

## Анализ точности решения задачи двухфазной фильтрации с применением методов нейросетевого моделирования

Роман Юрьевич Пономарев<sup>1</sup>, Владимир Евгеньевич Вершинин<sup>1,2</sup>✉,  
Анастасия Сергеевна Ковалькова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Тюменский нефтяной научный центр, Тюмень, Россия

<sup>2</sup> Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

Контакт для переписки: [ve\\_vershinin2@tnnc.rosneft.ru](mailto:ve_vershinin2@tnnc.rosneft.ru)✉

**Аннотация.** При проектировании разработки нефтегазовых месторождений требуется применение методов математического моделирования для выбора оптимального варианта разработки месторождений. Одной из важных задач является моделирование динамики обводнения добывающих скважин при действующей системе поддержания пластового давления. Целевыми параметрами для моделирования является время прорыва воды в добывающую скважину и величина обводнения продукции в момент прорыва. На практике подобные расчеты проводят на гидродинамических 3D-симуляторах, основанных на численном решении дифференциальных уравнений фильтрации. Точность численного моделирования при этом очень сильно зависит от качества построения сеточной области расчета, которая, в свою очередь, существенно зависит от формы области расчета. Увеличение размеров сеточных блоков, типичное для гидродинамического моделирования, отрицательно сказывается на точности расчета. Одним из альтернативных методов моделирования физических процессов является нейросетевое моделирование. В последнее время широкое распространение находят физически-информированные нейронные сети, способные с высокой точностью аппроксимировать точные решения дифференциальных уравнений. Ключевой особенностью такого подхода является организация процесса обучения нейронной сети как на точно известных начальных и граничных значениях, так и на выполнении заранее определенных систем дифференциальных и алгебраических уравнений. Обученная нейронная сеть в таком случае позволяет вычислить значение искомых величин в любой точке из области определения, а не только в узловых точках, как происходит при использовании конечно-разностных способов решения. Целью работы является

исследование возможностей нейросетевого подхода к решению задач двухфазной фильтрации в крупномасштабном приближении и оценка точности получаемых решений. В работе приводится сравнительный анализ решений одномерной задачи Бакли — Леверетта, имеющей точное решение. Рассмотрены три метода получения решений: точное аналитическое решение, численное решение, полученное конечно-разностными методами, и бессеточная нейросетевая аппроксимация на основе физически информированной нейросети. В качестве конечно-разностного метода использовался метод *upwind*, позволяющий наиболее точно воспроизводить скачки насыщенности. В качестве физически-информированной нейронной сети использовался многослойный персептрон с двумя видами функций активации. Для определения положения скачка насыщенности требуется включение в функционал ошибки дополнительного условия, соответствующего закону сохранения массы на скачке. Результаты расчета показали, что после обучения нейросетевое решение способно с высокой точностью воспроизводить эволюцию волн разряжения и скачков насыщенности. Плотность расположения узлов обучающей выборки может быть уменьшена без значимого снижения точности нейросетевой аппроксимации. Полученные результаты могут быть использованы при разработке гибридных алгоритмов моделирования процессов вытеснения нефти.

**Ключевые слова:** машинное обучение, физико-информированные нейронные сети, PINN, искусственная нейронная сеть, задача Бакли — Леверетта

**Цитирование:** Пономарев Р. Ю., Вершинин В. Е., Ковалькова А. С. 2024. Анализ точности решения задачи двухфазной фильтрации с применением методов нейросетевого моделирования // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 4 (40). С. 95–113. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-4-95-113>

Поступила 17.10.2024; одобрена 26.11.2024; принята 16.12.2024

## Accuracy analysis of solving two-phase filtration problem using neural network modeling methods

Roman Yu. Ponomarev<sup>1</sup>, Vladimir E. Vershinin<sup>1,2</sup>✉, Anastasia S. Kovalkova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Tyumen Petroleum Research Center, Tyumen, Russia

<sup>2</sup> University of Tyumen, Tyumen, Russia

Corresponding author: [ve\\_vershinin2@tnnc.rosneft.ru](mailto:ve_vershinin2@tnnc.rosneft.ru)✉

**Abstract.** When designing the development of oil and gas fields, the use of mathematical modeling methods is required to select the optimal option for field development.

One of the key tasks is to simulate the dynamics of flooding producing wells with an operating reservoir pressure maintenance system. The target modeling parameters include the time of water breakthrough into the producing well and the amount of product flooding at the breakthrough time. Practically, such calculations are performed on 3D hydrodynamic simulators based on the numerical solution of differential filtration equations. The accuracy of numerical modeling in this case largely depends on the quality of constructing the grid calculation area, while the quality significantly depends on the shape of the calculation area. The increase in the size of grid blocks, typical for hydrodynamic modeling, has a negative effect on the calculation accuracy. One of the alternative methods of modeling physical processes is neural network modeling. A recent widespread method is physically informed neural networks capable of approximating exact solutions of differential equations with high accuracy. The key feature of this approach is organizing neural network learning process both on precise initial and boundary values, as well as on the execution of predefined systems of differential and algebraic equations. In this case, a trained neural network can calculate desired values at any point in the definition area, and not only at the nodal points when using finite difference solutions. Thus, this works aims to develop neural network methods for calculating phase saturation in large-scale modeling of two-phase filtration; and to evaluate the accuracy of the solutions obtained. The article provides a comparative analysis of solutions to the one-dimensional Buckley–Leverett problem. Three methods of obtaining solutions are considered: an exact analytical solution; a numerical solution obtained by finite difference methods; and a grid-less neural network approximation based on a multilayer perceptron model. The upwind method was used as a finite difference method, which provides the most accurate reproduction of saturation changes. A multilayer perceptron with two types of activation functions was used as a physically informed neural network. An additional condition, which corresponds to the law of conservation of mass at the jump, needed to be included in the error functional in order to determine the position of the saturation jump. The results showed that after training, the neural network solution can reproduce the evolution of rarefaction waves and saturation jumps with high accuracy. The nodes density of the training sample can be reduced without significantly reducing the accuracy of the neural network approximation. The results obtained can be used in the development of hybrid algorithms for modeling oil displacement processes.

**Keywords:** machine learning, physically informed neural networks, PINN, artificial neural network, Buckley–Leverett problem

**Citation:** Ponomarev, R. Yu., Vershinin, V. E., & Kovalkova, A. S. (2024). Accuracy analysis of solving two-phase filtration problem using neural network modeling methods. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(4), 95–113. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-4-95-113>

Received Oct. 17, 2024; Reviewed Nov. 26, 2024; Accepted Dec. 16, 2024

## Введение

При проектировании разработки нефтегазовых месторождений требуется применение методов математического моделирования для выбора оптимального варианта разработки месторождений. Одной из важных задач является моделирование динамики обводнения добывающих скважин при действующей системе поддержания пластового давления. Целевыми параметрами для моделирования является время прорыва воды в добывающую скважину и величина обводнения продукции в момент прорыва. Процесс двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей при условии пренебрежения капиллярными силами и сжимаемостью флюидов описывается системой уравнений, получившей название «задача Бакли — Леверетта» [Басниев и др., 1993]. Задача Бакли — Леверетта дает приближенное решение, обычно используемое для оценки времени прорыва воды и средней нефтенасыщенности в пласте.

На практике подобные расчеты проводят на гидродинамических 3D-симуляторах, основанных на численном решении дифференциальных уравнений фильтрации. Точность численного моделирования очень сильно зависит от размеров ячеек и качества построения сеточной области расчета, которая, в свою очередь, существенно зависит от формы области расчета [Овчаров, 2014].

Одним из альтернативных методов прогнозирования физических процессов является нейросетевое моделирование. В его основе лежит процесс обучения нейронной сети (НС) на точно известных значениях искомой функции. А. Н. Колмогоровым [1957] показано, что теоретически НС могут воспроизвести практически любую сложную немонотонную функцию многих переменных. Это делает НС универсальным аппроксиматором и придает методу универсальный характер. По сравнению с традиционными конечно-разностными методами на основе сеток, машинное обучение представляет собой бессеточный метод аппроксимации искомого решения. Используя различные типы НС можно успешно прогнозировать работу добывающих и нагнетательных скважин на месторождениях [Иваненко, 2014; Бриллиант и др., 2017, 2019, 2020; Vershinin и др., 2020; Ponomarev, Vershinin, 2021]. При этом для высокой точности прогнозирования требуется значительный объем входных данных о режимах работы скважин. Источником такого количества данных может являться, например, адаптированная на историю добычи цифровая модель месторождения. Однако в целом ряде задач краткосрочного прогнозирования подобный подход неприменим по причине недостаточной детализации и точности цифровых моделей. В таком случае наблюдаемых данных о режиме работы скважин оказывается недостаточно для обучения НС, и в качестве дополнительного источника данных может выступать система дифференциальных уравнений, описывающая процесс фильтрации. Подход к обучению НС, основанный на выполнении как граничных (начально-краевых) условий, так и систем дифференциальных и алгебраических уравнений, описывающих физические свойства модели, называется физико-информированным. Такого рода НС называют физико-информированными нейронными сетями (physical informed neural network, PINN). Это направление в последнее время получило достаточно широкое развитие и всё чаще используется при нахождении приближенного

нейросетевого решения краевых задач для дифференциальных уравнений [Васильев и др., 2015, 2016; Коваленко и др., 2017; Хайкин, 2019; Зрелова, Ульянов, 2022; Вершинин, Пономарев, 2023].

Уравнение Бакли — Леверетта относится к дифференциальным уравнениям в частных производных гиперболического типа первого порядка. Его решение представляется в виде волны, участки которой движутся с различной скоростью, что может приводить к формированию скачков насыщенности, на которых уравнение не выполняется [Басниев и др., 1993]. Это создает определенные сложности при построении приближенных аппроксимаций решения. Проблема построения решений с разрывом применительно к задачам теории фильтрации представляется актуальной и активно изучается исследователями. Например, рассмотрено применение PINN-сетей для решения одномерной задачи Бакли — Леверетта [Fuks, Tchelerpi, 2020]. При этом авторами не раскрыт механизм формирования скачка насыщенности в нейросетевом решении, что является одной из ключевых особенностей в моделировании распределения водонасыщенности. В других работах [Gasmı, Tchelerpi, 2021, 2022] авторы попытались обойти проблему формирования и последующего движения разрыва-скачка за счет введения диффузионных слагаемых. При этом задача изменяет свой тип и становится задачей параболического типа с размыванием скачка.

В данной работе приводится сравнительный анализ точности решений классической задачи Бакли — Леверетта, получаемых различными методами. Рассмотрены три вида решений: точное аналитическое решение, численное конечно-разностное решение и бессеточная нейросетевая аппроксимация на основе модели многослойного персептрона.

## Моделирование процесса вытеснения нефти

Рассмотрим одномерную задачу двухфазной фильтрации в прямолинейном горизонтальном образце. В начальный момент времени образец полностью заполнен нефтью, водонасыщенность ( $s_w$ ) равна нулю. В начальный момент времени происходит закачка воды, что выражается в скачкообразном изменении водонасыщенности (рис. 1). Фильтрация происходит в области  $x > 0$ . Цель — смоделировать распространение водонасыщенности в пласте в различные моменты времени. Функции фазовых проницаемостей задавались с помощью корреляции Кори (1); они имеют вид, представленный на рис. 2.

$$K_{rw} = K_{rwr} \cdot s_w^{N_w}, \quad K_{ro} = K_{rot} \cdot (1 - s_w)^{N_o}, \quad (1)$$

где  $s_w$  — водонасыщенность;  $K_{rwr} = 1$  — относительная проницаемость воды при остаточной нефтинасыщенности;  $K_{rot} = 1$  — относительная проницаемость нефти при критической водонасыщенности;  $N_w, N_o = 2$  — параметры модели Кори.

Процесс вытеснения нефти водой описывается гиперболическим дифференциальным уравнением Бакли — Леверетта [Aziz, Settari, 1979; Басниев и др., 1993]:

$$m \frac{\partial s_w}{\partial t} + V(t) \cdot f'(s_w) \frac{\partial s_w}{\partial x} = 0, \quad f(s_w) = \frac{K_{rw}}{K_{rw} + \eta K_{ro}}, \quad (2)$$

где  $m$  — пористость;  $s_w$  — водонасыщенность;  $V$  — скорость закачки флюида;  $f(s_w)$  — функция Бакли — Лаверетта;  $\eta = (\eta_w/\eta_o) = 1$  — соотношение вязкостей воды ( $\eta_w$ ) и нефти ( $\eta_o$ ), а  $f'(s_w)$  — ее производная (рис. 3).

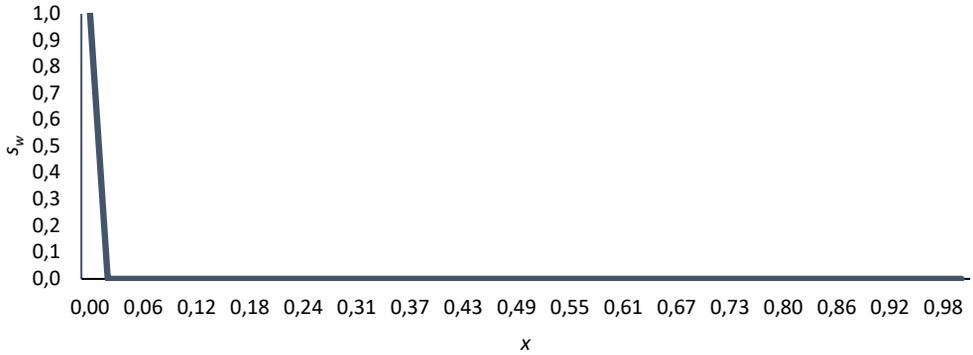


Рис. 1. Начальное насыщение водой

Fig. 1. Initial water saturation

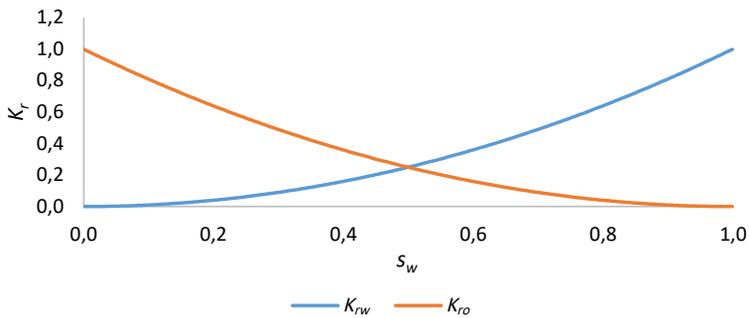


Рис. 2. Фазовые проницаемости

Fig. 2. Functions of relative phase permeabilities

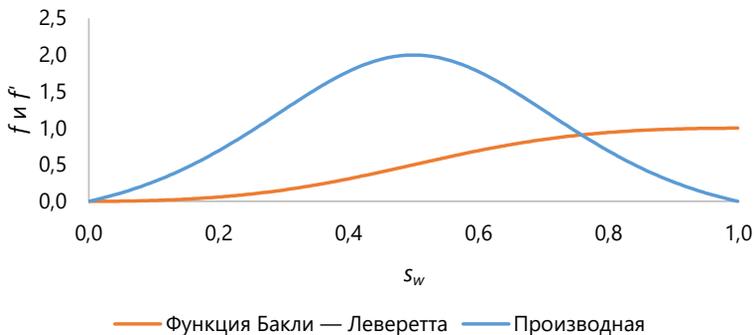


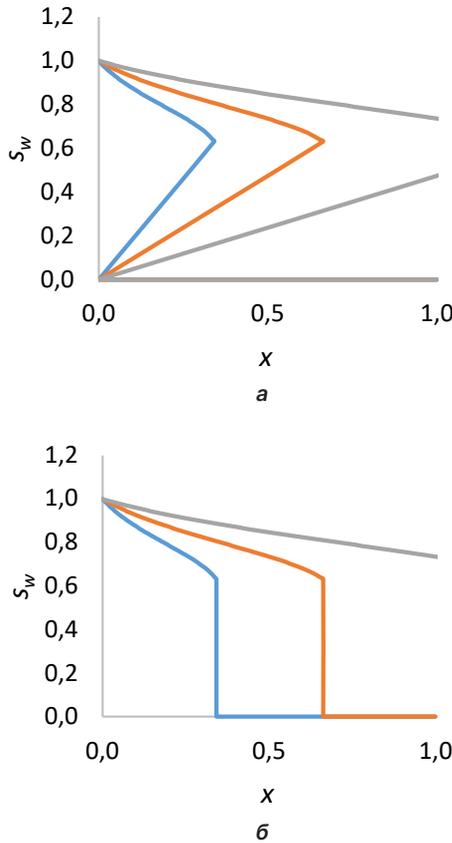
Рис. 3. Функция Бакли — Лаверетта и ее производная при  $\eta = 1$

Fig. 3. The Buckley–Leverett function and its derivative at  $\eta = 1$

Уравнение (2) независимо от вида начальных и граничных условий имеет точное решение для одномерного случая, получаемое методом характеристик [Басниев и др., 1993]:

$$x(s_w) = \frac{V(t)}{m} f'(s_w) t + x_0. \quad (3)$$

Аналитическое решение (3) при начально-граничных условиях, соответствующих рис. 1, дает «нефизичное» многозначное поведение водонасыщенности (рис. 4а). В некоторых точках пласта одному значению координаты соответствуют три значения водонасыщенности. Искусственное введение скачка насыщенности позволяет устранить многозначность решения (рис. 4б).



**Рис. 4.** Аналитическое решение задачи Бакли — Леверетта: а — до введения скачка насыщенности; б — после введения скачка

**Fig. 4.** Analytical solution of the Buckley–Leverett problem: а — before the introduction of the saturation jump; б — after the introduction of the jump

Определение положения скачка и его величина определяются исходя из условия Ренкина — Гюгонно, выражающего закон сохранения массы [Басниев и др., 1993].

При многомерной фильтрации аналитическое решение вида (2) остается справедливым вдоль линий тока, определение положения которых представляется отдельной нетривиальной задачей [Баренблатт и др., 1984]. Поэтому на практике при трехмерном случае задачи многофазной фильтрации решают численными конечно-разностными методами с привлечением сеточного разбиения, точность которого зависит от численной схемы и параметров сеточной области. В литературе приводится анализ различных численных схем для моделирования решения задачи Бакли — Леверетта [Aziz, Settari, 1979]. Одним из наиболее точных является численный метод upwind.

Сравнение численного решения, полученного на сеточной области с разбиением 50 точек по  $x$  и 100 точек по  $t$ , с точными расчетами для одномерного случая представлено на рис. 5. Шаг по координате 0,2 м. Шаг по времени 0,2 с.

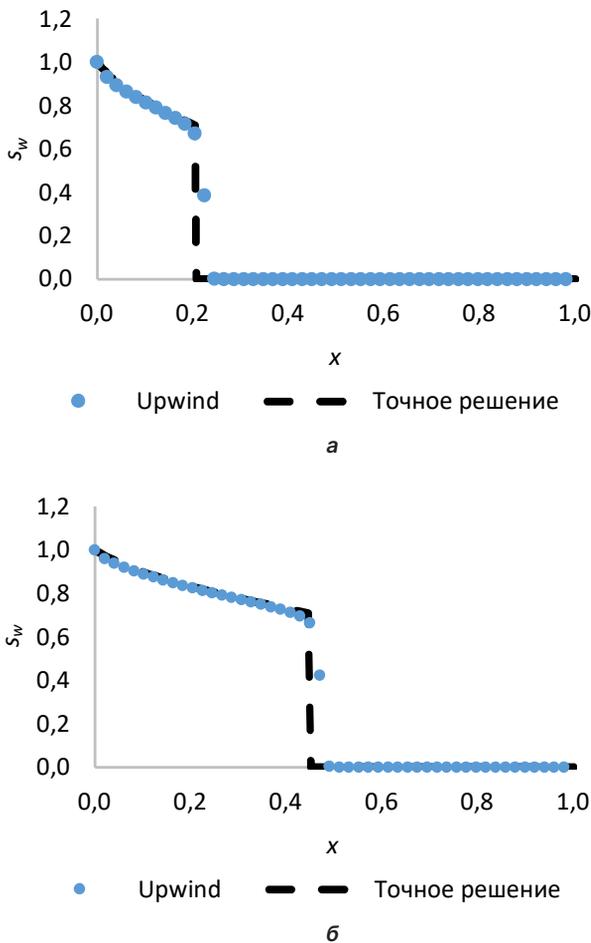


Рис. 5. Сравнение численного и аналитических решений: а —  $t = 0,17$  с; б —  $t = 0,37$  с,  $\eta = 1$

Fig. 5. Comparison of numerical and analytical solutions: а —  $t = 0.17$  s; б —  $t = 0.37$  s,  $\eta = 1$

При анализе графиков на рис. 5 видно, что положение и высота фронта водонасыщенности при численном решении на сетке с размером ячеек 0,2 м соответствует точному решению. Важно отметить, что при увеличении размеров расчетных ячеек происходит размытие скачка и возрастает погрешность в определении времени прорыва воды, а также конечной средней нефтенасыщенности [Овчаров, 2014]. Эта проблема становится весьма значимой в задачах гидродинамического моделирования с размерами ячеек в десятки и сотни метров и делает актуальной задачу поиска методов, нечувствительных к размерам ячеек.

## Нейросетевая аппроксимация уравнения Бакли — Леверетта

Для реализации нейросетевой аппроксимации в целом используется методика обучения, описанная авторами ранее [Вершинин, Пономарев, 2023]. Ключевой особенностью задачи обучения PINN — нейронной сети является высокая сложность вывода и расчета производных, необходимых для выполнения дифференциального уравнения. В данной работе в отличие от предыдущей [Вершинин, Пономарев, 2023] были использованы алгоритмы автоматического дифференцирования, реализованные в открытой библиотеке TensorFlow.

В качестве основной нейросетевой модели для реализации обучения был взят многослойный перцептрон с тангенциальной функцией активации внутренних слоев и сигмоидальной на последнем слое. Гиперпараметры модели, такие как количество слоев и количество нейронов, подбирались при обучении нейронной сети исходя из критерия минимизации ошибки обучения. Оптимальное количество скрытых слоев составило 4, количество нейронов на скрытых слоях — 500–300–300–200 соответственно.

Целевая функция обучения имела вид:

$$loss = \left( m \frac{\partial s_w}{\partial t} + V(t) \cdot f'(s) \frac{\partial s_w}{\partial x} \right)^2 + (s_{w_{\text{ну}}} - s_{t=0})^2 + (s_{w_{\text{гн}}} - s_{x=0})^2 \rightarrow 0, \quad (4)$$

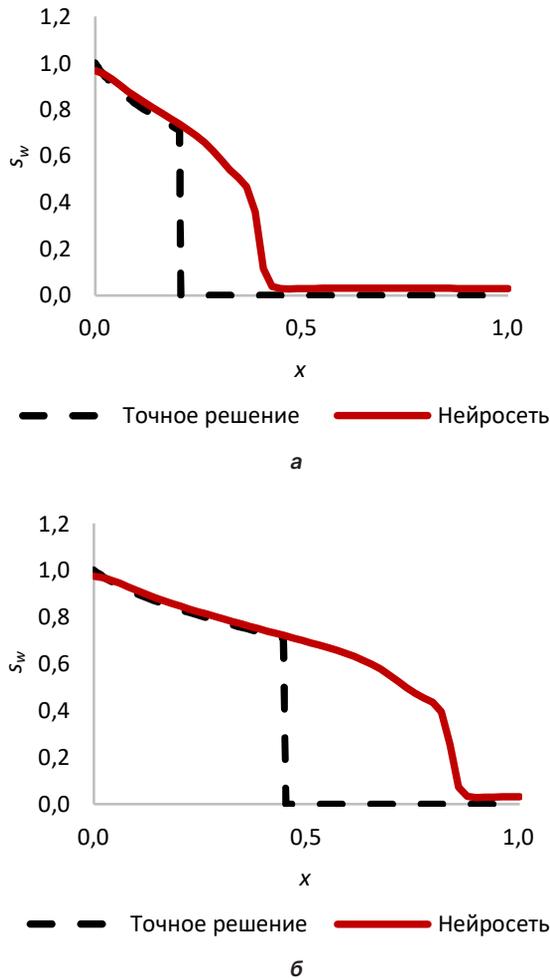
где  $s_w = f(x, t)$  — вычисляемая нейросетевая функция;  $s_{w_{\text{ну}}}$  — начальная водонасыщенность;  $s_{w_{\text{гн}}}$  — водонасыщенность на левой границе. Вид  $loss$ -функции соответствует одновременному учету уравнения (2) и начально-краевых условий (см. рис. 1).

Обучение производилось в течение 20 000 эпох на сеточной области размерностью 10 точек по оси координат  $Ox$  (шаг 0,1 м) и 20 точек по оси времени  $t$ . Время обучения модели занимает порядка 10 минут. Итоговая водонасыщенность, рассчитанная на мелкой сетке с шагом 0,05 м, представлена на рис. 6 и 7.

Из рис. 6 и 7 следует, что обученная на грубой сетке физически информированная нейронная сеть корректно определяет фронтальную водонасыщенность, соответствующую верхней и нижней ветвям многозначного решения (рис. 7а).

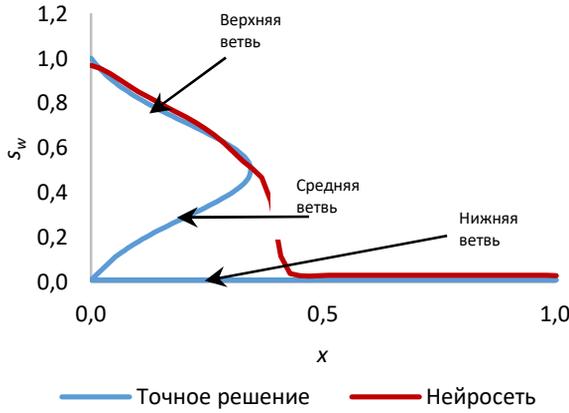
Нейросетевое решение, являясь непрерывной функцией, формирует скачок, связывающий эти ветви в области максимума производной функции Бакли — Леверетта (рис. 7а, б). В этой области верхняя ветвь точного решения переходит в среднюю ветвь.

Нейросетевая аппроксимация, являясь однозначной функцией, не может воспроизводить среднюю ветвь одновременно с верхней. Заметим, что средняя ветвь в точном решении заменяется вертикальным скачком для исключения многозначности. Положение и амплитуда скачка при этом находятся исходя из дополнительного условия материального баланса (метод Welge [Басниев и др., 1993]). Воспроизвести положение такого скачка нейросеть, обученная на выполнении дифференциального уравнения, не может, поскольку само уравнение не содержит в себе информации о скачке. В этой области нейронная сеть пренебрегает дифференциальным уравнением, для того чтобы выполнить его максимально точно в других точках расчета (рис. 8).

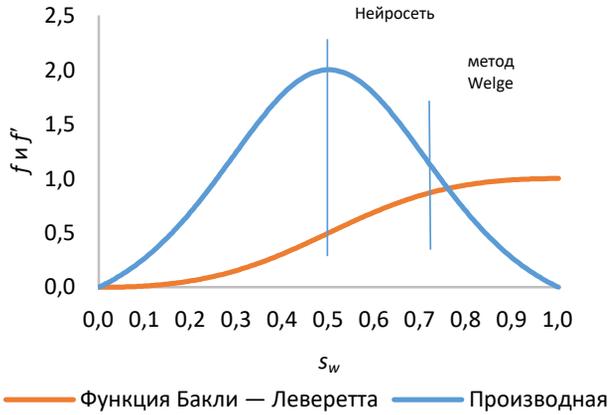


**Рис. 6.** Нейросетевое решение для распределения водонасыщенности:  
а —  $t = 0,17$  с; б —  $t = 0,37$  с,  $\eta = 1$

**Fig. 6.** Neural network solution for the distribution of water saturation:  
а —  $t = 0.17$  s; б —  $t = 0.37$  s,  $\eta = 1$



а



б

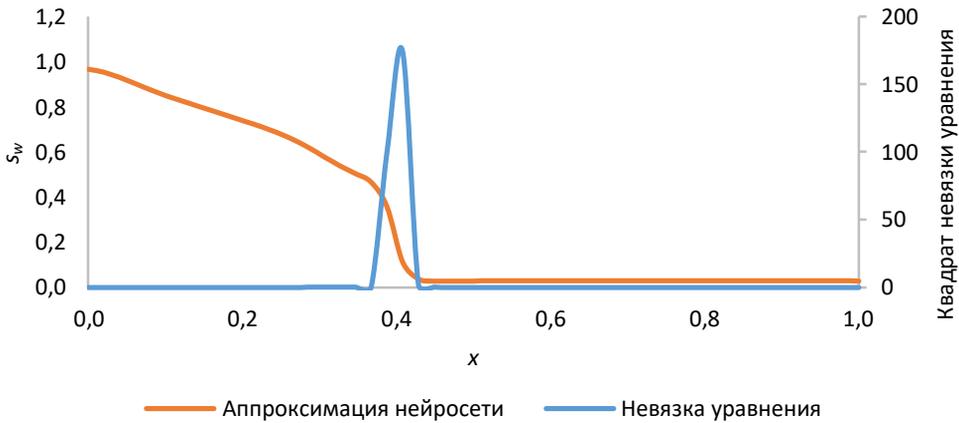
**Рис. 7.** Анализ решения нейросети: а — нейронная сеть и аналитическое решение без скачка; б — фронтальная водонасыщенность на функции Бакли — Леверетта

**Fig. 7.** Analysis of the neural network solution: а — neural network and analytical solution without leap; б — frontal water saturation on the Buckley–Leverett function

Закономерно, что параметры (амплитуда, скорость, положение) сформированного нейросетью вынужденного скачка, который никак не связан с законами сохранения массы, отличаются от параметров скачка в точном решении.

Для получения физически корректной нейросетевой аппроксимации точного решения нужно при обучении добавить информацию — условие об искусственно вводимом скачке. При нулевых значениях остаточной водонасыщенности в модельных ОФП (см. рис. 2), фронтальная водонасыщенность на скачке  $s^*$  определяется условием (5) [Басниев и др., 1993]:

$$f'(s^*) = \frac{f(s^*)}{s^*}. \quad (5)$$



**Рис. 8.** Поведение невязки дифференциального уравнения для нейросетевого решения по оси  $x$

**Fig. 8.** Discrepancy of the differential equation for the neural network solution along the  $x$  axis

В момент достижения фронтальной водонасыщенности нейронная сеть должна перестать выполнять дифференциальное уравнение и сформировать скачок. Это достигается за счет добавления проверки условий по насыщенности и дополнительного слагаемого в функции ошибки обучения:

$$loss = \left( m \frac{\partial s_w}{\partial t} + V(t) \cdot f'(s) \frac{\partial s_w}{\partial x} \right)_{s < s^*}^2 + (s_{w_{\text{ны}}} - s_{t=0})^2 + (s_{w_{\text{гн}}} - s_{x=0})^2 + (s_{w_{\text{ны}}} - s_{s > s^*})^2 \rightarrow 0. \tag{6}$$

После корректировки функции обучения нейронная сеть успешно воспроизводит скачок водонасыщенности (рис. 9).

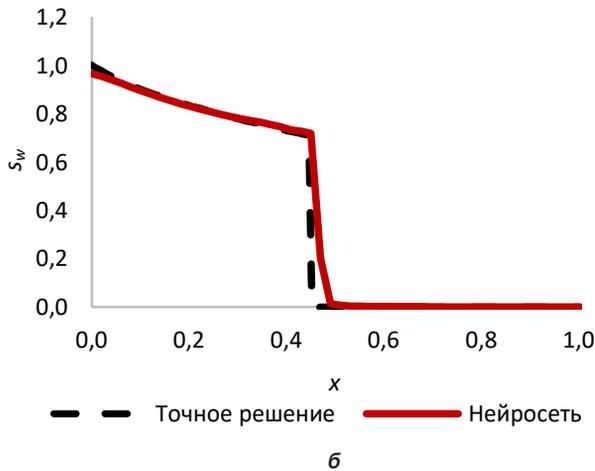
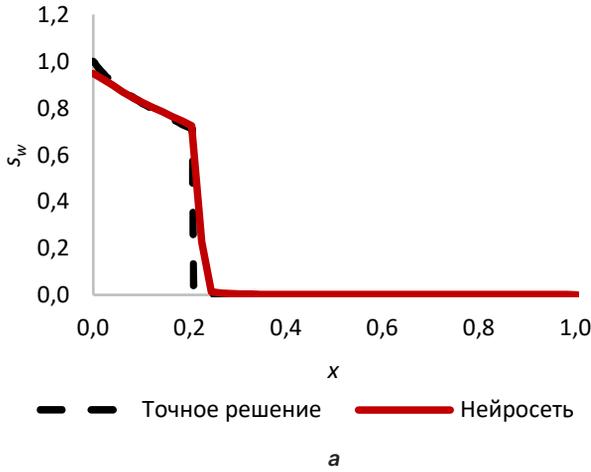
Дополнительно была исследована точность нейросетевой аппроксимации при различных соотношениях вязкости флюидов:  $\eta = 0,01, 0,1, 8$ . Соотношение вязкостей напрямую влияет на график функции Бакли — Леверетта, фронтальную водонасыщенность и скорость распространения скачка (рис. 10).

Случай  $\eta = 8$  соответствует вытеснению, близкому к поршневому (с максимальным скачком водонасыщенности). Случай  $\eta = 0,01$  соответствует вытеснению высоковязкой нефти водой с минимальным значением скачка. Распределение водонасыщенности, полученное всеми рассмотренными выше методами для каждого варианта соотношения вязкостей в момент времени 0,17 с, представлено на рис. 11.

По результатам расчетов можно сделать вывод, что предлагаемый способ обучения нейронной сети позволяет с высокой точностью найти распределение водонасыщенности в широком диапазоне соотношений вязкости. Можно отметить, что при отличии вязкостей в 100 раз ( $\eta = 0,01$ ) конечно-разностный метод upwind на исходной сетке с шагом 0,2 м формирует неверное скачкообразное решение, которое не соответствует

точному решению задачи Бакли — Леверетта (рис. 11а). Расхождение между точным и численным решением начинает проявляться уже при  $\eta = 0,1$  (рис. 11б). Для повышения точности в этих случаях потребуется дополнительное измельчение расчетной сетки как по координате, так и по времени (рис. 12). Нейросетевой подход лишен такого недостатка. Данный вывод можно продемонстрировать с помощью обучения нейронной сети на различных расчетных сетках (рис. 13).

Как следует из рис. 13, при измельчении расчетной сетки нейросетевая аппроксимация становится незначительно точнее в отдельных точках, однако основной вид решения принципиально не изменяется.



**Рис. 9.** Нейросетевое решение для распределения водонасыщенности: а —  $t = 0,17$  с; б —  $t = 0,37$  с,  $\eta = 1$

**Fig. 9.** Neural network solution for the distribution of water saturation: а —  $t = 0.17$  s; б —  $t = 0.37$  s,  $\eta = 1$

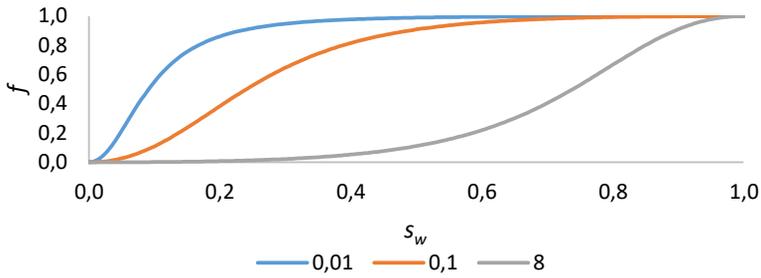


Рис. 10. Функция Бакли — Лаверетта при соотношениях вязкости  $\eta = 0,01, 0,1, 8$

Fig. 10. Buckley-Leverett function for viscosity ratios:  $\eta = 0.01, 0.1, 8$

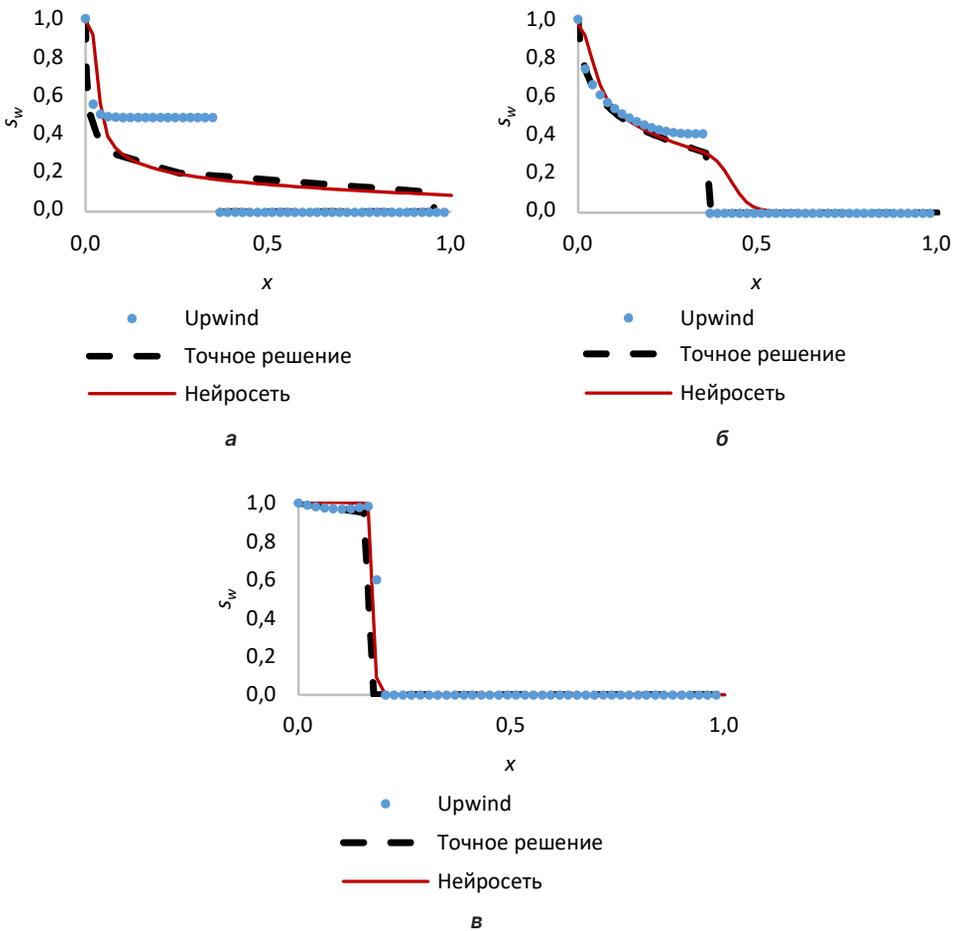
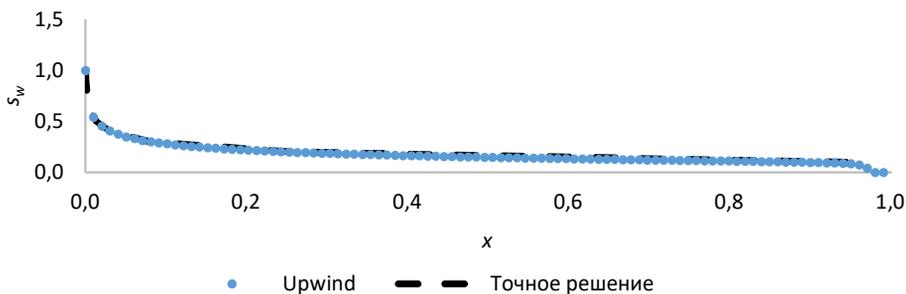


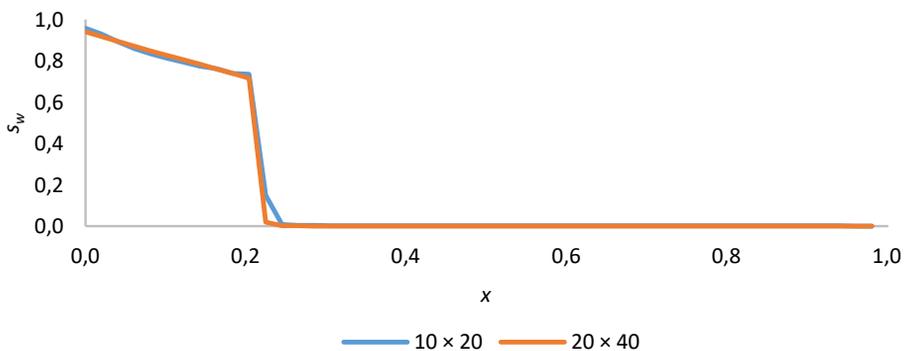
Рис. 11. Распределение водонасыщенности при различных отношениях вязкостей в момент времени  $t = 0,17$  с: а —  $\eta = 0,01$ ; б —  $\eta = 0,1$ ; в —  $\eta = 8$

Fig. 11. Distribution of water saturation at different viscosity ratios at time  $t = 0.17$  s: а —  $\eta = 0.01$ ; б —  $\eta = 0.1$ ; в —  $\eta = 8$



**Рис. 12.** Распределение водонасыщенности при отношении вязкостей  $\eta = 0,01$  в момент времени  $t = 0,17$  с на измельченной сетке. Шаг по координате  $0,02$  м. Шаг по времени  $0,02$  с

**Fig. 12.** The distribution of water saturation with a viscosity ratio of  $\eta = 0.01$  at time  $t = 0.17$  s on a crushed grid. The coordinate step is  $0.02$  m. The time step is  $0.02$  s



**Рис. 13.** Распределение водонасыщенности при отношении вязкостей  $\eta = 1$  в момент времени  $t = 0,17$  с на различных сетках ( $10 \times 20$  и  $20 \times 40$ )

**Fig. 13.** The distribution of water saturation with a viscosity ratio of  $\eta = 1$  at time  $t = 0.17$  s on various grids ( $10 \times 20$  and  $20 \times 40$ )

## Заклучение

Нейросетевое моделирование на основе физически-информированных нейронных сетей перцептронного типа с тангенциальными и сигмоидальными функциями активации позволяет получать аналитическую аппроксимацию решения начально-краевых задач для уравнения Бакли — Леверетта с различными начальными и граничными условиями. Для получения физически корректного результата, содержащего слабый разрыв, необходимо использовать дополнительное условие на скачок насыщенности в функции обучения нейронной сети. Результаты моделирования при различных соотношениях вязкости показывают, что метод достаточно устойчив в широком диапазоне соотношения вязкостей флюидов при получении аналитической аппроксимации решения заданного уравнения. Получаемая при этом аппроксимация нечувствительна к размерам сетки, на которой производится обучение. Поэтому обучение можно производить на закругленной сетке.

Это выгодно отличает метод нейросетевой аппроксимации от конечно-разностных численных методов, где для достижения заданной точности необходимо проводить измельчение расчетной сетки.

Основным ограничивающим фактором применения нейронных сетей в данный момент является скорость обучения моделей, которая ниже, чем расчет численной аппроксимации. В свою очередь, обученные нейронные сети позволяют получить результат в каждой точке пространства без переобучения нейронной сети и, как следствие, намного быстрее получить результат при переменных начальных и граничных условиях. Это дает преимущество при решении задач многовариантного моделирования и оптимизации разработки нефтяных месторождений.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рьжик В. М. 1984. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра. 211 с.
- Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М. 1993. Теория двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей // Подземная гидромеханика: учеб. для вузов. М.: Недра. С. 227–251.
- Бриллиант Л. С., Горбунова Д. В., Завьялов А. С., Симаков Е. А., Бескурский В. В., Рябец Д. А. 2019. Управление добычей на основе нейросетевой оптимизации режимов работы скважин на объекте БС<sub>8</sub> Западно-Малобалыкского месторождения // Деловой журнал «Neftegaz.RU». № 6. С. 92–98.
- Бриллиант Л. С., Завьялов А. С., Данько М. Ю., Елишева А. О., Цинкевич О. В. 2020. Методика тестирования алгоритмов прокси-моделирования // Недропользование XXI век. № 4 (87). С. 128–137. <https://www.elibrary.ru/obkwbfb>
- Бриллиант Л. С., Комягин А. И., Бляшук М. М., Цинкевич О. В., Журавлёва А. А. 2017. Способ оперативного управления заводнением пластов: пат. 2614338 РФ / патенто-обладатель Тюменский институт нефти и газа. № 2015156293; заявл. 25.12.2015; опубл. 24.03.2017, Бюл. № 9.
- Васильев А. Н., Тархов Д. А., Шемякина Т. А. 2015. Нейросетевой подход к задачам математической физики. СПб.: Нестор-История. 259 с.
- Васильев А. Н., Тархов Д. А., Шемякина Т. А. 2016. Приближенные аналитические решения обыкновенных дифференциальных уравнений // Современные информационные технологии и ИТ-образование. Том 12. № 3-2. С. 188–195. <http://sitito.cs.msu.ru/index.php/SITITO/article/view/141> (дата обращения: 04.12.2024).
- Вершинин В. Е., Пономарев Р. Ю. 2023. Применение методов нейросетевого моделирования при решении начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 9. № 3 (35). С. 132–147. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-3-132-147>
- Зрелова Д. П., Ульянов С. В. 2022. Модели физически информированных / осведомленных классических Лагранжевых / Гамильтоновых нейронных сетей в глубоком обучении. Современные информационные технологии и ИТ-образование. Том 18. № 2. С. 310–325. <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202202.310-325>

- Иваненко Б. П. 2014. Нейросетевое имитационное моделирование нефтяных месторождений и гидрогеологических объектов. Томск: Изд. дом ТГУ. 188 с.
- Коваленко А. Н., Черноморец А. А., Петина М. А. 2017. О применении нейронных сетей для решения дифференциальных уравнений в частных производных // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. № 9 (258). С. 103–110.
- Колмогоров А. Н. 1957. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одного переменного и сложения // Доклады Академии наук. Том 114. № 5. С. 953–956.
- Овчаров В. В. 2014. Модификация функций относительных фазовых проницаемостей для регуляризации численного решения задачи вытеснения нефти водой // Нефтяное хозяйство. № 3. С. 102–105.
- Хайкин С. 2019. Нейронные сети: полный курс: пер. с англ. Изд. 2-е, испр. М.; СПб.: Диалектика. 1103 с.
- Aziz K., Settari A. 1979. Petroleum Reservoir Simulation. London: Applied Science Publishers. 476 pp.
- Fuks O., Tchelepi H. A. 2020. Limitations of physics informed machine learning for nonlinear two-phase transport in porous media // Journal of Machine Learning for Modeling and Computing. Vol. 1. No. 1. Pp. 19–37. <https://doi.org/10.1615/JMachLearnModelComput.2020033905>
- Gasmi C. F., Tchelepi H. 2021. Physics informed deep learning for flow and transport in porous media // arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2104.02629>
- Gasmi C. F., Tchelepi H. 2022. Uncertainty quantification for transport in porous media using parameterized physics informed neural networks // arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2205.12730>
- Ponomarev R. Yu., Vershinin V. E. 2021. Long-term forecasting and optimization of non-stationary well operation modes through neural networks simulation // SPE Russian Petroleum Technology Conference (12–15 October 2021, virtual). Paper SPE-206529-MS. <https://doi.org/10.2118/206529-MS>
- Vershinin V. E., Ponomarev R. Yu., Strekalov A. V. 2020. Neural network as a tool for predicting and controlling the technological regime of production wells // SPE Russian Petroleum Technology Conference (26–29 October 2020, virtual). Paper SPE-201937-MS. <https://doi.org/10.2118/201937-MS>

## References

- Barenblatt, G. I., Entov, V. M., & Ryzhik, V. M. (1984). *Movement of Liquids and Gases in Natural Formations*. Nedra. [In Russian]
- Basniev, K. S., Kochina, I. N., & Maksimov, V. M. (1993). Theory of two-phase filtration of immiscible liquids. In *Underground Hydromechanics* (pp. 227–251). Nedra. [In Russian]
- Brilliant, L. S., Gorbunova, D. V., Zavyalov, A. S., Simakov, E. A., Beskursky, V. V., & Ryabets, D. A. (2019). Production management based on neural network optimization of well operating modes at the BS<sub>8</sub> facility of the Zapadno-Malobalyksoye field. *Business Magazine "Neftegaz.RU"*, (6), 92–98. [In Russian]
- Brilliant, L. S., Zavyalov, A. S., Danko, M. Yu., Elisheva, A. O., & Tsinkevich, O. V. (2020). Procedure of proxy modelling algorithms testing. *Nedropolzovanie XXI vek*, (4), 128–137. <https://www.elibrary.ru/obkwbf> [In Russian]

- Brilliant, L. S., Komyagin, A. I., Blyashuk, M. M., Tsinkevich, O. V., & Zhuravleva, A. A. (2017). *Method of Real-Time Control of Reservoir Flooding* (R.F. Patent No. 2614338). RF Federal Service for Intellectual Property. [In Russian]
- Vasiliev, A. N., Tarkhov, D. A., & Shemyakina, T. A. (2015). *Neural Network Approach to Problems of Mathematical Physics*. Nestor-Istoriya. [In Russian]
- Vasiliev, A. N., Tarkhov, D. A., & Shemyakina, T. A. (2016). Approximate analytical solutions of ordinary differential equations. *Modern Information Technologies and IT-Education*, 12(3-2), 188–195. Retrieved Dec. 4, 2024, from <http://sitito.cs.msu.ru/index.php/SITITO/article/view/141> [In Russian]
- Vershinin, V. E., & Ponomarev, R. Yu. (2023). Application of neural network modeling methods in solving initial boundary value problems for partial differential equations. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 9(3), 132–147. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-3-132-147> [In Russian]
- Zrelava, D. P., & Ulyanov, S. V. (2022). Physics-informed classical Lagrange / Hamilton neural networks in deep learning. *Modern Information Technologies and IT-Education*, 18(2), 310–325. <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202202.310-325> [In Russian]
- Ivanenko, B. P. (2014). *Neural Network Simulation of Oil Fields and Hydrogeological Objects*. Publishing House of National Research Tomsk State University. [In Russian]
- Kovalenko, A. N., Chernomorets, A. A., & Petina, M. A. (2017). On the neural networks application for solving of partial differential equations. *Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics. Information Technologies*, (9), 103–110. [In Russian]
- Kolmogorov, A. N. (1957). On the representation of continuous functions of many variables by superposition of continuous functions of one variable and addition. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 114(5), 953–956. [In Russian]
- OVcharov, V. V. (2014). Scaling of relative permeability functions as a method of regularizing numerical solution of the water-oil displacement problem. *Oil Industry*, (3), 102–105. [In Russian]
- Haykin, S. (2019). *Neural Networks* (2<sup>nd</sup> ed.). Dialektika. [In Russian] (Original work published 2001, Prentice Hall)
- Aziz, K., & Settari, A. (1979). *Petroleum Reservoir Simulation*. Applied Science Publishers.
- Fuks, O., & Tchelepi, H. A. (2020). Limitations of physics informed machine learning for nonlinear two-phase transport in porous media. *Journal of Machine Learning for Modeling and Computing*, 1(1), 19–37. <https://doi.org/10.1615/JMachLearnModelComput.2020033905>
- Gasmi, C. F., & Tchelepi, H. (2021). *Physics informed deep learning for flow and transport in porous media*. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2104.02629>
- Gasmi, C. F., & Tchelepi, H. (2022). *Uncertainty quantification for transport in porous media using parameterized physics informed neural networks*. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2205.12730>
- Ponomarev, R. Yu., & Vershinin, V. E. (2021, Oct. 12–15). *Long-term forecasting and optimization of non-stationary well operation modes through neural networks simulation* [Conference paper SPE-206529-MS]. SPE Russian Petroleum Technology Conference, Virtual. <https://doi.org/10.2118/206529-MS>
- Vershinin, V. E., Ponomarev, R. Yu., & Strekalov, A. V. (2020, Oct. 26–29). *Neural network as a tool for predicting and controlling the technological regime of production wells* [Conference paper SPE-201937-MS]. SPE Russian Petroleum Technology Conference, Virtual. <https://doi.org/10.2118/201937-MS>

## Информация об авторах

*Роман Юрьевич Пономарев*, менеджер, Тюменский нефтяной научный центр, Тюмень, Россия  
ryonomarev@tnnc.rosneft.ru

*Владимир Евгеньевич Вершинин*, главный специалист, Тюменский нефтяной научный центр, Тюмень, Россия; доцент, кафедра моделирования физических процессов и систем, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия  
ve\_vershinin2@tnnc.rosneft.ru

*Анастасия Сергеевна Ковалькова*, ведущий специалист, Тюменский нефтяной научный центр, Тюмень, Россия  
as\_kovalkova@tnnc.rosneft.ru

## Information about the authors

*Roman Yu. Ponomarev*, Manager, Tyumen Petroleum Research Center, Tyumen, Russia  
ryonomarev@tnnc.rosneft.ru

*Vladimir E. Vershinin*, Chief Specialist, Tyumen Petroleum Research Center, Tyumen, Russia; Associate Professor, Department of Physical Processes and Systems Modeling, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia  
ve\_vershinin2@tnnc.rosneft.ru

*Anastasia S. Kovalkova*, Leading Specialist, Tyumen Petroleum Research Center, Tyumen, Russia  
as\_kovalkova@tnnc.rosneft.ru