

Математическая модель свободных колебаний надземных участков трубопроводов, транспортирующих многофазную жидкость

Дмитрий Андреевич Черенцов¹✉, Сергей Петрович Пирогов^{1,2}

¹ Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

² Государственный аграрный университет Северного Зауралья, Тюмень, Россия
Контакт для переписки: cherentsovda@bk.ru✉

Аннотация. В районах строительства с преобладанием вечной мерзлоты часто используется надземная прокладка трубопроводов. Нормативные документы регламентируют величину пролета между опорами, однако для учета вихревого возбуждения, вызванного ветровой нагрузкой, необходимо предусмотреть корректировку этой величины. В этой работе предложен метод нахождения длины участка между опорами в зависимости от ветровой нагрузки, вызывающей колебания трубопровода. Для его реализации необходимо определение частот свободных колебаний. В статье изложено описание подхода, позволяющего определить собственные частоты колебаний надземных трубопроводов с учетом внутреннего давления и скорости фаз перекачиваемой многофазной жидкости, рассматриваемых при стационарных режимах течения. Представлена математическая модель, разработанная на основе стержневой теории с учетом транспортирующей многофазной жидкости. Численное решение приведено с использованием метода Бубнова — Галеркина, при этом найдено достаточное количество членов, которые надо сохранить в приближенном решении.

Ключевые слова: математическое моделирование, численные методы, частоты свободных колебаний, проектирование трубопроводов, надземные трубопроводы, многофазная жидкость, определение величины пролета трубопровода

Благодарности: работа выполнена при поддержке Национального проекта «Наука и университеты» Министерства науки и высшего образования РФ (грант № FEWN-2024-0005).

Цитирование: Черенцов Д. А., Пирогов С. П. 2024. Математическая модель свободных колебаний надземных участков трубопроводов, транспортирующих многофазную жидкость // Вестник Тюменского государственного университета.

Mathematical model of free vibrations in above-ground pipelines sections transporting multiphase fluid

Dmitry A. Cherentsov¹✉, Sergey P. Pirogov^{1,2}

¹ Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

² Northern Trans-Ural State Agricultural University, Tyumen, Russia

Corresponding author: cherentsovda@bk.ru✉

Abstract. In construction areas with prevailing permafrost, above-ground pipeline installation is often used. Regulatory documents determine the span between supports; however, this value's correction should be possible to account for the vortex excitation caused by the wind load. This paper proposes a method for finding the length of the section between supports depending on the wind load that causes vibrations of the pipeline. Its implementation requires determining the frequency of the external voltage. The article describes a coupling that allows one to determine the natural vibrations of above-ground pipelines, accounting at stationary flow conditions for the internal pressure and phase velocity of the pumped multiphase liquid. A mathematical model developed on the rod theory accounting for a transporting multiphase fluid is presented. A numerical solution was carried out using the Bubnov–Galerkin method, and enough members were found that require preservation in an approximate state.

Keywords: mathematical modeling, numerical methods, free vibration frequencies, pipeline design, above-ground pipelines, multiphase fluid, determination of pipeline span

Acknowledgements: the work was supported by the National Project “Science and Universities” of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (grant No. FEWN-2024-0005).

Citation: Cherentsov, D. A., & Pirogov, S. P. (2024). Mathematical model of free vibrations in above-ground pipelines sections transporting multiphase fluid. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(4), 68–78. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-4-68-78>

Received May 6, 2024; Reviewed Oct. 10, 2024; Accepted Dec. 16, 2024

Введение

Преимущественный выбор надземного способа прокладки трубопроводов обусловлен преобладающим наличием вечной мерзлоты в районах строительства объектов транспорта нефти и газа в многофазном состоянии.

Определение величины пролета между опорами трубопровода является основной задачей при использовании надземного способа прокладки. Минимальное значение величины расстояний между опорами трубопроводов регламентируется нормативными документами Российской Федерацииⁱ, а также зачастую используется программный комплекс «Старт-Проф»ⁱⁱ. При возникновении случая невыполнения условий отстройки от резонансных частот, соответствующей проверке на резонанс от ветровой нагрузки, необходимо уточнить величину пролета.

Требуемое значение длины участка трубопровода между строительными опорами может быть определено по следующему алгоритму (рис. 1).

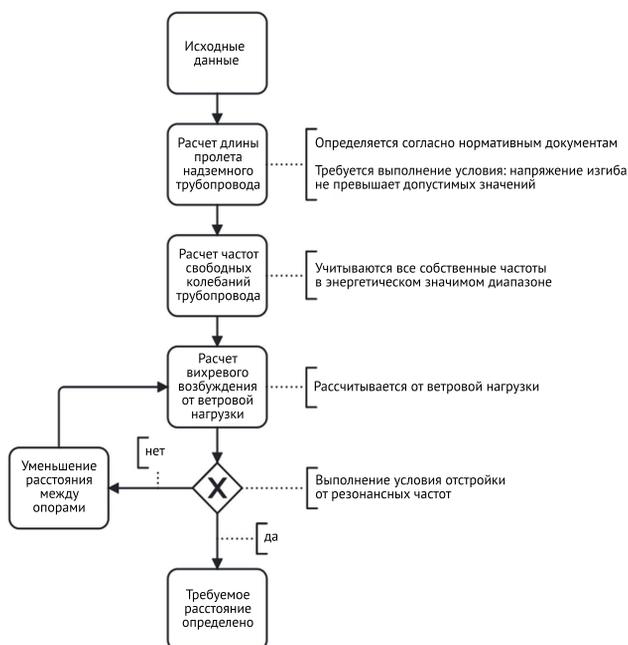


Рис. 1. Алгоритм для определения шага между опорами надземного трубопровода с учетом вихревого резонанса

Fig. 1. Algorithm for determining the pitch between the supports of an overhead pipeline considering vortex resonance

ⁱ СА 03-003-07. Расчеты на прочность и вибрацию стальных технологических трубопроводов. М.: НТП Трубопровод, 2007. 70 с.; ГОСТ Р 58367—2019. Обустройство месторождений нефти на суше. Технологическое проектирование. М.: Стандартинформ, 2019. 120 с.

ⁱⁱ Старт-Проф. Текущая версия 4.86 R4 // НТП Трубопровод. <https://www.truboprovod.ru/software/start> (дата обращения: 01.01.2024).

При некорректном расчете частот свободных колебаний трубопровода возможен рост амплитуд колебаний пролета выше предельных значений, что может привести к аварийным режимам. Поэтому оценке свободных частот трубопроводов должно уделяться особое значение.

В СА 03-003-07 при определении собственных частот используется стержневая теория; параметры перекачиваемой жидкости, такие как давление и скорость, не учитываются, однако учтена дополнительная масса потока. В рассмотренных авторами исследованиях [Феодосьев, 1952; Соколов, Березнёв, 2004, 2005; Чуба и др., 2007; Ефимов, 2008; Ильин, Соколов, 2010; Миронов и др., 2010; Черенцов и др., 2014; Зарипов, 2016; Шакирьянов, 2016; Ганиев и др., 2017; Pirogov и др., 2018, 2020; Пирогов и др., 2019; Петров и др., 2023] собственные частоты трубопроводов определены с помощью стержневой и оболочечной теории (и та и другая позволяют учесть давление и скорость однофазной жидкости).

В данной работе представлена математическая модель определения собственных частот колебаний трубопроводов, учитывающая внутреннее давление и параметры перекачиваемой многофазной жидкости при стационарных режимах течения.

Методы

Было получено [Брилл, Мукерджи, 2006; Пирогов, Черенцов, 2023] уравнение колебаний трубопровода с учетом изменения давления вдоль длины:

$$\left(\rho_{\text{тр}} S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}} S_{\text{ж}}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - P_x \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad (1)$$

где w — прогиб оси трубопровода в поперечном направлении; P_x — внутреннее давление в координате x ; E — модуль упругости материала трубопровода; J — момент инерции сечения трубопровода; μ — коэффициент Пуассона; $d_{\text{вн}}$ — внутренний диаметр трубопровода; δ — толщина стенки трубы; $S_{\text{тр}}$ — площадь сечения трубопровода; $\rho_{\text{тр}}$ — плотность материала трубы; $S_{\text{ж}}$ — площадь сечения, занимаемая жидкостью; $\rho_{\text{ж}}$ — плотность многофазной жидкости.

Давление в сечении с координатой x при известном начальном давлении ($P_{\text{н}}$) может быть определено как

$$P_x = P_{\text{н}} - \frac{dP}{dx} x, \quad (2)$$

где dP/dx — градиент давления (потеря давления на единицу длины трубопровода).

Выражение для определения градиента давления для многофазного потока получено из условия представления флюида в виде однородной смеси:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{f \rho_{\text{ж}} v_{\text{ж}}^2}{2d_{\text{вн}}} + \rho_{\text{ж}} g \sin \theta + \rho_{\text{ж}} v_{\text{ж}} \frac{dv_{\text{ж}}}{dx}, \quad (3)$$

где f — коэффициент гидравлического сопротивления потока многофазной жидкости; $\rho_{\text{ж}}$ — плотность многофазной жидкости; $v_{\text{ж}}$ — приведенная скорость многофазной жидкости; θ — угол отклонения от вертикали участка трубопровода.

Для определения градиента давления используются эмпирические и механистические корреляции [Pirgov и др., 2018], учитывающие эффект проскальзывания фаз на восходящих и нисходящих участках и режимы течения. Режим течения многофазной жидкости зависит от соотношения приведенных скоростей фаз (от объемного соотношения жидкой и газовой фазы, рис. 2).

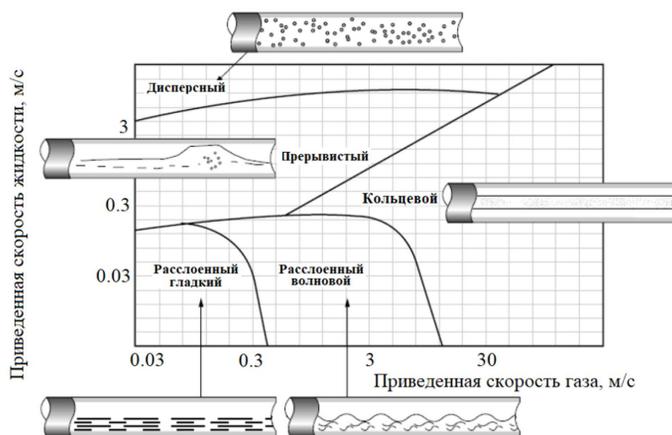


Рис. 2. Режимы течения многофазной жидкости

Fig. 2. Multiphase fluid flow regimes

Прерывистый (пробковый) режим течения относится к нестационарным режимам течения, характеризующимся непостоянной структурой течения жидкости во времени. Перекачка в таком режиме может вызвать интенсивные колебания трубы. Далее будут рассматриваться стационарные режимы течения (расслоенный гладкий, дисперсный, кольцевой) с целью определения собственных частот колебаний.

Решение (1) с учетом (3) может быть получено методом Бубнова — Галеркина. В качестве граничных условий используются жесткие заделки ($\vartheta = w = 0$) — аналог неподвижных опор.

Искомая функция может быть представлена как

$$w(x, t) = w(x) \sin(kt + \beta), \tag{4}$$

где $w(x)$ — функция перемещений в поперечном направлении; k — круговая частота колебаний; β — сдвиг фаз.

После подстановки (4) в (1) и преобразований получено уравнение:

$$\left(\rho_{\text{тр}} S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}} S_{\text{ж}}\right) w(x) k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} \right) - P_x \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} = 0. \tag{5}$$

Приближенное решение $w(x)$ представляется в виде ряда

$$w(x) = \sum_{i=1}^n a_i w_i = a_1 w_1 + a_2 w_2 + \dots + a_n w_n. \quad (6)$$

При подстановке (6) в (5) получим неравенство нулю — невязку решения, зависящую от неопределенных коэффициентов a_i , входящих в (6). Базисная функция w_i примет вид:

$$w_i(x) = \sin\left(i\pi \frac{x}{l}\right). \quad (7)$$

Получено условие ортогональности невязки решения и базисной функции:

$$\begin{aligned} & -a_1 \int_0^L \left(\rho_{\text{тр}} S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}} S_{\text{ж}} \right) k^2 w_1 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) - P_x \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} w_1 dx + \\ & + \dots - a_n \int_0^L \left(\rho_{\text{тр}} S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}} S_{\text{ж}} \right) k^2 w_n + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \right) - P_x \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} w_n dx = 0. \\ & \dots \\ & -a_1 \int_0^L \left(\rho_{\text{тр}} S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}} S_{\text{ж}} \right) k^2 w_1 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) - P_x \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} w_n dx + \\ & + \dots - a_n \int_0^L \left(\rho_{\text{тр}} S_{\text{тр}} + \rho_{\text{ж}} S_{\text{ж}} \right) k^2 w_n + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \right) - P_x \left(\mu \frac{S_{\text{тр}} d_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} w_n dx = 0. \end{aligned}$$

Удерживая различное количество членов в приближенном решении w_i , получим систему линейных уравнений порядка n . Выражение для определения собственных частот может быть получено из условия равенства нулю определителя матрицы такой системы уравнений.

Результаты

Определение необходимого количества членов ряда в (6) производилось для надземного участка трубопровода со следующими характеристиками:

- диаметр и толщина стенки — 159×8 мм;
- длина участка — 3 км;
- длина пролета — 10 м;
- расход жидкости — $800 \text{ м}^3/\text{сут}$;
- обводненность объемная — 50%;
- газовый фактор — $200 \text{ м}^3/\text{м}^3$;
- давление в конце участка — $10 \text{ кгс}/\text{см}^2$ (избыточное).

Изменение давления и скоростей фаз вдоль участка трубопровода по корреляции Беггза и Брилла [Брилл, Мукерджи, 2006] представлены на рис. 3.

При увеличении количества членов ряда в (6) первая собственная частота колебаний стремится к предельному значению (рис. 4).

Устойчивое решение может быть получено при удержании трех членов в приближенном решении.

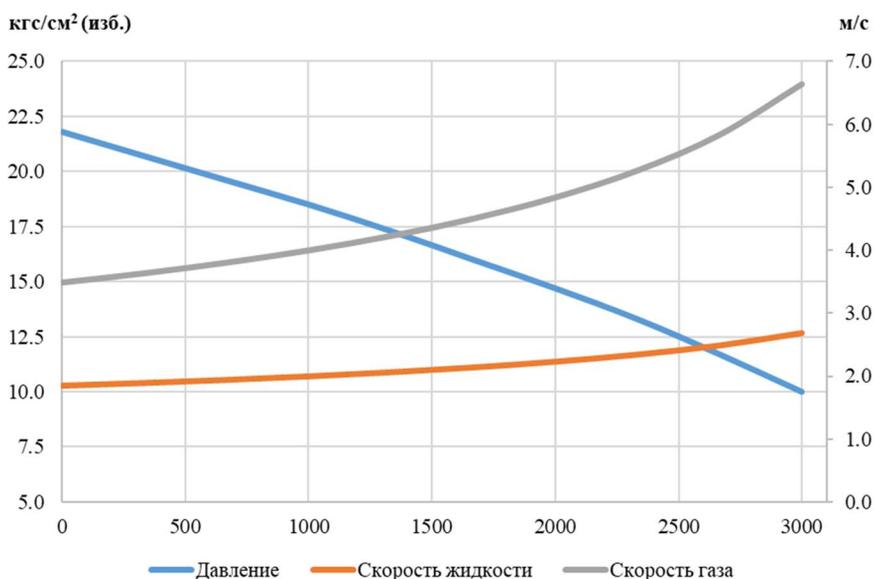


Рис. 3. Результаты гидравлического расчета по корреляции Беггса и Брилла
Fig. 3. Results of hydraulic calculations using Beggs and Brill correlation

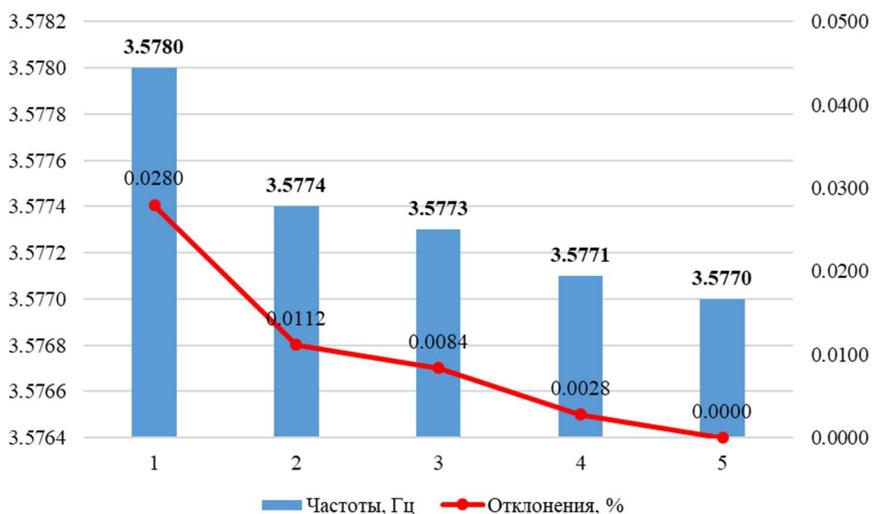


Рис. 4. Определение необходимого количества членов ряда в (6)
Fig. 4. It is necessary to determine the number of terms of the series in (6)

Заключение

Требуемое значение длины участка трубопровода между строительными опорами, определяемое по предложенному алгоритму на рис. 1, позволит избавиться от итеративных расчетов при расстановке опор вдоль всей трассы трубопроводов при проектировании объектов сбора скважинной продукции.

Полученная математическая модель дает возможность оценить влияние внутреннего давления и параметров перекачиваемой многофазной жидкости при стационарных режимах течения на частоты свободных колебаний надземных участков трубопроводов.

С помощью данной модели возможно оценить влияние параметров многофазной жидкости, таких как объем жидкости, обводненность и газовый фактор, на собственные частоты колебаний и, как следствие, величину пролета между опорами.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Брилл Дж. П., Мукерджи Х. 2006. Многофазный поток в скважинах / пер. с англ. Ю. В. Русских; под ред. М. Н. Кравченко. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований. 384 с.
- Ганиев Р. Ф., Ильгамов М. А., Хакимов А. Г., Шакирьянов М. М. 2017. Пространственные неперiodические колебания трубопровода под действием переменного внутреннего давления // Проблемы машиностроения и надежности машин. № 2. С. 3–12. <https://www.elibrary.ru/ykvaqx>
- Ефимов А. А. 2008. Свободные колебания подводных нефтепроводов // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. № 1 (67). С. 49–55.
- Зарипов Д. М. 2016. Нелинейные колебания трубопровода под действием внутреннего ударного давления в жидкости // Труды Института механики им. Р. Р. Мавлютова УНЦ РАН. Том 11. № 1. С. 136–140. <https://www.elibrary.ru/xeridj>
- Ильин В. П., Соколов В. Г. 2010. Исследование свободных колебаний кривой трубы с потоком жидкости // Успехи строительной механики и теории сооружений: сб. науч. ст. / под ред. Н. Ф. Морозова. Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т. С. 88–93.
- Миронов М. А., Пятаков П. А., Андреев А. А. 2010. Вынужденные изгибные колебания трубы с потоком жидкости // Акустический журнал. Том 56. № 5. С. 684–692. <https://www.elibrary.ru/mvnxkz>
- Петров Д. А., Черенцов Д. А., Пирогов С. П. 2023. Влияние ветровой нагрузки на величину пролета между опорами надземного трубопровода // Нефтегазовый терминал: материалы Междунар. науч.-техн. конф. / под общ. ред. Ю. Д. Земенкова. Тюмень: Тюмен. индустр. ун-т. Вып. 25. С. 287–290. <https://www.elibrary.ru/lbvpah>
- Пирогов С. П., Черенцов Д. А., Воронин К. С. 2019. Уравнения математической физики в задачах трубопроводного транспорта нефти и газа: учеб. пос. Тюмень: Тюмен. индустр. ун-т. 95 с.
- Пирогов С. П., Черенцов Д. А. 2023. Определение частот свободных колебаний надземных участков трубопроводов, транспортирующих несжимаемую жидкость // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. № 3 (159). С. 84–94. <https://doi.org/10.31660/0445-0108-2023-3-84-94>

- Соколов В. Г., Березнёв А. В. 2004. Уравнения движения криволинейного участка трубопровода с потоком жидкости // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. № 6 (48). С. 76–80.
- Соколов В. Г., Березнёв А. В. 2005. Решение задачи о свободных колебаниях криволинейных участков трубопроводов с протекающей жидкостью // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. № 1 (49). С. 80–84.
- Феодосьев В. И. 1952. О колебаниях и устойчивости трубы при протекании через нее жидкости // Инженерный сборник. Том 10. С. 169–170.
- Черенцов Д. А., Пирогов С. П., Дорофеев С. М. 2014. Математическая модель манометрической пружины в вязкой среде // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математические науки. Информатика. № 7. С. 234–241.
- Чуба А. Ю., Смолин Н. И., Пирогов С. П. 2007. Определение собственных частот колебаний изогнутых труб некругового поперечного сечения // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. № 1 (61). С. 77–82.
- Шакирьянов М. М. 2016. Пространственные хаотические колебания трубопровода в сплошной среде под действием переменного внутреннего давления // Известия Уфимского научного центра РАН. № 4. С. 35–47.
- Pirogov S. P., Chuba A. Yu., Cherentsov D. A. 2018. Effect of section shape on frequencies of natural oscillations of tubular springs // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Vol. 357. No. 1. Article 012032. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/357/1/012032>
- Pirogov S. P., Cherentsov D. A., Voronin K. S., Yakupov A. U. 2020. Simulation of the stress-strain state of the working body of the system for the development of the pipeline trench // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Vol. 952. No. 1. Article 012011. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/952/1/012011>

References

- Brill, J. P., & Mukherjee, H. (2006). *Multiphase Flow in Wells* (Yu. V. Russkikh, Trans.; M. N. Kravchenko, Ed.). Institut kompyuternykh issledovaniy. [In Russian] (Original work published 1999, Henry L. Doherty Memorial Fund of Aime, Society of Petroleum Engineers)
- Ganiev, R. F., Il'gamov, M. A., Khakimov, A. G., & Shakiryaynov, M. M. (2017). Spatial aperiodic vibrations of the pipelines under transient internal pressure. *Problemy mashinostraeniya i nadezhnosti mashin*, (2), 3–12. <https://www.elibrary.ru/ykvaqx> (English version: *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 46(2), 87–95)
- Efimov, A. A. (2008). Natural oscillation of underwater pipelines. *Oil and Gas Studies*, (1), 49–55. [In Russian]
- Zaripov, D. M. (2016). Non-linear vibrations of the pipeline under the action of impact pressure in internal fluid. *Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics*, 11(1), 136–140. <https://www.elibrary.ru/xeridj> [In Russian]
- Ilyin, V. P., & Sokolov, V. G. (2010). Study of dynamic deformation of a pipe with liquid flow. In N. F. Morozov (Ed.), *Advances in Structural Mechanics and Theory of Structures* (pp. 88–93). Yuri Gagarin State Technical University of Saratov. [In Russian]
- Mironov, M. A., Pyatakov, P. A., & Andreev, A. A. (2010). Forced flexural vibrations of a pipe with a liquid flow. *Akusticheskij zhurnal*, 56(5), 684–692. <https://www.elibrary.ru/mvnxkz> (English version: *Acoustical Physics*, 56(5), 739–747)

- Petrov, D. A., Cherentsov, D. A., & Pirogov, S. P. (2023). Estimation of wind load on the average span between the supports of an overhead pipeline. In Yu. D. Zemenkov (Ed.), *Oil and Gas Terminal: Proceedings of the International Scientific and Technical Conference* (Vol. 25, pp. 287–290). Industrial University of Tyumen. <https://www.elibrary.ru/lbvpah> [In Russian]
- Pirogov, S. P., Cherentsov, D. A., & Voronin, K. S. (2019). *Simplification of Mathematical Physics in Problems of Pipeline Transport of Oil and Gas*. Industrial University of Tyumen. [In Russian]
- Cherentsov, D. A., & Pirogov, S. P. (2023). Determination of the natural frequencies of the above-ground sections of pipelines transporting an incompressible fluid. *Oil and Gas Studies*, (3), 84–94. <https://doi.org/10.31660/0445-0108-2023-3-84-94> [In Russian]
- Sokolov, V. G., & Bereznev, A. V. (2004). Equation of motion of a curved section of a pipeline with liquid flow. *Oil and Gas Studies*, (6), 76–80. [In Russian]
- Sokolov, V. G., & Bereznev, A. V. (2005). Solution of the problem of dynamic vibrations of curved sections of pipelines with flowing liquid. *Oil and Gas Studies*, (1), 80–84. [In Russian]
- Feodosyev, V. I. (1952). On vibrations and stability of a pipe when liquid flows through it. *Inzhenernyy sbornik*, 10, 169–170. [In Russian]
- Cherentsov, D. A., Pirogov, S. P., & Dorofeyev, S. M. (2014). Mathematical model of manometric spring in a viscous medium. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Sciences. Informatics*, (7), 234–241. [In Russian]
- Chuba, A. Yu., Smolin, N. I., & Pirogov, S. P. (2007). Determination of natural frequencies of oscillation of bended pipes with a non-circular cross section. *Oil and Gas Studies*, (1), 77–82. [In Russian]
- Shakiryaynov, M. M. (2016). Spatial chaotic vibrations of a pipeline in the continuous medium under the impact of alternating internal pressure. *Proceedings of the RAS Ufa Scientific Centre*, (4), 35–47. [In Russian]
- Pirogov, S. P., Chuba, A. Yu., & Cherentsov, D. A. (2018). Effect of section shape on frequencies of natural oscillations of tubular springs. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 357(1), Article 012032. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/357/1/012032>
- Pirogov, S. P., Cherentsov, D. A., Voronin, K. S., & Yakupov, A. U. (2020). Simulation of the stress-strain state of the working body of the system for the development of the pipeline trench. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 952(1), Article 012011. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/952/1/012011>

Информация об авторах

Дмитрий Андреевич Черенцов, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры транспорта углеводородных ресурсов, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
cherentsovda@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8072-6183>

Сергей Петрович Пирогов, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры прикладной механики, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия; профессор кафедры лесного хозяйства, деревообработки и прикладной механики, Государственный аграрный университет Северного Зауралья, Тюмень, Россия
piro-gov@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-5171-8942>

Information about the authors

Dmitry A. Cherentsov, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Transport of Hydrocarbon Resources, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia
cherentsovda@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8072-6183>

Sergey P. Pirogov, Dr. Sci. (Tech.), Professor, Professor of the Department of Applied Mechanics, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia; Professor of the Department of Forestry, Woodworking and Applied Mechanics, Northern Trans-Ural State Agricultural University, Tyumen, Russia
piro-gow@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-5171-8942>