Александр Янович ГИЛЬМАНОВ[1]
Иван Леонидович МИХАЙЛИН[2]
Александр Павлович ШЕВЕЛЁВ[3]

УДК 532.546.2

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ И ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

[1] инженер 2 категории кафедры моделирования физических процессов и систем,
Физико-технический институт,
Тюменский государственный университет
a.y.gilmanov@utmn.ru; ORCID: 0000-0002-7115-1629

[2] магистрант кафедры моделирования физических процессов и систем,
Физико-технический институт,
Тюменский государственный университет
rrrrr5678@list.ru

[3] кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры моделирования физических процессов и систем,
Физико-технический институт,
Тюменский государственный университет
a.p.shevelev@utmn.ru; ORCID: 0000-0003-0017-4871

Аннотация

Расчет фазового поведения имеет большое значение при выборе рационального режима разработки месторождений нефти и газа. Для этого расчета необходимо использовать уравнения состояния и материального баланса, которые могут иметь степень высокого

Цитирование: Гильманов А. Я. Методика определения термодинамических и фильтрационных параметров для гидродинамических композиционных моделей / А. Я. Гильманов, И. Л. Михайлин, А. П. Шевелёв // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 23-39.
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-23-39

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет

порядка. Однако их решение традиционными методами связано с трудностями: метод Кардано позволяет найти только корни кубического уравнения и не может быть применен к уравнениям с более высокой степенью, метод дихотомии требует выбора отрезка, на котором имеется только один корень. Итерационный метод Ньютона позволяет найти только один корень при заданных условиях и требует подбора начального приближения для нахождения других значений корней. Другой важной проблемой при гидродинамическом моделировании является неопределенность относительных фазовых проницаемостей нефти при трехфазной фильтрации, что делает прогнозные расчеты менее точными. Для расчета фазового поведения многокомпонентной системы впервые предлагается использовать алгоритм последовательного деления многочленов Евклида и теорему Штурма. Целью работы является разработка методики расчета фазового поведения с выбором корней уравнений состояния и определения области повышенной неопределенности относительных фазовых проницаемостей нефти. Эта область определяется как совокупность значений насыщенностей фаз, при которых относительные фазовые проницаемости нефти по моделям Стоуна I и II отличаются более чем на 10%.

Предложенная методика при применении к однокомпонентной системе позволяет предсказать области метастабильных состояний. При использовании предлагаемой методики к многокомпонентной системе исключается возможность расчета корней уравнения материального баланса, не имеющих физического смысла.

Для модельной трехфазной системы определена область повышенной неопределенности относительной фазовой проницаемости нефти.

Показано, что при использовании предлагаемого алгоритма для многокомпонентного моделирования оказывается возможным определение всех действительных корней не только уравнения состояния, но и уравнения материального баланса. Предложенная методика позволяет уточнить прогнозные расчеты для газоконденсатных месторождений.

Ключевые слова

Термодинамика, многокомпонентное моделирование, уравнения состояния, метастабильные состояния, теорема Штурма, алгоритм последовательного деления многочленов Евклида, относительная фазовая проницаемость, модель Стоуна, область неопределенности.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-23-39

Введение

Расчет фазового поведения имеет большое значение для предсказания состояния различных термодинамических систем. В связи со значительной долей нефтегазового комплекса в экономике страны описанный расчет приобретает особое значение для пластовых углеводородных систем, которые моделируются с помощью композиционных моделей. Для описания их поведения используются термические кубические уравнения состояния, а также уравнения более высоких порядков.

Для реальных многокомпонентных систем, в том числе нефтегазовых, существует проблема возникновения нежелательных ретроградных процессов [3], например образования газоконденсата при падении давления ниже давления начала конденсации [8]. Для предсказания этих процессов и своевременного принятия предотвращающих мер необходим расчет фазового поведения многокомпонентных систем. Для этого расчета существует классический алгоритм, позволяющий определить компонентный состав системы при заданных термобарических условиях [2].

Стоит отметить, что в силу небольшой доли в смеси и большого числа входящих веществ тяжелые углеводороды, начиная, как правило, с пентана, объединяются в одну группу — псевдокомпонент C5+ [10], свойства которого определяются с помощью корреляционных зависимостей.

Наиболее важными для расчета свойствами компонентов являются критические параметры (критические температура и давление) и ацентрический фактор.

Известно, что состояние идеального газа описывается простым термическим уравнением состояния первой степени относительно объема: уравнением Менделеева — Клапейрона, для 1 моля вещества записываемого так:

$$PV = RT, \tag{1}$$

где P — давление, V — молярный объем, R — универсальная газовая постоянная, T — температура.

Реальные газы и системы описываются кубическими уравнениями состояния [8], а также уравнениями более высоких порядков, которые, однако, требуют задавать значительное число параметров. Из кубических термических уравнений состояния высокую точность имеют эмпирические уравнения Пенга — Робинсона и Редлиха — Квонга [14]. Поскольку ацентрический фактор псевдокомпонента может быть неизвестен, в настоящей работе будет использоваться уравнение Редлиха — Квонга при его записи через коэффициент сверхсжимаемости Z:

$$Z_j^3 - Z_j^2 + \left(A_j - B_j - B_j^2\right)Z_j - A_j B_j = 0, \tag{2}$$

где индекс $j = l, g$ обозначает жидкую и газовую фазы соответственно, а также введены обозначения:

$$A_j = \frac{a_{0j}P}{R^2T^{2,5}}, B_j = \frac{b_{0j}P}{RT}, \tag{3}$$

где a_{0j} и b_{0j} — параметры Редлиха — Квонга j-й фазы смеси, рассчитываемые через параметры компонентов с помощью правил смешения [2].

Исходными данными для расчета фазового поведения многокомпонентных пластовых систем являются состав смеси, а также давление и температура. По результатам лабораторных исследований, главным образом, с помощью дифференциальной конденсации, определяется компонентный состав тяжелых углеводородов. После этого с помощью специальных зависимостей рассчитываются критические параметры псевдокомпонента C5+. В качестве начального приближения можно

взять параметры самого легкого из входящих в группу тяжелых углеводородов компонента — пентана [8]. Свойства легких компонентов являются известными, их можно найти в специальных справочниках [7]. После этого необходимо сделать расчет фазового поведения и компонентного состава смеси.

Описанный расчет фазового равновесия многокомпонентных пластовых систем имеет ряд сложностей. Во-первых, не всегда имеются данные по дифференциальной конденсации тяжелых углеводородов, но эта проблема может быть решена с помощью адаптации модели на зависимость конденсатогазового фактора от пластового давления [8]. Нерешенными остаются проблемы применения математических методов к решению поставленной задачи.

Эти методы нужны на двух этапах: при расчете материального баланса и при решении кубического уравнения состояния (2). Для кубических уравнений существует точный аналитический метод их решения — метод Кардано [4, 5]. Однако его недостатком является неприменимость к уравнениям более высоких степеней. К уравнениям состояния и материального баланса может быть применен метод дихотомии. Проблемой этого метода является выбор отрезка, на котором должен быть именно один корень. Кроме того, чтобы найти несколько корней, нужно находить их по очереди с помощью изменения каждый раз начального отрезка, что, очевидно, достаточно трудоемко и неоднозначно.

Метод простой итерации в принципе не применим, если отображение не является сжимающим [6], как это происходит, например, для кубического уравнения состояния (2).

Наиболее простым методом, позволяющим быстро найти корень уравнения с высокой точностью, работающим для уравнений различных типов, является итерационный метод Ньютона. Для его применения необходимо задать некоторое начальное приближение, после чего сделать расчет для следующей итерации, затем сравнить полученное значение с предыдущим и продолжать итерации до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность. Так можно найти один корень уравнения. С другой стороны, число действительных корней уравнения, имеющих физический смысл, не всегда известно, и подбор начального приближения является неоднозначной задачей. Чтобы найти остальные корни, необходимо менять начальное приближение, что снова сопряжено с различными трудностями. Для преодоления этих сложностей необходима модификация метода Ньютона, которая будет предложена в следующем разделе данной статьи.

Другой важной проблемой при моделировании многофазных потоков, когда в пласте присутствуют газ, нефть и вода, в том числе при использовании композиционных моделей, является неопределенность относительных фазовых проницаемостей (ОФП) [15]. Эта неопределенность может быть вызвана как недостаточно точными экспериментальными данными по измерению относительных фазовых проницаемостей, так и расхождением в значениях ОФП при использовании разных корреляций и моделей. В настоящей работе будет рассматриваться второй вид неопределенности.

Для двухфазных потоков при расчете ОФП широко используются корреляции Кори [13]. Однако в трехфазном случае приходится использовать либо модели Стоуна I и II [12], либо модель Бейкера [16]. Чаще всего используются модели Стоуна. В них предполагается, что вода в гидрофильном пласте является смачивающей фазой, газ — не смачивающей, их ОФП вычисляются с помощью традиционных корреляций. При этом нефть имеет промежуточную смачиваемость, и ее ОФП вычисляется как функция от ОФП воды и газа, различная для моделей Стоуна I и II. Этот факт и является причиной возникновения неопределенностей при вычислении ОФП, когда значения по разным моделям получаются различными.

Целью работы является разработка методики определения термодинамических параметров смеси и оценки областей неопределенности относительных фазовых проницаемостей. Такая методика должна включать возможность нахождения значений всех действительных корней уравнения состояния и их количества с помощью теоремы Штурма и алгоритма Евклида последовательного деления многочленов, а также сопоставления ОФП, полученных по моделям Стоуна I и II для оценки области неопределенности.

Методы

Классический алгоритм расчета фазового поведения и компонентного состава смеси записывается следующим образом:

1. Рассчитать давление насыщенных паров P_{si} каждого компонента с номером i с помощью специальных корреляций [11].
2. Найти значение констант фазового равновесия для каждого компонента с номером i по формуле $K_i = P_{si}/P$.
3. Так как суммы всех мольных долей компонентов в жидкой x_i и газовой y_i фазах равны 1 каждая, то можно рассчитать мольную долю совокупной газовой фазы V так:
$$\sum_I \frac{z_i(K_i - 1)}{V(K_i - 1) + 1} = 0, \tag{4}$$
где z_i — мольная доля i-го компонента в смеси.
Это уравнение может быть решено численными методами, например итерационным методом Ньютона.
4. Рассчитать мольные доли компонентов в жидкой и паровой фазах по формулам:
$$x_i = \frac{z_i}{V(K_i - 1) + 1}, y_i = \frac{z_i K_i}{V(K_i - 1) + 1}. \tag{5}$$
5. Вычислить параметры компонентов для уравнения Редлиха — Квонга и воспользоваться правилами смешения для нахождения параметров смеси [2].
6. Решить уравнение Редлиха — Квонга (1) и найти коэффициент сверхсжимаемости.

7. Вычислить фугитивности в жидкой f_{il} и газовой f_{ig} фазах для каждого компонента с номером i с использованием корреляционных зависимостей [3].
8. Если с заданной точностью справедливо уравнение $f_{il} - f_{ig} = 0$, то завершить расчет, иначе провести пересчет констант фазового равновесия по формуле $K_i = f_{ig}/f_{il}$ и вернуться к пункту 3.

После завершения описанного расчета необходимо сопоставить полученные по формулам (5) данные о компонентном составе системы с экспериментальными исследованиями по дифференциальной конденсации. Если не наблюдается соответствие с заданной точностью, то необходима корректировка критических параметров псевдокомпонента: увеличение критической температуры и ацентрического фактора, уменьшение критического давления, после чего проводится перерасчет модели. Если соответствие имеется, то PVT-модель считается адаптированной на экспериментальные данные.

На шаге 6 для нахождения всех корней уравнения с помощью метода Ньютона можно использовать алгоритм последовательного деления многочленов Евклида [1]. При применении метода Ньютона к исходному уравнению будет найден один из корней этого уравнения. Далее имеется кубическое уравнение в общем виде:

$$A_{c1}u^3 + B_{c1}u^2 + C_{c1}u + D_{c1} = 0, \tag{6}$$

где A_{c1}, B_{c1}, C_{c1}, D_{c1} — коэффициенты уравнения, u — переменная. При делении этого уравнения на $(u - u_1)$, где u_1 — корень уравнения (6), получится квадратное уравнение, это уравнение далее можно поделить на $(u - u_2)$, где u_2 — корень квадратного уравнения, снова найденный с помощью итерационного метода Ньютона и в общем случае отличный от u_1. Тогда после этого деления будет получено линейное алгебраическое уравнение, корень которого может быть найден аналитически:

$$u_3 = -\frac{D_{c3}}{C_{c3}}, \tag{7}$$

где C_{c3}, D_{c3} — коэффициенты линейного уравнения (для поиска третьего корня).

Кроме того, итоговая формула для итерационного метода Ньютона может быть записана в виде:

$$u_{n,k+1} = u_{n,k} - \frac{H_n(u_{n,k})}{H_n'(u_{n,k})}, \tag{8}$$

где k — номер итерации, а также введены обозначения функции и ее производной:

$$H_n(u_{n,k}) = m_{n1}A_{cn}u_{n,k}^3 + m_{n2}B_{cn}u_{n,k}^2 + m_{n3}C_{cn}u_{n,k} + D_{cn}, \tag{9}$$

$$H_n'(u_{n,k}) = 3m_{n1}A_{cn}u_{n,k}^2 + 2m_{n2}B_{cn}u_{n,k} + m_{n3}C_{cn}, \tag{10}$$

где номер корня $n = 1, 2$, элементы массива m_{nq} показаны в таблице 1, индекс $q = 1, 2, 3$.

Таблица 1

Значения элементов массива m_{nq}

Table 1

Values of array m_{nq} elements

Строка n	Столбец q		
	1	2	3
1	1	1	1
2	0	1	1

Следует отметить, что в описанном случае уже нет необходимости менять начальное приближение, чтобы получить нужное выражение корня уравнения, кроме того, так будут получены все три корня. Однако, как известно, кубическое уравнение может иметь как три действительных корня, имеющих физический смысл, так и только один действительный корень и два комплексно-сопряженных, тогда достаточно будет найти этот действительный корень с помощью итерационного метода Ньютона (8), примененного к уравнению (6). Чтобы узнать число действительных корней уравнения на некотором отрезке, можно использовать теорему Штурма [9], если составить для рассматриваемых уравнений ряд Штурма.

Число перемен знаков полиномов Штурма, расставленных в ряд по порядку их индексов, в некоторой точке задаваемого отрезка является значением ряда Штурма в этой точке, а разность значений в наибольшей и наименьшей точках отрезка равна числу действительных корней уравнения на этом отрезке.

При рассмотрении широко распространенной трехкомпонентной системы уравнение материального баланса (4) также будет иметь кубический вид.

Таким образом, после выбора отрезка можно оценить число действительных корней кубического уравнения вида (6), в том числе уравнения Редлиха — Квонга (2) и уравнения материального баланса (4), чтобы затем воспользоваться итерационным методом Ньютона именно столько раз, сколько действительных корней имеется на рассматриваемом отрезке, что позволит отыскать все действительные корни. Кроме того, метод может быть обобщен и на систему с большим числом компонентов, тогда уравнение (4) будет иметь такую степень, сколько компонентов содержится в смеси.

Для расчета ОФП трехфазной системы, состоящей из нефти, газа (термодинамические свойства компонент которого рассчитываются по композиционной модели) и воды, используются модели Стоуна I и II. Модель Стоуна I [12] для ОФП нефти используется в виде:

$$k_{ro} = \frac{S_{oe} k_{row} k_{rog}}{k_{rowc}(1 - S_{we})(1 - S_{ge})}, \tag{11}$$

где введены обозначения зависящих от насыщенностей фаз коэффициентов:

$$S_{oe} = \frac{S_o - S_{om}}{1 - S_{wc} - S_{om}}, \tag{12}$$

$$S_{we} = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{om}}, \tag{13}$$

$$S_{ge} = \frac{S_g}{1 - S_{wc} - S_{om}}, \tag{14}$$

$$S_{om} = \lambda S_{orw} + (1 - \lambda) S_{org}, \tag{15}$$

$$\lambda = 1 - \frac{S_g}{1 - S_{wc} - S_{org}}, \tag{16}$$

где k_{row} и k_{rog} — ОФП нефти в системе «нефть — вода» и «нефть — газ» соответственно; k_{rowc} — ОФП нефти в системе «нефть — вода» при S_{wc} — связанной водонасыщенности; S_w, S_o, S_g — насыщенности воды, нефти и газа соответственно; S_{orw} и S_{org} — остаточные нефтенасыщенности в системе «нефть — вода» и «нефть — газ» соответственно.

ОФП нефти в системе «нефть — вода» k_{row} и «нефть — газ» k_{rog} в двухфазных системах вычисляются по корреляциям Кори:

$$k_{row} = \left(\frac{1 - S_w - S_{orw}}{1 - S_{wr} - S_{orw}}\right)^{n_{orw}}, \tag{17}$$

$$k_{rog} = \left(\frac{1 - S_g - S_{org}}{1 - S_{gr} - S_{org}}\right)^{n_{org}}, \tag{18}$$

где S_{gr} — остаточная газонасыщенность, n_{orw} и n_{org} — показатели степени.

ОФП воды k_{rw} и газа k_{rg} также вычисляются по корреляциям Кори:

$$k_{rw} = \left(\frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr}}\right)^{n_w}, \tag{19}$$

$$k_{rg} = \left(\frac{S_g - S_{gr}}{1 - S_{gr}}\right)^{n_g}, \tag{20}$$

где n_w и n_g — показатели степени.

Модель Стоуна II [12] для ОФП нефти используется в виде:

$$k_{ro} = (k_{row} + k_{rowc} k_{rw})(k_{rog} + k_{rowc} k_{rg}) - k_{rowc}(k_{rw} + k_{rg}). \tag{21}$$

Сопоставление ОФП нефти, вычисленных по формулам (11) и (21), во всем диапазоне насыщенностей фаз в случае расхождения значений k_{ro} по моделям Стоуна I и II более чем на 10% позволяет установить область неопределенности ОФП. Такое сопоставление должно быть выполнено после определения термодинамических параметров компонентов с помощью предложенной выше методики и остаточных насыщенностей при проведении лабораторных экспериментов.

Таблица 2

Состав и свойства модельной трехкомпонентной пластовой системы

Table 2

Composition and properties of a model three-component reservoir system

Свойство	Компонент 1: метан	Компонент 2: пропан	Компонент 3: н-бутан
Мольная доля z_i	0,4	0,5	0,1
Критическое давление P_{ci}, МПа	4,58	4,21	3,75
Критическая температура T_{ci}, К	191	370	425
Критический объем v_{ci}, м^3/моль	$99 \cdot 10^{-6}$	$203 \cdot 10^{-6}$	$240 \cdot 10^{-6}$

Для расчетов термодинамических параметров компонентов использовался модельный состав трехкомпонентной системы, указанный в таблице 2 [7]. В этой же таблице указаны необходимые расчетные параметры. Модельное пластовое давление $P = 9$ МПа, пластовая температура 370 К, точность расчетов взята 0,01. Корни уравнений (2) и (4) проверяются на отрезке от −1 000 до 1 000.

Кроме того, для анализа фазового поведения и верного выбора корней уравнения состояния по предлагаемому методу произведен модельный расчет изотерм в координатах «давление — молярный объем» ($P(v)$) одного компонента — метана. Для этого расчета менялось значение давления от 0,1 до 5 МПа с шагом 0,01 МПа — так строилась одна изотерма. После ее построения температура T увеличивалась с шагом $dT = 50$ К, и процедура построения изотермы повторялась заново. Точность расчетов составляла 10^{-9}. Таким способом построены пять изотерм: от начальной температуры $T_c - 2dT$ до конечной температуры $T_c + 2dT$, где T_c — критическая температура.

Далее производился расчет выбранной смеси по классическому алгоритму расчета многокомпонентной системы в состоянии фазового равновесия, описанному выше. Уравнения (2) и (4) решались с помощью алгоритма расчета по итерационному методу Ньютона с нахождением всех корней уравнения с помощью теоремы Штурма, из которых выбирался наибольший (для получения реальных фазовых диаграмм, как будет показано на примере расчета однокомпонентного уравнения состояния), имеющий физический смысл: корни для доли паровой фазы в смеси V должны находиться в диапазоне от 0 до 1.

При расчетах области неопределенности ОФП полагалось, что $S_{wc} = 0{,}18$, $S_{orw} = 0{,}33$, $S_{org} = 0{,}2$, $S_{gr} = 0$, $n_{orw} = 3{,}42$, $n_{org} = 2{,}85$, $n_w = 1{,}82$, $n_g = 3$.

Результаты

Изотермы однокомпонентного расчета для метана, описываемого уравнением Редлиха — Квонга, представлены на рис. 1. Отдельно на рис. 2 показаны первые изотермы, построенные при выборе всех действительных корней уравнения состояния и при расчете только одного корня с тем же начальным приближением.

Случай с нахождением только одного корня уравнения состояния показывает изотерму с фазовым переходом по изобаре (на графике показана гипотетической тонкой линией, расчетных точек на этой линии нет), причем рассчитывается всегда наибольший корень, в то время как выбор всех корней с помощью теоремы Штурма позволяет предсказать области метастабильных состояний, и изотермы реальной системы имеют вид, близкий к теоретическому, который объясняется наличием трех действительных корней вблизи границы двухфазной области. Это позволяет уточнить область фазового перехода, поскольку в таком случае изобара фазового перехода должна проходить ниже (как показывает гипотетическая штрихованная линия на рис. 2), если отсекать равные площади по правилу Максвелла.

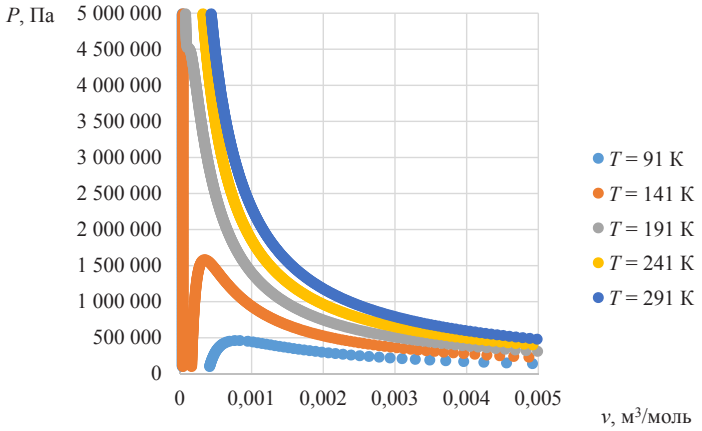

Рис. 1. Изотермы метана при расчете всех корней уравнения состояния

Fig. 1. Methane isotherms in the calculation of all the roots of the equation of state

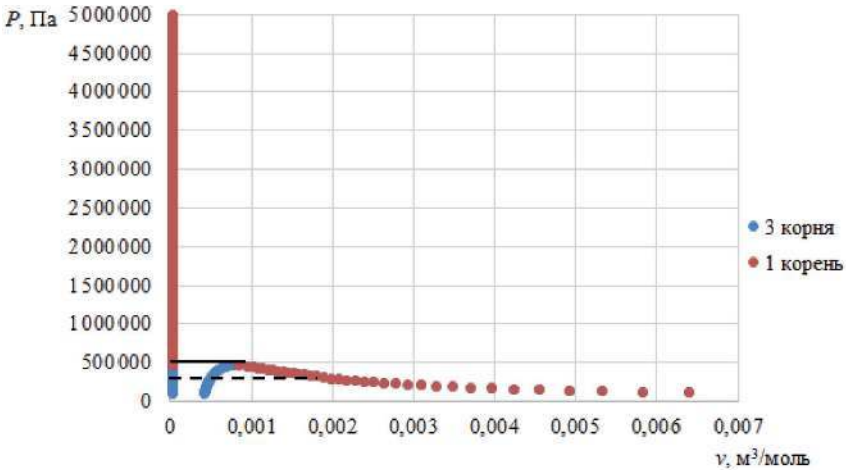

Рис. 2. Сравнение изотерм метана при $T = 91$ K с использованием различных способов расчета

Fig. 2. Comparison of methane isotherms at $T = 91$ K using various calculation methods

Затем в соответствии с предложенной методикой были рассчитаны относительные фазовые проницаемости нефти по моделям Стоуна I и II с шагом 0,01, а линии равных ОФП (изопермы) отображались на треугольной диаграмме Гиббса — Розебома при соответствующих значениях насыщенностей. Пример такого отображения для ОФП нефти, равной 0,02, приведен на рис. 3, где отмечены также границы области, в которой ОФП нефти отличны от нуля. Когда значения ОФП нефти по моделям Стоуна I и II отличались между собой более чем на 10%, то при таких значениях насыщенностей фаз имеется область повышенной неопределенности относительных фазовых проницаемостей, показанная на рис. 4. Аналогично отмечены также границы области, в которой ОФП нефти отличны от нуля.

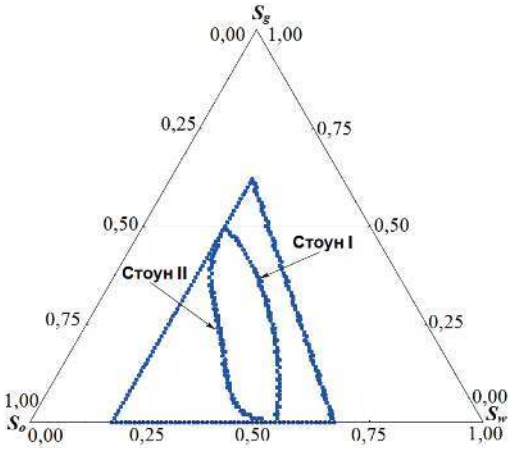

Рис. 3. Изопермы при k_{ro} = 0,02, полученные по моделям Стоуна I и II

Fig. 3. Isoperms at k_{ro} = 0.02 obtained by Stone models I and II

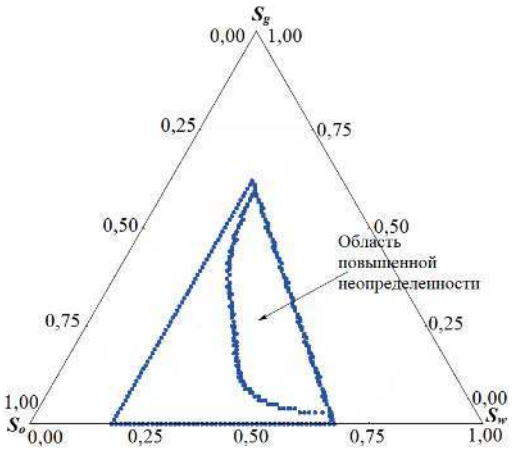

Рис. 4. Область повышенной неопределенности относительной фазовой проницаемости нефти

Fig. 4. The area of increased uncertainty of the relative phase permeability of oil

Обсуждение

Применение предлагаемого в статье расчетного алгоритма к модельной многокомпонентной пластовой системе с данными из таблицы 2 показывает наличие сразу трех действительных корней для уравнения материального баланса, два из которых приблизительно равны ($V_1 \approx V_2 \approx 0{,}936$), оставшийся корень ($V_3 = 2{,}403$) не имеет физического смысла. Значит, при неверном выборе начального приближения и без применения предложенного алгоритма всех действительных корней уравнения можно было найти только один корень уравнения, который к тому же не имеет физического смысла, следовательно, расчет фазового поведения многокомпонентной системы был бы ошибочным. Предложенная методика позволила избежать этой проблемы. Итоговый компонентный состав пластовой системы по результатам расчетов показан в таблице 3. Отмечается выполнение замыкающих соотношений для мольных долей компонентов и непротиворечивость найденных значений их физическому и математическому смыслу как долей целого. Суммарная мольная доля жидкой фазы составила 0,064, а паровой — 0,936.

Таблица 3

Компонентный состав пластовой системы по данным расчетов

Table 3

The component composition of the reservoir system according to the calculations

Параметр	Компонент 1: метан	Компонент 2: пропан	Компонент 3: н-бутан
Мольная доля компонента в жидкой фазе x_i	0,244	0,596	0,160
Мольная доля компонента в паровой фазе y_i	0,411	0,493	0,096

Кроме того, предложенная методика позволила определить область повышенной неопределенности ОФП нефти в случае фильтрации нефти, воды и газа, компоненты которого были рассчитаны выше. Анализ рис. 4 показывает, что область повышенной неопределенности составляет около 1/3 от области возможных значений насыщенностей фаз, при которых ОФП нефти отлична от нуля. Следовательно, при гидродинамическом моделировании фильтрации в пласте такой смеси необходимо учитывать влияние неопределенности ОФП нефти и давать несколько прогнозных вариантов. В случае, если имеется история разработки, то модель, которая будет настроена на историю разработки лучше, является более предпочтительной.

Заключение

1. Предложен алгоритм, позволяющий при использовании итерационного метода Ньютона рассчитать все действительные корни кубического уравнения с помощью теоремы Штурма и алгоритма последовательного

деления многочленов Евклида, причем этот метод может быть обобщен и на уравнения более высоких степеней. При использовании этого способа нет необходимости угадывать начальное приближение для нахождения нужного с точки зрения рассматриваемой задачи корня.

2. Установлено, что применение этого алгоритма к построению изотерм кубического уравнения состояния позволяет предсказать области метастабильных состояний и уточнить положение изобары фазового перехода «жидкость — пар».
3. Показано, что при использовании предлагаемого алгоритма для многокомпонентного моделирования оказывается возможным определение всех действительных корней не только уравнения состояния, но и уравнения материального баланса. Метод позволяет исключить корни, не имеющие физического смысла, что позволяет осуществить правильный расчет фазового поведения многокомпонентной углеводородной системы, что важно для реальных систем, например для предсказания образования газовых конденсатов и выбора рационального режима разработки газоконденсатных месторождений.
4. Предложена методика определения области повышенной неопределенности относительной фазовой проницаемости нефти в случае трехфазной фильтрации, позволяющая установить, при каких значениях насыщенности фаз ОФП нефти, полученные по разным моделям, не соответствуют друг другу. В этом случае при гидродинамическом моделировании фильтрации в пласте такой смеси необходимо учитывать влияние неопределенности ОФП нефти и давать несколько прогнозных вариантов либо выбирать ту модель ОФП нефти, которая дает лучшую настройку на историю разработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов С. А. Самый знаменитый алгоритм / С. А. Абрамов // Квант. 1985. № 11. С. 44-46.
2. Брусиловский А. И. Фазовые превращения при разработке месторождений нефти и газа / А. И. Брусиловсикй. М.: Грааль, 2002. 575 с.
3. Гиматудинов Ш. К. Физика нефтяного и газового пласта: учебник / Ш. К. Гиматудинов, А. И. Ширковский; 3-е изд. М.: Недра, 1982. 311 с.
4. Гусак А. А. Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричикова. Минск: ТетраСистемс, 1999. 640 с.
5. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн; перевод с англ. под ред. И. Г. Арамановича. М.: Наука, 1974. 832 с.
6. Ненашев А. В. Сходимость метода последовательных приближений при моделировании нелинейных радиотехнических устройств. Метод простой итерации / А. В. Ненашев // Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь. Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2010. № 2 (22). Часть 1. С. 244-248.

7. Рид Р. Свойства газов и жидкостей: справочное пособие / Р. Рид, Дж. Праусниц, Т. Шервуд; перевод с англ. под ред. Б. И. Соколова. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Химия, 1982. 592 с.
8. Соколов В. С. Моделирование фазового равновесия газоконденсатных систем для месторождений с низкой степенью изученности / В. С. Соколов, Д. А. Киселев, А. Ю. Смирнов // Недропользование XXI век. 2017. № 4. С. 52-57.
9. Терёхин М. Т. Условия устойчивости невозмущенного движения в одном критическом случае / М. Т. Терёхин, Е. М. Фулина // Вестник Рязанского государственного университета им. С. А. Есенина. 2015. № 4 (49). С. 188-204.
10. Тер-Саркисов Р. М. Разработка месторождений природных газов / Р. М. Тер-Саркисов. М.: Недра, 1999. 660 с.
11. Ширковский А. И. Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений / А. И. Ширковский. М.: Недра, 1987. 309 с.
12. Aghabozorgi S. Estimation of three-phase oil relative permeability in WAG experiments / S. Aghabozorgi, M. Sohrabi, J. Facanha // Offshore Technology Conference Brasil (29-31 October 2019, Rio de Janeiro, Brazil). 2019. Paper OTC-29924-MS. DOI: 10.4043/29924-MS
13. Arigbe O. D. Real-time relative permeability prediction using deep learning / O. D. Arigbe, M. B. Oyeneyin, I. Arana, M. D. Ghazi // Journal of Petroleum Exploration and Production Technology. 2019. Vol. 9. No. 2. Pp. 1271-1284. DOI: 10.1007/s13202-018-0578-5
14. Grushnikov I. Numerical simulation of hydrocarbon mixtures mass transfer processes and flow in a reservoir rock / I. Grushnikov // SPE Russian Petroleum Technology Conference (22-24 October 2019, Moscow, Russia). 2019. Paper SPE-197005-MS. DOI: 10.2118/197005-MS
15. Hosseininoosheri P. Impact of relative permeability uncertainty on CO_2 trapping mechanisms in a CO_2-EOR process: A case study in the U.S. Gulf Coast Cranfield / P. Hosseininoosheri, M. Mehrabi, S. A. Hosseini, V. Nunez-Lopez, L. W. Lake // SPE Western Regional Meeting (23-26 April 2019, San Jose, California, USA). 2019. Paper SPE-195351-MS. DOI: 10.2118/195351-MS
16. Ranaee E. Propagation to reservoir simulation of uncertainty associated with three-phase relative permeability models with hysteresis / E. Ranaee, F. Inzoli, M. Riva, A. Cominelli, A. Guadagnini // SPE Europec featured at 80th EAGE Conference and Exhibition (11-14 June 2018, Copenhagen, Denmark). 2018. Paper SPE-190825-MS. DOI: 10.2118/190825-MS

Alexander Ya. GILMANOV[1]
Ivan L. MIKHAYLIN[2]
Alexander P. SHEVELEV[3]

UDC 532.546.2

METHOD OF DETERMINATION OF THERMODYNAMIC AND FILTRATION PARAMETERS FOR HYDRODYNAMIC COMPOSITIONAL MODELS

[1] 2nd Category Engineer,
Department of Modeling of Physical Processes and Systems,
Institute of Physics and Technology,
University of Tyumen
a.y.gilmanov@utmn.ru; ORCID: 0000-0002-7115-1629

[2] Master Student,
Department of Modeling of Physical Processes and Systems,
Institute of Physics and Technology,
University of Tyumen
rrrrr5678@list.ru

[3] Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Professor,
Department of Modeling of Physical Processes and Systems,
Institute of Physics and Technology,
University of Tyumen
a.p.shevelev@utmn.ru; ORCID: 0000-0003-0017-4871

Abstract

The calculation of phase behavior is important for choosing a rational mode of development of oil and gas fields. However, solving equations of state and material balance by traditional methods is associated with difficulties: Cardano's formula allows finding only the roots of a cubic equation, the dichotomy method requires the selection of a segment on which there is

Citation: Gilmanov A. Ya., Mikhaylin I. L., Shevelev A. P. 2022. "Method of determination of thermodynamic and filtration parameters for hydrodynamic compositional models". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 23-39.
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-23-39

© University of Tyumen

only one root. Newton's iterative method allows finding only one root under given conditions. Another important problem in hydrodynamic simulation is the uncertainty of the relative phase permeability of oil during three-phase filtration. It is proposed for the first time to use the algorithm of sequential division of Euclidean polynomials and Sturm's theorem to calculate phase behavior. The aim of the work is to develop a methodology for calculating phase behavior and determining the area of increased uncertainty of relative phase permeability of oil. This area is defined as a set of phase saturation values at which relative phase permeabilities of oil according to Stone 1st and 2d models differ by more than 10%.

The proposed methodology makes it possible to predict areas of metastable states. The possibility of calculating the roots of material balance equations that do not have physical meaning is excluded.

For a model three-phase system, an area of increased uncertainty of relative phase permeability of oil is determined.

It is shown that it is possible to determine all real roots of the equations. The proposed methodology makes it possible to refine forecast calculations for gas condensate fields.

Keywords

Thermodynamics, multicomponent simulation, equations of state, metastable states, Sturm's theorem, algorithm for sequential division of Euclidean polynomials, relative phase permeability, Stone model, area of uncertainty.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-23-39

REFERENCES

1. Abramov S. A. 1985. "The most famous algorithm". Kvant, no. 11, pp. 44-46. [In Russian]
2. Brusilovskiy A. I. 2002. Phase transformations in the development of oil and gas fields. Moscow: Graal. 575 p. [In Russian]
3. Gimatudinov Sh. K., Shirkovskiy A. I. 1982. Physics of oil and gas reservoir: textbook. 3rd edition. Moscow: Nedra. 311 p. [In Russian]
4. Gusak A. A., Gusak G. M., Brichikova Ye. A. 1999. Handbook of Higher Mathematics. Minsk: TetraSistems. 640 p. [In Russian]
5. Korn G. A., Korn T. M. 1968. Mathematical handbook for scientists and engineers. Translated from English by I. G. Aramanovich. Moscow: Nauka. 832 p. [In Russian]
6. Nenashev A. V. 2010. "Convergence of the method of successive approximations in modeling nonlinear radio engineering devices. Simple iteration method". Electronics, measuring equipment, radio engineering and communication. Reports of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, no. 2 (22), part 1, pp. 244-248. [In Russian]
7. Ried R. C, Prausnitz J. M., Sherwood T. K. 1977. Properties of gases and liquids. Translated from English by B. I. Sokolov. 3rd edition. Leningrad: Khimiya. 592 p. [In Russian]
8. Sokolov V. S., Kiselev D. A., Smirnov A. Yu. 2017. "Modeling of the phase equilibrium of gas condensate systems for fields with a low degree of study". Subsoil uses the 21st century, no. 4, pp. 52-57. [In Russian]

9. Teryokhin M. T., Fulina E. M. 2015. "Stability conditions of undisturbed motion in one critical case". Ryazan State University Herald named after S. A. Yesenin, no. 4 (49), pp. 188-204. [In Russian]
10. Ter-Sarkisov R. M. 1999. Development of natural gas fields. Moscow: Nedra. 660 p. [In Russian]
11. Shirkovskiy A. I. 1987. Development and operation of gas and gas condensate fields. Moscow: Nedra. 309 p. [In Russian]
12. Aghabozorgi S., Sohrabi M., Facanha J. 2019. "Estimation of three-phase oil relative permeability in WAG experiments". Offshore Technology Conference Brasil (29-31 October 2019, Rio de Janeiro, Brazil). Paper OTC-29924-MS. DOI: 10.4043/29924-MS
13. Arigbe O. D., Oyeneyin M. B., Arana I., Ghazi M. D. 2019. "Real-time relative permeability prediction using deep learning". Journal of Petroleum Exploration and Production Technology, vol. 9, no 2, pp. 1271-1284. DOI: 10.1007/s13202-018-0578-5
14. Grushnikov I. 2019. "Numerical simulation of hydrocarbon mixtures mass transfer processes and flow in a reservoir rock". SPE Russian Petroleum Technology Conference (22-24 October 2019, Moscow, Russia). Paper SPE-197005-MS. DOI: 10.2118/197005-MS
15. Hosseininoosheri P., Mehrabi M., Hosseini S. A., Nunez-Lopez V., Lake L. W. 2019. "Impact of relative permeability uncertainty on CO_2 trapping mechanisms in a CO_2-EOR process: A case study in the U.S. Gulf Coast Cranfield". SPE Western Regional Meeting (23-26 April 2019, San Jose, California, USA). 2019. Paper SPE-195351-MS. DOI: 10.2118/195351-MS
16. Ranaee E., Inzoli F., Riva M., Cominelli A., Guadagnini A. 2018. "Propagation to reservoir simulation of uncertainty associated with three-phase relative permeability models with hysteresis". SPE Europec featured at 80th EAGE Conference and Exhibition (11-14 June 2018, Copenhagen, Denmark). Paper SPE-190825-MS. DOI: 10.2118/190825-MS