## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕПИРОВАНИЕ, ЧИСПЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМППЕКСЫ ПРОГРАММ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОПОГИИ

Александр Евгеньевич АЛТУНИН¹ Михаил Викторович СЕМУХИН² Ольга Анатольевна ЯДРЫШНИКОВА³

УДК 519.8

### ВЕРОЯТНОСТНЫЕ И НЕЧЕТКИЕ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ И РИСКОВ ПРИ ПОДСЧЕТЕ ЗАПАСОВ УГЛЕВОДОРОДОВ

- <sup>1</sup> кандидат технических наук, старший эксперт, OOO «Тюменский нефтяной научный центр» aealtunin@rosneft.ru
- <sup>2</sup> доктор технических наук, главный специалист, OOO «Тюменский нефтяной научный центр» mvsemukhin@rosneft.ru
- з начальник отдела, OOO «Тюменский нефтяной научный центр» oayadrishnikova@rosneft.ru

#### Аннотация

Способы оценки погрешности при подсчете запасов и ресурсов углеводородов приобретают все более актуальный характер. Это связано как с международной системой

**Цитирование:** Алтунин А. Е. Вероятностные и нечеткие модели оценки неопределенностей и рисков при подсчете запасов углеводородов / А. Е. Алтунин, М. В. Семухин, О. А. Ядрышникова // Вестник Тюменского государственного университета. Физикоматематическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2017. Том 3. № 2. С. 85-99. DOI: 10.21684/2411-7978-2017-3-2-85-99

классификации, так и с совершенствованием методов оценки ошибок, вероятностных функций распределения, которые позволяют подойти к корректной геолого-экономической оценке надежности и рисков для извлекаемых запасов.

В статье проводится сравнительный анализ нескольких вероятностно-статистических подходов: метод Монте-Карло, стратифицированные выборки, метод латинских гиперкубов, численные алгоритмы работы с гистограммными распределениями подсчетных параметров, а также постановки задачи в нечеткой форме. Особое внимание уделяется анализу скорости сходимости методов и устойчивости статистических оценок.

Грубый метод Монте-Карло, который широко используется для вероятностной оценки запасов углеводородов, может быть улучшен в части сходимости и устойчивости результатов при использовании стратифицированной выборки по методу латинского гиперкуба. Как альтернатива могут использоваться численные операции над дискретными случайными величинами (или гистограммными переменными) с использованием пошаговой конденсации вероятностных распределений.

Предложенный численный метод позволяет решать задачи большой размерности, т. к. имеет линейную, а не экспоненциальную зависимость от роста размерности задачи. Высока эффективность решения задач большой размерности из-за сокращения вычислительных операций по моделированию исходных вероятностных распределений для каждого испытания. Нет смещения результатов оценки при повторных расчетах и зависимости от программных датчиков псевдослучайных чисел. Возможно уточнение результата расчета внутри интервала с интересующей нас точкой.

Вероятность и размытость, будучи качественно разными типами неопределенности, не исключают друг друга, а, наоборот, дают возможность анализа явлений с различных точек зрения. В работе рассматривается метод нахождения результирующей функции принадлежности по запасам с использованием прямого метода, аналогичного методу конденсации вероятностных распределений.

#### Ключевые слова

Подсчет запасов и ресурсов углеводородов, оценки рисков и неопределенностей, вероятностно-статистические методы, латинские гиперкубы, конденсация вероятностных распределений, теория нечетких множеств.

DOI: 10.21684/2411-7978-2017-3-2-85-99

#### Введение

В настоящее время в нефтегазодобывающей отрасли уделяется пристальное внимание совершенствованию методов подсчета запасов нефти, газа и конденсата. Способы оценки погрешности при подсчете запасов и ресурсов приобретают все более актуальный характер.

Это связано как с международной системой классификации ресурсов и запасов углеводородов, так и с совершенствованием методов оценки ошибок, вероятностных функций распределения, которые позволяют подойти к корректной геолого-экономической оценке надежности и рисков для извлекаемых запасов [4].

Принятие решений в практике геологоразведочных работ характеризуется неполнотой и ограниченностью исходной информации. Представления специалистов о нефтяных и газовых месторождениях на данном этапе объективно не могут быть достоверными и полностью адекватными. Поэтому неопределенности оценки запасов углеводородов и соответствующие геолого-гидродинамические модели месторождения порождают множество решений и могут привести к различным прогнозным показателям технологических процессов добычи. Это, в свою очередь, влияет на стратегии извлечения запасов, эффективность освоения капитальных вложений и является причиной возникновения экономических рисков при различных вариантах развития и обустройства месторождения.

#### Использование вероятностной модели подсчета запасов

В этом случае каждый подсчетный параметр (площадь нефтеносности F, эффективная нефтенасыщенная толщина пласта  $h_{n.9\phi}$ , коэффициент открытой пористости  $k_{n.0}$ , коэффициент нефтенасыщенности  $k_{n.0}$ , пересчетный коэффициент  $\theta$ , плотность нефти в стандартных условиях  $\rho$ ) для объемного метода оценки запасов нефти  $Q_n$  «рассматривается как случайная величина, а значение запасов — как функция этих случайных параметров» [2]:

$$Q_{n} = F \cdot h_{n.9\phi} \cdot k_{n.o} \cdot k_{n} \cdot \theta \cdot \rho . \tag{1}$$

Сами подсчетные параметры могут характеризоваться функциями плотности распределения вероятности нормального или треугольного вида и т. д. Если недостаток априорных и статистических данных не позволяет «оценить шансы получения того или иного значения параметра из заданного диапазона величин, выбирают равномерное распределение» [3]. Такое интервальное определение исходных данных соответствует ситуации с максимальной степенью неопределенности. Однако на практике для каждого подсчетного параметра специалисты могут экспертно, на основе своего, опыта оценить разброс в пределах минимального и максимального значений, указать наиболее вероятное его значение и примерный тип вероятностного распределения.

Далее по найденным вероятностным характеристикам подсчетных параметров методом Монте-Карло (ММК) определяются случайные значения реализации запасов углеводородов [6].

Его основная идея довольно проста. Для выбора специальным образом значений входных параметров в соответствии с распределением их вероятностей используются программируемые датчики случайных чисел [8]. После определения выходной величины запасов процедура может повторяться заранее определенное количество раз.

Полученный набор значений запасов углеводородов представляет собой случайную выборку. Используя далее известные статистические методы, создают гистограмму и оценивают параметры полученного вероятностного распределения и, при необходимости, доверительные интервалы. Указанная «последовательность действий характерна для так называемого грубого метода Монте-Карло» [8].

Основным недостатком данного метода является требование значительных вычислительных затрат для достижения надежных результатов.

Интегральная функция распределения запасов теоретически отыскивается по совместной плотности распределения факторов-сомножителей  $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ , а практически оценивается на основе гистограммы накопленных частот:

$$F(Q < Q_0) = \int \dots \int_{\substack{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n < Q_0}} f(x_1, x_2, \dots x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n .$$
 (2)

В геологической практике часто используют другую функцию  $P(Q > Q_0) = 1 - F(Q < Q_0)$ , которую иногда называют «функцией гарантированных запасов» [6]. По ней также легко определяются величины запасов, соответствующие вероятностям  $P_{10}$ ,  $P_{50}$ ,  $P_{90}$ . Для выбора точечной оценки запасов обычно используют среднее или наиболее вероятное значение  $P_{50}$ .

Рассмотрим некоторые особенности грубого метода Монте-Карло.

Во-первых, отметим, что вычислительная сложность ММК линейна по п—числу входов модели. Во-вторых, при применении ММК нет необходимости дискретизировать непрерывные распределения вероятностей входных параметров. Случайный выбор значений происходит прямо из заданного распределения. Однако сходимость процесса довольно медленная, и требуемая точность оценок определяется большим количеством вычислений.

Кроме того, специалисты по запасам отмечают различие частотных гистограмм и накопленных частот при многократных расчетах с одними и теми же исходными данными (рис. 1). Такое различие, конечно, убывает при значительном возрастании опытов.

Критериями выбора числа прогонов п являются вычислительные затраты на каждый прогон и желаемая точность результатов. Если не учитывать вычислительные затраты, то число прогонов определяется по t-критерию Стьюдента. Но оценки необходимого числа прогонов для определения параметров выборочного выходного распределения с заданной точностью имеют силу для случаев, когда входные распределения заданы с достаточной точностью. Однако часто распределения входных параметров задаются экспертным путем, поэтому некорректно требовать высокую точность на выходе модели. Такое число прогонов может быть вычислительно затратно и совершенно не адекватно невысокой надежности исходной информации. В таких случаях достаточно гораздо меньшего числа прогонов, чтобы достичь надежности результатов, сравнимой с надежностью исходной информации [8].



 $Puc.\ 1.\$ Изменение оценок  $P_{10},\ P_{50},\ P_{90}$  при увеличении числа испытаний

Fig. 1. Change in the  $P_{10}$ ,  $P_{50}$ ,  $P_{90}$  estimates with increasing number of tests

Стратифицированные выборки (метод латинского гиперкуба)

Указанный метод Монте-Карло (MCS) использует простую случайную выборку подсчетных параметров для оценки выборочных средних значений запасов. При этом скорость сходимости получаемых оценок довольно медленная и пропорциональна корню квадратному из n.

В геологической практике обычно используют гипотезу независимости случайных параметров. В этом случае попадание в выборку всех различных сочетаний из распределения подсчетных параметров характеризуется слишком малой вероятностью.

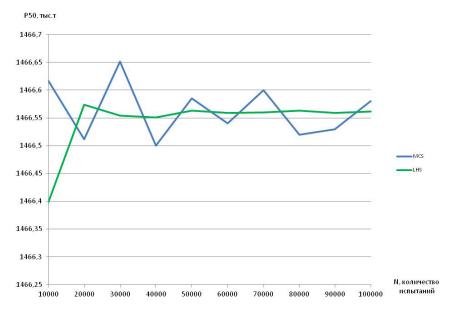
С целью устранить данный недостаток вместо «псевдослучайных» иногда используют так называемые «квазислучайные» выборки, чтобы получить более регулярное сканирование значений подсчетных параметров. Наиболее часто это достигается путем использования послойных выборок и латинских гиперкубов (LHS). В этом случае «пространство входных параметров разделяется на интервалы — страты, и выборка значений производится отдельно из каждой страты» [3].

Каждое распределение входного параметра разбивается на правновероятных интервалов. Также может использоваться и интегральная функция распределения. Тогда получается несколько равных слоев по вероятности. В стандартной выборке латинского гиперкуба в каждом прогоне значение каждого параметра случайно выбирается в одном из интервалов. При этом «повторный визит слоя не допускается, пока все слои имеют одно посещение» [8]. Это позволяет получить более равномерную выборку в пространстве подсчетных параметров и более полно его просканировать, поэтому этот метод будет быстрее достигать конечного результата [7]. Реализация метода латинского гиперкуба несколько усложняет организацию вычислительного процесса, но статистическая обработка результатов происходит аналогично простой случайной выборке.

Например, была проведена серия вычислительных экспериментов по вероятностной оценке геологических запасов для одного из нефтяных месторождений Тюменского региона с использованием обоих методов. Эксперименты планировались при возрастающей последовательности числа испытаний для выборочных оценок  $P_{10}$ ,  $P_{50}$ ,  $P_{90}$ . Результаты, приведенные на рис. 2, говорят о том, что второй метод является примерно на порядок более эффективным.

Преимуществом стратифицированной выборки является наличие представителей каждой страты в выборке в соотношении, сходном с генеральной совокупностью. Результат представляется в форме выборочных гистограмм распределения интересующих переменных.

Недостатком стратифицированной выборки по методу латинского гиперкуба может стать то, «что выходная выборка перестает быть строго случайной» [3]. Поэтому для корректного использования статистических методов оценки и обработки результатов экспериментов могут потребоваться дополнительные обоснования.



*Puc. 2.* Графики изменения выборочных значений  $P_{50}$  для обоих методов — MCS и LHS

*Fig. 2.* P<sub>50</sub> reserves stabilization curves using the Monte Carlo method (MCS) and the Latin hypercube sample (LHS)

Численный метод с гистограммными распределениями подсчетных параметров

Одним из подходов для преодоления недостатков метода Монте-Карло и получения надежных и устойчивых результатов является модификация регулярных сеточных методов и использование численного метода с гистограммными распределениями подсчетных параметров вместо использования случайных или квазислучайных точек.

Важное направление здесь — «вероятностное представление входных данных в виде гистограммных чисел и разработка численных операций над ними» [5]. В данном случае случайные параметры представляются не непрерывными функциями распределения вероятностей, а эмпирическими гистограммными распределениями, которые можно рассматривать как плотности распределения вероятности. Такой подход дает возможность достигнуть требуемой точности и надежности статистических оценок при сравнительных объемах вычислительной работы.

Однако при дроблении интервала входных значений небольшим шагом резко увеличивается количество информации в гистограммных распределениях и соответствующий объем арифметических действий. Для подобных случаев предлагается поэтапная конденсация вероятностных распределений с использованием объединения отдельных значений гистограммных величин [8].

Для этого конденсация выполняется отдельно для каждой операции умножения подсчетных параметров. В результате существенно сокращается объем вычислительной работы и повышается эффективность принятия решений специалистами по оценке запасов.

Рассмотрим один из возможных подходов к нахождению результирующей плотности вероятности на основе метода конденсации вероятностных распределений [1]. Рассматривается дискретная вероятностная модель подсчета запасов (гистограммные распределения подсчетных параметров  $f_i(x_i)$ ):

$$P(Q_i) = \sum_{x_1 \cdot x_2 \cdot ... \cdot x_n = Q_i} f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot ... \cdot f_n(x_n) \Delta x_1 \Delta x_2 ... \Delta x_n,$$
(3)

где суммирование распространено на те сочетания подсчетных параметров, которые при произведении дают  $Q_i$ .

Однако регулярную процедуру суммирования вероятностей можно использовать только при алгебраической операции сложения подсчетных параметров. Для операции умножения предлагается использовать подход на основе конденсации вероятностей. Тогда вероятность попадания Q в интервал  $(Q_i, Q_{i+1})$  соответственно равна

$$P(Q_{i} < Q < Q_{i+1}) = \sum_{Q_{i} < x_{1} \cdot x_{2} \cdot ... \cdot x_{n} < Q_{i+1}} f_{1}(x_{1}) \cdot f_{2}(x_{2}) \cdot ... \cdot f_{n}(x_{n}) \Delta x_{1} \Delta x_{2} ... \Delta x_{n}.$$
(4)

Авторами предлагается практический способ нахождения гистограммы результирующей плотности вероятности на основе конденсации отдельных реализаций случайных величин. Рассмотрим некоторые особенности данного метода для сложения дискретных случайных величин X, Y и Z = X + Y. Возможные принимаемые значения обозначим строчными буквами X = x, Y = y и Z = z = x + y.

Для операции сложения суммирование производится по всем возможным значениям аргументов

$$P(Z = z) = \sum_{X+Y=Z} P(X = x, Y = y).$$

Если суммируемые дискретные величины независимы, то

$$P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y)$$
.

Далее, используя замену переменных y = z - x, получаем

$$P(Z = z) = \sum_{X} P(X = x)P(Y = z - x).$$

Данное выражение и определяет композицию величин X и Y. Рассмотрим следующий простой пример:

Таблица 1
Исходные данные для сложения двух дискретных случайных величин

Initial data for addition of two discrete random quantities

Table 1

P	0,15	0,15 0,35		0,1	
X	2	3	4	5	
P	0,1	0,5	0,3	0,1	
Y	4	5	6	7	

Матрицы сложения носителей и соответствующих вероятностей представлены ниже.

Таблица 2 Матрицы сложения носителей и соответствующих вероятностей двух случайных величин

Table 2
Matrices of addition of carriers and corresponding probabilities of two random quantities

	2	3	4	5
4	6	7	8	9
5	7	8	9	10
6	8	9	10	11
7	9	10	11	12
	0,15	0,35	0,4	0,1
0,1	0,015	0,035	0,04	0,01
0,5	0,075	0,175	0,2	0,05
0,3	0,045	0,105	0,12	0,03
0,1	0,015	0,035	0,04	0,01

Для получения результирующей функции необходимо просуммировать в матрице вероятностей элементы с одинаковыми носителями:

0,015	0,11	0,26	0,33	0,205	0,07	0,01
6	7	8	9	10	11	12

Для произвольного алгебраического выражения и «произвольной дискретизации входных данных такая структура матриц нарушается и требуется другой подход к получению результирующей функции» [3].

Пусть  $z_i$ , i=0,n — это точки дискретизации интервала выходных значений z, тогда:

$$P(z_i < z \le z_{i+1}) = \sum_{z_i < x \cdot y \le z_{i+1}} P(X = x) P(Y = y).$$
 (5)

Интервал носителя результирующей функции разбиваем на несколько частей одинакового размера, как в методе Монте-Карло. Однако в данном случае мы суммируем вероятности тех элементов, которые попадают в данный интервал. Это является частным случаем метода конденсации вероятностных распределений [8]. Такой подход обобщается и на случай большего числа переменных. Предположим, что задано некоторое число дискретных вероятностных распределений. Эти распределения могут характеризовать, например, возможные состояния подсчетных параметров объемного метода. Необходимо сконструировать совместное вероятностное распределение, характеризующее возможные состояния оценки запасов углеводородов. Поставленную задачу можно решить,

конструируя дерево вероятностей и производя все необходимые расчеты. Однако, если число состояний каждого элемента системы велико, размеры дерева вероятностей станут угрожающе большими. В таких ситуациях используют пошаговую конденсацию распределений путем объединения некоторых значений случайных переменных. Конденсация производится не над итоговым набором значений, который, как было показано, бывает нереально получить в приемлемые сроки, а над промежуточными наборами операции перемножения подсчетных параметров.

Конденсация вероятностных распределений может быть произведена как путем объединения или удаления некоторых значений случайных переменных, так и путем комбинации таких процедур. Из проведенного анализа следует важный вывод, что «обоснованная конденсация вероятностных распределений позволяет существенно снизить размерность задач вероятностного вывода» [8].

С использованием указанного подхода была выполнена серия вычислительных экспериментов для одного из нефтяных месторождений Тюменского региона. При сопоставимом числе экспериментов предложенный метод с использованием конденсации получаемых статистических распределений не требует дополнительной программной реализации и моделирования вероятностных распределений подсчетных параметров, поэтому менее вычислительно затратен.

В таблице 3 даны оценки выборочных значений  $P_{10}$ ,  $P_{50}$ ,  $P_{90}$  запасов нефти и их относительные ошибки при  $n = 10\ 000\ 000$ .

#### Использование нечеткой модели подсчета запасов

Анализ объектов нефти и природного газа часто имеет уникальный характер, и традиционное вероятностное моделирование, основанное на получении вероятностных распределений из массовых повторяющихся явлений, не всегда является разумной моделью для оценки запасов углеводородов и расчета других показателей.

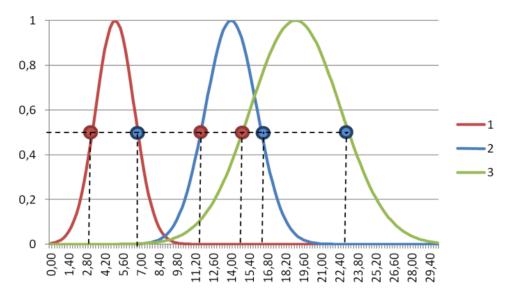
Обычно при проведении поисковых и разведочных работ статистических данных по подсчетным параметрам не хватает, и специалисты экспертно задают «субъективные вероятности» исходя из своего опыта, аналогов месторождений,

Таблица 3 Оценки выборочных значений  $P_{10}, P_{50}, P_{90}$  запасов нефти и их относительные ошибки

Table 3

Results of model runs and relative errors for P<sub>10</sub>, P<sub>50</sub>, P<sub>90</sub> reserves

Метод Монте-Карло		Численный метод конденсации вероятностных распределений	Относительная ошибка	
P <sub>90</sub>	317 992	317 430	0,00177	
P <sub>50</sub>	328 063	327 924	0,00042	
P <sub>10</sub>	338 369	338 243	0,00037	



Puc. 3. Численный метод сложения двух нечетких величин по дискретным уровням

Fig. 3. The numerical method of adding two fuzzy quantities by discrete levels

дополнительной косвенной информации. В этом случае естественным представляется обращение к теории нечетких множеств с представлением неточно заданных параметров в виде функций принадлежности.

Представляя подсчетные параметры нечеткими множествами с соответствующими функциями принадлежности, результирующую функцию принадлежности для запасов нефти получаем из уравнения объемного метода с учетом определения алгебраических операций над нечеткими величинами [2]:

$$\mu_{O}(Q_{H}) = \max_{U} [\mu(F) \wedge \mu(h_{H,\partial\phi}) \wedge \mu(k_{H,\partial\phi}) \wedge \mu(k_{H})]$$

$$U = \{(F, h_{H,\partial\phi}, k_{H,\partial\phi}, k_{H,\partial\phi}, k_{H,\partial\phi} \cdot k_{H,\phi} \cdot k_$$

Найти  $\mu_O(Q_{_H})$  по данной формуле аналитическими методами довольно трудно, поэтому для решения ряда практических задач применяются численные методы. В этом случае результирующая функция принадлежности рассчитывается последовательно по  $\alpha$ -уровневым сечениям исходных функций принадлежности (рис. 3) [2].

Данный метод может использоваться в случае недостатка информации, когда невозможно применение вероятностных методик. Степень неопределенности, представленная в виде функции принадлежности, может быть задана в экспоненциальном или треугольном виде. Особенности применяемого численного метода позволяют работать с функциями любого вида.

Рассмотрим реализацию прямого метода нахождения результирующей функции принадлежности [3]. Основные принципы данного численного метода операций продемонстрируем на примере операции сложения двух нечетких величин (таблица 4).

 Таблица 4

 Исходные данные для сложения

 двух дискретных нечетких величин

Table 4

The initial data for adding two discrete fuzzy quantities

μ	0,1	0,5	1	0,4
X	2	3	4	5
μ	0,3	1	0,7	0,2
Y	4	5	6	7

Матрицы сложения носителей и соответствующие значения функций принадлежности при минимаксных операциях представлены ниже.

Таблица 5
Матрицы сложения носителей и соответствующих значений функций принадлежности двух нечетких величин

Table 5

The matrices of the adding carriers and the corresponding membership functions of two fuzzy quantities

	2	3	4	5
4	6	7	8	9
5	7	8	9	10
6	8	9	10	11
7	9	10	11	12
	0,1	0,5	1	0,4
0,3	0,1	0,3	0,3	0,3
1	0,1	0,5	1	0,4
0,7	0,1	0,5	0,7	0,4
0,2	0,1	0,2	0,2	0,2

Для получения результирующей функции необходимо найти максимум в матрице значений функции принадлежности для элементов с одинаковыми носителями:

μ	0,1	0,3	0,5	1	0,7	0,4	0,2
Z	6	7	8	9	10	11	12

Для остальных арифметических операций отмеченная регулярная структура матриц также нарушается и нужно найти другой путь определения результирующей функции принадлежности. Авторами был предложен новый метод, «аналогичный численным операциям над плотностями вероятности случайных величин с использованием метода конденсации вероятностных распределений» [3].

В отличие от численного метода с гистограммными распределениями, где применяется суммирование вероятностей по дискретным интервалам, здесь

#### Запасы, тыс.т

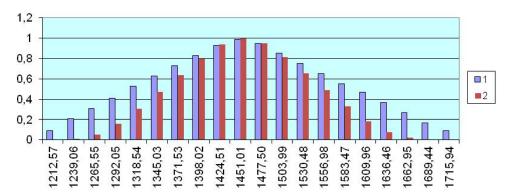


Рис. 4. Дискретная функция принадлежности по запасам (1) и статистическое гистограммное распределение по методу Монте-Карло (2)

Fig. 4. A fuzzy estimate of oil reserves using a direct numerical method (1) and a normalized Monte Carlo diagram (2)

определяется максимум всех значений функций принадлежности по указанным интервалам.

С использованием такого подхода были выполнены вычислительные эксперименты для модельного нефтяного месторождения (рис. 4).

Для удобства сравнения статистическое гистограммное распределение было нормализовано до максимального значения 1. По данному рисунку хорошо заметно, что метод Монте-Карло дает очень малые значения вероятности по краям результирующего интервала.

#### Заключение

В работе предложено развитие вероятностных и нечетких методов для оценки неопределенностей, рисков при подсчете запасов углеводородов и для решения задач большой размерности (Big Data). Стратифицированные выборки по методу латинского гиперкуба при оценке начальных запасов нефти более эффективны, чем метод Монте-Карло: для получения стабилизированных результатов требуется на порядок меньшее число испытаний. Преодолеть недостатки метода Монте-Карло и добиться получения надежных и устойчивых результатов можно, используя численные операции над плотностями вероятности (гистограммных распределений).

Разработанный авторами метод имеет линейную зависимость от размерности задачи, что дает возможность решать задачи большой размерности. Эффективность решения возрастает из-за сокращения операций по моделированию исходных вероятностных распределений для каждого испытания.

Предложен метод нахождения результирующей функции принадлежности по запасам с использованием прямого метода, аналогичного методу конденсации вероятностных распределений. Вероятностная и нечеткая модели в совокуп-

ности дают большую возможность для анализа и моделирования сложных систем реального времени (интеллектуальных месторождений).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Алтунин А. Е. Использование альтернативных и модифицированных вероятностных методов для оценки неопределенностей и рисков при подсчете запасов углеводородов / А. Е. Алтунин, М. В. Семухин, О. А. Ядрышникова // Научно-технический Вестник ОАО «НК «РОСНЕФТЬ». 2013. № 3. С. 42-47.
- 2. Алтунин А. Е. Расчеты в условиях риска и неопределенности в нефтегазовых технологиях / А. Е. Алтунин, М. В. Семухин. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2005. 220 с.
- 3. Алтунин А. Е. Методы анализа различных видов неопределенности при моделировании нефтегазовых объектов / А. Е. Алтунин, М. В. Семухин, О. А. Ядрышникова // Научно-технический Вестник ОАО «НК «РОСНЕФТЬ». 2015. № 1. С. 2-8.
- 4. Билибин С. И. Анализ погрешностей при оценке запасов нефти и газа / С. И. Билибин, Б. Е. Лухминский // Каротажник. 2011. № 4. С. 37-46.
- Добронец Б. С. Численные операции над случайными величинами и их приложения / Б. С. Добронец, О. А. Попова // Журнал СФУ. Серия Математика и физика. 2011. № 4 (2). С. 229-239.
- 6. Пороскун В. И. Вероятностная оценка запасов на начальных стадиях изучения залежей нефти и газа / В. И. Пороскун, М. Ю. Стернин, Г. И. Шепелев // Геология нефти и газа. 1999. № 5-6. С. 59-63.
- 7. Терехов С. А. Введение в байесовы сети / С. А. Терехов. М.: Издательство Москва, 2000. 43 с.
- Ужга-Ребров О. И. Управление неопределенностями. Часть 1. Современные концепции и приложения теории вероятностей / О. И. Ужга-Ребров. Резекне: RA Izdevniecība, 2004. 292 с.

Alexander E. ALTUNIN<sup>1</sup> Mikhail V. SEMUKHIN<sup>2</sup> Olga A. YADRYSHNIKOVA<sup>3</sup>

# PROBABILISTIC AND FUZZY MODELS TO EVALUATE UNCERTAINTIES AND RISKS RELATED TO HC RESERVES ESTIMATION

- Cand. Sci. (Tech.), Senior Expert, Tyumen Petroleum Research Center aealtunin@rosneft.ru
- <sup>2</sup> Dr. Sci. (Tech.), Chief Specialist, Tyumen Petroleum Research Center mvsemukhin@rosneft.ru
- <sup>3</sup> Section Head, Tyumen Petroleum Research Center oayadrishnikova@rosneft.ru

#### **Abstract**

The methods for evaluating the error in the estimation of reserves and resources are becoming increasingly relevant. First, this is a requirement of international reserves classifications, and second, the knowledge of the reserves errors (or distribution function) ensures a correct geological and economic assessment of the reliability and risks for the recoverable reserves.

The paper analyzes the comparative potential of probabilistic and statistical methods (a robust Monte Carlo method, stratified samples from Latin hypercubes, use of discrete quantities), and Fuzzy Set Theory methods for evaluating uncertainties in the volumetric estimation of hydrocarbon reserves. Particular attention is paid to the analysis of the methods convergence rate and the stability of statistical estimates.

The robust Monte Carlo method, which is widely used for probabilistic estimation of hydrocarbon reserves, can be improved in terms of convergence and stability of results using a Latin-hypercube-based stratified sample. Alternatively, numerical operations on discrete random quantities (or histogram variables) using step-by-step condensation of probability distributions can be used.

The proposed numerical method allows solving large-scale problems, since it involves a linear, rather than an exponential, function of the problem order growth. It ensures high efficiency of

**Citation:** Altunin A. E., Semukhin M. V., Yadryshnikova O. A. 2017. "Probabilistic and Fuzzy Models to Evaluate Uncertainties and Risks Related to HC Reserves Estimation". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 3, no 2, pp. 85-99. DOI: 10.21684/2411-7978-2017-3-2-85-99

solving large-scale problems due to the reduction of computational operations on modeling the initial probability distributions for each test. There is no bias in the evaluation results in repeated runs and sensitivity to program sensors of pseudo-random numbers. There is a possibility to update the model run results within the interval covering the point of interest. Fuzziness and randomness, being qualitatively different types of uncertainty, are not mutually exclusive, but, on the contrary, are interrelated and complement each other in the analysis of the same events. This paper describes a method for finding the resultant reserves membership function using a direct method similar to the method of probability distributions condensation.

#### **Keywords**

Estimation of hydrocarbon reserves and resources, evaluation of risks and uncertainties, probabilistic and statistical methods, Latin hypercubes, probability distributions condensation, Fuzzy Sets Theory.

DOI: 10.21684/2411-7978-2017-3-2-85-99

#### REFERENCES

- Altunin A. E., Semukhin M. V., Yadryshnikova O. A. 2013. "Ispol'zovaniye al'ternativnykh i modifitsirovannykh veroyatnostnykh metodov dlya otsenki neopredelennostey i riskov pri podschete zapasov uglevodorodov" [Use of Alternative and Modified Probabilistic Methods to Evaluate Uncertainties and Risks when Estimating Hydrocarbon Reserves]. Scientific and Technical Bulletin of ROSNEFT Oil Company, no 3, pp. 42-47.
- 2. Altunin A. E., Semukhin M. V. 2005. Raschety v usloviakh riska i neopredelennosti v neftegazovykh tekhnologiyakh [Estimates in the Context of Risk and Uncertainty in Oil and Gas Technology]. Tyumen: Tyumen State University Press.
- 3. Altunin A. E., Semukhin M. V., Yadryshnikova O. A. 2015. "Metody analiza razlichnykh vidov neopredelennosti pri modelirovanii neftegazovykh ob'ektov" [Methods of Analysis of Various Types of Uncertainty in Modeling Oil and Gas Targets]. Scientific and Technical Bulletin of ROSNEFT Oil Company, no 1, pp. 2-8.
- 4. Bilibin S. I., Lukhminsky B. E. 2011. "Analiz pogreshnostey pri otsenke zapasov nefti i gaza" [Analysis of Errors in the Estimation of Oil and Gas Reserves]. Well-Log Analyst Magazine, no 4, pp. 37-46.
- 5. Dobronets B. S., Popova O. A. 2011. "Chislennye operatsii nad sluchaynymi velichinami i ikh prilozheniya" [Numerical Operations on Random Variables and their Applications]. Journal of the Siberian Federal University, Mathematics and Physics, no 4 (2), pp. 229-239.
- 6. Poroskun V. I., Sternin M. Yu., Shepelev G. I. 1999. "Veroyatnostnaya otsenka zapasov na nachal'nykh stadiyakh izucheniya zalezhey nefti i gaza" [Probabilistic Estimation of Reserves at the Initial Stages of the Oil and Gas Deposits Study]. Petroleum Geology, no 5-6, pp. 59-63.
- 7. Terekhov S. A. 2000. Vvedeniye v bayesovy seti [Introduction to Bayesian Networks]. Moscow Publishing House.
- 8. Uzhga-Rebrov O. I. 2004. Upravleniye neopredelennostyami [Uncertainty Management]. "Chast' 1. Sovremennye kontseptsii I prilozheniya teorii veroyatnostey" [Part 1. Modern Concepts and Applications of Probability Theory]. Rezekne: RA Izdevniecība.