

Рамиль Фаизырович ШАРАФУТДИНОВ¹
Филлос Фанизович ДАВЛЕТШИН²

УДК 532.546

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ПЛАСТЕ С ТРЕЩИНОЙ ГИДРОРАЗРЫВА *

¹ доктор физико-математических наук,
профессор кафедры геофизики,
Башкирский государственный университет (г. Уфа)
gframil@inbox.ru

² аспирант кафедры геофизики,
Башкирский государственный университет (г. Уфа)
felix8047@mail.ru

Аннотация

На современном этапе развития нефтегазовой отрасли значительное внимание уделяется методам увеличения нефтеотдачи продуктивных пластов. Одним из наиболее популярных на сегодняшний день методов интенсификации добычи нефти является гидравлический разрыв пласта. Эффективность и успешность гидравлического разрыва во многом зависит от параметров образованной трещины, в этой связи разработка методов оценки параметров трещин гидроразрыва является актуальной задачей. Перспективным направлением для контроля качества гидроразрыва является нестационарная термометрия. На сегодняшний день термометрия используется для локализации мест возникновения множественных трещин гидроразрыва в горизонтальных скважинах. В данной работе исследуется приложение нестационарной термометрии для оценки параметров вертикальной трещины гидроразрыва.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (заявка № 2021-218-13-7950-6001).

Цитирование: Шарафутдинов Р. Ф. Аналитическая модель нестационарного температурного поля в пласте с трещиной гидроразрыва / Р. Ф. Шарафутдинов, Ф. Ф. Давлетшин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 2 (26). С. 75-94.
DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-75-94

Разработана аналитическая модель неизотермической однофазной фильтрации флюида в пласте с вертикальной трещиной. Для расчета температурного поля в пласте и трещине использовано уравнение конвективного переноса тепла с учетом термодинамических эффектов (Джоуля — Томсона и адиабатического), для трещины учтен также тепло-массоперенос между областью трещины и пласта. Для оценки корректности модели выполнено сравнение аналитического решения с результатами численного моделирования в программном комплексе Ansys Fluent.

Выполнен расчет нестационарного температурного поля для режима постоянного отбора. Установлено, что в начальный момент времени после пуска скважины формируется отрицательная температурная аномалия, обусловленная адиабатическим эффектом, величина которой возрастает с уменьшением ширины трещины. С течением времени температура притекающей в скважину жидкости возрастает благодаря эффекту Джоуля — Томсона, причем величина положительной температурной аномалии увеличивается по мере уменьшения ширины и проницаемости трещины вследствие роста градиента давления в ней.

Разработанная аналитическая модель может быть использована для решения обратных задач по оценке параметров трещины гидроразрыва на основе нестационарных температурных замеров в стволе добывающих скважин.

Ключевые слова

Трещина гидроразрыва, аналитическая модель, нестационарное температурное поле, эффект Джоуля — Томсона, адиабатическое охлаждение, ширина трещины, метод характеристик.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-75-94

Введение

Современный этап развития нефтегазовой отрасли характеризуется переходом ряда крупнейших месторождений на стадию падающей добычи, вовлечением в разработку запасов низкопроницаемых коллекторов и высоковязкой нефти. В этих условиях значительное внимание уделяется разработке методов и технологий, направленных на увеличение нефтеотдачи продуктивных пластов. Одним из наиболее распространенных методов интенсификации добычи нефти является гидравлический разрыв пласта (ГРП), заключающийся в создании в пласте высокопроницаемой трещины или сети трещин [7, 10].

Эффективность проведения ГРП зависит от параметров полученной трещины: геометрии (длины, ширины, высоты), фильтрационных характеристик. Известные методы оценки параметров геометрии трещин (микросейсмические исследования, наклонометрия) являются достаточно дорогими и технологически сложными. Одним из наиболее информативных методов, применяемых при контроле за разработкой месторождений, является термометрия. На сегодняшний день термометрия действующих скважин позволяет решать ряд задач, включающих определение интервалов притока, диагностику технического состояния скважин,

оценку фильтрационных свойств пластов по данным термогидродинамических методов [2]. В связи с этим представляет интерес исследование возможности диагностики параметров трещины гидроразрыва по результатам обработки данных термометрии при различных режимах работы скважины.

Нестационарная термометрия является перспективным направлением с точки зрения диагностики трещин гидравлического разрыва в горизонтальных скважинах. В работе [17] представлена комплексная численная модель теплового режима для горизонтальной скважины с множественными трещинами. В работе [12] представлено аналитическое решение для моделирования температурного сигнала, в скважине после остановки закачки в период обратного потока жидкости из пласта в трещину. Выполнено моделирование температурного профиля в стволе скважины при различной конфигурации ствола скважины и трещин, показано возможность локализации мест возникновения трещин по температурному профилю, зарегистрированному распределенными датчиками температуры.

Развитию тепловых моделей для вертикальных скважин с трещинами гидроразрыва пластов посвящены работы [1, 3, 6, 8, 9, 15, 16]. В работе [16] исследуются поля давления и температуры в процессе и после гидроразрыва пласта. Для моделирования нестационарного поля давления используется уравнение неразрывности, уравнение теплопереноса для пласта учитывает конвективное движение жидкости, теплопроводность, термодинамические эффекты (адиабатический и Джоуля — Томсона), для трещины учитывается также работа флюида по расширению трещины и теплообмен потока в трещине со стенками. Установлено, что величина температурной аномалии в стволе скважины в значительной степени определяется длиной и проницаемостью трещины; в свою очередь, такие параметры, как длина и время закрытия трещины, зависят от проницаемости пласта.

В работе [3] представлена численная модель для расчета нестационарных полей давления, температуры и насыщенности при неизотермической фильтрации двухфазной смеси нефть — вода в системе, включающей продуктивный пласт, разрабатываемый сеткой скважин, и трещины гидроразрыва. Уравнение теплопереноса в работе включает кондуктивное и конвективное слагаемые, другими термодинамическими эффектами в работе пренебрегается. Смоделирован процесс закачки холодной и горячей воды в нагнетательные скважины при трехрядной системе разработки. Установлено, что для месторождений высоковязкой нефти закачка горячей воды позволяет значительно увеличить конечный коэффициент извлечения нефти; показана важность учета температуры закачиваемого флюида на характер движения фронта вытеснения. В работе [15] предложена трехмерная численная модель для расчета давления и температуры в пласте с трещиной ГРП. При моделировании температурного поля учитывается эффект Джоуля — Томсона, адиабатический эффект, теплообмен с окружающими породами (в скважине), конвекция и теплопроводность. Смоделирована закачка воды в нагнетательную скважину, анализ результатов моделирования показал, что кривые изменения температуры являются информативными с точки зрения оценки параметров трещины ГРП, таких как проницаемость и размер (длина трещины). На базе предложенной

модели в [6] выполнено исследование формирования полей давления и температуры в пласте с положительным и отрицательным (соответствует трещине ГРП) скин-фактором. Показано, что для пласта с улучшенными фильтрационными свойствами, характеризующегося отрицательным скином, температура поступающего в пласт флюида существенно ниже, чем для однородного пласта.

В работе [8] представлена двумерная численная модель для описания термогидродинамических процессов в пласте с трещиной. Поле давления в модели рассчитывается в стационарном приближении, уравнение теплопереноса записано с учетом нестационарного слагаемого, конвекции, теплопроводности и термодинамических эффектов. Исследовано качественное влияние параметров трещины на величину температуры притекающей в скважину жидкости. На основе предложенной модели в [9] исследовано влияние геометрии (длины, ширины) трещины на особенности восстановления температуры после закачки в скважину жидкости, показано, что температурная аномалия в скважине в значительной степени зависит от ширины трещины. Математический инструмент для моделирования температурного поля в трещине гидроразрыва в процессе ее развития и в процессе восстановления температуры после завершения закачки предложен в работе [1]. Расчет поля температуры в трещине основан на одномерном уравнении конвективного теплопереноса с учетом источниковых слагаемых, учитывающих теплообмен между трещиной и пластом. Путем численных расчетов показано, что максимальная температура при закачке достигается на ее концах, обоснована важность знания распределения температуры для обоснованного расчета движения проппанта вдоль трещины.

Аналитические модели для расчета температурного поля в пласте с трещинами гидроразрыва рассмотрены в работах [5, 11, 13, 14]. В работе [13] рассмотрены аналитические решения тепловых моделей в трещинах, учитывающие двумерное течение жидкости. В [11] представлена температурная модель трещины, включающая расчет теплопередачи между трещиной и пластом.

Аналитическая модель для расчета изменения температуры в пласте с вертикальной трещиной гидроразрыва представлена в работе [5]. Для получения аналитического решения авторами введен ряд упрощающих допущений: температура притекающей из пласта в трещину жидкости одинакова по всей длине трещины, температурными эффектами в трещине (Джоуля — Томсона) и адиабатическим пренебрегается. Аналитические решения для прогнозирования отбора тепла из расширенных геотермальных систем (EGS) с различно ориентированными трещинами представлены в работе [14]. Предложенная математическая модель включает дифференциальные уравнения, описывающие конвективный и кондуктивный теплообмен в трещиноватой среде, а также кондуктивный теплообмен в горячей сухой породе.

Аналитические решения для расчета нестационарной температуры в пласте с трещиной позволяют выполнять быстрые оценочные расчеты, исследовать закономерности влияния параметров трещины и пласта на особенности формирования температурного поля. Кроме того, на базе аналитических моделей

возможно построение эффективных и быстрых методов решения обратных задач по оценке параметров трещины гидроразрыва на основе фактических замеров нестационарной температуры в стволе добывающих скважин с ГРП, что подчеркивает актуальность выбранной темы исследований.

Методы

Аналитическая модель для расчета температурного поля в пласте и трещине

Рассматривается процесс тепломассопереноса при однофазной фильтрации вязкой сжимаемой жидкости в упругом пласте с вертикальной трещиной гидроразрыва. Исследование формирования полей давления и температуры проводится на базе математической модели, базирующейся на уравнении неразрывности, законе фильтрации Дарси и законе сохранения энергии с учетом термодинамических (Джоуля — Томсона и адиабатического) эффектов. На рис. 1 показана схематично геометрия моделируемой области и направление движения жидкости при работе скважины в режиме добычи. В связи с симметрией задачи рассмотрена 1/4 часть пласта. В пласте формируется билинейный режим течения, который соответствует двум перпендикулярным друг другу плоскопараллельным потокам: жидкость поступает в трещину перпендикулярно ее боковой поверхности, затем по трещине движется к забою скважины.

Распределение давления в пласте описывается уравнением пьезопроводности, для трещины добавляется слагаемое, связанное с притоком жидкости из пласта

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_r}{\partial t} &= \chi_r \frac{\partial^2 P_r}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial P_f}{\partial t} &= \chi_f \frac{\partial^2 P_r}{\partial x^2} + \frac{\chi_r}{w_f} \frac{\partial P_r}{\partial y} \Big|_{y=0},\end{aligned}\quad (1)$$

где P — давление; χ — пьезопроводность; w_f — половина ширины трещины; индекс r соответствует пласту, индекс f — трещине.

Задача для распределения поля температуры в пласте и трещине с учетом тепломассопереноса через боковую поверхность трещины формулируется, соответственно, в виде:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(C_r T_r)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho c v_r T_r) &= -\rho c v \varepsilon \nabla P_r + m_r \rho c \eta \frac{\partial P_r}{\partial t}, \\ \frac{\partial(C_f T_f)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho c v_f T_f) &= -\rho c v \varepsilon \nabla P_f + m_f \rho c \eta \frac{\partial P_f}{\partial t} + \frac{\rho c (v_r T_r)|_{y=0}}{w_f},\end{aligned}\quad (2)$$

где T — температура; C и c — объемная и удельная теплоемкость соответственно; ρ , v — плотность и скорость фильтрации флюида соответственно; ε — коэффициент Джоуля — Томсона; η — адиабатический коэффициент; m — коэффициент пористости. Крайнее слагаемое в правой части уравнения теплового баланса для трещины описывает конвективный приток тепла из пласта в трещину.

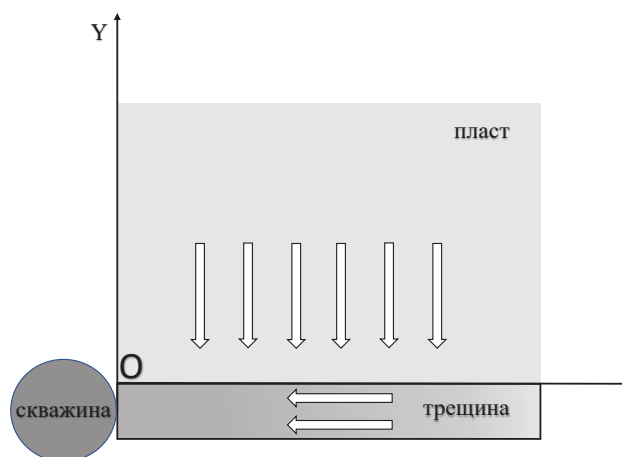


Рис. 1. Геометрия задачи

Fig. 1. Geometry of the problem

Раскрывая в (2) левую часть и учитывая уравнения неразрывности, можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_r}{\partial t} + u_r(x, y, t) \frac{\partial T_r}{\partial y} &= -\varepsilon u_r(x, y, t) \frac{\partial P_r}{\partial y} + \eta^* \frac{\partial P_r}{\partial t}, \\ \frac{\partial T_f}{\partial t} + u_f(x, t) \frac{\partial T_f}{\partial x} + \frac{u_{r0} T_f}{w_f} &= -\varepsilon u_f(x, t) \frac{\partial P_f}{\partial x} + \eta^* \frac{\partial P_f}{\partial t} + \frac{u_{r0} T_{r0}}{w_f}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} u_{r0} &= u_r|_{y=0}, \\ T_{r0} &= T_r|_{y=0}, \\ \eta^* &= \eta \frac{m\rho c}{C}. \end{aligned} \quad (4)$$

Полагается, что в начальный момент времени в пласте и трещине давление и температура постоянны, причем температурная аномалия равна нулю:

$$\begin{aligned} P_r(x, y)|_{t=0} &= P_f(x)|_{t=0} = P_0, \\ T_r(x, y)|_{t=0} &= T_f(x)|_{t=0} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где P_0 — пластовое давление. Поскольку в качестве нуля принята пластовая температура, температурные кривые показывают относительные температурные аномалии в пласте и трещине.

Граничные условия для поля давления записываются с учетом равенства (непрерывности) давления на границе пласта с трещиной; на границе контура питания y_c давления полагается постоянным и равным пластовому; на границе пересечения трещины со скважиной могут быть записаны граничные условия первого и второго рода, соответствующие работе скважины в режиме постоянной

депрессии или постоянного дебита; на концах трещины выполняется условие непроницаемости:

$$\begin{aligned} P_r(x, t)|_{y=0} &= P_f(x, t), \\ P_r|_{y=y_c} &= P_0, \\ P_f|_{x=0} &= P \quad \text{или} \quad \frac{k_f h_r w_f}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial x} \bigg|_{x=0} = Q, \\ \frac{\partial P_f}{\partial x} \bigg|_{x=x_f} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где P_w — забойное давление; k_f — проницаемость трещины; μ — вязкость флюида; h_r — мощность пласта; Q — дебит жидкости.

Результаты

Аналитическое решение для поля температуры

Решение задачи для поля давления запишем в наиболее общем виде:

$$\begin{aligned} P_r &= P_r(x, y, t), \\ P_f &= P_f(x, t). \end{aligned} \quad (7)$$

Поле давление (7) используется для расчета скорости конвективного теплопереноса в уравнениях (3). Скорости конвективного теплопереноса запишутся в виде

$$\begin{aligned} u_r(x, y, t) &= \frac{\rho c v_r}{C_r} = -\frac{\rho c k_r}{\mu C_r} \frac{\partial P_r}{\partial y}, \\ u_f(x, t) &= \frac{\rho c v_f}{C_f} = -\frac{\rho c k_f}{\mu C_f} \frac{\partial P_f}{\partial x}, \end{aligned} \quad (8)$$

где k_r — проницаемость пласта;

Уравнения (3) решаются методом характеристик. Для пласта запишем:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= u_r(x, y, t), \\ y|_{t=0} &= y_1, \end{aligned} \quad (9)$$

где y_1 — начальное положение характеристик в пласте (в момент времени $t = 0$).

Интегрированием (9) рассчитываются характеристики $y_t = y_t(y_1, t)$. Уравнение теплового баланса для пласта с учетом (9) запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_r}{\partial t} + \frac{\partial T_r}{\partial y} \frac{dy}{dt} &= \frac{dT_r}{dt} = -\varepsilon u_r \frac{\partial P_r}{\partial y} + \eta_r^* \frac{\partial P_r}{\partial t}, \\ T(y_t, t) &= \int_0^t \left(-\varepsilon u_r \frac{\partial P_r}{\partial y} + \eta_r^* \frac{\partial P_r}{\partial \tau} \right) d\tau. \end{aligned} \quad (10)$$

Учитывая выражение для полной производной от давления по времени

$$\frac{dP_r}{dt} = \frac{\partial P_r}{\partial t} + \frac{\partial P_r}{\partial y} u_r, \quad (11)$$

получим в переменных Лагранжа [4]

$$T_r(x, y_t, t) = -\varepsilon [P_r(x, y_t, t) - P_r(x, y_1, 0)] + (\varepsilon + \eta_r^*) \int_0^t \left(\frac{\partial P_r(x, y_\tau, \tau)}{\partial \tau} \right) d\tau. \quad (12)$$

Для обратного перехода к переменным Эйлера необходимо в (12) произвести замену $y_1 = y_1(y, t)$.

Аналогичным образом уравнение теплопереноса для трещины в переменных Эйлера можно привести к следующему виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_f}{\partial t} + u_f(x, t) \frac{\partial T_f}{\partial x} + \frac{u_{r0}(x, t)}{w_f} T_f = \\ = -\varepsilon u_f \frac{\partial P_f}{\partial x} + \eta_f^* \frac{\partial P_f}{\partial t} + \frac{u_{r0}(x, t) T_{r0}(x, t)}{w_f}. \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{В координатах Лагранжа} \quad \frac{dx}{dt} = u_f(x, t), \quad (14)$$

$$x|_{t=0} = x_1,$$

где x_1 — начальное положение характеристик в трещине, уравнение (13) примет следующий вид:

$$\frac{dT_f}{dt} + \frac{u_{r0}(x_t, t)}{w_f} T_f = -\varepsilon u_f \frac{\partial P_f}{\partial x} + \eta_f^* \frac{\partial P_f}{\partial t} + \frac{u_{r0}(x_t, t) T_{r0}(x_t, t)}{w_f}. \quad (15)$$

$$\text{Представим} \quad x_t = \varphi(t, x_1) \quad (16)$$

и зафиксируем величину x_1 , в этом случае уравнение (15) будет представлять собой обыкновенное дифференциальное уравнение с параметром:

$$\frac{dT_f}{dt} + f(x_1, t) T_f = g(x_1, t), \quad (17)$$

где функции f и g запишутся в виде:

$$\begin{aligned} f(x_1, t) &= \frac{u_{r0}(x_t(x_1, t), t)}{w_f}, \\ g(x_1, t) &= \varepsilon u_f \frac{\partial P_f}{\partial x}(x_t(x_1, t)) + \eta_f^* \frac{\partial P_f}{\partial t}(x_t(x_1, t)) + f(x_1, t) T_{r0}(x_t(x_1, t), t). \end{aligned} \quad (18)$$

Решение (17) с учетом начальных условий (5) имеет вид

$$T_f(x_1, t) = \left[\int_0^t g(x_1, \tau) \exp\left(-\int_0^\tau f(x_1, \varsigma) d\varsigma\right) d\tau \right] \exp\left(-\int_0^t f(x_1, \tau) d\tau\right). \quad (19)$$

Переход к эйлеровым переменным осуществляется решением дифференциального уравнения (14) и получением зависимости $x_1 = x_1(x, t)$.

Таким образом, построено аналитическое решение для распределения нестационарного поля температуры в пласте и трещине, обусловленного баротермическим эффектом, при однофазной фильтрации в билинейном приближении. Следует отметить, что формулы (12) и (19) представлены в наиболее общем виде и могут применяться для расчета распределения температуры по произвольному распределению давления $P_r(x, y, t)$ и $P_f(x, t)$.

Обсуждение

Анализ результатов моделирования

Расчет нестационарной температуры рассмотрим на базе модели жесткого пласта, т. е. с допущением, что жидкость и скелет породы являются несжимаемыми. На границе трещины со скважины рассмотрим граничные условия второго рода (постоянный дебит скважины Q). Решение уравнений (1) с учетом граничных условий (6) имеет вид:

$$P_r(x, y, t) = \left[\left(C_1 \exp^{\lambda x} + C_2 \exp^{-\lambda x} \right) \frac{(L_y - y)}{L_y} + P_0 \right] \delta(t), \quad (20)$$

$$P_f(x, t) = \left(C_1 \exp^{\lambda x} + C_2 \exp^{-\lambda x} + P_0 \right) \delta(t),$$

где L_y — расстояние от плоскости трещины до границы контура питания, коэффициенты C_1 , C_2 и λ рассчитываются согласно формулам:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\chi_r}{\chi_f w_f L_y}},$$

$$C_1 = -\frac{Q\mu}{k_f w_f h_r \lambda (\exp(2\lambda L_x) - 1)}, \quad (21)$$

$$C_2 = -\frac{Q\mu}{k_f w_f h_r \lambda} \left(1 + \frac{1}{(\exp(2\lambda L_x) - 1)} \right),$$

где L_x — полудлина трещины.

Формула (12) для расчета температурного поля в пласте запишется в виде

$$T_r(x, y, t) = \varepsilon \left(P_r(x, y_1, t) - P_r(x, y, t) \right) - \eta^* (P_0 - P_r(x, y_1, t)),$$

$$y_1 = y + \frac{\rho c k_f (P_0 - P_f(x, t))}{C_r \mu L_y}. \quad (22)$$

Характеристики $x_t(x_1, t)$ для области трещины определяются решением дифференциального уравнения (14) методом разделения переменных:

$$x_t(x_1, t) = \ln \left[\sqrt{\frac{|C_2|}{|C_1|}} \operatorname{tgh} \left(\operatorname{arctgh} \left(\frac{|C_1|}{|C_2|} \exp(\lambda x_1) \right) + \frac{ck_f}{\mu} \sqrt{|C_1||C_2|} \lambda^2 t \right) \right]. \quad (23)$$

Характеристики (23) используются при расчете температурного поля в трещине в соответствии с уравнением (19). Принятые при моделировании параметры представлены в таблице 1.

Корректность аналитической модели контролировалась сравнением с результатами численного решения, полученного при помощи программного пакета Ansys Fluent. Размер пласта при тестировании (1/4 часть) принят 25×25 м, трещина моделировалась двумерной прямоугольной зоной полушириной 0,005 м

Таблица 1

Параметры пласта и флюида

Table 1

Formation and fluid parameters

Параметр	Значение
Проницаемость пласта 10^{-15} , м ² (мД)	10
Проницаемость трещины 10^{-15} , м ² (мД)	10 000
Пористость пласта, д. ед.	0,2
Пористость трещины, д. ед.	0,2
Сжимаемость скелета 10^{-12} , Па ⁻¹	1
Сжимаемость флюида 10^{-12} , Па ⁻¹	20
Плотность скелета, кг/м ³	2 700
Плотность жидкости (нефть), кг/м ³	800
Вязкость жидкости, мПа·с	2
Теплоемкость скелета, Дж/(кг·К)	1 000
Теплоемкость флюида, Дж/(кг·К)	2 000
Коэффициент Джоуля — Томсона, К/МПа	0,4
Адиабатический коэффициент, К/МПа	0,14
Пластовое давление, Мпа	10
Дебит жидкости, м ³ /сут	20
Расстояние от трещины до контура питания, м	100
Полудлина трещины, м	100
Ширина трещины, мм	10

и полудлиной 25 м. С целью исключения температурных скачков в начальный момент времени, обусловленных резким падением давления для модели несжимаемого пласта, адиабатический коэффициент принят равным нулю. На графиках (рис. 2) представлено сравнение результатов расчета давления и температуры в трещине по аналитической и численной моделям. Из графиков (рис. 2, *a* и *b*) видно, что расчетные графики практически совпадают: отклонение кривых

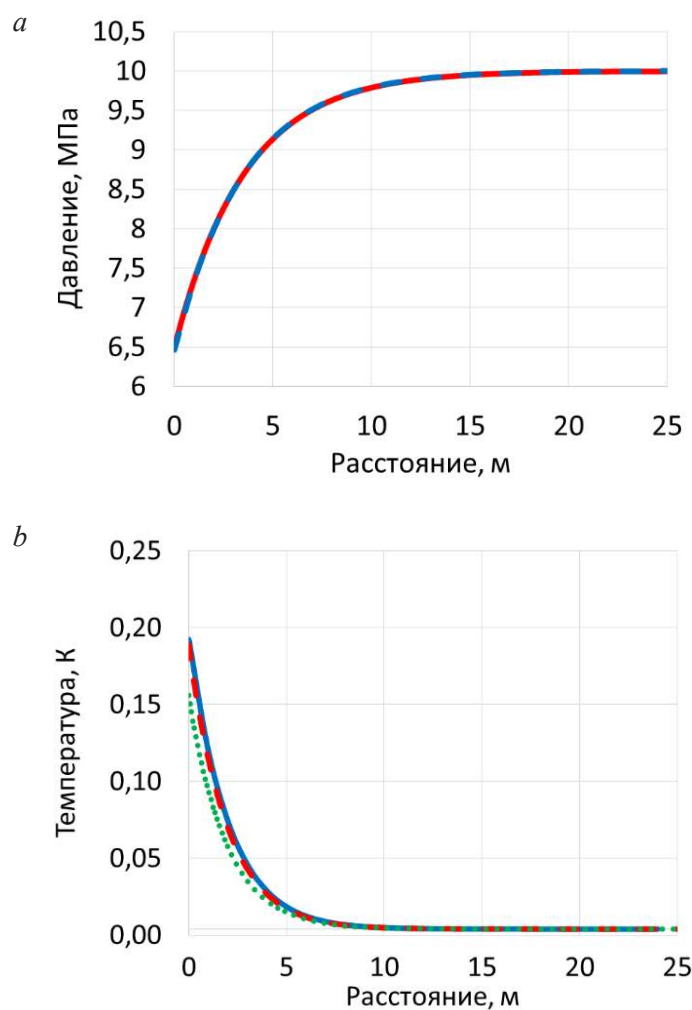


Рис. 2. Распределение давления (*a*) и температуры (*b*) вдоль трещины через 1 час после пуска скважины (сплошная линия — численное решение, штриховая — аналитическое решение, точки — численное решение с учетом теплопроводности)

Fig. 2. Distribution of the pressure (*a*) and temperature (*b*) along the fracture 1 hour after the well start-up (solid line — numerical solution, dotted line — analytical solution, dots — numerical solution taking into account the thermal conductivity)

давления в трещине не превышает 0,03 МПа (0,5%), кривых температуры — 0,004 К (2,2%). Учет теплопроводности (теплопроводность скелета принята равной 2 Вт/(м · К), флюида — 0,15 Вт/(м · К)) приводит к некоторому снижению температуры (с 0,18 до 0,15 К) в трещине за счет теплообмена с более холодным пластом, при этом качественно характер кривых близок.

На рис. 3 показано распределение давления в пласте и трещине при фильтрации согласно аналитической модели. В направлении, перпендикулярном плоскости трещины, давление в пласте изменяется по линейному закону, причем составляющая градиента давления вдоль оси Oy снижается по мере увеличения расстояния до скважины (x -координаты). Давление вдоль трещины возрастает по экспоненциальному закону, причем максимальный градиент в трещине наблюдается в прискважинной зоне.

Динамика изменения во времени температуры жидкости, движущейся по трещине, показана на рис. 4. В начальный момент времени в трещине формируется отрицательная температурная аномалия (величиной порядка 0,07 К), обусловленная эффектом адиабатического охлаждения, с увеличением времени температура жидкости возрастает благодаря эффекту Джоуля — Томсона, достигая через 10 часов после пуска скважины 0,50 К на границе скважины с трещиной. При нулевом притоке жидкости в трещину из пласта температурная аномалия в трещине достигает до 1,12 К, что выше значения, рассчитанного с учетом утечек. Таким образом, разогрев жидкости, притекающей в скважину, обусловлен в основном вкладом эффекта Джоуля — Томсона при движении жидкости по трещине.

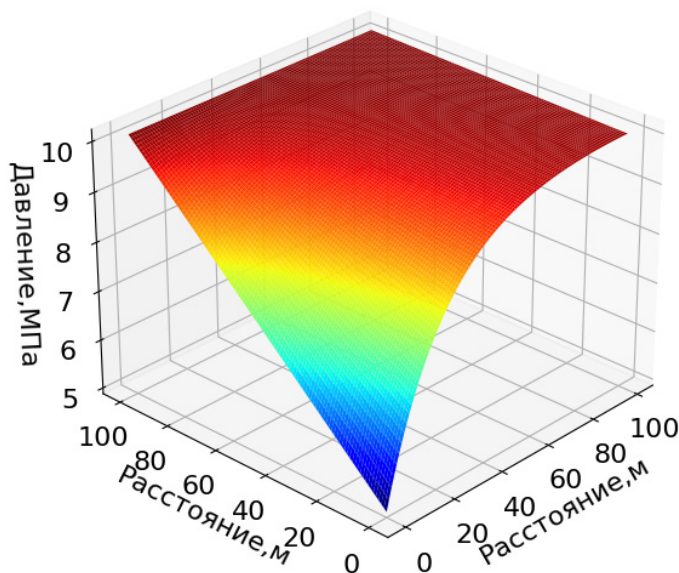


Рис. 3. Распределение давления в пласте и трещине

Fig. 3. Pressure distribution in the formation and fracture

На рис. 5, 6 показано влияние параметров трещины (ширины и проницаемости) на особенности распределения температуры жидкости вдоль трещины. По мере снижения ширины и проницаемости трещины градиент давления в ней увеличивается, что приводит к росту вклада эффекта Джоуля — Томсона, в результате температура жидкости в трещине увеличивается. В частности,

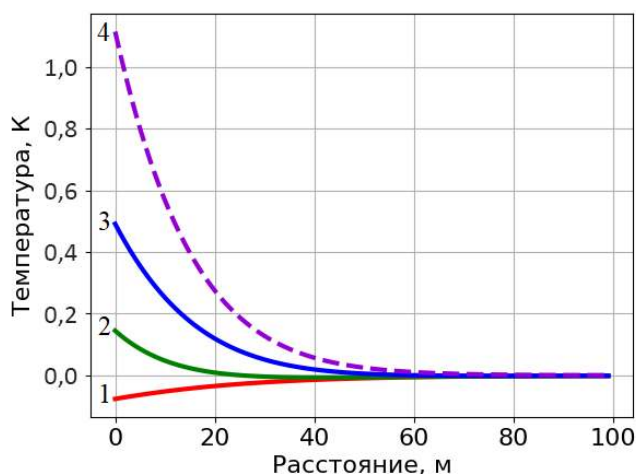


Рис. 4. Распределение температуры вдоль трещины в различные моменты времени (1 — 0,1 ч, 2 — 2 ч, 3 — 10 ч, 4 — 10 ч без учета притока из пласта в трещину)

Fig. 4. Temperature distribution along the fracture at different time points (1 — 0.1 h, 2 — 2 h, 3 — 10 h, 4 — 10 h without taking into account the inflow from the formation into the fracture)

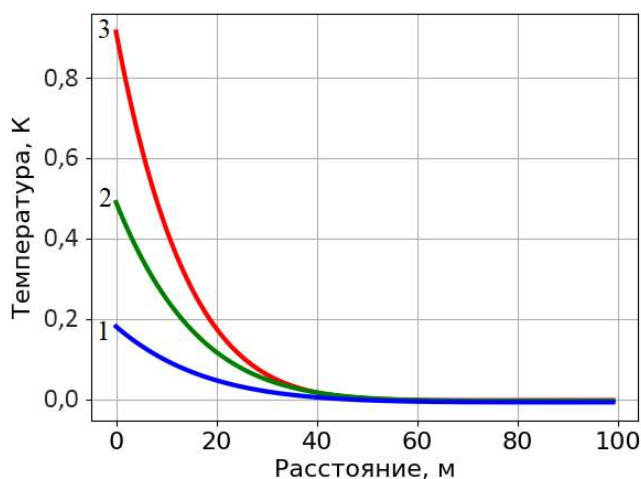


Рис. 5. Влияние ширины трещины на распределение температуры вдоль нее (1 — 20 мм, 2 — 10 мм, 3 — 5 мм, $t = 10$ ч)

Fig. 5. Influence of the fracture width on the temperature distribution along it (1 — 20 mm, 2 — 10 mm, 3 — 5 mm, $t = 10$ h)

в модельном примере при снижении ширины трещины с 20 до 5 мм температурная аномалия жидкости на границе трещины со скважиной возросла с 0,18 до 0,92 К; при снижении проницаемости трещины с 50 до 2 Д температура жидкости увеличилась с 0,14 до 1,40 К.

Влияние ширины трещины на динамику изменения температуры жидкости, притекающей в скважины, показано на рис. 7.

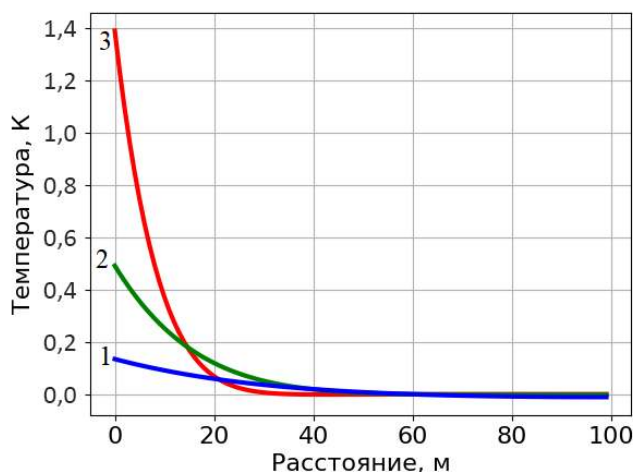


Рис. 6. Влияние проницаемости трещины на распределение температуры вдоль нее (1 — 50 Д, 2 — 10 Д, 3 — 2 Д, $t = 10$ ч)

Fig. 6. Influence of the fracture permeability on the temperature distribution along it (1 — 50 D, 2 — 10 D, 3 — 2 D, $t = 10$ h)

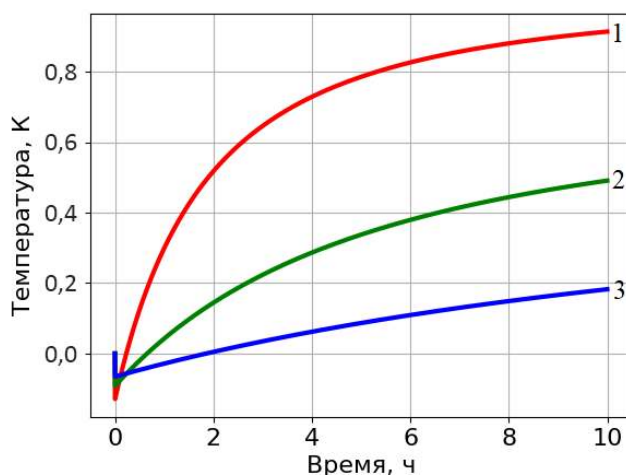


Рис. 7. Изменение температуры жидкости, притекающей в скважину, при различной ширине трещины (1 — 5 мм, 2 — 10 мм, 3 — 20 мм)

Fig. 7. Change in the temperature of the fluid flowing into the well at different fracture widths (1 — 5 mm, 2 — 10 mm, 3 — 20 mm)

Начальная отрицательная температурная аномалия, обусловленная адиабатическим охлаждением жидкости, при увеличении ширины трещины от 5 до 20 мм снижается с 0,13 до 0,06 К, поскольку по мере роста ширины трещины увеличивается ее пропускная способность, и величина депрессии на пласт, необходимой для поддержания заданного дебита жидкости Q , снижается (соответственно, уменьшается и аномалия адиабатического охлаждения). С течением времени температура притекающей в скважину жидкости возрастает, причем величина положительной температурной аномалии также увеличивается по мере снижения ширины трещины: с 0,18 К (при ширине 20 мм) до 0,92 К (при ширине 5 мм). Таким образом, температура притекающей жидкости в значительной степени чувствительна к параметрам трещины гидроразрыва.

Заключение

Разработана аналитическая модель неизотермической фильтрации однофазного флюида в пласте с вертикальной трещиной гидроразрыва. Путем сравнения с результатами численного моделирования показана корректность и адекватность полученного аналитического решения. В рамках модели несжимаемого пласта выполнен расчет нестационарного температурного поля в пласте с трещиной для режима постоянного отбора. Проанализировано влияние параметров трещины (ширины и проницаемости) на характер динамики температуры жидкости, поступающей в скважину. Показано, что формирование температурного поля определяется проявлением эффектов Джоуля — Томсона и адиабатического охлаждения. Установлено, что разогрев жидкости, притекающей в скважину, обусловлен в основном вкладом эффекта Джоуля — Томсона при движении жидкости по трещине.

Аномалия адиабатического охлаждения притекающей в скважину жидкости формируется в начальный момент времени, причем ее величина возрастает при уменьшении ширины трещины. Положительная температурная аномалия, формируемая за счет эффекта Джоуля — Томсона в процессе фильтрации жидкости, увеличивается по мере снижения ширины и проницаемости трещины вследствие роста градиента давления в ней.

Предложенная аналитическая модель может быть использована в дальнейшем для построения эффективных обратных решателей с целью оценки параметров трещины гидроразрыва на основе фактических замеров нестационарной температуры в стволе добывающих скважин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булгакова Г. Т. Математическое моделирование тепломассопереноса в вертикальной трещине гидроразрыва пласта при закачке и очистке трещины / Г. Т. Булгакова, А. Р. Шарифуллин, М. Р. Ситдилов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2020. Том 6. № 2 (22). С. 41-62. DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-2-41-62

2. Валиуллин Р. А. Использование нестационарной термометрии для диагностики состояния скважин / Р. А. Валиуллин, Р. Ф. Шарафутдинов, В. Я. Федотов, М. Ф. Закиров, А. М. Шарипов, К. Р. Ахметов, Ф. Ф. Азизов // Нефтяное хозяйство. 2015. № 5. С. 93-96.
3. Гильмиев Д. Р. Моделирование неизотермического заводнения нефтяного пласта с трещинами гидроразрыва / Д. Р. Гильмиев, А. Б. Шабаров // Инновации и инвестиции. 2013. № 7. С. 32-38.
4. Рамазанов А. Ш. Аналитическая модель нестационарной температуры в неоднородном пласте / А. Ш. Рамазанов, Д. Ф. Исламов // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2017. Том 328. № 5. С. 39-48.
5. Рамазанов А.Ш. Оценка влияния теплоемкости трещины при измерении нестационарной температуры в скважине с ГРП / А. Ш. Рамазанов, А. М. Шарипов // Научно-технический вестник «Каротажник». 2016. № 5 (263). С. 81-87.
6. Фахреева Р. Р. Численное моделирование изменения давления и температуры в пласте с положительным и отрицательным скин-фактором / Р. Р. Фахреева, И. А. Шарафутдинов, Ю. А. Питюк // Вестник башкирского университета. 2019. № 2. С. 272-277.
7. Хасанов М. М. Определение дебита вертикальных скважин с гидроразрывом пласта на неустановившемся режиме фильтрации / М. М. Хасанов, О. Ю. Головнева // Нефтяное хозяйство. 2016. № 12. С. 64-68.
8. Шарафутдинов Р. Ф. Численное исследование температурного поля в пласте с трещиной гидроразрыва / Р. Ф. Шарафутдинов, А. А. Садретдинов, А. М. Шарипов // Прикладная механика и техническая физика. 2017. № 4. С. 153-162.
9. Шарипов А. М. Исследование восстановления температуры в скважине после прекращения закачки воды в пласт с трещиной ГРП / А. М. Шарипов, Р. Ф. Шарафутдинов, А. Ш. Рамазанов, Р. А. Валиуллин // Вестник Башкирского университета. 2017. № 2. С. 315-319.
10. Экономидес М. Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике / М. Экономидес, Р. Олини, П. Валько. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007. 236 с.
11. Kamphuis H. A new simulator for the calculation of the in situ temperature profile during well stimulation fracturing treatments / H. Kamphuis, D. R. Davies, L. P. Roodhart // Journal of Canadian Petroleum Technology. 1993. Vol. 32. No. 5. Pp. 38-47. DOI: 10.2118/93-05-03
12. Mao Y. Fracture diagnostic using distributed temperature measurements during stimulation fluid flow-back / Y. Mao, M. Zeidouni, C. Godefroy, M. Gysen // SPE Oklahoma City Oil and Gas Symposium (9-10 April, Oklahoma City, Oklahoma, USA). 2019. Paper SPE-195221-MS. DOI: 10.2118/195221-MS
13. Meyer B. R. Heat transfer in hydraulic fracturing / B. R. Meyer // SPE Production Engineering. 1989. Vol. 4. No. 4. Pp. 423-429. DOI: 10.2118/17041-PA
14. Onay M. E. Analytical solutions for predicting fracture outlet temperature of produced fluid from enhanced geothermal systems with different well-completion configurations / M. E. Onay // SPE Annual Technical Conference & Exhibition originally scheduled to be held (5-7 October 2020, Denver, Colorado, USA). 2020. Paper SPE-204274-STU. DOI: 10.2118/204274-STU

15. Pityuk Yu. A. Three-dimensional numerical simulation of pressure and temperature dynamics in a fractured well / Yu. A. Pityuk, A. Ya. Davletbayev, A. A. Musin, D. F. Marin, E. V. Seltikova et al. // SPE Russian Petroleum Technology Conference and Exhibition held (24-26 October, Moscow, Russia). 2016. Paper SPE-181971-MS. DOI: 10.2118/181971-MS
16. Ribeiro P. M. Pressure and temperature transient analysis: hydraulic fractured well application / P. M. Ribeiro, R. N. Horne // SPE annual technical conference and exhibition (30 September — 2 October, New Orleans, Louisiana, USA). 2013. Paper SPE-166222-MS. DOI: 10.2118/166222-MS
17. Yoshida N. Comprehensive modeling of downhole temperature in a horizontal well with multiple fractures // N. Yoshida, A. D. Hill, D. Zhu // SPE Journal. 2018. No. 10. Pp. 1580-1602.

Ramil F. SHARAFUTDINOV¹

Filyus F. DAVLETSHIN²

UDC 532.546

**AN ANALYTICAL MODEL OF A NON-STATIONARY
TEMPERATURE FIELD IN A RESERVOIR
WITH A HYDRAULIC FRACTURING***

¹ Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Geophysics,
Bashkir State University (Ufa)
gframil@inbox.ru

² Postgraduate Student, Department of Geophysics,
Bashkir State University (Ufa)
felix8047@mail.ru

Abstract

At the present stage of development of the oil and gas industry, considerable attention is paid to methods of increasing oil recovery of productive reservoirs. One of the most popular methods of intensifying oil production today is hydraulic fracturing. The efficiency and success of hydraulic fracturing largely depends on the parameters of the formed fracture; in this regard, the development of methods for evaluating the parameters of hydraulic fracturing fractures is an urgent task. Non-stationary thermometry is a promising area for monitoring the quality of hydraulic fracturing. To date, thermometry is used to localize the locations of multiple fractures in horizontal wells. In this paper, we study the application of non-stationary thermometry for estimating the parameters of a vertical hydraulic fracturing fracture.

An analytical model of non-isothermal single-phase fluid filtration in a reservoir with a vertical fracture is developed. To calculate the temperature field in the formation and the fracture,

* The research was supported by the Russian Science Foundation (grant No. 2021-218-13-7950-6001).

Citation: Sharafutdinov R. F., Davletshin F. F. 2021. "An analytical model of a non-stationary temperature field in a reservoir with a hydraulic fracturing". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 7, no. 2 (26), pp. 75-94.
DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-75-94

the convective heat transfer equation is used, taking into account the thermodynamic effects (Joule — Thomson and adiabatic), for the fracture, the heat and mass transfer between the fracture and the formation area is also taken into account. To assess the correctness of the model, the analytical solution is compared with the results of numerical modeling in the Ansys Fluent software package.

The nonstationary temperature field is calculated for the constant sampling mode. It is established that at the initial moment of time after the well start-up, a negative temperature anomaly is formed due to the adiabatic effect, the value of which increases with a decrease in the fracture width. Over time, the temperature of the fluid flowing into the well increases due to the Joule — Thomson effect, and the value of the positive temperature anomaly increases as the width and permeability of the fracture decreases due to an increase in the pressure gradient in it.

The developed analytical model can be used to solve inverse problems for estimating hydraulic fracturing parameters based on non-stationary temperature measurements in the wellbore of producing wells.

Keywords

Hydraulic fracturing, analytical model, nonstationary temperature field, Joule — Thomson effect, adiabatic cooling, fracture width, characterization method.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-75-94

REFERENCES

1. Bulgakova G. T., Sharifullin A. R., Sitdikov M. R. 2020. “Mathematical modeling heat and mass transfer in a vertical hydraulic fracture crack during inflation and cleaning”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 6, no. 2 (22), pp. 41-62. DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-2-41-62 [In Russian]
2. Valiullin R. A. Sharafutdinov R. F., Fedotov V. Ya., Zakirov M. F., Sharipov A. M., Akhmetov K. R., Azizov F. F. 2015. “The use of non-stationary thermometry for diagnosing the state of wells”. Oil Industry, no. 5, pp. 93-96. [In Russian]
3. Gilmiev D. R., Shabarov A. B. 2013. “Modeling of non-isothermal flooding of an oil reservoir with hydraulic fracturing cracks”. Innovations and Investments, no. 7. pp. 32-38. [In Russian]
4. Ramazanov A. SH., Islamov D. F. 2017. “Analytical model of non-stationary temperature in heterogeneous reservoir”. Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering, vol. 328, no. 5, pp. 39-48. [In Russian]
5. Ramazanov A. Sh., Sharipov A. M. 2016. “Assessment of the influence of the heat capacity of a hydraulic fracture on measurements of unsteady temperature in a well”. Scientific and Technical Bulletin “Karotazhnik”, no. 5 (263), pp. 81-86. [In Russian]
6. Fakhreeva R. R., Zarafutdinov I. A., Pityuk Yu. A. 2019. “Numerical modeling of pressure and temperature changes in a reservoir with a positive and negative skin factor”. Bulletin of the Bashkir University, no. 2. pp. 272-277. [In Russian]

7. Khasanov M. M., Golovneva O. Yu. 2016. "Determination of the flow rate of vertical wells with hydraulic fracturing on the unsteady filtration mode". *Oil Industry*, no. 12, pp. 64-68. [In Russian]
8. Sharafutdinov R. F., Sadretudinov A. A., Sharipov A. M. 2017. "Numerical study of the temperature field in a reservoir with hydraulic fracturing". *Applied Mechanics and Technical Physics*, no. 4, pp. 153-162. [In Russian]
9. Sharipov A.M., Sharafutdinov R. F., Ramazanov A. SH., Valiullin R. A. 2017. "Study of the temperature recovery process in a well after stop of water injection in a reservoir with hydraulic fracturing". *Bulletin of the Bashkir University*, no. 2, pp. 315-319. [In Russian]
10. Economides M., Olini R., Valko P. Unified design of hydraulic fracturing: from theory to practice 2007. Moscow-Izhevsk, Institute of Computer Research, 2007. 236 pp. [In Russian]
11. Kamphuis H., Davies D. R., Roodhart L. P. 1993. "A new simulator for the calculation of the in situ temperature profile during well stimulation fracturing treatments". *Journal of Canadian Petroleum Technology*, vol. 32, no. 5, pp. 38-47. DOI: 10.2118/93-05-03
12. Mao Y., Zeidouni M., Godefroy C., Gysen M. 2019. "Fracture diagnostic using distributed temperature measurements during stimulation fluid flow-back". *SPE Oklahoma City Oil and Gas Symposium* (9-10 April, Oklahoma City, Oklahoma, USA). Paper SPE-195221-MS. DOI: 10.2118/195221-MS
13. Meyer B. R. 1989. "Heat transfer in hydraulic fracturing". *SPE Production Engineering*, vol. 4, no. 4, pp. 423-429. DOI: 10.2118/17041-PA
14. Onay M. E. 2020. "Analytical solutions for predicting fracture outlet temperature of produced fluid from enhanced geothermal systems with different well-completion configurations". *SPE Annual Technical Conference & Exhibition* originally scheduled to be held (5-7 October 2020, Denver, Colorado, USA). Paper SPE-204274-STU. DOI: 10.2118/204274-STU
15. Pityuk Yu. A., Davletbayev A. Ya., Musin A. A., Marin D. F., Seltikova E. V., Zarafutdinov I. A., Kovaleva L. A., Fursov G. A., Nazargalin E. R., Mustafin D. A. 2016. "Three-dimensional numerical simulation of pressure and temperature dynamics in a fractured well". *SPE Russian Petroleum Technology Conference and Exhibition* held (24-26 October, Moscow, Russia). Paper SPE-181971-MS. DOI: 10.2118/181971-MS
16. Ribeiro P. M., Horne R. N. 2013. "Pressure and temperature transient analysis: hydraulic fractured well application". *SPE Annual Technical Conference and Exhibition* (30 September — 2 October, New Orleans, Louisiana, USA). Paper SPE-166222-MS. DOI: 10.2118/166222-MS
17. Yoshida N., Hill A. D., Zhu D. 2018. "Comprehensive modeling of downhole temperature in a horizontal well with multiple fractures". *SPE Journal*, no. 10, pp. 1580-1602.