

## **МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ**

**Амир Анварович ГУБАЙДУЛЛИН<sup>1</sup>**

**Анна Владимировна ПЯТКОВА<sup>2</sup>**

УДК 534.2

### **ОСОБЕННОСТИ АКУСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ ИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ В ПОЛОСТЯХ РАЗНОГО ДИАМЕТРА**

<sup>1</sup> доктор физико-математических наук, профессор,  
Тюменский государственный университет;  
директор, Тюменский филиал Института теоретической  
и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН  
a.a.gubaidullin@yandex.ru

<sup>2</sup> кандидат физико-математических наук, научный сотрудник,  
Тюменский филиал Института теоретической  
и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН;  
научный сотрудник, Институт механики и машиностроения  
Казанского научного центра РАН (г. Казань)  
annyakovenko@yandex.ru

#### **Аннотация**

Акустическое течение (или вторичное течение) представляет собой средний по времени поток массы, имеющий вихревой характер и возникающий помимо колебательного движения в акустическом поле. Акустические течения достаточно широко изучаются в

---

**Цитирование:** Губайдуллин А. А. Особенности акустического течения при изотермических граничных условиях в полостях разного диаметра / А. А. Губайдуллин, А. В. Пяткова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 4. С. 105-117.

DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-105-117

---

настоящее время как теоретически, так и экспериментально. При помощи акустических течений можно добиться усиления процесса теплопереноса, улучшения работы термоакустических рефрижераторов, акустических резонаторов или других устройств, в которых реализуется связь механической и тепловой энергии. Существенное влияние на форму и направление вращения вихрей акустического течения оказывают граничные условия на стенках полости. Это особенно хорошо проявляется при отдалении частоты вибрации от резонансной. Течения при подобных условиях еще недостаточно полно изучены. Целью данного исследования является получение картин акустического течения при учете теплообмена (при изотермических граничных условиях) при отдалении частоты вибрации от резонансной для полостей разного диаметра. Задача решена численно, использовалась неявная численная схема и метод контрольного объема. Программный код ранее был неоднократно протестирован, также было проведено сравнение с приближенным аналитическим решением. В представленной работе установлено, что при уменьшении частоты вибрации при фиксированном диаметре полости вихри шлихтинговского течения уменьшаются в размерах, отходят от торцов полости и смещаются к центру боковой поверхности, либо исчезают совсем. Также выявлено, что при уменьшении радиуса полости вихри рэлеевского течения не исчезают, как было при близкой к резонансной частоте вибрации, а сосредотачиваются вблизи торцов полости.

#### Ключевые слова

Акустическое течение, шлихтинговское течение, рэлеевское течение, цилиндрическая полость, полости разного диаметра, частота вибрации, толщина акустического пограничного слоя.

DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-105-117

#### Введение

Под акустическим течением понимают средний по времени поток массы вихревого характера, который возникает помимо колебательного движения в акустическом поле [4, 6]. Можно выделить шлихтинговское течение (такое течение возникает в вязком пограничном слое вблизи стенки) и рэлеевское течение. При этом вихри данных течений имеют строго определенное направление вращения. В вихрях шлихтинговского течения перенос массы вблизи стенки идет от узлов колебательной скорости к пучностям. Направление же вращения рэлеевских вихрей противоположно направлению вращения шлихтинговских вихрей [4]. Толщина акустического пограничного слоя определяется формулой  $\delta_v = (2\nu/\omega)^{1/2}$ , где  $\omega$  — частота воздействия,  $\nu$  — кинематическая вязкость. В работах [14, 15] получено аналитическое решение для нахождения акустического течения в прямоугольной и цилиндрической полостях. Также в [14, 15] показано существенное влияние отношения полуширины полости (радиуса полости) к толщине акустического пограничного слоя на картину акустического течения. Для случая воздействия с наименьшей резонансной частотой выявлено, что при достаточно большом

значении этого отношения в полости наблюдаются лишь вихри рэлеевского течения, по сравнению с которыми вихри шлихтинговского течения пренебрежимо малы. Если же данное отношение меньше 5,7, то присутствуют только вихри шлихтинговского течения.

Изучение акустических течений по-прежнему актуально, что подтверждено достаточно большим числом современных работ по данной тематике [1-3, 7-12, 16-18]. Например, в работе [18] численно и экспериментально исследовано рэлеевское течение в цилиндрической полости в широком диапазоне изменения амплитуды воздействия. Как результаты расчета, так и результаты эксперимента показали, что при возрастании нелинейности процесса центры вихрей рэлеевского течения смещаются к узлам акустической скорости, тогда как в пучности акустической скорости (в центре полости) образуются дополнительные вихри. Данное исследование продолжено в работе [17]. В работах [9, 10] изучено акустическое течение в двумерном прямоугольном канале и в цилиндрическом резонаторе при заданном неоднородном распределении температуры на стенках канала (резонатора). В работе [16] экспериментально исследовано рэлеевское течение в простой модели термоакустического двигателя при наличии стоячих волн.

В работе [13] изучено влияние типа термических граничных условий и нелинейности на акустическое течение в цилиндрической полости. Рассматриваемые частоты вибрации являлись много меньшими резонансной, а амплитуда вибрации была задана достаточно большой, вследствие чего проявлялись нелинейные эффекты. В работе [3] изучено влияние только типа термических граничных условий (наличия теплообмена через стенки полости) на картину акустического течения при малой амплитуде вибрации и более широком, чем в [13], диапазоне частот вибрации. Авторами получено, что учет теплообмена (задание изотермических граничных условий) приводит к существенным изменениям структуры акустического течения при удалении частоты вибрации от резонансной. В работе [1] при схожей с [3] постановке задачи получены картины акустического течения в полости при граничных условиях, заданных через закон Ньютона — Рихмана, и различных значениях коэффициента теплоотдачи.

В представленной работе расширено исследование, начатое в работе [3], для случая полостей разного диаметра. При изотермических граничных условиях показано изменение структуры акустического течения при отдалении частоты воздействия от резонансной. Проиллюстрирована динамика возникновения и изменения формы вихрей при уменьшении радиуса полости.

### Постановка задачи

Рассмотрим цилиндрическую полость с непроницаемыми торцами (рис. 1). Полость имеет длину  $L$  и радиус  $R_0$ . Внутри полости находится воздух при постоянной температуре  $T_0$  и постоянном давлении  $p_0$ . Полость выводится из равновесия вибрационным воздействием  $A \cos(\omega t)$  с амплитудой  $A$  и частотой  $\omega$ , представляющим гармонические колебания вдоль оси полости. На стенках полости задана постоянная температура, равная начальной. Радиус полости и частота вибрации варьируются.

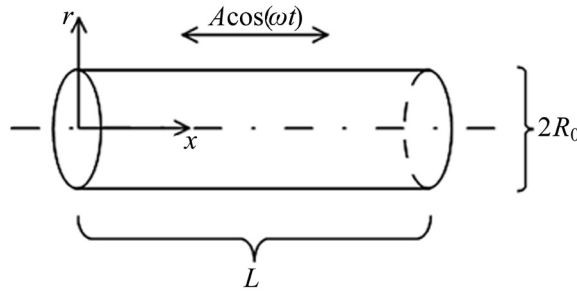


Рис. 1. Схематическое представление задачи Fig. 1. Schematic of the problem

Для описания процесса взята система уравнений газовой динамики в цилиндрической системе координат, записанная с учетом вязкости, теплопроводности и вязкой диссипации. Предполагается осевая симметрия. В безразмерных переменных в системе отсчета, связанной с полостью, данная система уравнений имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{\rho}U}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial R \tilde{\rho}V}{\partial R} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\rho}U}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{\rho}UU}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial R \tilde{\rho}UV}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial X} + N \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial U}{\partial R} \right) \right) + \frac{1}{3} N \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial R V}{\partial R} \right) \right) + \tilde{\rho} \tilde{A} \Omega^2 \cos(\Omega \tau), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\rho}V}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{\rho}UV}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial R \tilde{\rho}VV}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + N \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial V}{\partial R} \right) \right) + \\ + \frac{1}{3} N \left( \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) \right) - \frac{4}{3} N \frac{V}{R^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\rho}\Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \tilde{\rho}U\Theta}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial R \tilde{\rho}V\Theta}{\partial R} = \gamma \Gamma \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right) \right) - \gamma(\gamma-1)P \left( \frac{\partial U}{\partial X} + \right. \\ \left. + \frac{1}{R} \frac{\partial R V}{\partial R} \right) - \frac{2}{3} \gamma(\gamma-1)N \left( \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial R V}{\partial R} \right)^2 + \gamma(\gamma-1)N \left( \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 + \\ + 2\gamma(\gamma-1)N \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial R} \right)^2 + \frac{V^2}{R^2} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

$$P = \frac{\tilde{\rho}(\Theta+1)}{\gamma}. \quad (5)$$

Начальные и граничные условия заданы следующим образом:

$$\tau = 0; U = 0, V = 0, \Theta = 0, P = 1/\gamma, \tilde{\rho} = 1 \quad (6)$$

$$X = 0 : U = 0, V = 0, \Theta = 0, \quad (7)$$

$$X = 1 : U = 0, V = 0, \Theta = 0, \quad (8)$$

$$R = \tilde{R}_0 : U = 0, V = 0, \Theta = 0. \quad (9)$$

Введены следующие безразмерные переменные и параметры:  $X = x/L$ ;  $R = r/L$ ;  $\tau = tc_0/L$ ;  $P = p/(\gamma p_0)$ ;  $\tilde{\rho} = \rho R_g T_0/p_0$ ;  $\Theta = (T - T_0)/T_0$ ;  $U = u/c_0$ ;  $V = v/c_0$ ;  $N = \nu/(c_0 L)$ ;  $\Gamma = \chi/(c_0 L)$ ;  $\tilde{R}_0 = R_0/L$  — безразмерный радиус полости;  $\Omega = \omega L/c_0$  — безразмерная частота вибрации;  $\tilde{A} = A/L$  — безразмерная амплитуда вибрации;  $\gamma$  — показатель адиабаты. Здесь  $x, r$  — пространственные координаты;  $t$  — время;  $u, v$  — осевая и радиальная составляющие скорости;  $T$  — температура;  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости;  $\chi$  — коэффициент температуропроводности;  $c_0$  — адиабатическая скорость звука в невозмущенной среде;  $R_g$  — газовая постоянная.

Осевая и радиальная составляющие скорости акустического течения вычислялись при помощи следующих формул [8]:

$$U_{st} = \frac{\langle \tilde{\rho} U \rangle}{\langle \tilde{\rho} \rangle}, V_{st} = \frac{\langle \tilde{\rho} V \rangle}{\langle \tilde{\rho} \rangle}, \quad (10)$$

где угловые скобки  $\langle \rangle$  обозначают осреднение по времени за один период движения полости  $\tilde{T} = 2\pi/\Omega$ , а  $U_{st}$  и  $V_{st}$  — соответственно безразмерная осевая и радиальная компоненты скорости акустического течения.

### Особенности численной реализации и параметры расчетов

Задача решена численно с использованием методики расчета, кратко описанной в работе [3] и более подробно в работе [5] для одномерного случая. Использована неявная численная схема, дискретизация уравнений осуществлялась при помощи метода контрольного объема. В расчетах были приняты следующие значения безразмерных параметров:  $N = 8,6 \cdot 10^{-6}$ ,  $\Gamma = 1,2 \cdot 10^{-5}$ ,  $\tilde{A} = 0,01$ . Параметры газа были взяты соответствующими свойствам воздуха при температуре 300 К. Размерная длина полости равна 0,005 м. Рассмотрены следующие значения радиуса полости:  $\tilde{R}_0 = 0,01; 0,02; 0,05; 0,1$ . Частота вибрации также варьировалась:  $\Omega = 0,5; 1; 2; 2,5$ . Резонансная частота вибрации для данной полости приблизительно равна  $\pi$ . Число расчетных точек варьировалось от  $502 \times 22$  до  $502 \times 102$  в зависимости от радиуса полости.

### Анализ полученных результатов

При вибрации полости с частотой  $\Omega = 2,5$ , близкой к резонансной частоте, в работе [3] для полости радиуса  $\tilde{R}_0 = 0,02$  показано, что даже при изотермических граничных условиях вихри акустического течения согласуются с теоретическим

представлением [4, 14, 15]. На рис. 2 приведены картины акустического течения при  $\Omega = 2,5$  для полостей различных радиусов  $\tilde{R}_0 = 0,1; 0,05; 0,02; 0,01$ , для которых отношения радиуса полости к толщине акустического пограничного слоя  $\tilde{R}_0/\tilde{\delta}_v$  равны соответственно 38; 19; 7,6; 3,8, где  $\tilde{\delta}_v = \delta_v/L$ . Видно, что при  $\tilde{R}_0 = 0,1; 0,05; 0,02$  присутствуют и шлихтинговские вихри и рэлеевские. При уменьшении радиуса полости (или при уменьшении отношения радиуса полости к толщине акустического пограничного слоя) рэлеевские вихри уменьшаются в размерах, и при  $\tilde{R}_0 = 0,01$  ( $\tilde{R}_0/\tilde{\delta}_v = 3,8$ ) рэлеевские вихри полностью затухают. Этот результат согласуется с работами [14, 15], где показано, что при  $\tilde{R}_0/\tilde{\delta}_v < 5,7$  наблюдается только шлихтинговское течение. Подобное согласование результатов было получено в работе [3], но лишь для полости радиусом  $\tilde{R}_0 = 0,02$  при  $\Omega = 2,5$ . При адиабатических же граничных условиях в [3] показано согласование картины акустического течения с теоретическим представлением при всех исследуемых частотах вибрации.

При уменьшении частоты вибрации начинает проявляться влияние граничных условий, структура акустического течения меняется. Из рис. 3 можно увидеть, что при частоте вибрации  $\Omega = 2$  шлихтинговские вихри несколько уменьшаются в размерах и отходят от торцов полости (рис. 3а, б, с) по сравнению с аналогичными картинами течения на рис. 2. Рэлеевские же вихри, напротив, несколько увеличиваются, а их центры сдвигаются к торцам полости, что тем заметнее, чем уже полость. Для случаев, приведенных на рис. 3, отношения  $\tilde{R}_0/\tilde{\delta}_v$  равны 34; 17; 6,8; 3,4 (в порядке уменьшения радиуса полости). Видно, что при  $\tilde{R}_0 = 0,01$  рэлеевские вихри не исчезли, а уменьшились в размерах и переместились к торцам полости.

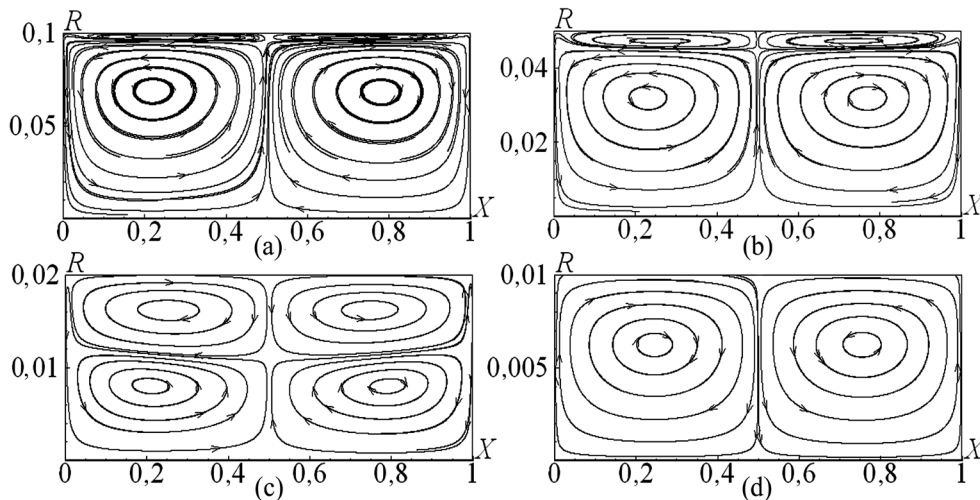


Рис. 2. Линии тока акустического течения при  $\Omega = 2,5$ ;  $\tilde{R}_0 = 0,1$  (а),  $\tilde{R}_0 = 0,05$  (б),  $\tilde{R}_0 = 0,02$  (с),  $\tilde{R}_0 = 0,01$  (д)

Fig. 2. Streamlines of acoustic streaming at  $\Omega = 2,5$ ;  $\tilde{R}_0 = 0,1$  (а),  $\tilde{R}_0 = 0,05$  (б),  $\tilde{R}_0 = 0,02$  (с),  $\tilde{R}_0 = 0,01$  (д)

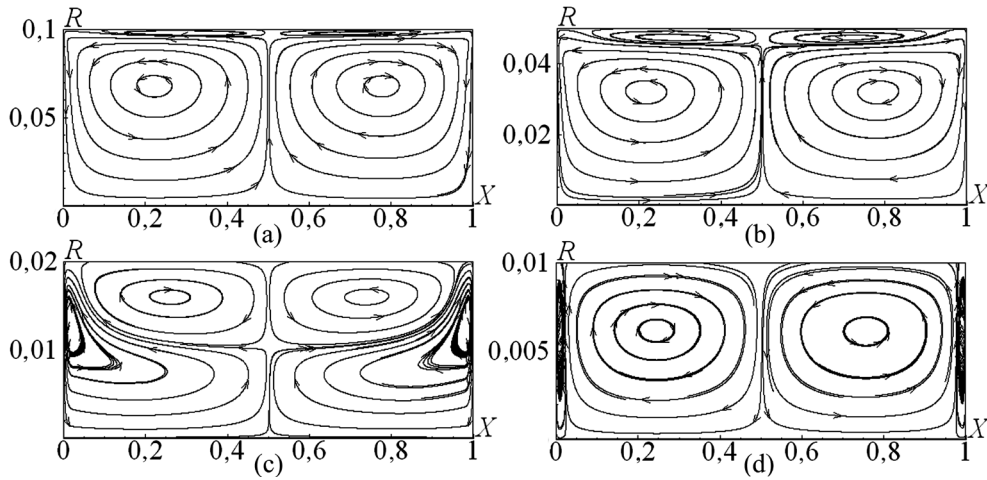


Рис. 3. Линии тока акустического течения при  $\Omega = 2$ ;  $\tilde{R}_0 = 0,1$  (a),  $\tilde{R}_0 = 0,05$  (b),  $\tilde{R}_0 = 0,02$  (c),  $\tilde{R}_0 = 0,01$  (d)

Fig. 3. Streamlines of acoustic streaming at  $\Omega = 2$ ;  $\tilde{R}_0 = 0.1$  (a),  $\tilde{R}_0 = 0.05$  (b),  $\tilde{R}_0 = 0.02$  (c),  $\tilde{R}_0 = 0.01$  (d)

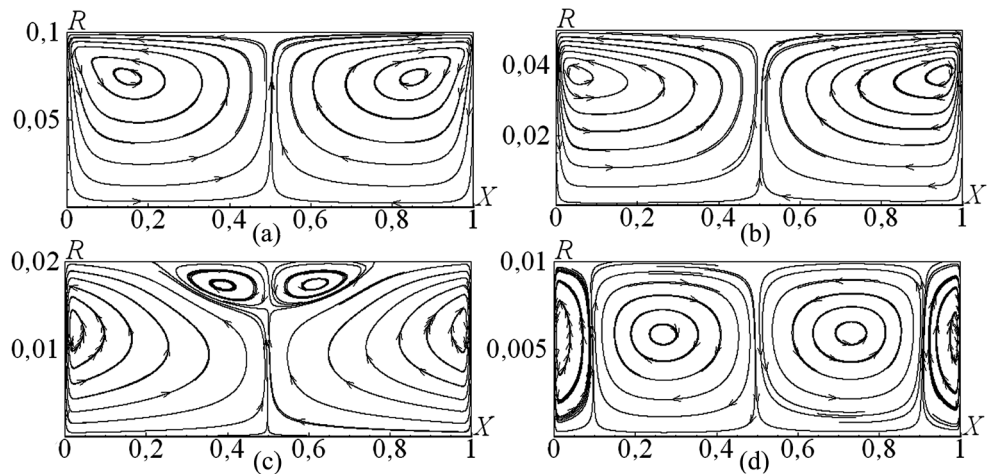


Рис. 4. Линии тока акустического течения при  $\Omega = 1$ ;  $\tilde{R}_0 = 0,1$  (a),  $\tilde{R}_0 = 0,05$  (b),  $\tilde{R}_0 = 0,02$  (c),  $\tilde{R}_0 = 0,01$  (d)

Fig. 4. Streamlines of acoustic streaming at  $\Omega = 1$ ;  $\tilde{R}_0 = 0.1$  (a),  $\tilde{R}_0 = 0.05$  (b),  $\tilde{R}_0 = 0.02$  (c),  $\tilde{R}_0 = 0.01$  (d)

При дальнейшем уменьшении частоты вибрации структура течения еще более отличается от «классической» (рис. 4). При  $\tilde{R}_0 = 0,1$  и даже  $\tilde{R}_0 = 0,05$  шлихтинговские вихри уже не наблюдаются, а центры рэлеевских вихрей еще более сместились к торцам полости. Шлихтинговские вихри появляются лишь при  $\tilde{R}_0 = 0,02$  около центральной части боковой поверхности полости. Затем шлихтинговские вихри расширяются, оттесняя рэлеевские вихри к торцам полости (рис. 4d). Для рассматриваемого случая отношения  $\tilde{R}_0/\tilde{\delta}_v$  равны 24; 12; 4,8; 2,4 (в порядке умень-

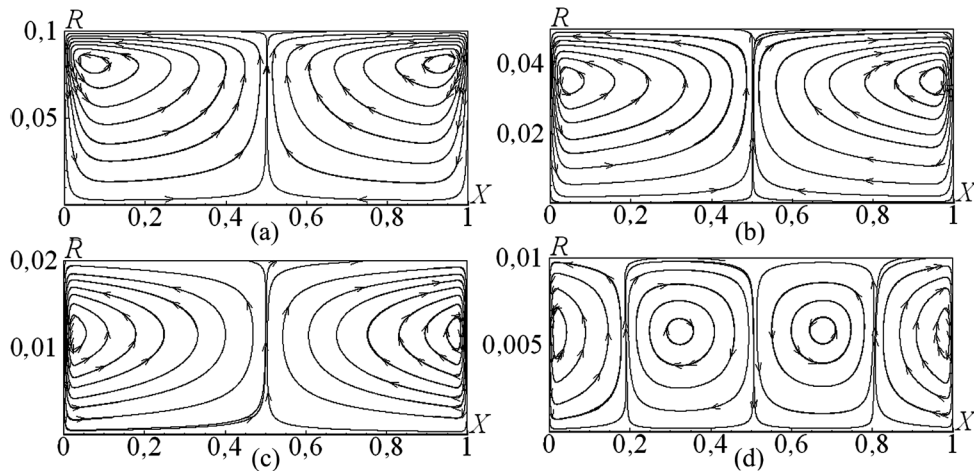


Рис. 5. Линии тока акустического течения при  $\Omega = 0,5$ ;  $\tilde{R}_0 = 0,1$  (a),  $\tilde{R}_0 = 0,05$  (b),  $\tilde{R}_0 = 0,02$  (c),  $\tilde{R}_0 = 0,01$  (d)

Fig. 5. Streamlines of acoustic streaming at  $\Omega = 0,5$ ;  $\tilde{R}_0 = 0,1$  (a),  $\tilde{R}_0 = 0,05$  (b),  $\tilde{R}_0 = 0,02$  (c),  $\tilde{R}_0 = 0,01$  (d)

шения радиуса полости). Таким образом, при  $\Omega = 1$  отношение радиуса полости к толщине акустического пограничного слоя перестает определять структуру акустического течения.

При частоте вибрации  $\Omega = 0,5$  центры вихрей рэлеевского течения еще более сместились к торцам полости (рис. 5). Вихри шлихтинговского течения видны лишь при радиусе полости  $\tilde{R}_0 = 0,01$ , как показано на рис. 5d, при этом они уже заполняют всю центральную часть полости, сместив рэлеевские вихри к торцам.

Отметим, что если при  $\Omega = 2,5$  вихри рэлеевского течения при  $\tilde{R}_0 = 0,01$  отсутствуют, то при уменьшении частоты вибрации при неизменном радиусе полости вихри рэлеевского течения не исчезают, а остаются вблизи торцов полости, и их размер тем больше, чем меньше частота вибрации.

### Заключение

При учете теплообмена, то есть при задании изотермических граничных условий, картина акустического течения при отдалении частоты воздействия от резонансной существенно отличается от теоретического представления. В данной работе это показано на примере акустического течения в четырех цилиндрических полостях разного диаметра. При уменьшении частоты вибрации при фиксированном диаметре полости получено смещение вихрей шлихтинговского течения к центру полости и уменьшение их размеров вплоть до исчезновения, кроме случая полости минимального диаметра из рассмотренных. При этом центры рэлеевских вихрей смещаются к торцам полости. При сужении трубы при постоянной частоте вибрации вихри рэлеевского течения уже не исчезают полностью, как при близкой к резонансу частоте вибрации, а сосредотачиваются вблизи торцов полости, причем размер их тем больше, чем меньше частота вибрации.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Губайдуллин А. А. Акустическое течение при термических граничных условиях 3-го рода / А. А. Губайдуллин, А. В. Пяткова // Акустический журнал. 2018. Том 64. № 3. С. 289-295. DOI: 10.7868/S0320791918030073
2. Губайдуллин А. А. Особенности акустического течения в цилиндрической полости при усилении нелинейности процесса / А. А. Губайдуллин, А. В. Пяткова // Акустический журнал. 2018. Том 64. № 1. С. 13-21. DOI: 10.7868/S0320791917060016
3. Губайдуллин А. А. Особенности акустического течения при учете теплообмена / А. А. Губайдуллин, А. В. Пяткова // Акустический журнал. 2016. Том 62. № 3. С. 288-294. DOI: 10.7868/S0320791916030084
4. Зарембо Л. К. Акустические течения / Л. К. Зарембо // Физика и техника мощного ультразвука / под ред. Л. Д. Розенберга. М.: Наука, 1968. Том 2: Мощные ультразвуковые поля. С. 87-128. DOI: 10.1007/978-1-4757-5408-7\_3
5. Зубков П. Т. Влияние вибрации на область с газом при адиабатических и изотермических граничных условиях / П. Т. Зубков, А. В. Яковенко // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Том 20. № 3. С. 283-294. DOI: 10.1134/S0869864313030037
6. Ниборг В. Акустические течения / В. Ниборг // Физическая акустика / под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1969. Том 2. Ч. Б: Свойства полимеров и нелинейная акустика. С. 302-377. DOI: 10.1016/B978-0-12-395662-0.50015-1
7. Пяткова А. В. Сравнение акустического течения в прямоугольной и цилиндрической полостях / А. В. Пяткова, А. С. Семенова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2017. Том 3. № 3. С. 83-98. DOI: 10.21684/2411-7978-2017-3-3-83-98
8. Aktas M. K. Numerical Simulation of Acoustic Streaming Generated by Finite-Amplitude Resonant Oscillations in an Enclosure / M. K. Aktas, B. Farouk // The Journal of the Acoustical Society of America. 2004. Vol. 116. No 5. Pp. 2822-2831. DOI: 10.1121/1.1795332
9. Cervenka M. Effect of Inhomogeneous Temperature Fields on Acoustic Streaming Structures in Resonators / M. Cervenka, M. Bednarik // The Journal of the Acoustical Society of America. 2017. Vol. 141. No 6. Pp. 4418-4426. DOI: 10.1121/1.4985386
10. Cervenka M. Numerical Study of the Influence of the Convective Heat Transport on Acoustic Streaming in a Standing Wave / M. Cervenka, M. Bednarik // The Journal of the Acoustical Society of America. 2018. Vol. 143. No 2. Pp. 727-734. DOI: 10.1121/1.5023217
11. Daru V. Acoustic and Streaming Velocity Components in a Resonant Waveguide at High Acoustic Levels / V. Daru, I. Reyt, H. Bailliet, C. Weisman, D. Baltean-Carlès // The Journal of the Acoustical Society of America. 2017. Vol. 141. No 1. Pp. 563-574. DOI: 10.1121/1.4974058
12. Gubaidullin A. A. Acoustic Streaming with Heat Exchange / A. A. Gubaidullin, A. V. Pyatkova // Journal of Physics: Conference Series. 2016. Vol. 754. No 2. Pp. 022004. DOI: 10.1088/1742-6596/754/2/022004
13. Gubaidullin A. A. Effects of Heat Exchange and Nonlinearity on Acoustic Streaming in a Vibrating Cylindrical Cavity / A. A. Gubaidullin, A. V. Yakovenko // The Journal

- of the Acoustical Society of America. 2015. Vol. 137. No 6. Pp. 3281-3287.  
DOI: 10.1121/1.4921292
14. Hamilton M. F. Acoustic Streaming Generated by Standing Waves in Two-Dimensional Channels of Arbitrary Width / M. F. Hamilton, Y. A. Ilinskii, E. A. Zabolotskaya // The Journal of the Acoustical Society of America. 2003. Vol. 113. No 1. Pp. 153-160.  
DOI: 10.1121/1.1528928
  15. Hamilton M. F. Thermal Effects on Acoustic Streaming in Standing Waves / M. F. Hamilton, Y. A. Ilinskii, E. A. Zabolotskaya // The Journal of the Acoustical Society of America. 2003. Vol. 114. No 6. Pp. 3092-3101. DOI: 10.1121/1.1618752
  16. Ramadan I. A. Experimental Investigation of the Influence of Natural Convection and End-Effects on Rayleigh Streaming in a Thermoacoustic Engine / I. A. Ramadan, H. Bailliet, J.-C. Valière // The Journal of the Acoustical Society of America. 2018. Vol. 143. No 1. Pp. 361-372. DOI: 10.1121/1.5021331
  17. Reyt I. Experimental Investigation of Acoustic Streaming in a Cylindrical Wave Guide up to High Streaming Reynolds Number // I. Reyt, H. Bailliet, J.-C. Valière / The Journal of the Acoustical Society of America. 2014. Vol. 135. No 1. Pp. 27-37.  
DOI: 10.1121/1.4837855
  18. Reyt I. Fast Acoustic Streaming in Standing Waves: Generation of an Additional Outer Streaming Cell // I. Reyt, V. Daru, H. Bailliet, S. Moreau, J.-C. Valière, D. Baltean-Carlès, C. Weisman / The Journal of the Acoustical Society of America. 2013. Vol. 134. No 3. Pp. 1791-1801. DOI: 10.1121/1.4817888

**Amir A. GUBAIDULLIN<sup>1</sup>**

**Anna V. PYATKOVA<sup>2</sup>**

UDC 534.2

## **SPECIFICITIES OF ACOUSTIC STREAMING UNDER ISOTHERMAL BOUNDARY CONDITIONS IN CAVITIES OF DIFFERENT DIAMETERS**

<sup>1</sup> Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, University of Tyumen;  
Director, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical  
and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences  
a.a.gubaidullin@yandex.ru

<sup>2</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.), Research Associate,  
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics  
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences;  
Research Associate, Institute of Mechanics and Engineering  
Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences  
annyakovenko@yandex.ru

### **Abstract**

Acoustic streaming (or secondary streaming) is a time-average mass transfer, which has a vortex character, and arises in addition to the oscillatory motion in the acoustic field. Acoustic streaming is widely studied at present both theoretically and experimentally. It allows enhancing the heat transfer process and improving the operation of thermoacoustic refrigerators, acoustic resonators, or other devices, in which the connection of mechanical and thermal energy is realized. The boundary conditions on the cavity walls have a significant effect on the shape and direction of rotation of the acoustic streaming vortices. This manifests itself especially when the vibration frequency is distant from the resonant one. Flows under similar conditions are not sufficiently studied.

This study aims to obtain the acoustic streaming patterns when heat exchange is taken into account (under isothermal boundary conditions) when the vibration frequency is moving away

---

**Citation:** Gubaidullin A. A., Pyatkova A. V. 2018. "Specificities of Acoustic Streaming under Isothermal Boundary Conditions in Cavities of Different Diameters". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 4, no 4, pp. 105-117. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-105-117

---

from the resonant one for cavities of different diameters. The problem was solved numerically. An implicit numerical scheme was used to find a numerical solution. The equations were discretized using the control volume method. The program code was previously repeatedly tested, and a comparison with the approximate analytical solution was made.

In this work, the authors found that with a decrease in the vibration frequency at a fixed cavity diameter, the Schlichting streaming vortices decrease in size, move away from the ends of the cavity and are displaced to the center of the lateral surface, or disappear completely. It was also found that with a decrease in the cavity radius, the Rayleigh streaming vortices do not disappear, as was the case when the vibration frequency was close to the resonant one, but concentrated near the ends of the cavity.

### **Keywords**

Acoustic streaming, Schlichting streaming, Rayleigh streaming, cylindrical cavity, cavities of different diameters, vibration frequency, viscous boundary layer thickness.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-105-117**

### **REFERENCES**

1. Gubaidullin A. A., Pyatkova A. V. 2018. "Acoustic Streaming under Thermal Boundary Conditions of the Third Kind". *Acoustical Physics*, vol. 64, no 3, pp. 280-286. DOI: 10.1134/S1063771018030077
2. Gubaidullin A. A., Pyatkova A. V. 2018. "Specificities of Acoustic Streaming in Cylindrical Cavity with Increasing Nonlinearity of the Process". *Acoustical Physics*, vol. 64, no 1, pp. 18-26. DOI: 10.1134/S106377101706001X
3. Gubaidullin A. A., Pyatkova A. V. 2016. "Acoustic Streaming with Allowance for Heat Transfer". *Acoustical Physics*, vol. 62, no 3, pp. 300-305. DOI: 10.1134/S1063771016030088
4. Zarembo L. K. 1971. "Acoustic Streaming". In: Rozenberg L. D. (ed.). *High-Intensity Ultrasonic Fields*, pp. 156-164. New York: Plenum. DOI: 10.1007/978-1-4757-5408-7\_3
5. Zubkov P. T., Yakovenko A. V. 2013. "Vibration Influence on a Region with Gas under the Adiabatic and Isothermal Boundary Conditions". *Thermophysics and Aeromechanics*, vol. 20, no 3, pp. 277-288. DOI: 10.1134/S0869864313030037
6. Nyborg V. 1965. "Acoustic Streaming". In: Mason W. P. (ed.). *Physical Acoustics*, pp. 265-331. New York: Academic Press. DOI: 10.1016/B978-0-12-395662-0.50015-1
7. Pyatkova A. V., Semenova A. S. 2017. "Comparison of Acoustic Streaming in Rectangular and Cylindrical Cavities". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 3, no 3, pp. 83-98. DOI: 10.21684/2411-7978-2017-3-3-83-98
8. Aktas M. K., Farouk B. 2004. "Numerical Simulation of Acoustic Streaming Generated by Finite-Amplitude Resonant Oscillations in an Enclosure". *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 116, no 5, pp. 2822-2831. DOI: 10.1121/1.1795332

9. Cervenka M., Bednarik M. 2017. "Effect of Inhomogeneous Temperature Fields on Acoustic Streaming Structures in Resonators". *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 141, no 6, pp. 4418-4426. DOI: 10.1121/1.4985386
10. Cervenka M., Bednarik M. 2018. "Numerical Study of the Influence of the Convective Heat Transport on Acoustic Streaming in a Standing Wave". *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 143, no 2, pp. 727-734. DOI: 10.1121/1.5023217
11. Daru V., Reyt I., Bailliet H., Weisman C., Baltean-Carlès D. 2017. "Acoustic and Streaming Velocity Components in a Resonant Waveguide at High Acoustic Levels". *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 141, no 1, pp. 563-574. DOI: 10.1121/1.4974058
12. Gubaidullin A. A., Pyatkova A. V. 2016. "Acoustic Streaming with Heat Exchange". *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 754, no 2, 022004. DOI: 10.1088/1742-6596/754/2/022004
13. Gubaidullin A. A., Yakovenko A. V. 2015. "Effects of Heat Exchange and Nonlinearity on Acoustic Streaming in a Vibrating Cylindrical Cavity". *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, no 6, pp. 3281-3287. DOI: 10.1121/1.4921292
14. Hamilton M. F., Ilinskii Y. A., Zabolotskaya E. A. 2003. "Acoustic Streaming Generated by Standing Waves in Two-Dimensional Channels of Arbitrary Width". *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 113, no 1, pp. 153-160. DOI: 10.1121/1.1528928
15. Hamilton M. F., Ilinskii Y. A., Zabolotskaya E. A. 2003. "Thermal Effects on Acoustic Streaming in Standing Waves". *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 114, no 6, pp. 3092-3101. DOI: 10.1121/1.1618752
16. Ramadan I. A., Bailliet H., Valière J.-C. 2018. "Experimental Investigation of the Influence of Natural Convection and End-Effects on Rayleigh Streaming in a Thermoacoustic Engine". *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 143, no 1, pp. 361-372. DOI: 10.1121/1.5021331
17. Reyt I., Bailliet H., Valière J.-C. 2014. "Experimental Investigation of Acoustic Streaming in a Cylindrical Wave Guide up to High Streaming Reynolds Number". *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 135, no 1, pp. 27-37. DOI: 10.1121/1.4837855
18. Reyt I., Daru V., Bailliet H., Moreau S., Valière J.-C., Baltean-Carlès D., Weisman C. 2013. "Fast Acoustic Streaming in Standing Waves: Generation of an Additional Outer Streaming Cell". *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 134, no 3, pp. 1791-1801. DOI: 10.1121/1.4817888