Научная статья / Research Article
Механика жидкости, газа и плазмы

https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-3-100-116
УДК 622.276.26, 532.546

Параметрический анализ модели многозабойной скважины в пласте с двойной пористостью

Дмитрий Николаевич Майков[1]✉, Сергей Сергеевич Макаров[2]

[1] Сиам Мастер, Ижевск, Россия
[2] Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН, Ижевск, Россия
Контакт для переписки: dimaMS2@mail.ru✉

Аннотация. Получено новое аналитическое решение уравнения пьезопроводности для многозабойной скважины, вскрывающей пласт с двойной пористостью вертикально по всей толщине. Решение уравнения пьезопроводности приведено в лапласовом пространстве. Вывод решения уравнения пьезопроводности приведен при условии постоянного дебита скважины и отсутствии потерь давления на трение в стволах скважины. Аналитическое решение уравнения пьезопроводности, записанное с учетом наличия системы трещин и поровых матриц, содержит модифицированную функцию Бесселя первого и второго рода нулевого порядка, а само решение представлено в виде матричного уравнения. Реализация матричного уравнения производится при помощи LU-разложения, а перевод безразмерного давления из лапласова пространства в декартову систему координат осуществляется при помощи алгоритма Стефеста. На основе разработанного численного алгоритма проведен параметрический анализ модели многозабойной скважины в пласте с двойной пористостью. Варьируются фильтрационно-емкостные параметры пласта, параметры ответвлений многозабойной скважины, параметры модели двойной пористости, такие как доля трещинно-кавернозной емкости и удельный коэффициент проводимости. Показано отличие расчетных параметров модели многозабойной скважины в однородном пласте и пласте с двойной пористостью. Установлено влияние коэффициентов доли трещинно-кавернозной емкости и удельного коэффициента проводимости на изменение давления и производную изменения давления в скважине. Показано, что при уменьшении удельного коэффициента проводимости в 10 раз время начала переходного режима увеличивается также в 10 раз. Понижение значения доли трещинно-кавернозной емкости

© Автор(ы), 2023

с 0,01 до 0,005 проводит к увеличению изменения давления в начале работы скважины на 14,3% и уменьшению минимального значения производной изменения давления переходного режима в 1,92 раза. При понижении доли трещинно-кавернозной емкости до 0,001 значение изменения давления увеличивается на 48,2%, а минимальное значение производной изменения давления переходного режима снижается в 7,5 раз.

Ключевые слова: многозабойная скважина, аналитическое решение, уравнение пьезопроводности, трещиновато-поровый пласт, двойная пористость, полное вскрытие пласта, вертикальная траектория вскрытия, гидродинамические исследования скважин

Цитирование: Майков Д. Н., Макаров С. С. 2023. Параметрический анализ модели многозабойной скважины в пласте с двойной пористостью // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 9. № 3 (35). С. 100–116. https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-3-100-116

Поступила 14.03.2023; одобрена 19.09.2023; принята 06.10.2023

The multilateral well model with complete vertical opening of naturally fractured reservoir

Dmitriy N. Maykov[1]✉, Sergey S. Makarov[2]

[1] Siam Master, Izhevsk, Russia
[2] Udmurt Federal Research Center of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Izhevsk, Russia
Corresponding author: dimaMS2@mail.ru✉

Abstract. A new analytical solution of the diffusivity equation for a mathematical model of a multilateral which penetrates a double-porosity reservoir vertically along the entire thickness has been obtained. The solution of the diffusivity equations is given in the Laplace space and was derived with the assumption of a well constant flow rate and the absence of friction pressure losses in the channels. The analytical solution of the diffusivity equation, written taking into account the presence of a fracture system and pore matrices, contains a modified Bessel function of the first and second kind of zero order and is presented in the form of a matrix equation. The matrix equation is solved using the LU decomposition, and the transfer of the dimensionless pressure from the Laplace space to the Cartesian coordinate system

is performed using the Stehfest algorithm. On the basis of the developed numerical algorithm, a parametric analysis of the multilateral well model in a formation with double porosity was carried out. The reservoir flow properties, the parameters of the multilateral well branches, the double porosity model parameters, such as the storativity ratio and the transmissivity ratio, vary. The difference between the calculated parameters of the multilateral well model in a homogeneous formation and in a formation with double porosity is shown. The influence of the storativity ratio and the transmissivity ratio on the pressure drop and the derivative of the pressure drop in the well has been established. It is shown that when the transmissivity ratio decreases by a factor of 10, the start time of the transient regime also increases by a factor of 10. A decrease in the storativity ratio value from 0.01 to 0.005 leads to an increase in the pressure drop at the beginning of the well operation by 14.3% and the pressure drop derivative minimum value of the transient regime reduces by 1.92 times. When the storativity ratio decreases to 0.001, the value of the pressure drop increases by 48.2% and the pressure drop derivative minimum value of the transient regime decreases by 7.5 times.

Keywords: multilateral well, analytic solution, diffusivity equation, naturally fractured reservoir, dual-porosity, full reservoir opening, vertical opening trajectory, hydrodynamic studies of wells

Citation: Maykov, D. N., & Makarov, S. S. (2023). The multilateral well model with complete vertical opening of naturally fractured reservoir. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, *9*(3), 100–116. https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-3-100-116

Received March 14, 2023; Reviewed September 19, 2023; Accepted October 6, 2023

Введение

Успешная разработка месторождений во многом связана с моделированием процессов, происходящих в скважинах и эксплуатируемом пласте. Методами гидродинамических исследований скважин (ГДИС) определяются фильтрационные параметры пласта. При интерпретации ГДИС часто используют модели, основанные на решении дифференциального уравнения пьезопроводности, для получения которых вводятся такие упрощения, как однородный пласт, изотермический процесс, идеальная геометрия скважины, пласт геометрической формы, постоянный дебит скважины и т. д. Так, в работах [Ozkan, Raghavan, 1991a, 1991b; Poe и др., 1994] приведены аналитические модели вертикальной скважины, вертикальной скважины с трещиной, горизонтальной скважины. Модели многозабойных скважин приведены в работах [Salas и др., 1996; Ozkan и др., 1998; Майков, Борхович, 2020]. Переход от моделирования процесса добычи с постоянным дебитом к моделированию с изменяющимися дебитами осуществляется с помощью принципа суперпозиции (наложения) по времени [Walker, 1968;

Cinco-Ley, Samaniego V., 1989; Майков и др., 2021]. В целом, благодаря аналитическим решениям, сложность вычислений кратно сокращается, но не всегда полученные результаты могут быть пригодны для инженерной практики, т. к. время расчета сложной модели «скважина — пласт — граница» при многообразии режимов работы скважины может значительно увеличиться, особенно при решении обратной коэффициентной задачи [Майков, Макаров, 2022].

Традиционными методами ГДИС анализируется лишь прискважинная зона. Более детальную информацию о межскважинном пространстве можно получить, применяя методы, связанные с потерей добычи нефти или гидропрослушиванием [Earlougher, Ramey, 1973; Fokker и др., 2012; Майков и др., 2018; Майков, Борхович, 2019], что не всегда экономически оправдано.

В данной работе для построения расчетной модели, основанной на аналитическом решении уравнения пьезопроводности многозабойной скважины, вскрывающей пласт с двойной пористостью вертикально по всей толщине, используются положения, изложенные в работе [Майков, Борхович, 2020].

Цель работы — проведение параметрического анализа модели многозабойной скважины в пласте с двойной пористостью с применением нового аналитического решения уравнения пьезопроводности.

При построении математической модели пьезопроводности для трещиновато-порового коллектора выделяются следующие этапы: 1) течение в матрице, 2) течение в трещинах, 3) переток между трещиной и матрицей.

Описание процесса перетока между трещинами и матрицами может отличаться в зависимости от масштаба рассматриваемой среды [Блонский и др., 2017]. В настоящей работе для описания течения флюида в трещиновато-поровом коллекторе используется модель двойной пористости [Warren, Root, 1963], представляющая пласт в виде идеализированных геометрических фигур (рис. 1). Помимо этого, использована простая псевдостационарная модель потока PSS (pseudosteady state) от матрицы к трещине [Satter, Iqbal, 2016]. Особенность модели двойной пористости заключается в том, что трещиновато-поровый пласт рассматривается как система из двух сред: трещиноватой, характеризующейся эффективной пористостью, и пористой, соответствующей проницаемой матрице. Также делается допущение об одинаковом составе матрицы с определенной идеализированной геометрической формой.

Фильтрационно-емкостные свойства трещиновато-порового коллектора описываются средневзвешенными параметрами: пористостью ϕ_{mb} и проницаемостью k_{mb}, которые находятся через определяемые по керну пористость матрицы ϕ_{mi} и проницаемость матрицы k_{mi}. Связь между параметрами матрицы и средневзвешенными параметрами матрицы приведена в следующих соотношениях [Stewart, 2011]:

$$\phi_{mb} = \frac{V_m}{V_{m+f}}\phi_{mi}, \quad k_{mb} = \frac{V_m}{V_{m+f}}k_{mi}, \tag{1}$$

где V_m — объем матрицы; V_{m+f} — общий объем (матрица + трещины).

На практике в трещиновато-поровых пластах часто объем трещин очень мал, поэтому соотношение V_m/V_{m+f} близко к единице.

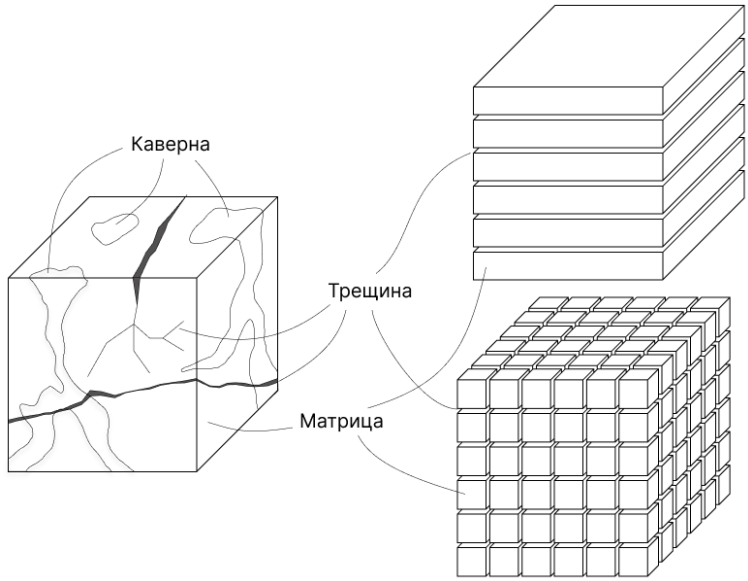

Рис. 1. Упрощение сложного трещиновато-порового пласта идеализированными геометрическими фигурами

Fig. 1. Simplifying a complex fractured reservoir idealized by geometric shapes

Методы

Система трещин

Рассмотрим математическую модель вертикальной скважины, полностью вскрывающей пласт с двойной пористостью. Дифференциальное уравнение пьезопроводности для системы трещин в радиальной системе координат имеет вид [Nie и др., 2012]:

$$\frac{\partial^2 p_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p_f}{\partial r} = \frac{\phi_{fb} c_f \mu}{k_{fb}} \frac{\partial p_f}{\partial t} - \frac{\mu}{k_{fb}} \sigma_{mf}, \tag{2}$$

где p_f — давление в трещине; ϕ_{fb} — объемная средняя пористость системы трещин; k_{fb} — объемная средняя проницаемость системы трещин; c_f — сжимаемость трещины; μ — вязкость флюида; r — радиальное направление; σ_{mf} — источник притока от матрицы на единицу объема рассматриваемой системы; t — время.

Система матриц

В моделях двойной пористости, основанных на потоке PSS между матрицей и трещинами, предполагается, что элементы матрицы имеют среднее давление p_m, которое изменяется со временем. При любом значении радиального направления r материальный баланс при истощении матрицы будет иметь следующий вид [Mohammed и др., 2021]:

$$\phi_{mi} c_m \frac{\partial p_m}{\partial t} = -\sigma_m, \tag{3}$$

где c_m — сжимаемость матрицы; p_m — давление в матрице; σ_m — источник переноса флюида из матрицы в трещину на единицу объема матрицы, который находится из соотношения [Stewart, 2011]:

$$V_m \sigma_m = V_{m+f} \sigma_{mf}. \tag{4}$$

Величина σ_{mf}, определенная в уравнении (2), связана с σ_m уравнением (4).

Исходя из уравнений (1) и (4), уравнение (3) запишем следующим образом:

$$\phi_{mb} c_m \frac{\partial p_m}{\partial t} = -\sigma_{mf}. \tag{5}$$

Используя модель двойной пористости, имеем:

$$\sigma_m = \alpha \frac{k_{mi}}{\mu} \left(p_m - p_f \right), \tag{6}$$

$$\alpha = \frac{4n(n+2)}{h_m^2}, \tag{7}$$

$$\sigma_{mf} = \sigma_m \frac{V_m}{V_{m+f}} = \alpha \frac{k_{mb}}{\mu} \left(p_m - p_f \right), \tag{8}$$

где α — геометрический коэффициент; h_m — характеристический размер блока матрицы; n — параметр, определяющий, в каких пространственных направлениях возможен обмен флюида между матрицей и трещинами.

Приняв во внимание дифференциальное уравнение пьезопроводности системы трещин (2) и выражение (5), а также сделав допущение, что между матрицами нет перетоков, дифференциальное уравнение пьезопроводности модели двойной пористости запишем так:

$$\begin{cases} \dfrac{k_{fb}}{\mu} \nabla^2 p_f = \phi_{fb} c_f \dfrac{\partial p_f}{\partial t} - \alpha \dfrac{k_{mb}}{\mu} \left(p_m - p_f \right), \\ 0 = \phi_{mb} c_m \dfrac{\partial p_m}{\partial t} + \alpha \dfrac{k_{mb}}{\mu} \left(p_m - p_f \right). \end{cases} \tag{9}$$

Приведем систему уравнений (9) в безразмерный вид:

$$\begin{cases} \nabla^2 p_{fd} = \omega \dfrac{\partial p_{fd}}{\partial t_d} - \lambda \left(p_{md} - p_{fd} \right), \\ 0 = \left(1 - \omega\right) \dfrac{\partial p_{md}}{\partial t_d} + \lambda \left(p_{md} - p_{fd} \right). \end{cases} \tag{10}$$

Безразмерные переменные приведены ниже:

$$\sigma_{mfd} = \frac{2\pi r_w^2 h}{qB} \sigma_{mf}, \tag{11}$$

$$\omega = \frac{\phi_{fb} c_f}{\phi_{fb} c_f + \phi_{mb} c_m}, \tag{12}$$

$$\lambda = \frac{\alpha k_{mb} r_w^2}{k_{fb}}, \tag{13}$$

$$r_d = \frac{r}{r_w}, \tag{14}$$

$$t_d = \frac{k_{fb} t}{(\phi c_t)_{m+f} \mu r_w^2}, \tag{15}$$

$$(\phi c_t)_{m+f} = \phi_{mb} c_m + \phi_{fb} c_f, \tag{16}$$

$$p_d = \frac{2\pi k_{fb} h}{qB\mu}(p_i - p). \tag{17}$$

Здесь σ_{mfd} — безразмерный приток матрицы; ω — доля трещинно-кавернозной емкости; r_d — безразмерный радиус; r_w — радиус скважины; h — толщина пласта; q — дебит скважины; B — объемный коэффициент флюида; t_d — безразмерное время; λ — удельный коэффициент проводимости; p_d — безразмерное давление; p_{md} — безразмерное давление в матрице; p_{fd} — безразмерное давление в трещине; p_i — начальное давление; p — давление.

Применив преобразование Лапласа к системе (10), получим:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 \overline{p}_{fd}}{dr_d^2} + \dfrac{1}{r_d}\dfrac{d\overline{p}_{fd}}{dr_d} = \omega s \overline{p}_{fd} - \lambda\left(\overline{p}_{md} - \overline{p}_{fd}\right), \\ 0 = (1-\omega) s \overline{p}_{md} + \lambda\left(\overline{p}_{md} - \overline{p}_{fd}\right), \end{cases} \tag{18}$$

где s — переменная лапласового пространства.

Выразим из второго уравнения системы (18) безразмерное давление матрицы $\bar{p}_{md}$ в лапласовом пространстве:

$$\overline{p}_{md} = \frac{\lambda}{(1-\omega)s + \lambda}\overline{p}_{fd}. \tag{19}$$

Подставим уравнение (19) в первое уравнение системы (18), и тогда система уравнений (18) преобразуется в одно уравнение вида:

$$\frac{d^2 \overline{p}_{fd}}{dr_d^2} + \frac{1}{r_d}\frac{d\overline{p}_{fd}}{dr_d} = f(s) s \overline{p}_{fd}, \tag{20}$$

где $f(s)$ — учитывающая геометрический фактор функция, соответствующая модели PSS:

$$f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s + \lambda}{(1-\omega)s + \lambda}. \tag{21}$$

Результаты и обсуждение

Аналитическое решение дифференциального уравнения модели двойной пористости

Получим аналитическое решение дифференциального уравнения пьезопроводности (20) для вертикальной скважины в трещиновато-поровом коллекторе по модели двойной пористости.

Примем следующие начальные и граничные условия:

$$p_{\mathrm{fd}}(t_{\mathrm{d}}=0, r_{\mathrm{d}})=0, \quad \lim\left[p_{\mathrm{fd}}(r_{\mathrm{d}}, t_{\mathrm{d}})\right]_{r_{\mathrm{d}}\to\infty, t_{\mathrm{d}}}=0, \quad \lim\left(r_{\mathrm{d}}\frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{fd}}}{\mathrm{d}r_{\mathrm{d}}}\right)_{r_{\mathrm{d}}\to 0, t_{\mathrm{d}}}=-1. \quad (22)$$

Уравнение (20) запишем аналогично модифицированному уравнению Бесселя [Lee и др., 2003; Permadi, 2009]:

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}+\frac{1}{x}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-\eta y=0, \quad (23)$$

которое имеет общее решение:

$$y=AK_0\left(\sqrt{\eta}x\right)+BI_0\left(\sqrt{\eta}x\right), \quad (24)$$

где K_0 — модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка; I_0 — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

С учетом начальных и граничных условий (22) имеем:

$$A=\frac{1}{s}, \quad B=0. \quad (25)$$

Исходя из общего решения (24) и условий (25), уравнение (20) представим в виде (26):

$$\overline{p}_{\mathrm{fd}}=\frac{1}{s}K_0\left(\sqrt{f(s)s}r_{\mathrm{d}}\right). \quad (26)$$

Задавая изменение давления относительно вертикальной скважины в трещиновато-поровом коллекторе согласно модели двойной пористости, выведем решение модели многозабойной скважины в трещиновато-поровом коллекторе. Используя положения, изложенные в работе [Майков, Борхович, 2020], окончательно получим запись:

$$\begin{bmatrix} s\overline{p}_{\mathrm{fd1,1}} & s\overline{p}_{\mathrm{fd1,2}} & \dots & s\overline{p}_{\mathrm{fd1,n}} & -1 \\ s\overline{p}_{\mathrm{fd2,1}} & s\overline{p}_{\mathrm{fd2,2}} & \dots & s\overline{p}_{\mathrm{fd2,n}} & -1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ s\overline{p}_{\mathrm{fdn,1}} & s\overline{p}_{\mathrm{fdn,2}} & \vdots & s\overline{p}_{\mathrm{fdn,n}} & -1 \\ s & s & \dots & s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{q}_{\mathrm{d1}} \\ \overline{q}_{\mathrm{d2}} \\ \vdots \\ \overline{q}_{\mathrm{dn}} \\ \overline{p}_{\mathrm{wd}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

где элементы, находящиеся на диагонали матрицы коэффициентов ($\bar{p}_{\text{fd}\,1,1}$, $\bar{p}_{\text{fd}\,2,2}$ и т. д.), соответствуют аналитическому решению модели вертикальной скважины в пласте с двойной пористостью (17) в стволе скважины, а недиагональные элементы ($\bar{p}_{\text{fd}\,1,2}$, $\bar{p}_{\text{fd}\,2,1}$ и т. д.) соответствуют аналитическому решению модели в точке, удаленной на расстояние, равное дистанции между рассматриваемыми стволами скважины; $\bar{q}_{\text{di}}$ — безразмерный дебит i-го ствола; $\bar{p}_{\text{wd}}$ — безразмерное давление в общем стволе многозабойной скважины.

Основываясь на положениях, изложенных в работе [Майков, Борхович, 2020], параметр $\bar{p}_{\text{fd i,j}}$ определим так:

$$\overline{p}_{\text{fd i,j}} = \begin{cases} \dfrac{1}{s} K_0\left(\sqrt{f(s)s}\, r_{\text{di}}\right) \text{ при i = j,} \\ \dfrac{1}{s} K_0\left(\sqrt{f(s)s}\, R_{\text{dij}}\right) \text{ при i} \neq \text{j.} \end{cases} \tag{28}$$

Здесь r_{di} — безразмерный радиус i-го ствола; R_{dij} — безразмерное расстояние между стволами i и j. Безразмерное расстояние между стволами определяется по следующей формуле:

$$R_{\text{dij}} = \frac{\sqrt{\left(x_{\text{i}} - x_{\text{j}}\right)^2 + \left(y_{\text{i}} - y_{\text{j}}\right)^2}}{r_{\text{w}}}, \tag{29}$$

где x — расположение i- и j-го ствола на оси x; y — расположение i- и j-го ствола на оси y.

Поскольку в многозабойной скважине несколько стволов, то в качестве радиуса скважины r_{w} в расчетах безразмерных переменных принимается радиус одного из стволов.

Перевод безразмерного давления из лапласова пространства в декартову систему координат производился при помощи алгоритма Стефеста [Stehfest, 1970].

Полученное аналитическое решение уравнения пьезопроводности в виде выражения (27) дает возможность определять параметры многозабойной скважины в пласте с двойной пористостью, полностью вскрывающей пласт по вертикальной траектории, и производить при этом учет таких параметров, как удельный коэффициент проводимости и доля трещинно-кавернозной емкости.

Численный анализ параметров модели многозабойной скважины в пласте с двойной пористостью

Проведем численный анализ изменения параметров многозабойной скважины, вскрывающей каждым отдельным ответвлением трещиновато-поровый бесконечный пласт полностью по толщине пласта и по вертикальной траектории. Для этого решим матричное уравнение (27) при помощи LU-разложения [Mittal, Al-Kurdi, 2002]. Схема модели для расчета, взятая из работы [Майков, Борхович, 2020], приведена на рис. 2. Предполагается, что происходит фильтрация однофазной жидкости с постоянными значениями вязкости и объемного коэффициента. Значение общего коэффициента сжимаемости c_{t} [Ozkan и др., 1998] считается неизменным.

В таблице 1 и 2 приведены исходные данные, используемые для расчета по предлагаемой модели.

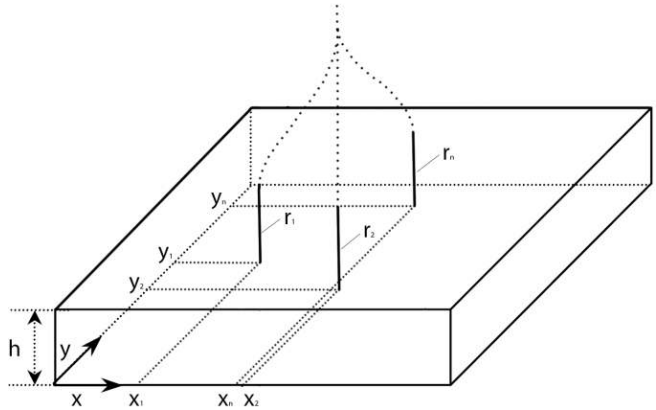

Рис. 2. Расчетная схема многозабойной скважины с вертикальным вскрытием пласта с двойной пористостью

Fig. 2. Calculation scheme of a multilateral well with vertical opening of a double-porosity reservoir

Таблица 1. Основные параметры модели (сопоставление моделей)

Table 1. Main parameters of the model (model comparison)

Параметр	Значение
Толщина пласта, *h*	10 м
Объемная средняя проницаемость системы трещин, k_{fb}	100 мД
Общая сжимаемость, c_t	0,000 05 атм$^{-1}$
Пористость, φ	0,2
Объемный коэффициент флюида, *B*	1 м^3/ст. м^3
Вязкость флюида, μ	5 сПз
Общий дебит, *q*	100 м^3/сут
Доля трещинно-кавернозной емкости, ω	0,1
Удельный коэффициент проводимости, λ	0,000 01

Таблица 2. Параметры ответвлений (сопоставление моделей)

Table 2. Wellbores parameters (model comparison)

№ ствола	*X*, м	*Y*, м	Радиус, м
1	0	0	0,065
2	75	75	0,090
3	500	500	0,045

На рис. 3 приведено сопоставление результата расчета изменения давления в скважине без учета потерь на трение по модели многозабойной скважины в однородном пласте [Майков, Борхович, 2020] и результата, полученного по предлагаемой модели с двойной пористостью, на диагностическом графике Бурде [Bourdet и др., 1983].

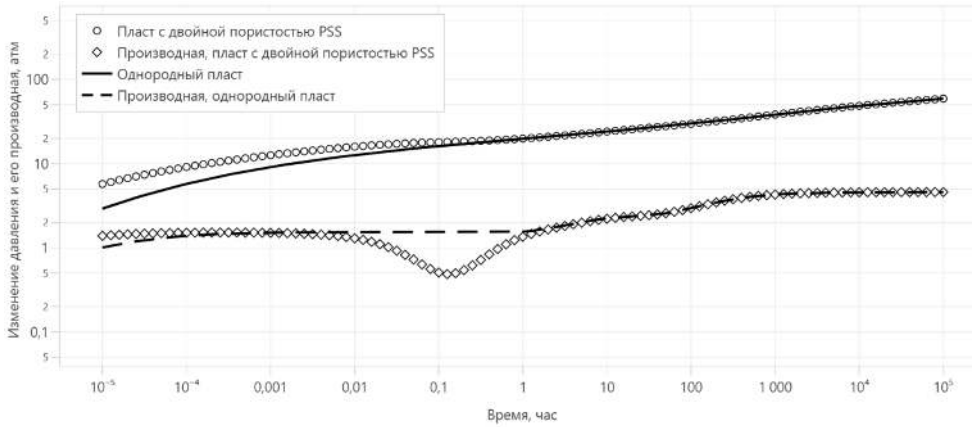

Рис. 3. Изменение давления по модели многозабойной скважины в однородном пласте и пласте с двойной пористостью

Fig. 3. Pressure gradient of a multilateral well in a homogeneous reservoir and in a dual porosity reservoir

Ввиду того, что модель с двойной пористостью, в отличие от модели с однородным пластом, учитывает параметры трещиновато-порового пласта (удельный коэффициент проводимости и долю трещинно-кавернозной емкости), на временных интервалах проявляются характерные отклонения кривых давления *x*. Так, видно, что до 0,01 ч присутствует радиальный режим в системе трещин. На интервале от 0,01 до 2 ч имеет место переходный период (приток от матрицы к трещине). От 1 000 ч и далее по времени для всей системы сохраняется радиальный режим. Помимо этого, на рис. 3 для двух моделей наблюдается интерференция между стволами многозабойной скважины в интервале времени от 1 до 1 000 ч, а начиная с 2 ч результаты, полученные по обеим моделям, идентичны.

Проведем численный анализ для определения зависимости давления в многозабойной скважине от удельного коэффициента проводимости λ и доли трещинно-кавернозной емкости ω. Параметры, использованные в расчетах, приведены в таблице 3 и 4. Результаты расчетов приведены на диагностических графиках Бурде (рис. 4 и 5).

На рис. 4 и 5 для рассмотренных трех случаев группа кривых, описывающих изменение давления, отображена выше группы кривых, описывающих трансформацию производной изменения давления.

На рис. 4 видно, что с уменьшением удельного коэффициента проводимости λ происходит смещение начала переходного режима на более поздний момент времени: при уменьшении удельного коэффициента проводимости в 10 раз увеличивается время начала переходного режима в 10 раз. Физически это обусловлено снижением интенсивности фильтрации поровой матрицы трещиновато-поровой системы. Смещение начала переходного режима отчетливо видно на кривой производной изменения давления (нижняя группа кривых). После 80 ч зависимость изменения давления по времени для расчетных случаев становится одинаковой. Также отчетливо виден эффект интерференции стволов в интервале времени от 40 до 1 400 ч, благодаря чему происходит увеличение изменения давления и его производной.

Таблица 3. Основные параметры модели (определение зависимости давления от λ и ω)
Table 3. Main parameters of the model (determination of pressure dependence on λ and ω)

Параметр	Значение
Толщина пласта, *h*	15 м
Объемная средняя проницаемость системы трещин, k_{fb}	20 мД
Общая сжимаемость, c_t	0,000 01 атм$^{-1}$
Пористость, φ	0,3
Объемный коэффициент флюида, *B*	1,2 м^3/ст. м^3
Вязкость флюида, μ	15 сПз
Общий дебит, *q*	20 м^3/сут
Доля трещинно-кавернозной емкости, ω	0,1
Удельный коэффициент проводимости, λ	0,000 01

Таблица 4. Параметры ответвлений (определение зависимости давления от λ и ω)
Table 4. Wellbores parameters (determination of pressure dependence on λ and ω)

Ствол №	*X*, м	*Y*, м	Радиус, м
1	0	0	0,06
2	250	200	0,07
3	−300	300	0,05

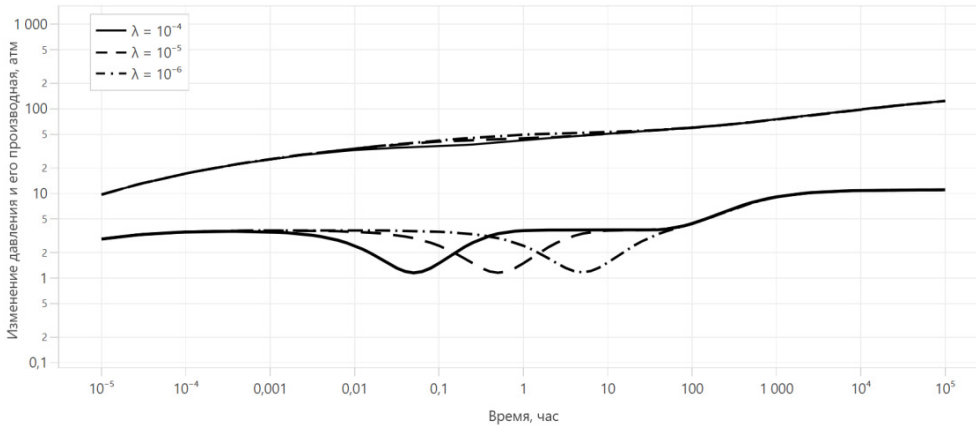

Рис. 4. Влияние удельного коэффициента проводимости λ
Fig. 4. Influence of the transmissivity ratio λ

На рис. 5 видно, что с уменьшением значения доли трещинно-кавернозной емкости ω наблюдается увеличение изменения давления в начале работы скважины; происходит уменьшение минимального значения производной изменения давления переходного режима: при уменьшении значения доли трещинно-кавернозной емкости в 2 раза — с 0,01 до 0,005 — увеличивается изменение давления в начале работы скважины на 14,3%

и уменьшается минимальное значение производной изменения давления переходного режима в 1,92 раза; при уменьшении коэффициента в 10 раз — с 0,01 до 0,001 — увеличивается значение изменения давления на 48,2% и уменьшается минимальное значение производной изменения давления переходного режима в 7,5 раз. Это обусловлено тем, что с уменьшением данного коэффициента увеличивается доля матричной емкости в пласте. Чем больше значение коэффициента доли трещинно-кавернозной емкости ω, тем позже начинается переходный период. После 0,19 ч производные изменения давления для расчетных случаев имеют идентичный характер. В том случае, если доля трещинно-кавернозной емкости равна единице, модель пласта с двойной пористостью будет полностью соответствовать модели однородного пласта.

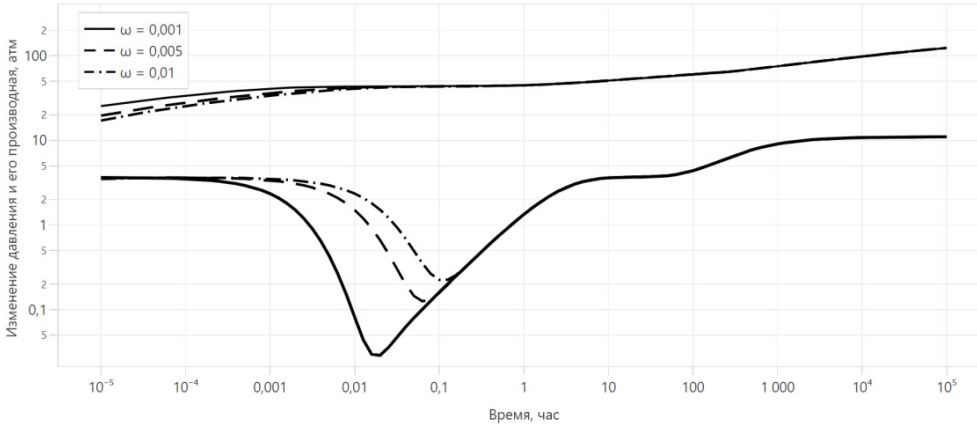

Рис. 5. Влияние доли трещинно-кавернозной емкости ω

Fig. 5. Influence of the storativity ratio ω

Заключение

В статье приведены результаты параметрического анализа модели многозабойной скважины в пласте с двойной пористостью при интерпретации результатов ГДИС с применением нового аналитического решения уравнения пьезопроводности. Данное решение, основанное на предлагаемой для рассматриваемого случая математической модели скважины, вскрывающей пласт вертикально по всей толщине, позволит достоверно интерпретировать результаты ГДИС с учетом изменяющихся параметров пласта с двойной пористостью, таких как удельная проводимость и емкостной коэффициент.

Проведены численные исследования модели многозабойной скважины с полным вертикальным вскрытием однородного пласта с двойной пористостью. Показано влияние коэффициентов доли трещинно-кавернозной емкости и удельного коэффициента проводимости на изменение давления и производную изменения давления в скважине. Установлено, что при уменьшении удельного коэффициента проводимости в 10 раз время начала переходного режима увеличивается также в 10 раз. Уменьшение значения доли трещинно-кавернозной емкости с 0,01 до 0,005 проводит к увеличению изменения

давления в начале работы скважины на 14,3%, а минимальное значение производной изменения давления переходного режима снижается в 1,92 раза. При понижении доли трещинно-кавернозной емкости до 0,001 значение изменения давления увеличивается на 48,2%, а минимальное значение производной изменения давления переходного режима снижается в 7,5 раз.

Список источников

Блонский А. В., Митрушкин Д. А., Савенков Е. Б. 2017. Моделирование течений в дискретной системе трещин: физико-математическая модель // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. № 65. https://doi.org/10.20948/prepr-2017-65

Майков Д. Н., Васильев Р. С., Васильев Д. М. 2018. Методика выявления отклика при гидропрослушивании в условиях зашумления забойного давления и наличия трендов давления // Нефтяное хозяйство. № 9. С. 98–101. https://doi.org/10.24887/0028-2448-2018-9-98-101

Майков Д. Н., Борхович С. Ю. 2019. Исследование взаимовлияния скважин методом гидропрослушивания // Нефть. Газ. Новации. № 2. С. 30–31.

Майков Д. Н., Борхович С. Ю. 2020. Аналитическая модель многозабойной скважины с полным вертикальным вскрытием пласта // Нефть. Газ. Новации. № 11 (240). С. 61–65.

Майков Д. Н., Исупов С. В., Макаров С. С., Аниканов А. С. 2021. Метод ускорения расчета давления при изменяющихся дебитах по истории эксплуатации скважины // Нефтяное хозяйство. № 9. С. 105–107. https://doi.org/10.24887/0028-2448-2021-9-105-107

Майков Д. Н., Макаров С. С. 2022. Численное исследование алгоритмов оптимизации при адаптации гидродинамической модели по результатам исследований скважин // Математическое моделирование. Том 34. № 9. С. 71–82. https://doi.org/10.20948/mm-2022-09-05

Bourdet D., Whittle T. M., Douglas A. A., Pirard V. M. 1983. A new set of type curves simplifies well test analysis // World Oil. Vol. 196. Pp. 95–106.

Cinco-Ley H., Samaniego V. F. 1989. Use and misuse of the superposition time function in well test analysis // SPE Annual Technical Conference and Exhibition (8–11 October 1989, San Antonio, Texas). Paper SPE-19817-MS. https://doi.org/10.2118/19817-MS

Earlougher R. C., Ramey H. J. 1973. Interference analysis in bounded systems // Journal of Canadian Petroleum Technology. Vol. 12. No. 4. Paper PETSOC-73-04-04. https://doi.org/10.2118/73-04-04

Fokker P. A., Renner J., Verga F. 2012. Applications of harmonic pulse testing to field cases // SPE Europec/EAGE Annual Conference (4–7 June 2012, Copenhagen, Denmark). Paper SPE-154048-MS. https://doi.org/10.2118/154048-MS

Lee J., Rollins J. B., Spivey J. P. 2003. Pressure Transient Testing. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers. 376 p. https://doi.org/10.2118/9781555630997

Mittal R. C., Al-Kurdi A. 2002. LU-decomposition and numerical structure for solving large sparse nonsymmetric linear systems // Computers & Mathematics with Applications. Vol. 43. No. 1–2. Pp. 131–155. https://doi.org/10.1016/S0898-1221(01)00279-6

Mohammed I., Olayiwola T. O., Alkathim M., Awotunde A. A., Alafnan S. F. 2021. A review of pressure transient analysis in reservoirs with natural fractures, vugs and/or caves // Petroleum Science. Vol. 18. No. 1. Pp. 154–172. https://doi.org/10.1007/s12182-020-00505-2

Nie R.-S., Meng Y.-F., Jia Y.-L., Zhang F.-X., Yang X.-T., Niu X.-N. 2012. Dual porosity and dual permeability modeling of horizontal well in naturally fractured reservoir // Transport in Porous Media. Vol. 92. No. 1. Pp. 213–235. https://doi.org/10.1007/s11242-011-9898-3

Ozkan E., Raghavan R. 1991a. New solutions for well-test-analysis problems: Part 1 — Analytical considerations // SPE Formation Evaluation. Vol. 6. No. 3. Pp. 359–368. https://doi.org/10.2118/18615-PA

Ozkan E., Raghavan R. 1991b. New solutions for well-test-analysis problems: Part 2 — Computational considerations and applications // SPE Formation Evaluation. Vol. 6. No. 3. Pp. 369–378. https://doi.org/10.2118/18616-PA

Ozkan E., Yildiz T., Kuchuk F. J. 1998. Transient pressure behavior of dual-lateral wells // Society of Petroleum Engineers Journal. Vol. 3. No. 2. Pp. 181–190. https://doi.org/10.2118/38670-PA

Permadi A. K. 2009. Development of solution to the diffusivity equation with prescribed-pressure boundary condition and its applications to reservoirs experiencing strong water influx // Far East Journal of Applied Mathematics. Vol. 37. No. 1. Pp. 91–102.

Poe B. D., Elbel J. L., Blasingame T. A. 1994. Pressure transient behavior of a finite conductivity fracture in infinite-acting and bounded reservoirs // SPE Annual Technical Conference and Exhibition (25–28 September 1994, New Orleans, Louisiana). Paper SPE-28392-MS. https://doi.org/10.2118/28392-MS

Salas J. R., Clifford P. J., Jenkins D. P. 1996. Multilateral well performance prediction // SPE Western Regional Meeting (22–24 May 1996, Anchorage, Alaska). Paper SPE-35711-MS. https://doi.org/10.2118/35711-MS

Satter A., Iqbal Gh. M. 2016. 9 — Fundamentals of fluid flow through porous media // Reservoir Engineering: The Fundamentals, Simulation, and Management of Conventional and Unconventional Recoveries. Boston: Gulf Professional Publishing. Pp. 155–169. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-800219-3.00009-7

Stehfest H. 1970. Algorithm 368: Numerical inversion of Laplace transforms [D5] // Communications of the ACM. Vol. 13. No. 1. Pp. 47–49. https://doi.org/10.1145/361953.361969

Stewart G. 2011. Chapter 9. Dual porosity systems // Well Test Design and Analysis. Tulsa: PennWell. Pp. 549–603.

Walker A. C. 1968. Estimating reservoir pressure using the principle of superposition // Regional Technical Symposium (27–29 March 1968, Dhahran, Saudi Arabia). Paper SPE-2324-MS. https://doi.org/10.2118/2324-MS

Warren J. E., Root P. J. 1963. The behavior of naturally fractured reservoirs // Society of Petroleum Engineers Journal. Vol. 3. No. 3. Pp. 245–255. https://doi.org/10.2118/426-PA

References

Blonsky, A. V., Mitrushkin, D. A., & Savenkov, E. B. (2017). Discrete fracture network modelling: Physical and mathematical model. *Keldysh Institute Preprints*, (65). https://doi.org/10.20948/prepr-2017-65 [In Russian]

Maykov, D. N., Vasilyev, R. S., & Vasilyev, D. M. (2018). The technique of revealing the response during well interference test in the conditions of a high noise level of pressure and the presence of pressure trends. *Oil Industry*, (9), 98–101. https://doi.org/10.24887/0028-2448-2018-9-98-101 [In Russian]

Maikov, D. N., & Borkhovich, S. Yu. (2019). Interference test research. *Neft. Gaz. Novacii*, (2), 30–31. [In Russian]

Maikov, D. N., & Borkhovich, S. Yu. (2020). Analytical model of multilateral well with complete vertical opening. *Neft. Gaz. Novacii*, (11), 61–65. [In Russian]

Maykov, D. N., Isupov, S. V., Makarov, S. S., & Anikanov, A. S. (2021). The efficient method for pressure calculation at variable rate. *Oil Industry*, (9), 105–107. https://doi.org/10.24887/0028-2448-2021-9-105-107 [In Russian]

Maykov, D. N., & Makarov, S. S. (2022). Numerical investigation of optimization algorithms for the hydrodynamic model adaptation based on the well test results. *Matematicheskoe modelirovanie*, *34*(9), 71–82. https://doi.org/10.20948/mm-2022-09-05 [In Russian]

Bourdet, D., Whittle, T. M., Douglas, A. A., & Pirard, V. M. (1983). A new set of type curves simplifies well test analysis. *World Oil*, *196*, 95–106.

Cinco-Ley, H., & Samaniego V., F. (1989, October 8–11). *Use and misuse of the superposition time function in well test analysis* [Conference paper SPE-19817-MS]. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas. https://doi.org/10.2118/19817-MS

Earlougher, R. C., & Ramey, H. J. (1973). Interference analysis in bounded systems. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, *12*(4), PETSOC-73-04-04. https://doi.org/10.2118/73-04-04

Fokker, P. A., Renner, J., & Verga, F. (2012, June 4–7). *Applications of harmonic pulse testing to field cases* [Conference paper SPE-154048-MS]. SPE Europec/EAGE Annual Conference, Copenhagen, Denmark. https://doi.org/10.2118/154048-MS

Lee, J., Rollins, J. B., & Spivey, J. P. (2003). *Pressure transient testing*. Society of Petroleum Engineers. https://doi.org/10.2118/9781555630997

Mittal, R. C., & Al-Kurdi, A. (2002). LU-decomposition and numerical structure for solving large sparse nonsymmetric linear systems. *Computers & Mathematics with Applications*, *43*(1–2), 131–155. https://doi.org/10.1016/S0898-1221(01)00279-6

Mohammed, I., Olayiwola, T. O., Alkathim, M., Awotunde, A. A., & Alafnan, S. F. (2021). A review of pressure transient analysis in reservoirs with natural fractures, vugs and/or caves. *Petroleum Science*, *18*(1), 154–172. https://doi.org/10.1007/s12182-020-00505-2

Nie, R.-S., Meng, Y.-F., Jia, Y.-L., Zhang, F.-X., Yang, X.-T., & Niu, X.-N. (2012). Dual porosity and dual permeability modeling of horizontal well in naturally fractured reservoir. *Transport in Porous Media*, *92*(1), 213–235. https://doi.org/10.1007/s11242-011-9898-3

Ozkan, E., & Raghavan, R. (1991a). New solutions for well-test-analysis problems: Part 1 — Analytical considerations. *SPE Formation Evaluation*, *6*(3), 359–368. https://doi.org/10.2118/18615-PA

Ozkan, E., & Raghavan, R. (1991b). New solutions for well-test-analysis problems: Part 2 — Computational considerations and applications. *SPE Formation Evaluation*, *6*(3), 369–378. https://doi.org/10.2118/18616-PA

Ozkan, E., Yildiz, T., & Kuchuk, F. J. (1998). Transient pressure behavior of dual-lateral wells. *Society of Petroleum Engineers Journal*, *3*(2), 181–190. https://doi.org/10.2118/38670-PA

Permadi, A. K. (2009). Development of solution to the diffusivity equation with prescribed-pressure boundary condition and its applications to reservoirs experiencing strong water influx. *Far East Journal of Applied Mathematics*, *37*(1), 91–102.

Poe, B. D., Elbel, J. L., & Blasingame, T. A. (1994, September 25–28). *Pressure transient behavior of a finite conductivity fracture in infinite-acting and bounded reservoirs* [Conference paper SPE-28392-MS]. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Louisiana. https://doi.org/10.2118/28392-MS

Salas, J. R., Clifford, P. J., & Jenkins, D. P. (1996, May 22–24). *Multilateral well performance prediction* [Conference paper SPE-35711-MS]. SPE Western Regional Meeting, Anchorage, Alaska. https://doi.org/10.2118/35711-MS

Satter, A., & Iqbal, Gh. M. (2016). 9 — Fundamentals of fluid flow through porous media. In *Reservoir engineering: The fundamentals, simulation, and management of conventional and unconventional recoveries* (pp. 155–169). Gulf Professional Publishing. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-800219-3.00009-7

Stehfest, H. (1970). Algorithm 368: Numerical inversion of Laplace transforms [D5]. *Communications of the ACM*, *13*(1), 47–49. https://doi.org/10.1145/361953.361969

Stewart, G. (2011). Chapter 9. Dual porosity systems. In *Well test design and analysis* (pp. 549–603). PennWell.

Walker, A. C. (1968, March 27–29). *Estimating reservoir pressure using the principle of superposition* [Conference paper SPE-2324-MS]. Regional Technical Symposium, Dhahran, Saudi Arabia. https://doi.org/10.2118/2324-MS

Warren, J. E., & Root, P. J. (1963). The behavior of naturally fractured reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, *3*(3), 245–255. https://doi.org/10.2118/426-PA

Информация об авторах

Дмитрий Николаевич Майков, специалист отдела автоматизации, Сиам Мастер, Ижевск, Россия
dimaMS2@mail.ru

Сергей Сергеевич Макаров, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН, Ижевск, Россия
ssmak15@mail.ru

Information about the authors

Dmitriy N. Maykov, Specialist, Automation Department, Siam Master, Izhevsk, Russia
dimaMS2@mail.ru

Sergey S. Makarov, Dr. Sci. (Tech.), Leading Researcher, Udmurt Federal Research Center of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Izhevsk, Russia
ssmak15@mail.ru