Максим Валерьевич АЛЕКСЕЕВ[1]
Иван Сергеевич ВОЖАКОВ[2]
Сергей Иванович ЛЕЖНИН[3]

УДК 532.52:536.423

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА ПРИ ВЫСОКОМ ДАВЛЕНИИ В ЗАПОЛНЕННЫЙ ЖИДКОСТЬЮ ЗАМКНУТЫЙ ОБЪЕМ*

[1] кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник,
Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе
alekseev@itp.nsc.ru

[2] кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник,
Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе
vozhakov@gmail.com

[3] доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник,
Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе
lezhnin@itp.nsc.ru

Аннотация

В рамках 2D (двухмерной, осесимметричной) и 3D (трехмерной) постановок задачи проведено численное моделирование процесса истечения газа, находящегося под давлением, в частично заполненную жидкостью закрытую емкость. Численные расчеты выполнены с помощью открытой платформы OpenFOAM. При этом применялся решатель,

* Работа выполнена при финансовой поддержке министерства Науки и Высшего образования РФ (государственный контракт III.22.7.3, АААА-А18-118051690120-2).

Цитирование: Алексеев М. В. Нестационарное истечение газа при высоком давлении в заполненный жидкостью замкнутый объем / М. В. Алексеев, И. С. Вожаков, С. И. Лежнин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2020. Том 6. № 4 (24). С. 127-140.
DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-4-127-140

основанный на методе объемов жидкости (VOF-метод) со стандартной k-e моделью турбулентности. Проведено сравнение с одномерной (1D) асимптотической моделью, в которой колебания жидкости, как целого, определяются балансом энтальпии.

Проведено численное исследование эволюции давления при истечении газа. Показано, что физические свойства используемой жидкости влияют на амплитуду и частоту пульсаций. Моделирование показало, что в воду газ истекает в виде струи, а в жидком свинце формируется снаряд вблизи отверстия, через которое истекает газ. Продемонстрировано существенное влияние трехмерных эффектов на эволюцию истечения газа в жидкость. Получено удовлетворительное согласие как двухмерного, так и трехмерного расчетов и результатов, полученных с использованием асимптотической модели. Для системы «газ — вода» результаты расчета по асимптотической модели дают существенное отличие от результатов численного расчета.

Ключевые слова

OpenFOAM, асимптотическая модель, пульсации давления, CFD 2D и 3D моделирование, инжекция газа в воду, жидкий свинец, критическое истечение газа.

DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-4-127-140

Введение

В настоящей работе проводится численное исследование задачи об истечении газа под высоким давлением в жидкость. В предыдущих работах авторами рассматривалась подобная задача в осесимметричной двухмерной постановке: в [1, 6, 13] в двухжидкостном приближении [7] с использованием созданной программы, использующей решатель уравнений LCPFCT [10]. В работе [14] выполнено моделирование с помощью пакета OpenFoam в односкоростном приближении двухфазной сжимаемой среды VOF-методом [11].

В работах [2, 3] результаты численного моделирования в осесимметричной двухмерной постановке сравнивались с расчетами по модели, построенной при анализе колебаний жидкости в объеме. Сравнение показало хорошее соответствие амплитуды и длительности нескольких начальных пульсаций давления.

Цель данной работы — исследование поведения газожидкостной среды при истечении газа под высоким давлением в область, заполненную жидкостью. При этом на другом конце области расположена газовая подушка (рис. 1). Особое внимание уделяется изучению поведения давления в окрестности канала истечения на малых временах (не более одного периода асимптотических низкочастотных пульсаций). Численное моделирование в осесимметричном двухмерном (2D) и трехмерной (3D) постановке выполнено с использованием открытой интегрируемой платформы для задач механики сплошных сред — OpenFOAM.

Методика расчета

Численное моделирование выполнялось как в двухмерном (осесимметричном), так и трехмерном случаях. На рис. 1 показаны соответствующие расчетные области. Также на рис. 1 представлены распределения давления и объемного содержания жидкости в начальный момент времени. Свойства используемой жидкости соответствуют свойствам воды и жидкого свинца, а газа — воздуху.

Решение модельных уравнений выполнено в пакете OpenFoam в решателе compressibleInterFoam. Данный решатель предназначен для моделирования двух сжимаемых, несмешивающихся, неизотермических фаз (жидкостей и/или газов). Последовательно решаются уравнения Навье-Стокса (5-7) для модельной жидкости. Переменная α определяет объемную долю жидкости, так при $\alpha = 1$ ячей-

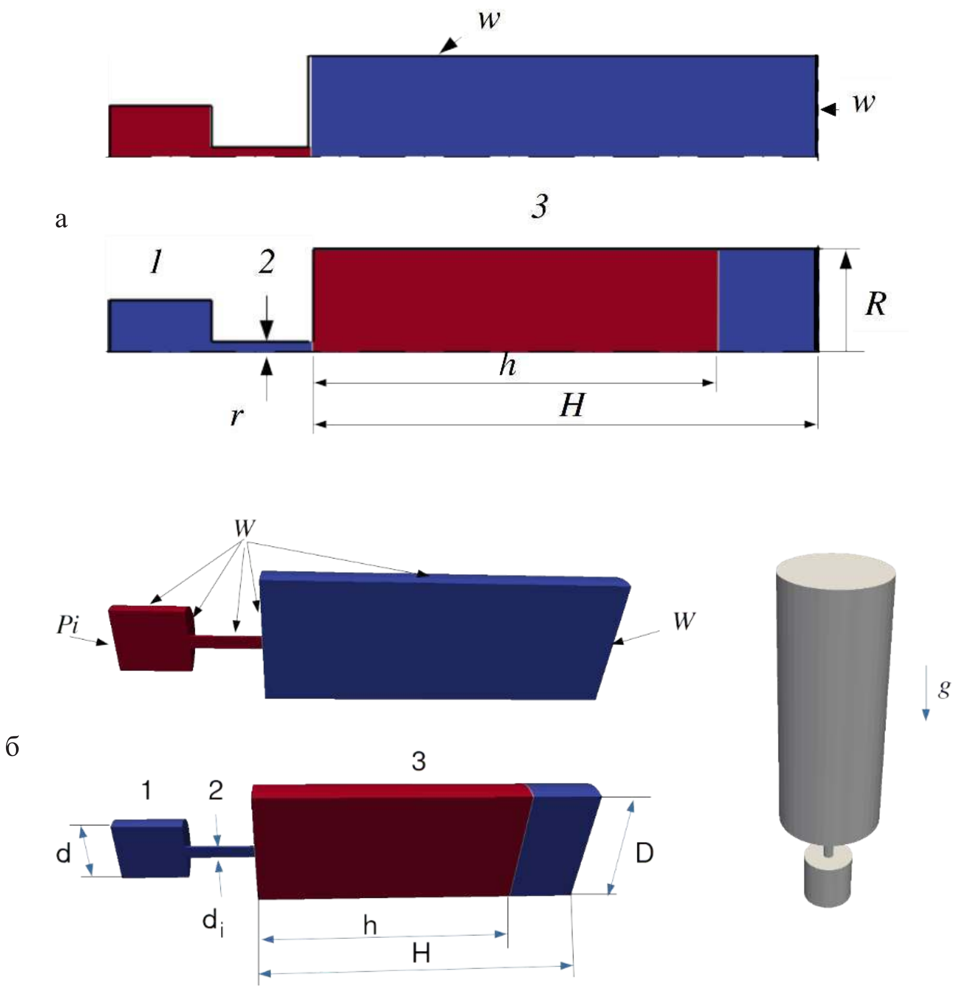


Рис. 1. а — расчетная область для 2D расчета, б — расчетная область для 3D расчета; 1 — ресивер с воздухом под высоким давлением, 2 — инжектор, 3 — рабочий объем, w — условие типа стенка

Fig. 1. а — the computational domain for the 2D calculation, б — the computational domain for the 3D calculation; 1 — receiver with high-pressure air, 2 — injector, 3 — working volume, w-wall type condition

ка полностью заполнена жидкостью, а $\alpha = 0$ заполнена только газом. На основе объемной доли вводится удельная плотность ρ и вязкость μ однородной смеси, которые рассчитываются по формулам:

$$\rho = \alpha\rho_{liquid} + (1-\alpha)\rho_{gas}, \tag{1}$$

$$\mu = \alpha\mu_{liquid} + (1-\alpha)\mu_{gas}. \tag{2}$$

Теплофизическое поведение жидкости и газа при температуре смеси T и давлении p описываются уравнениями состояния:

$$\rho_{liquid} = \psi_{liquid}p + \rho_{0liquid} = \frac{1}{R_{liquid}T}p + \rho_{0liquid}, \tag{3}$$

$$\rho_{gas} = \psi_{gas}p = \frac{1}{R_{gas}T}p, \tag{4}$$

где R_{gas} — газовая постоянная для газа, R_{liquid} — аналог газовой постоянной для жидкости, определяется из сжимаемости, $\rho_{0,liquid}$ — константа плотности. Для воды R_{liquid} = 3 000 Дж/(кг К); $\rho_{0,liquid}$ = 1 000 кг/м^3. Для жидкого свинца R_{liquid} = 3 000 Дж/(кг К); $\rho_{0,liquid}$ = 11 341 кг/м^3.

Уравнение неразрывности записывается в виде:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\rho U = 0. \tag{5}$$

Уравнение импульса включает динамическую вязкость μ, единичный тензор I и ускорение свободного падения g:

$$\frac{\partial\rho U}{\partial t} + \nabla(\rho UU) = -\nabla p + \nabla\left[\mu\left(\nabla U + (\nabla U)^T - \frac{2}{3}\nabla U\right)I\right] - \nabla\rho g x + \\ + \int_S \sigma K(x')N(x')\delta(x-x')ds\,. \tag{6}$$

Поверхностный интеграл с постоянным поверхностным натяжением σ обозначает силу действующую на границу раздела жидкость — газ, где N определяет единичную нормаль к границе раздела, а K — удвоенную среднюю кривизну границы раздела. Дельта функция Дирака определенная в трех измерениях выражается $\delta(x - x`)$, содержит $x$ — точку на поверхности — и $x`$ — точку в которой вычисляется уравнение.

Уравнение энергии:

$$\frac{\partial\rho T}{\partial t} + \nabla(\rho UT) - -\nabla(\lambda\nabla T) = -\left(\frac{\alpha}{C_{v,liquid}} + \frac{1-\alpha}{C_{v,gas}}\right)\left(\frac{\partial\rho k}{\partial t} + \nabla(\rho Uk) + \nabla(Up)\right), \tag{7}$$

где $k = |U|^2/2$ — кинетическая энергия смеси, λ — температуропроводность смеси. Удельная изохорная теплоемкость жидкой и газовой фаз представлена $C_{V,liquid}$ и $C_{V,gas}$, соответственно.

Расчетная область выполнена в виде сектора с малым углом [9]. Трехмерное моделирование проводилось в той же геометрии, что и двухмерное, а расчетная область реализована в виде 32 одинаковых секторов. Расчетная сетка являлась однородной, число ячеек для области трубки 3 составляло 2 240 000. Количество ячеек в радиальном направлении $N_r = 100$, в продольном направлении $N_x = 700$, по углу $N_\theta = 32$.

Внутренний радиус трубной области R = 0,1 м (диаметр D = 0,2 м), высота трубной области H = 0,5 м. Начальный уровень жидкости устанавливался на высоте h = 0,4 м. Начальное давление в области устанавливалось равным 20 атм. Истекающий воздух в начальный момент времени находится в большом объеме под давлением 180 атм. Поскольку исследование проводится на малых временах, то давление в указанном объеме можно считать постоянным. Истечение происходит через трубку длиной 0,1 м и радиусом r = 0,01 м. Начальная температура воздуха и жидкого свинца [12] равнялась 650 К, начальная температура воды 373 К.

Асимптотическая одномерная модель подробно описана в работах [2, 3]. Модель предсказывает, что в момент времени t = 0 формируется газовая полость, занимающая все поперечное сечение области вблизи инжектора. Газовая подушка испытывает сжатие в результате смещения жидкости и затем проявляются низкочастотные колебания. Предполагается, что процессы истечения, сжатия и расширения газа являются адиабатическими. Вязкостью жидкости в модели пренебрегается.

Результаты

Ранее в двухмерном (2D) расчете было показано [3], что процесс истечения газа в закрытую область изменяется в зависимости от значений плотности, вязкости и поверхностного натяжения жидкости в объеме. Так динамика роста газового снаряда в воде происходит в виде «струи», движение фронта межфазной границы происходит в продольном направлении с последующим сжатием в радиальном направлении в центральной части снаряда (рис. 2). На рис. 2а представлено сравнение профилей объемного газосодержания для двухмерного, симметричного (2D) и трехмерного (3D) случая. Эволюция межфазной границы в трехмерном расчете представлена на рис. 2б. В трехмерном расчете динамика процесса истечения в воду качественно не изменяется.

В случае свинца наблюдается качественно иной режим истечения (рис. 3). Газовый снаряд растет как в продольном, так и в радиальном направлениях. Форма снаряда становится «колоколообразной». Ранее было показано, что в двумерном случае, в верхней части снаряда отделяются пузырьки газа из-за межфазной неустойчивости (рис. 3а). Для трехмерного расчета эволюция объемного газосодержания до момента времени 12 мс (максимальная фаза сжатия верхней газовой полости) схожа с эволюцией объемного газосодержания для двухмерного случая. В фазе сжатия газового снаряда, к моментам времени 12-24 мс, наблюдается существенная разница между результатами расчетов для осесимметричных двухмерных и трехмерных случаев.

В двухмерном случае наблюдается неустойчивость межфазной поверхности, из-за которой образуются устойчивые кольцевые пузыри. В реальности кольцевые пузыри неустойчивы и быстро разрушаются. В трехмерном случае амплитуда продольных колебаний уменьшается за счет перераспределения энергии в асимметричные колебания.

Сжатие газовой подушки происходит менее выражено за счет возникновения трехмерных течений, как в газовом снаряде, так и в жидком свинце. В результате возникает дополнительная диссипация энергии, которая в двухмерном расчете расходовалась на сжатие газовой подушки и, в конечном итоге, это приводило к дроблению газового снаряда. Это также может объяснить меньшее сжатие газового слоя в трехмерном случае, как для воды, так и для свинца.

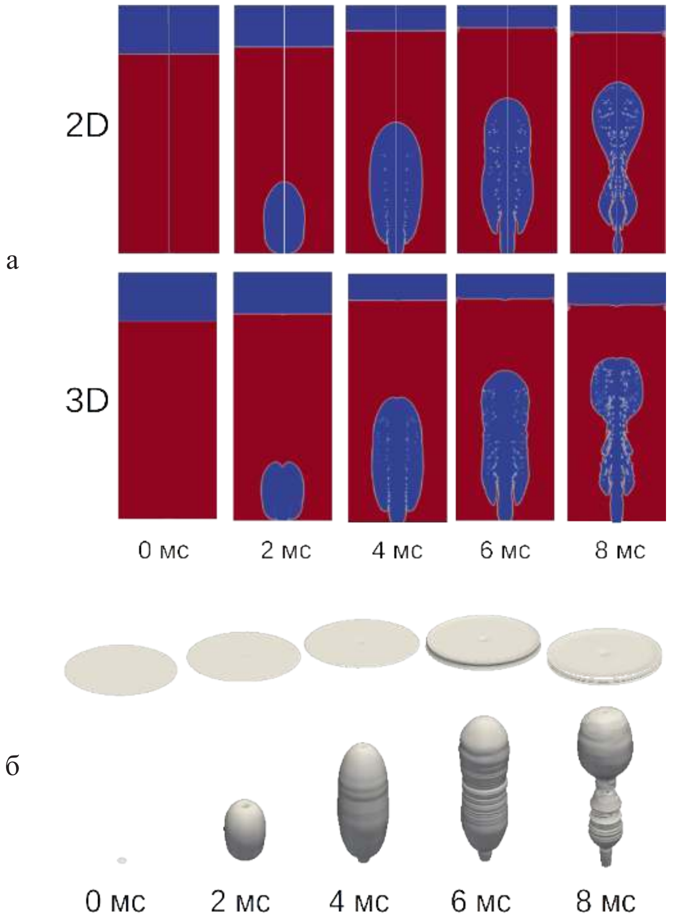
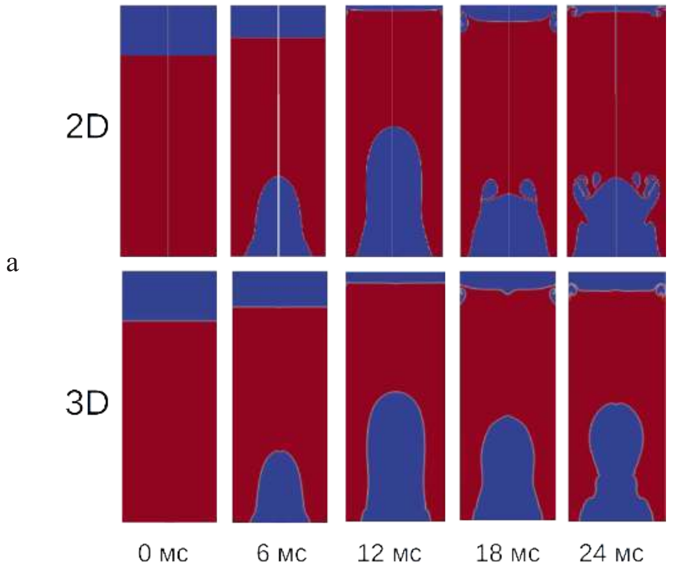


Рис. 2. Эволюции объемного газосодержания (а) и межфазной поверхности в 3D (б) при истечении воздуха в воду, красный цвет — жидкость, синий цвет — газ

Fig. 2. The evolution of the volume gas content (a) and of the interphase boundary in 3D (б) for air injection into a closed volume with water (the first oscillation period), red — liquid, blue — gas

На рис. 4 представлена эволюция давления на срезе инжектора при истечении газа в воду. Ожидаемо, количественные отличия между двухмерным (кривая 2) и трехмерным (кривая 3) расчетами невелики поскольку течение вблизи инжектора должно быть квазидвухмерным. Отличие результатов двух и трехмерных расчетов в длительности колебаний с асимптотической моделью (кривая 1) объясняется тем, что в модели жидкость рассматривается как целое, и соответственно обладает гораздо большей инерционностью. Первый пик давления связан с распадом скачка давления на границе области высокого давления и областью истечения. Второй пик связан с возвратным движением жидкости. Пунктиром на рис. 7-10 обозначено критическое давление, рассчитанное по давлению газа в объеме, из которого происходит истечение.



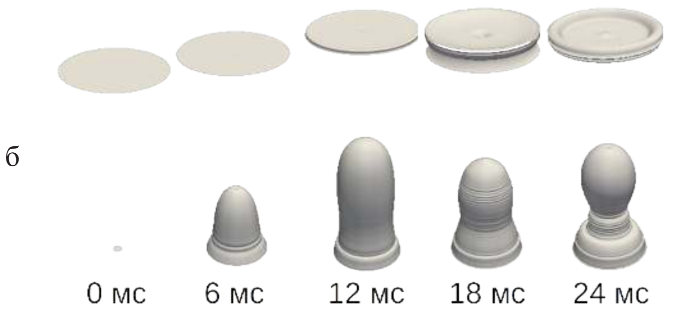


Рис. 3. Эволюция объемного газосодержания (а) и межфазной поверхности в 3D (б) при истечении воздуха в жидкий свинец, красный цвет — жидкость, синий цвет — газ

Fig. 3. The evolution of the volume gas content (a) and of the interphase boundary in 3D (b) for air injection into a closed volume with liquid lead (the first period of oscillation), red — liquid, blue — gas

Изменение давления на расстоянии 0,05 м (рис. 5) от инжектора при истечении газа в воду показывает, что в газовой полости формируется нестационарная газодинамическая структура скачков давления. Можно заметить, что в трехмерном расчете влияние потока на структуру скачков давления более существенно. Динамика давления полученная из асимптотической модели в газовом снаряде, не зависит от расстояния до инжектора и соответствует кривой 1 на рис. 4.

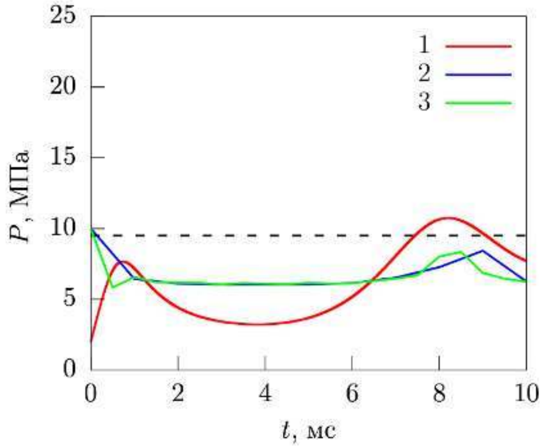


Рис. 4. Зависимость давления от времени на срезе инжектора при истечении в воду; 1 — одномерная асимптотическая модель, 2 — 2D, 3 — 3D

Fig. 4. Dependence of pressure on time on the injector section when it flows into the water; 1 — one-dimensional asymptotic model, 2 — 2D, 3 — 3D

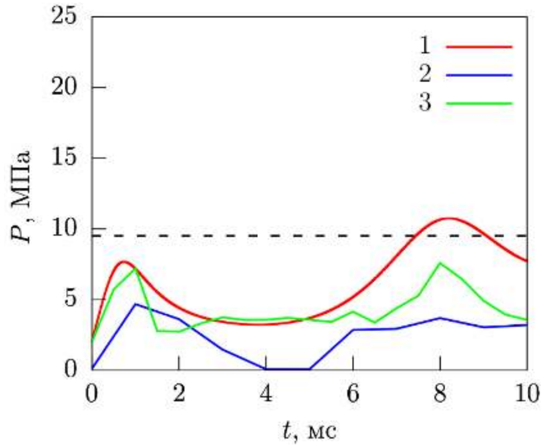


Рис. 5. Зависимость давления от времени на расстоянии 0.05 м от инжектора при истечении в воду; 1 — одномерная асимптотическая модель, 2 — 2D, 3 — 3D

Fig. 5. Dependence of pressure on time at a distance of 0.05 m from the injector when it flows into the water; 1 — one-dimensional asymptotic model, 2 — 2D, 3 — 3D

При численном расчете истечения газа в свинец струйного истечения не наблюдается за счет гораздо большей плотности свинца и большого поверхностного натяжения «газ — свинец», что делает численные расчеты ближе к асимптотической модели.

Расчет давления (рис. 6 и 7) для первой пульсации снаряда хорошо согласуется с давлением, полученным из асимптотической модели, даже на расстоянии

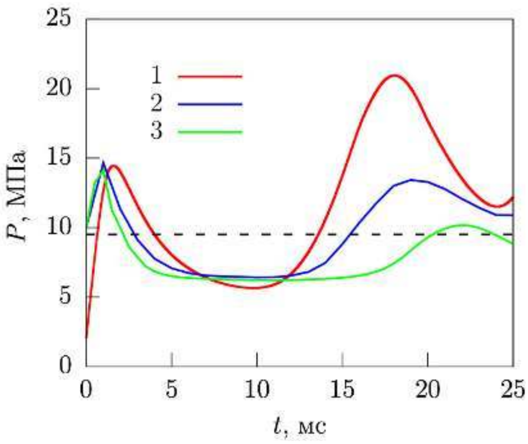


Рис. 6. Зависимость давления от времени на срезе инжектора при истечении в свинец; 1 — одномерная асимптотическая модель, 2 — 2D, 3 — 3D

Fig. 6. Dependence of the pressure on the time on the injector section when it flows into lead; 1 — one-dimensional asymptotic model, 2 — 2D, 3 — 3D

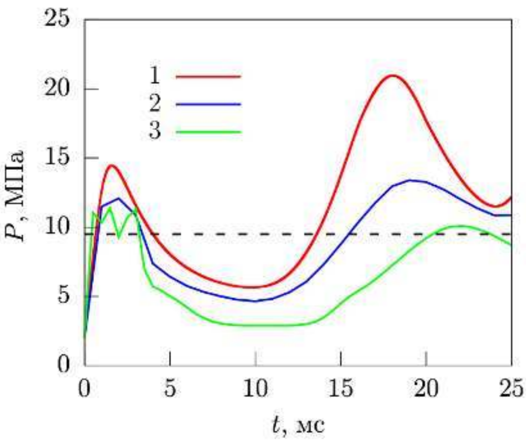


Рис. 7. Зависимость давления от времени на расстоянии 0,05 м от инжектора при истечении в свинец; 1 — одномерная асимптотическая модель, 2 — 2D, 3 — 3D

Fig. 7. Dependence of pressure on time at a distance of 0.05 m from the injector when it flows into lead; 1 — one-dimensional asymptotic model, 2 — 2D, 3 — 3D

0,05 м от инжектора. В свинце неоднородность давления уменьшается в результате малых скоростей в газовой полости по сравнению с водой. При этом асимптотическая модель показывает большую амплитуду пульсаций давления, чем в двумерном и трехмерном расчетах. По всей видимости такой эффект вызван учетом поглощением энергии колебаний деформацией межфазной границы и неодномерностью течения жидкости и газа. Именно поэтому результаты расчета давления в трехмерной модели оказываются ниже по сравнению с одномерной и двухмерной моделями.

Заключение

Выполнено моделирование истечения газа под высоким давлением в жидкость. Основное внимание уделено исследованию колебаний системы на малых временах и сравнению результатов расчета с теоретической моделью, предполагающей колебания жидкости как целого. Численный расчет выполнен в пакете OpenFOAM в двухмерной и трехмерной постановке. Показано, что в воду газ истекает в виде струи, в то время как в более тяжелом свинце формируется газовый снаряд. При этом в случае истечения в жидкий свинец расчеты удовлетворительно согласуются с теоретической моделью. Согласие результатов достигается за счет более высокой инерционности свинца и большего поверхностного натяжения «газ — свинец». Это препятствует образованию струи и приводит к формированию снаряда.

Отличия двухмерного и трехмерного расчетов вызваны добавлением степени свободы и образованием трехмерных течений как в жидкости, так и в газе. В двухмерном случае наблюдается неустойчивость межфазной поверхности, из-за которой образуются устойчивые кольцевые пузыри. В реальности кольцевые пузыри неустойчивы и быстро разрушаются. В трехмерном случае амплитуда продольных колебаний уменьшается за счет перераспределения энергии в асимметричные колебания. В результате возникает дополнительная диссипация энергии, которая объясняет меньшее сжатие газового слоя в трехмерном случае, как для воды, так и для свинца. Асимптотическая модель также предсказывает большую амплитуду пульсаций давления на больших временах по сравнению с двухмерным и трехмерным расчетами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев М. В. Влияние межфазного трения на характеристики истечения двухфазной смеси в среду с высокой плотностью / М. В. Алексеев, И. С. Вожако, С. И. Лежнин, Н. А. Прибатурин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 3. С. 49-62.
2. Алексеев М. В. Нестационарные характеристики процесса истечения газа в жидкость / М. В. Алексеев, И. С. Вожаков, С. И. Лежнин // Многофазные системы. 2019. Том 14. № 2. С. 82-88.

3. Алексеев М. В. Пульсации давления при инжекции газа в заполненный жидкостью закрытый объем при больших перепадах давления / М. В. Алексеев, И. С. Вожаков, С. И. Лежнин // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Том 26. № 5. С. 833-836.
4. Болотнова Р. Х. Исследование динамики формирования полой струи при истечении пара из сверхкритического состояния / Р. Х. Болотнова // Многофазные системы. 2018. Том 13. № 4. С. 73-78.
5. Болотнова Р. Х. Особенности формирования полой струи водяного пара сверхкритических параметров состояния, истекающего через тонкое сопло / Р. Х. Болотнова, Э. Ф. Гайнуллина // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Том 25. № 5. С. 783-789.
6. Вожаков И. С. Моделирование истечения газа в среду с высокой плотностью / И. С. Вожаков, С. И. Лежнин, М. В. Алексеев, А. Р. Богомолов, Н. А. Прибатурин // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2016. № 5. С. 86-92.
7. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред / Р. И. Нигматулин. Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1987. Т. 1. 464 с.
8. Седов Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1970. Т. 2. 568 с.
9. Alekseev M. V. Numerical simulation of pulsed gas-to-liquid injection models using open source CFD software package OpenFoam / M. V. Alekseev, I. S. Vozhakov, P. D. Lobanov, A. I. Svetonosov, V. K. Mohan, S. I. Lezhnin, N. A. Pribaturin // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1105. № 1. Art. 012085. DOI: 10.1088/1742-6596/1105/1/012085
10. Boris J. P. LCPFCT — flux-corrected transport algorithm for solving generalized continuity equations / J. P. Boris, A. M. Landsberg, E. S. Oran, J. H. Garder. Washington DC: U. S. Naval Research Lab, 1993. NRL/MR/6410-93-7192
11. Brackbill J. U. A continuum method for modeling surface tension / J. U. Brackbill, D. B. Kothe, C. Zemach // Journal of Computational Physics. 1992, vol. 100, pp. 335-354.
12. Lezhnin S. I. Recommendations on adopting the values and correlations for calculating the thermophysical and kinetic properties of liquid lead / S. I. Lezhnin, N. A. Mosunova, I. V. Savchenko // Thermal Engineering. 2015, vol. 62, no 6, pp. 434-437.
13. Lezhnin S. I. Simulating gas (vapor) outflow into a liquid / S. I. Lezhnin, M. V. Alekseev, I. S. Vozhakov, N. A. Pribaturin // Journal of Physics: Conference Series. 2018, vol. 1105, no 1, art. 012081. DOI: 10.1088/1742-6596/1105/1/012081
14. The OpenFOAM Foundation. Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox. 2020.

Maksim V. ALEKSEEV[1]
Ivan S. VOZHAKOV[2]
Sergey I. LEZHNIN[3]

UDC 532.52:536.423

UNSTEADY FLOW OF GAS AT HIGH PRESSURE INTO A CLOSED VOLUME FILLED WITH LIQUID[*]

[1] Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher,
Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch
of the Russian Academy of Sciences
alekseev@itp.nsc.ru

[2] Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher,
Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch
of the Russian Academy of Sciences
vozhakov@gmail.com

[3] Dr. Sci. (Phys.-Math.), Chief Researcher,
Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch
of the Russian Academy of Sciences
lezhnin@itp.nsc.ru

Abstract

Within the framework of 2D (two-dimensional, axisymmetric) and 3D (three-dimensional) formulations of the problem, this article presents a numerical simulation of the process of gas outflow under pressure into a closed container partially filled with liquid. The authors have performed the numerical modeling using the open platform OpenFOAM with the help of a solver based on the method of liquid volumes (VOF method) with a standard k-e turbulence model. A comparison is made with the one-dimensional (1D) asymptotic model, in which the oscillations of the fluid as a whole are determined by the enthalpy balance.

[*] The research was supported by the Ministry of Science and Higher education of the Russian Federation (state contract III.22.7.3, AAAA-A18-118051690120-2).

Citation: Alekseev M. V., Vozhakov I. S., Lezhnin S. I. 2020. “Unsteady flow of gas at high pressure into a closed volume filled with liquid”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 6, no. 4 (24), pp. 127-140.
DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-4-127-140

A numerical study of the evolution of pressure during gas outflow is carried out. The results show that the physical properties of the fluid used affect the amplitude and frequency of the pulsations. The modeling has shown that gas flows into water in the form of a jet, and a projectile forms in liquid lead near the hole through which it flows out. The significant influence of three-dimensional effects on the evolution of gas outflow into liquid is demonstrated. Satisfactory agreement was obtained for both two-dimensional and three-dimensional calculations and the results obtained using the asymptotic model. For the “gas — water” system, the results of calculations by the asymptotic model give a significant difference from the results of numerical calculations.

Keywords

OpenFOAM, asymptotic model, pressure pulsation, CAD 2D and 3D simulations, gas injection into water, liquid lead, critical gas outflow.

DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-4-127-140

REFERENCES

1. Alekseev M. V., Vozhakov I. S., Lezhnin S. I., Pribaturin N. A. 2016. “Influence of interphase friction on the characteristics of the two-phase mixture flow into a medium with high density”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no. 3, pp. 49-62. [In Russian]
2. Alekseev M. V., Vozhakov I. S., Lezhnin S. I. 2019. “Non-stationary process characteristics of the gas outflow into a liquid”. Multiphase Systems, vol. 14, no. 2, pp. 82-88. [In Russian]
3. Alekseev M. V., Vozhakov I. S., Lezhnin S. I. 2019. “Pressure pulsations during gas injection into a liquid-filled closed vessel with a high pressure drop”. Thermophysics and Aeromechanics, vol. 26, no. 5, pp. 781-784. [In Russian]
4. Bolotnova R. Kh. 2018. “Study of the dynamics of hollow jet formation under vaporoutflow from the supercritical state”. Multiphase Systems, vol. 13, no. 4, pp. 73-78. [In Russian]
5. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. 2018. “Supercritical steam outflow through a thin nozzle: forming a hollow jet”. Thermophysics and Aeromechanics, vol. 25, no. 5, pp. 761-771. [In Russian]
6. Vozhakov I. S., Lezhnin S. I., Alekseev M. V., Bogomolov A. R., Pribaturin N. A. 2016. “Modeling of gas flow in the environment with high density”. Vestnik Kuzbasskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta, no. 5, pp. 86-92. [In Russian]
7. Nigmatulin R. I. 1987. Dynamics of Multiphase Media. Vol. 1. Moscow: Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury. 464 pp. [In Russian]
8. Sedov L. I. 1970. Mechanics of a Continuous Medium. Vol. 2. Moscow: Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury. 568 pp. [In Russian]
9. Alekseev M. V., Vozhakov I. S., Lobanov P. D., Svetonosov A. I., Mohan V. K., Lezhnin S. I., Pribaturin N. A. 2018. “Numerical simulation of pulsed gas-to-liquid injection modes using open source CFD software package OpenFoam”. Journal of Physics: Conference, vol. 1105, no. 1, art. 012085.

10. Boris J. P., Landsberg A. M., Oran E. S., Garder J. H. 1993. LCPFCT — Flux-Corrected Transport Algorithm for Solving Generalized Continuity Equations. Washington DC: U. S. Naval Research Lab. NRL/MR/6410-93-7192
11. Brackbill J. U., Kothe D. B., Zemach C. 1992. “A continuum method for modeling surface tension”. Journal of Computational Physics, vol. 100, pp. 335-354.
12. Lezhnin S. I., Mosunova N. A., Savchenko I. V. 2015. “Recommendations on adopting the values and correlations for calculating the thermophysical and kinetic properties of liquid lead”. Thermal Engineering, vol. 62, no. 6, pp. 434-437.
13. Lezhnin S. I., Alekseev M. V., Vozhakov I. S., Pribaturin N. A. 2018. “Simulating gas (vapor) outflow into a liquid”. Journal of Physics: Conference Series, vol. 1105, no. 1, art. 012081.
14. The OpenFOAM Foundation. Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox. 2020.