wit, A. (2007). Miscible viscous fingering with linear adsorption on the porous matrix, *Physics of Fluids*, 19(7), Article 073101. <https://doi.org/10.1063/1.2743610>

- Moortgat, J. (2016). Viscous and gravitational fingering in multiphase compositional and compressible flow. *Advances in Water Resources*, 89, 53–66. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2016.01.002>
- Perkins, T. K., & Johnston, O. C. (1969). A study of immiscible fingering in linear models. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 9(01), 39–46. <https://doi.org/10.2118/2230-PA>
- Peters, E. J., & Flock, D. L. (1981). The onset of instability during two-phase immiscible displacement in porous media. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 21(02), 249–258. <https://doi.org/10.2118/8371-PA>
- Rapoport, L. A., & Leas, W. J. (1953). Properties of linear waterfloods. *Journal of Petroleum Technology*, 5(05), 139–148. <https://doi.org/10.2118/213-G>
- Saffman, P. G., & Taylor, G. I. (1958). The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 245(1242), 312–329. <https://doi.org/10.1098/rspa.1958.0085>
- Yuan, Q., Zhou, X., Wang, J., Zeng, F., Knorr, K. D., & Imran, M. (2019). Control of viscous fingering and mixing in miscible displacements with time-dependent rates. *AIChE Journal*, 65(1), 360–371. <https://doi.org/10.1002/aic.16359>
- Zhu, D., & Gates, I. D. (2017, February 20–22). *Unveiling the causes of fingering in steam-assisted heavy oil recovery — linear instability analysis and numerical simulation* [Conference paper SPE-182631-MS]. Montgomery, Texas, USA. <https://doi.org/10.2118/182631-MS>

Информация об авторах

Ярослав Александрович Кряжев, аспирант, кафедра моделирования физических процессов и систем, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
kryazhev_yar@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9382-7378>

Александр Янович Гильманов, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра моделирования физических процессов и систем, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.y.gilmanov@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7115-1629>

Константин Михайлович Федоров, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры моделирования физических процессов и систем, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
k.m.fedorov@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0347-3930>

Александр Павлович Шевелёв, кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры моделирования физических процессов и систем, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.p.shevelev@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0017-4871>

Information about the authors

Yaroslav A. Kryazhev, Postgraduate Student, Department of Modeling of Physical Processes and Systems, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia
kryazhev_yar@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9382-7378>

Alexander Ya. Gilmanov, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Modeling of Physical Processes and Systems, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia
a.y.gilmanov@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7115-1629>

Konstantin M. Fedorov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Professor of the Department of Modeling of Physical Processes and Systems, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia
k.m.fedorov@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0347-3930>

Alexander P. Shevelev, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Professor, Department of Modeling of Physical Processes and Systems, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia
a.p.shevelev@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0017-4871>