Вадим Викторович ТАРАСОВ[1]

УДК 536-34

РАСЧЕТ ВРЕМЕНИ ИСТЕЧЕНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА ИЗ РЕЗЕРВУАРА ПОСТОЯННОГО ОБЪЕМА В СРЕДУ С ПОСТОЯННЫМ ДАВЛЕНИЕМ ПРИ АДИАБАТИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ

[1] кандидат технических наук, доцент кафедры инженерной графики,
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана
midav-5491@mail.ru

Аннотация

В работе рассматривается расчет времени истечения идеального газа из резервуара постоянного объема в среду с постоянным давлением при адиабатическом процессе. В общем случае с учетом всех теплофизических факторов, влияющих на процесс истечения газа, определение зависимостей изменения термодинамических параметров газа от времени является достаточно сложной задачей, требующей разработки специальных вычислительных программ. В ряде случаев решение этой задачи может быть упрощено. Например, если рассматривать процесс адиабатического истечения идеального газа из резервуара постоянного объема в среду с постоянным давлением. Такой подход возможен, например, в следующих случаях: 1) процесс истечения проходит быстро, т. е. за достаточно короткий промежуток времени; 2) резервуар хорошо теплоизолирован.

Известно, что в зависимости от величины перепада давлений газа в резервуаре и в области (в которую происходит его истечение) процесс может быть разбит на два периода: критический и докритический. В первом случае истечение происходит при постоянном перепаде давлений, равным критическому, во втором — при непрерывно уменьшающемся перепаде давлений.

В принятой постановке задачи дифференциальное уравнение, описывающее процесс истечения газа в критической области по времени, интегрируется достаточно просто, что дает точное решение для данной области. Дифференциальное уравнение, определяющее

Цитирование: Тарасов В. В. Расчет времени истечения идеального газа из резервуара постоянного объема в среду с постоянным давлением при адиабатическом процессе / В. В. Тарасов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Т. 2. № 2. С. 84–95.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-84-95

временную зависимость термодинамических параметров в резервуаре, в докритической области истечения не имеет аналитического решения и в настоящее время может быть проинтегрировано только численными методами с использованием компьютерных программ.

В данной работе была поставлена задача найти аналитические соотношения, позволяющие проводить расчеты на инженерном уровне в докритической области истечения с достаточно высокой степенью точности.

В результате расчетно-аналитического исследования было получено решение дифференциального уравнения для докритического режима истечения, содержащее знакочередующийся ряд с бесконечным числом членов. Было установлено, что в расчетной области данный ряд сходится достаточно быстро, что позволяет получить высокую точность расчетов при небольшом числе членов ряда. Дальнейшее исследование позволило найти аппроксимирующую функцию, позволяющую исключить расчет ряда и проводить вычисления с максимальной ошибкой менее 1%. Кроме того, найденное соотношение позволило найти функциональную зависимость между временем истечения и давлением газа в резервуаре, которая при использовании принятой аппроксимации позволяет также получить достаточно точные результаты расчета.

Приближенные соотношения были проверены путем сопоставления с точными решениями, определенными при численном интегрировании. Сравнение показало, что в результате расчетов по приближенным зависимостям получаются достаточно точные результаты. Полученные в данной работе расчетные зависимости, связывающие время истечения и давление газа в резервуаре при адиабатическом процессе, могут быть использованы как в инженерных расчетах, так и в качестве первого приближения в более сложных задачах, связанных с определением времени истечения газа из резервуара постоянного объема.

Ключевые слова

Адиабатический процесс, истечение, давление, температура, объем.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-84-95

Введение

Задача определения времени истечения газа из резервуара постоянного объема имеет важное практическое значение. Ее решение базируется на известных законах и положениях термодинамики [6] и газодинамики [1; 5].

Известно, что, если начальный перепад между давлениями в резервуаре и в среде, в которую происходит истечение, больше критического, процесс истечения разбивается на два режима: критический и докритический.

В данной работе рассматриваются оба режима истечения. Расчет истечения базируется на решении дифференциальных уравнений для каждого режима. Для критического режима дифференциальное уравнение интегрируется достаточно просто, и получается точное решение. В докритической области истечения вид дифференциального уравнения в общем случае не позволяет применить табличное интегрирование, поэтому предлагается новый метод расчета с использованием приближенных соотношений, обеспечивающих достаточно высокую точность.

Постановка задачи, принятые допущения

Пусть газ вытекает из теплоизолированного резервуара постоянного объема V через простой насадок (без сопла Лаваля) с площадью проходного сечения на выходе $f_н$ в окружающую среду с постоянным давлением p_2. В начальный момент времени ($t = 0$) давление и температура в резервуаре равны соответственно p_0 и T_0.

В данной работе были поставлены две задачи: первая — определить время истечения газа из резервуара; вторая — найти зависимость изменения давления, а следовательно, и других термодинамических параметров газа в резервуаре от времени.

Для решения этих задач были приняты следующие допущения:

1. газ — идеальный (истечение проходит без фазовых переходов, связь между термодинамическими параметрами газа определяется уравнением Клайперона–Менделеева);

2. изменение параметров газа в резервуаре и в выходной насадке соответствует адиабатическому процессу, а потери энергии газа при истечении условно отнесены к коэффициенту расхода насадка μ;

3. при расчете принимается, что показатель адиабаты k — величина постоянная.

Предлагаемый вариант вывода основного расчетного уравнения, описывающего процесс адиабатического истечения идеального газа из резервуара постоянного объема, базируется на известном уравнении адиабаты, связывающем давление p и удельный объем v газа в резервуаре:

$$pv^k = const. \tag{1}$$

Поскольку объем резервуара V — величина постоянная, то: $mv = V = const$ (m — масса газа в резервуаре). Тогда из соотношения (1) следует

$$p / p_0 = (m / m_0)^k, \tag{2}$$

где p_0 и m_0 — начальные значения давления и массы газа в резервуаре. Поскольку давление и масса газа в резервуаре являются функциями времени, то, обозначив $p(t) / p_0 = x(t)$, после дифференцирования соотношения (2) по t получим

$$\frac{dx}{dt} = -\left(k\frac{m^{k-1}}{m_0^k}\right)\frac{dm}{dt}.$$

Знак минус справа соответствует уменьшению массы газа в резервуаре по мере увеличения времени его истечения. Т. к. $dm / dt = G$ — текущее значение расхода газа, то дифференциальное уравнение принимает вид

$$-\frac{dx}{dt} = k\frac{G}{m}x.$$

Для идеального газа справедливо равенство $m = pV / RT$ (R — газовая постоянная, T — температура газа в резервуаре), а при адиабатическом процессе:

$$T/T_0 = (p/p_0)^{\frac{k-1}{k}} = x^{\frac{k-1}{k}}.$$

Тогда, выполнив необходимые преобразования, получим дифференциальное уравнение для всей области истечения в рассматриваемом случае:

$$-\frac{dx}{dt} = K_0 \cdot x^{\frac{k-1}{k}} G(t), \tag{3}$$

где $K_0 = \dfrac{kRT_0}{Vp_0} = const$.

Истечение из резервуара всегда будет начинаться с критического режима, если начальный перепад давлений π_0 ($\pi_0 = p_0 / p_2$) будет больше или равен критическому, т. е. при $\pi_0 \geq \pi_{кр}$, где

$$\pi_{кр} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

При $p / p_2 < \pi_{кр}$ наступает докритический режим истечения.

Разобьем общее время истечения на два периода:

1-й: $0 \leq t \leq t_1$, где t_1 — время окончания критического режима истечения;

2-й: $t_1 \leq t \leq t_2$, где t_2 — полное время истечения газа из резервуара.

Критический режим истечения газа

При критическом режиме истечения расход газа определяется по известному соотношению [6]

$$G = f_{ен} \beta \frac{p}{\sqrt{RT}}, \tag{4}$$

где $\beta = \sqrt{k\left(\dfrac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$, $f_{ен} = \mu_н f_н$ — эффективная площадь выходного сечения насадка, $\mu_н$ — коэффициент расхода, учитывающий потери энергии газа и сжатие струи в выходной насадке, который в первом приближении примем постоянным. Тогда, подставив (4) в (3), после ряда преобразований получим дифференциальное уравнение

$$-\frac{dx}{dt} = B \cdot x^{\frac{3k-1}{2k}},$$

где $B = \dfrac{f_{ен} a_0}{V} k \sqrt{\left(\dfrac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} = const$, $a_0 = \sqrt{kRT_0}$.

После разделения переменных уравнение принимает следующий вид:

$$-\int_{x_0}^{x} x^{-\frac{3k-1}{2k}} dx = B \int_{t_0}^{t} dt.$$

В начальный момент времени $t_0 = 0$, а $p = p_0$, следовательно, $x_0 = 1$. Тогда в результате интегрирования и обратной замены $x = p / p_0$ найдем зависимость для давления в резервуаре от времени при критическом режиме истечения:

$$p(t) = \frac{p_0}{(B_0 t + 1)^{\frac{2k}{k-1}}}, \tag{5}$$

где $B_0 = B\frac{k-1}{2} = \frac{f_{ен} a_0}{V}\frac{k-1}{2}\sqrt{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} = const.$

Используя известные соотношения для адиабатического процесса [6], можно получить формулы для расчета текущих значений температуры $T(t)$ и плотности $\rho(t)$ газа в резервуаре при критическом режиме истечения.

В момент окончания критического режима $p_1 = p_2\,\pi_{кр}$. Тогда из формулы (5) найдем время окончания критического режима:

$$t_1 = \frac{1}{B_0}\left(\sqrt{\frac{2}{k+1}\pi_0^{\frac{k-1}{k}}} - 1\right). \tag{6}$$

Докритический режим истечения газа

При докритическом режиме расход определяется по формуле [6]:

$$G = f_e \frac{p}{\sqrt{RT}}\sqrt{\frac{2k}{k-1}\left[\left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}. \tag{7}$$

Поскольку дифференциальное уравнение (3) является общим для обоих режимов истечения, то, подставив в него значение расхода из (7), после ряда преобразований получим дифференциальное уравнение для докритической области истечения

$$\frac{z^q}{\sqrt{z-1}}dz = Adt,$$

где $z = (p/p_2)^{\frac{k-1}{k}}$, $q = \frac{2-k}{k-1} = const$, $A = 2B_0\sqrt{\frac{2}{k-1}\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}\pi_0^{-\frac{k-1}{k}}} = const.$

Т. к. согласно экспериментальным данным k находится в диапазоне $1 < k < 2$ [2], то показатель степени q теоретически может меняться от 0 до ∞.

Проинтегрировав полученное дифференциальное уравнение, определим зависимость между временем истечения и давлением газа в резервуаре $z(p)$:

$$t = t_{0d} + \frac{1}{A}\int_z^{z_{0d}} \frac{z^q}{\sqrt{z-1}}dz, \tag{8}$$

где t_{0d} — время начала докритического режима, $z_{0d} = \left(p_{0d}/p_2\right)^{\frac{k-1}{k}}$, p_{0d} — давление газа в резервуаре в начале докритического режима.

Если $\pi_0 \geq \pi_{\text{кр}}$, то началу докритического режима соответствует момент окончания критического режима истечения. В этом случае: $t_{0d} = t_1$ определяется по формуле (6) при $\pi_0 = \pi_{\text{кр}}$, $z_{0d} = z_1 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \pi_{кр}^{\frac{k-1}{k}} = \frac{k+1}{2}$. Тогда, учитывая, что при $t = t_2$ $z = z_2 = 1$, получим соотношение для определения полного времени истечения:

$$t_2 = t_1 + \frac{1}{A}\int_1^{z_1} \frac{z^q}{\sqrt{z-1}}\,dz\,. \tag{9}$$

Табличное решение неопределенного интеграла $\int \frac{z^q}{\sqrt{z-1}}dz$ возможно только при определенных дискретных значениях q [3], в то время как в реальных условиях $q(k)$ может принимать различные значения.

В настоящее время численное значение определенного интеграла (9) при любых значениях q, а следовательно, и k, можно получить с помощью вычислительных компьютерных программ, например, Mathcad 15. Однако в практике инженерных расчетов наиболее востребованы аналитические зависимости, позволяющие проводить достаточно простые вычисления.

В результате расчетно-аналитического исследования была найдена функция, позволяющая заменить интеграл в формуле (8):

$$\int \frac{z^q}{\sqrt{z-1}}dz = 2z^q\sqrt{z-1}\cdot\alpha(z,q) + C\,, \tag{10}$$

где $\alpha(z,q) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty}\left\{(-1)^n\left[2\left(1-\frac{1}{z}\right)\right]^n\left[\prod_{m=1}^{n}\frac{(q+1)-m}{2m+1}\right]\right\}$ — функция, содержащая знакочередующийся ряд с бесконечным числом членов. Расчеты показали, что данный ряд при $z \geq 1$ сходится достаточно быстро, что при расчетах позволяет заменить верхний предел над знаком суммы с ∞ на N, тогда α (z, q, N). Число членов ряда N определяет только точность вычислений. В реальных диапазонах изменения z и k уже при $N = 7$ точность вычислений имеет порядок 10^{-7}. Поэтому при выбранной точности расчета величину N можно считать постоянной. Таким образом, при постоянных $q(k)$ и N функция α зависит только от z. Расчеты показали, что полученные в этом случае результаты идентичны результатам, полученным при компьютерном интегрировании с точностью до 10^{-5} уже при $N = 5$.

Высокая точность результатов расчетов, получаемых по формулам, содержащим функцию α (z, k), даже при небольшом числе членов ряда N позволяет считать эти формулы точными. Однако, чтобы избежать компьютерных вычислений рядов и интегралов и тем самым упростить расчеты, для α (z, k) была получена приближенная аппроксимирующая функция, которая в заданных пределах изменения отношения давлений ($1 \leq \pi_{0d} \leq \pi_{\text{кр}}$) и показателя адиабаты

($1 < k < 2$) позволяет проводить расчеты с достаточно высокой степенью точности. Функция имеет вид

$$\tilde{\alpha}(z,q) = \frac{1}{z^{0.645 q}}. \quad (11)$$

Ошибка определения $\tilde{\alpha}$ по формуле (11), как видно, зависит от значений z и $q(k)$. Увеличение k приводит к ее уменьшению, а при изменении z при любом k ошибка имеет экстремум при некотором значении z_m. Так, например, при $N = 7$, $k = 1{,}1$ и $z_m = 1{,}023$ максимальная относительная ошибка составляет 0,22%, а при $k = 1{,}8$ и $z_m = 1{,}16$ — только 0,037%.

Формулы, определяющие приближенное значение полного время истечения, в результате преобразований, можно привести к виду представленному в Таблице 1. При выводе этих формул использованы соотношения:

$$\pi_{кр} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad \frac{1}{B_0} = K_a \frac{2}{k-1}\sqrt{\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}, \text{ где } K_a = \frac{V}{f_{ен} a_0}, \quad a_0 = \sqrt{kRT_0}.$$

Точность определения времени истечения по этим формулам определяется точностью аппроксимации функции α (z, k) по формуле (11), ошибка не превышает 0,5%.

Таблица 1

Формулы для определения времени истечения газа из резервуара

Table 1

The formulas to determine the gas outflow from the reservoir

Расчетная область	Время истечения газа из резервуара
$\pi_0 > \pi_{кр}$	$t_1 = K_a \frac{2}{k-1}\sqrt{\pi_{кр}^{\frac{k+1}{k}}}\left(\sqrt{\left(\frac{\pi_0}{\pi_{кр}}\right)^{\frac{k-1}{k}}} - 1\right)$ $\tilde{t}_2 = t_1 + K_a \pi_{кр}^{0.355\frac{2-k}{k}}\sqrt{\pi_0^{\frac{k-1}{k}}}$
$\pi_0 = \pi_{0d} = \pi_{кр}$	$\tilde{t}_2 = K_a \pi_{кр}^{0.355\frac{2-k}{k}}\sqrt{\pi_{кр}^{\frac{k-1}{k}}}$
$\pi_0 < \pi_{кр}$	$\tilde{t}_2 = K_a \pi_0^{0.145\frac{k+1.45}{k}}\sqrt{\frac{2}{k-1}\left(\pi_0^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)}$

Определение зависимости *p*(*t*) при докритическом режиме

Помимо определения времени истечения газа из резервуара, в ряде практических задач может понадобиться знание зависимости изменения давления в резервуаре от времени — $p(t)$. Для критического режима истечения такое соотношение было уже получено — формула (5).

Для определения функциональной зависимости между $p(t)$ при докритическом режиме воспользуемся уравнением (8):

$$t(z) = t_{0d} + \frac{1}{A}\left[J_{0d}(z_{0d}) - J(z)\right],$$

где $z(p) = (p/p_2)^{\frac{k-1}{k}}$, $J(z) = 2z^{\frac{2-k}{k}}\sqrt{z-1}\cdot\alpha(z)$.

Учитывая, что при $\pi_0 > \pi_{\text{кр}}$: $t_{0d} = t_1$, $z_{0d} = z_{кр} = (k+1)/2$, получим

$$t(p) = t_1 + K_t\left[\left(\frac{k+1}{2}\right)^q\sqrt{\frac{k-1}{2}}\cdot\alpha_1(k) - J(p)\right], \tag{12}$$

где $K_t = K_a\sqrt{\frac{2}{k-1}\pi_0^{\frac{k-1}{k}}}$, $J(p) = \left[\left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{2-k}{k}}\sqrt{\left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}\right]\cdot\alpha(p)$.

С учетом приближенной формулы для $\tilde{\alpha}(z,k)$ (11) функция $J(p)$ принимает вид $J(p) = \left(\frac{p}{p_2}\right)^{0.355\frac{2-k}{k}}\sqrt{\left(\frac{p}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}$. Тогда из соотношения (12) можно получить приближенные зависимости $\tilde{t}(p)$ для трех возможных вариантов истечения (Таблица 2).

Таблица 2
Расчетные соотношения, определяющие зависимость между давлением в резервуаре и временем истечения

Table 2
The calculated ratio, determining the relationship between the pressure in the reservoir and the expiration time

Расчетная область	Расчетные соотношения
$\pi_0 > \pi_{\text{кр}}$	$\tilde{t}(p) = t_1 + K_t\left[\left(\frac{k+1}{2}\right)^{0.355\frac{2-k}{k-1}}\sqrt{\frac{k-1}{2}} - J(p)\right]$
$\pi_0 = \pi_{\text{кр}}$	$\tilde{t}(p) = K_t\left[\left(\frac{k+1}{2}\right)^{0.355\frac{2-k}{k-1}}\sqrt{\frac{k-1}{2}} - J(p)\right]$
$\pi_0 < \pi_{\text{кр}}$	$\tilde{t}(p) = K_t\left[\left(\pi_0^{0.355\frac{2-k}{k}}\sqrt{\pi_0^{\frac{k-1}{k}} - 1}\right) - J(p)\right]$

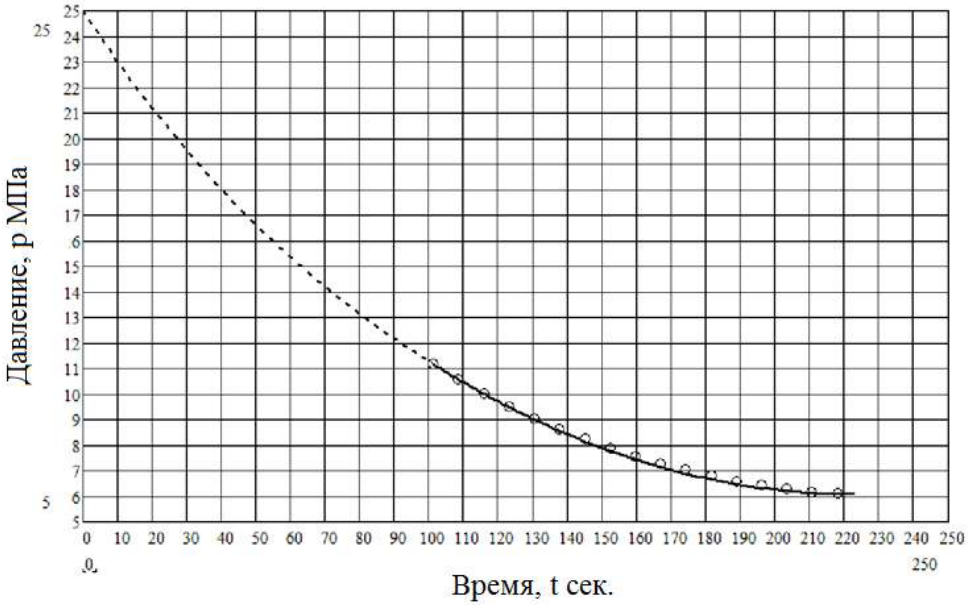

Рис. 1. График изменения давления в резервуаре от времени (1-й участок (точки) — критический режим по формуле (5) и работа [4]; 2-й участок — докритический режим, сплошная линия — точное решение (12) [4], кружки — приближенное решение, первая формула из Таблицы 2)

Fig. 1. The graph of pressure change in the reservoir with time (1st section (dots) — the critical mode by the formula (5) and the work [4]; 2nd section — the subcritical mode, solid line — the exact solution (12) [4], circles — the approximate solution, the first formula in Table 2)

После построения табличной (графической) зависимости $t(p)$, ее можно перестроить в наиболее востребованную зависимость $p(t)$.

Полученные приближенные соотношения были проверены путем сопоставления с точными результатами расчета, определенными в результате численного интегрирования уравнения (8) с использованием программы Mathcad 15.

Кроме того, было проведено сопоставление приближенных результатов с данными, полученными в работе [4] для идеального газа. Расчеты, как указано в этой работе, проводились численным методом с использованием программы MATLAB. Для решения дифференциальных уравнений термодинамики, описывающих истечение газа из резервуара, использовался метод Рунге–Кутта 4-го порядка.

На Рис. 1 представлены зависимости $p(t)$, полученные в результате расчета по формулам, представленным в данной работе для тех же исходных данных, что и в упомянутой работе, кроме коэффициента расхода, о величине которого не было информации. Было принято, что $\mu = 0,9$.

Расчет точной зависимости $t(p)$ выполнялся по формуле (12) с последующим перерасчетом на – $p(t)$ с использованием программы Mathcad-15.

В работе [4] из данных, полученных в результате расчета для идеального газа, приводится только время полного истечения — t_2 = 225 сек — и окончательная температура газа в резервуаре — T_2 = 215° K. По представленному в работе графику можно оценить значение времени окончания критического режима — $t_1 \approx$ 103 сек.

В данной работе получено: время окончания критического режима истечения t_1 = 101,2 сек, полное время истечения t_2 = 222,8 сек, T_2 = 213,26° K. При расчете дозвукового режима по приближенной зависимости максимальная ошибка составила 0,17% (t = 170 сек).

Таким образом, результаты данной работы хорошо согласуются с результатами работы [4]. В отличие от работы [4], в которой использовалась специальная программа решения дифференциальных уравнений уравнений. В данной работе практически тот же результат получен более простым путем – расчетом по приближенным аналитическим зависимостям.

Выводы

Полученные результаты позволяют рекомендовать предложенный метод для решения задачи по определению общего времени истечения, а также зависимости давления в резервуаре (а следовательно, и других параметров) от времени истечения идеального газа при адиабатическом процессе. Также данный метод может быть использован как предварительный расчет при решении более сложных уравнений, связанных с истечением газа, когда при решении необходимо задавать распределение параметров в первом приближении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика / Г. Н. Абрамович. М.: Наука, 1969. 824 с.
2. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н. Б. Варгафтик. М.: Наука, 1972. 720 с.
3. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г. Б. Двайт. М.: Наука, 1983. 180 с.
4. Курбатов Е. С. Газодинамика процесса истечения из резервуаров со сжатыми газами / Е. С. Курбатов // Молодой ученый. 2014. № 8. С. 49.
5. Повх И. Л. Теоретическая гидромеханика / И. Л. Повх / М.: Машиностроение, 1976. 502 с.
6. Техническая термодинамика / под ред. В. И. Крутова. М.: Высшая школа, 1981. 472 с.

Vadim V. TARASOV[1]

CALCULATION OF THE IDEAL GAS OUTFLOW TIME FROM THE RESERVOIR OF CONSTANT VOLUME INTO THE ENVIRONMENT WITH A CONSTANT PRESSURE AT AN ADIABATIC PROCESS

[1] Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor,
Department of Engineering Graphics,
Bauman Moscow State Technical University
midav-5491@mail.ru

Abstract

This paper describes the calculation of the outflow time of an ideal gas from a tank of constant volume in the environment with constant pressure for adiabatic process. In the common case, taking into account all the thermophysical factors that affect the process of gas flow, to determine the dependency of changes of the thermodynamic parameters of the gas from time is quite a challenge, requiring the development of special computer programs. In some cases, this task can be simplified. For example, if we consider the adiabatic process of an ideal gas outflow of the tank of constant volume in the environment with constant pressure. This approach is possible, for example, in the following cases: 1) the process of expiration is quick, i. e. in a relatively short period of time; 2) the tank is well insulated.

It is known that depending on the magnitude of the pressure drop of the gas in the tank and the environment pressure, the process can be divided into two periods: critical and subcritical. In the first case the expiration occurs at a constant pressure differential, equal to the critical, and in the second — with a continuously decreasing pressure drop.

In the adopted formulation, the differential equation describing the process of gas outflow in the critical region at a time, integrates simply. Thus, for this region, an exact solution can be obtained. The differential equation that determines the time dependence of the thermodynamic parameters in the tank in the subcritical region has no analytical solution and the present time can be integrated only by numerical methods using computer programs.

Citation: Tarasov V. V. 2016. “Calculation of the Ideal Gas Outflow Time from the Reservoir of Constant Volume into the Environment with a Constant Pressure at an Adiabatic Process”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 84–95.
DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-84-95

In this work, the task was to find the analytical relation, which allows to perform calculations on engineering level in the subcritical region with a high degree of accuracy.

As a result of analytical studies, the solution of the differential equation for the subcritical regime was obtained, containing a series with an infinite number of members. It was found that in the computational domain this series converges quite quickly, allowing to get high accuracy of calculations with a small number of members. Further researches allowed finding the approximation function, which allows to avoid the computation of the series and carry out the calculation with the maximum error less than 1%. In addition, the ratio allowed us to determine the relationship between time of outflow and change in gas pressure in the tank, which using the adopted approximation allows to obtain fairly accurate results of calculation.

The approximate ratio was checked by comparing with the exact solution, defined in numerical integration. The comparison showed that the result of the calculation by the approximate dependencies, obtained fairly accurate results. Obtained in this work, the calculated dependencies linking the expiry time and the pressure of the gas in the tank under adiabatic process, can be used in engineering calculations and as a first approximation in more complex tasks related to determining the time of expiration gas from a reservoir of constant volume.

Keywords

Adiabatic process, outflow, pressure, temperature, volume.

DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-84-95

REFERENCES

1. Abramovich G. N. 1969. Prikladnaya gazovaya dinamika [Applied Gas Dynamics]. Moscow: Nauka.
2. Dwight H. B. 1983. Tablitsy integralov i drugie matematicheskie formuly [Tables of Integrals and Other Mathematical Data]. Moscow: Nauka.
3. Krutov V. I. (ed.). 1981. Tekhnicheskaya termodinamika [Technical Thermodynamics]. Moscow: Vysshaya shkola.
4. Kurbatov Ye. S. 2014. “Gazodinamika protsessa istecheniya iz rezervuarov so szhatymi gazami” [Gasdynamics of the Outflow Process in the Tanks with Compressed Gases]. Molodoy uchenyy, no 8, p. 49.
5. Povkh I. L. 1976. Teoreticheskaya gidromekhanika [Theoretical Hydromechanics]. Moscow: Mashinostroenie.
6. Vargaftik N. B. 1972. Spravochnik po teplofizicheskim svoystvam gazov i zhidkostey [The Handbook of Thermophysical Properties of Gases and Liquids]. Moscow: Nauka.