

Олег Анатольевич СИМОНОВ<sup>1</sup>  
Людмила Николаевна ФИЛИМОНОВА<sup>2</sup>

УДК 532.51

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ НА СТРУКТУРУ ТЕЧЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СОСУДЕ С УЧЕТОМ МАКСИМУМА ПЛОТНОСТИ ВОДЫ

<sup>1</sup> кандидат физико-математических наук, заместитель директора,  
Тюменский научный центр СО РАН; старший научный сотрудник,  
Тюменский индустриальный университет  
s\_o\_a@ikz.ru; ORCID: 0000-0003-2362-3588

<sup>2</sup> младший научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической  
и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН;  
аспирант, Тюменский научный центр СО РАН  
filimonovaln@mail.ru; ORCID: 0000-0001-6761-8292

### Аннотация

В работе численно исследовалось конвективное течение воды вблизи точки инверсии плотности в цилиндрическом сосуде, в центре которого вертикально расположен цилиндрический охлаждающий элемент. Изучалось влияние максимума плотности воды на структуру конвективных течений без учета поверхностного натяжения и с учетом поверхностного натяжения на верхней границе. Показано существенное влияние поверхностного натяжения на границе раздела фаз на формирование конвективного потока. Из анализа полей температур и скоростей следует, что при учете влияния поверхностного натяжения конвективное течение жидкости более интенсивно, возрастают средние скорости течения, которые приводят к более быстрому охлаждению жидкости в сосуде.

---

**Цитирование:** Симонов О. А. Численное исследование влияния поверхностного натяжения на структуру течения в цилиндрическом сосуде с учетом максимума плотности воды / О. А. Симонов, Л. Н. Филимонова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2019. Том 5. № 3. С. 131-146.

DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-131-146

**Ключевые слова**

Свободная конвекция, максимум плотности воды, поверхностное натяжение, эффект Марангони, охлаждение жидкости.

DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-131-146

**Введение**

Вода, в отличие от всех остальных жидкостей, имеет удивительное свойство — ее плотность изменяется немонотонно в зависимости от температуры. Наличие максимума плотности и уменьшение плотности при приближении к температуре кристаллизации ( $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) называется инверсией плотности. Это явление впервые было обнаружено Берналом и Фаулером в 1933 г. [1]. Они объяснили инверсию плотности особенностью строения молекулы воды, а именно ее «угловой» формой и характерным распределением зарядов в ней. При высоких температурах зависимость плотности от температуры у воды такая же, как у всех жидкостей: с уменьшением температуры уменьшается тепловое движение молекул, они располагаются теснее друг к другу, вследствие чего плотность возрастает. При температурах, близких к температуре кристаллизации, плотность воды уменьшается. Это происходит из-за того, что между молекулами воды начинают возникать водородные связи (взаимодействие атома водорода с атомом кислорода соседней молекулы), за счет которых молекулы воды образуют ажурную кристаллическую решетку льда, и он становится легче воды на 9%. Максимальная плотность воды  $999,9720\text{ кг/м}^3$  при атмосферном давлении наблюдается при температуре  $3,984\text{ }^{\circ}\text{C}$ . При  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  плотность воды меньше ее максимальной плотности на  $0,0132\%$ , с повышением температуры до  $8\text{ }^{\circ}\text{C}$  плотность уменьшается примерно на такую же величину (рис. 1) [6, с. 115]. Благодаря тому, что холодная вода легче, лед формируется именно на поверхности водоемов, что чрезвычайно важно для биосферы Земли.

Инверсия плотности воды делает особенным конвективное течение: при определенных условиях холодная вода начинает всплывать, изменяя направление конвективного переноса. Детально такие конвективные течения исследованы в работе [7]. Авторы измеряли температуру в центре медного тонкостенного вертикального цилиндра, заполненного водой. Цилиндр помещался в охлаждающую рубашку, которая соединялась с двумя термостатами. Температура одного термостата  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , температура другого  $+16\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Цилиндр охлаждали/нагревали циклически. В качестве исследуемой жидкости применялась тяжелая вода ( $\text{D}_2\text{O}$ ) различной концентрации. Жидкость не имела свободной поверхности, т. к. цилиндр сверху закрыт резьбовой крышкой, исключаяющей наличие воздуха [6, с. 115]. В ходе работы авторами зафиксировано немонотонное изменение температуры в центре цилиндра, а именно: при его охлаждении температура оставалась постоянной длительное время, образуя характерное плато (рис. 2). Авторы объясняют такое поведение температуры изменением направления конвекции вследствие

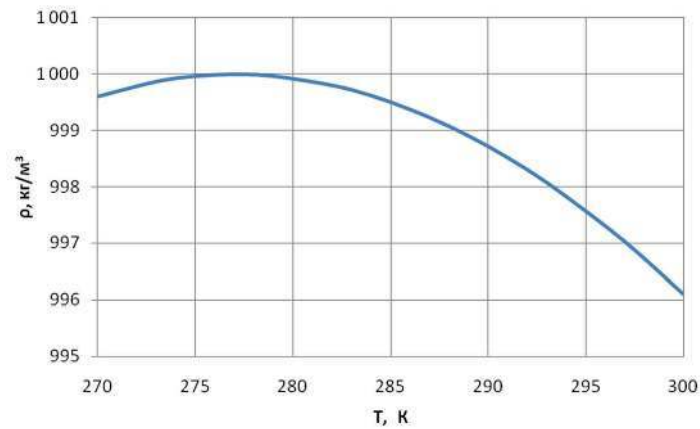


Рис. 1. Зависимость плотности воды от температуры. Максимум плотности воды достигается при температуре 276,984 К (3,984 °С)

Fig. 1. Dependence of water density on temperature. The maximum water density is reached at a temperature of 276.984 K (3.984 °C)

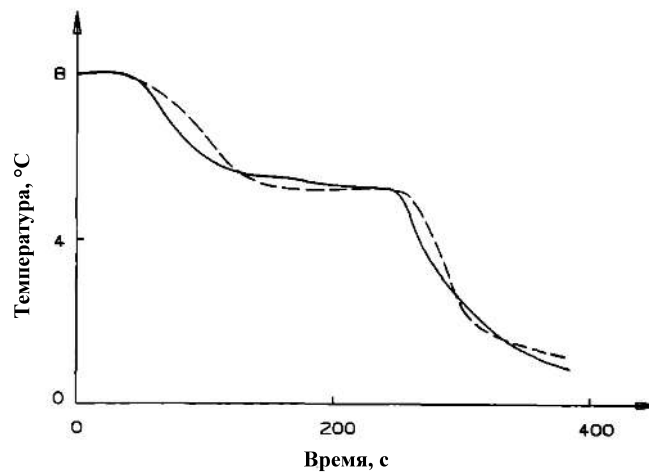


Рис. 2. Зависимость температуры в центре цилиндрического сосуда от времени при охлаждении его стенок. График иллюстрирует немонотонное изменение температуры и явление гистерезиса: сплошная линия — охлаждение, пунктирная линия — нагревание стенок цилиндрического сосуда

Fig. 2. The dependence of temperature in the center of a cylindrical vessel on time at cooling of its walls. The graph illustrates the non-monotonic temperature change and the phenomenon of hysteresis: the solid line is cooling, the dotted line is the heating of the walls of a cylindrical vessel

Источник: [7].

Source: [7].

инверсии плотности воды и делают вывод, что по характеристикам этих кривых можно определять концентрацию тяжелой воды.

Позднее на той же экспериментальной установке авторами [12] при изучении периодических циклов охлаждения/нагрева был обнаружен гистерезис кривых охлаждения/нагрева: характеристики «плато» (температура стабилизации и длительность) зависят от направления изменения температуры. Кроме того, в этой работе авторы измеряли температуру в некоторых точках по оси цилиндра и предложили теоретическую модель, описывающую такое течение. В работе [8] авторы, повторяя эксперименты [7], измерили профили скорости конвективного течения и провели прямое численное моделирование, что позволило наглядно объяснить причины возникновения «плато» на кривой охлаждения. В цилиндрическом сосуде, наполненном теплой жидкостью и помещенном в охлажденный термостат, сначала устанавливается режим течения, в котором жидкость, отдавая тепло стенкам сосуда, опускается вдоль них и накапливается на дне сосуда, затем, когда ее температура становится ниже  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , начинает подниматься вдоль стенок сосуда в виде вихря, оттесняя от них нисходящий поток [6, с. 116]. В центре сосуда в это время жидкость практически не двигается, температура остается постоянной. Затем поднимающийся вверх холодный поток достигает поверхности, и холодная жидкость быстро заполняет сосуд сверху. В работе [9] на принципиально другой экспериментальной установке исследована структура конвективного потока вблизи максимума плотности водных растворов различных солей. Эксперименты сопровождалось численным моделированием. Исследуемая жидкость помещалась в прямоугольную емкость, на двух противоположных вертикальных стенках которой двумя различными термостатами фиксировалась температура с заданной разницей  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Свободная поверхность «жидкость — газ» исключалась [6, с. 116]. В емкости возникало конвективное течение — жидкость вдоль холодной стенки опускалась и поднималась вдоль теплой стенки. Когда на одном из термостатов температура становилась меньше  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , в сосуде возникал еще один стационарный вихревой поток — жидкость поднималась вдоль двух стенок и опускалась в центральной области сосуда. Авторы [9] изучили структуру такого потока в зависимости от состава экспериментальной жидкости для широкого круга добавок (различные спирты, соли). Они сделали вывод, что об особенностях межмолекулярного взаимодействия водных растворов можно судить по структуре конвективного вихря.

Несмотря на достаточное количество работ, описывающих конвективное течение с учетом максимума плотности воды, немонотонное изменение температуры в охлаждаемых (нагреваемых) сосудах с водой настолько удивительно, что авторы [3], наблюдая замедление темпа охлаждения (нагрева) воды, связали это явление с неравновесными фазовыми переходами, однако после исследований других авторов [4] в работе [2] изменили свою точку зрения, указав, что наблюдаемое ими явление определяется конвекцией.

Двухмерные и трехмерные нестационарные течения при наличии инверсии плотности в настоящее время активно исследуются. Проводится численное моделирование потоков в сосудах различной конфигурации, описываются возника-

ющие трехмерные структуры, изучаются условия их возникновения. Но в публикуемых работах обычно не учитывается наличие свободной поверхности и влияние на конвективный перенос поверхностного натяжения на ней. Величина поверхностного натяжения зависит от температуры, следовательно, при наличии градиента температур на свободной поверхности вклад поверхностных явлений в формирование конвективного теплопереноса может быть существенным.

Влияние поверхностного натяжения на течения жидкости впервые обнаружил в 1865 г. Марангони [10]. Наблюдая на стенках бокала с вином тонкую пленку жидкости со скатывающимися вниз каплями, он предположил, что она может быть обусловлена наличием градиента поверхностного натяжения, который может возникать из-за разницы температуры или концентрации. С тех пор данное явление носит название эффекта Марангони. При наличии градиента температуры на свободной поверхности жидкости возникает градиент поверхностного натяжения, приводящий к движению жидкости вдоль поверхности. В большинстве случаев конвекция жидкости под действием силы тяжести намного больше градиента поверхностного натяжения, поэтому влиянием эффекта Марангони можно пренебречь, но при небольших градиентах температуры вблизи максимума плотности воды роль поверхностного натяжения может быть существенна.

В работе [5] теоретически исследованы условия возникновения конвективного потока в слое жидкости, подогреваемом снизу (неустойчивость Рэлея), при учете эффекта Марангони. Показано, что конвективное движение, обусловленное только термокапиллярными явлениями, может происходить в достаточно тонком слое жидкости. В большинстве случаев конвективный перенос начинается под воздействием сил плавучести. В этой работе показано существование связи критических чисел Рэлея ( $Ra = g\beta\Delta Td^3/(\nu\chi)$ ) и Марангони ( $M = \beta\gamma d^2/(\eta\chi)$ , где  $\beta$  — вертикальный градиент температуры), но не раскрыта роль поверхностного натяжения в формировании конвективного потока. Влияние эффекта Марангони на теплоперенос и на структуру конвективного течения при охлаждении внешней стенки сосуда с водой численно исследовалось в работе [11]. Показана существенная роль поверхностного натяжения на границе раздела фаз в формировании конвективного потока и его влияния на скорость охлаждения воды в сосуде.

В практике, кроме задач охлаждения некоторого сосуда с водой, распространены и актуальны задачи конвективного переноса около цилиндрической вертикально расположенной трубы, помещенной в водную среду. К примеру, цилиндрическая свая (термостабилизатор) в озере или устье скважины на шельфе, а также все газо- и трубопроводы на обводненных участках и т. д. В таких задачах всегда существует свободная поверхность, на которой есть градиент температуры и ненулевое поверхностное натяжение.

Цель настоящей работы — оценить влияние поверхностного натяжения на теплоперенос в цилиндрическом сосуде, в центре которого вертикально расположен цилиндрический охлаждающий элемент. Для этого в численном эксперименте рассмотрены три различных случая: в первом в расчетах не учитывалось поверхностное натяжение (в реальности этот случай может описывать

применение некоторых химических веществ для снижения величины поверхностного натяжения), во втором поверхность сосуда была закрыта крышкой, т. е. граница раздела фаз отсутствовала, и в третьем рассматривалась свободная поверхность с имеющимся на ней поверхностным натяжением.

#### Постановка задачи и математическая модель

Численное моделирование производилось методом конечных объемов с использованием вычислительного пакета OpenFOAM. В связи с тем, что задача имеет радиальную симметрию, нет необходимости проводить трехмерный расчет. Поэтому для экономии времени вычислений расчеты проводились в одном секторе величиной 1 градус, как показано на рис. 3. Расчеты проводились на прямоугольной сетке, состоящей из 4 000 элементов, размер расчетной области  $0,1 \times 0,04$  м. Для проверки сходимости решения вычисления повторены на сетке с 9 000 и 16 000 ячейками. Расчеты на плотных сетках занимают значительный временной ресурс. Так, расчет конвективного потока на сетке с 4 000 ячейками занимает около 1 часа, такой же расчет на сетке с 9 000 ячейками потребовал 6,5 часов расчета, а на сетке с 16 000 ячеек — более 24 часов. Вычисления проводились на компьютере с процессором AMD FX-8350 с тактовой частотой 4 000 МГц и памятью 24 Гбайт.

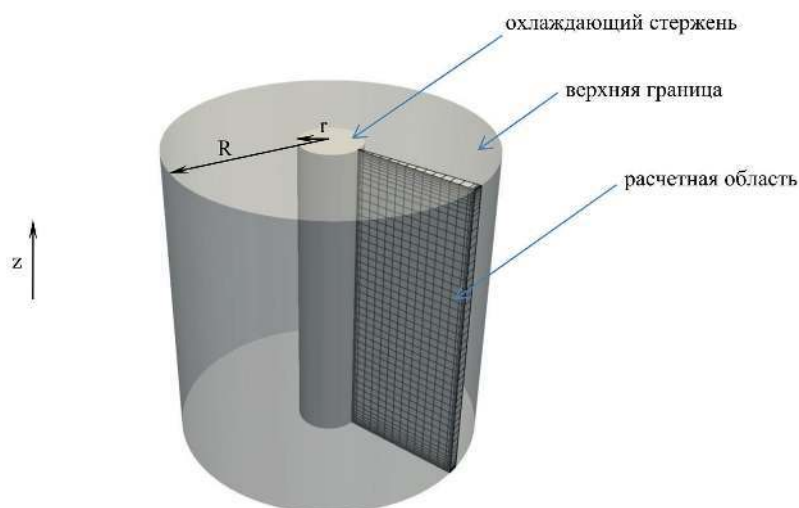


Рис. 3. Геометрия расчетной области

Fig. 3. The geometry of the calculated area

Конвективный поток моделировался в цилиндрическом сосуде с радиусом  $R = 0,05$  м и высотой  $h = 0,1$  м. В центр сосуда помещен вертикальный охлаждающий элемент с радиусом  $r = 0,01$  м (рис. 3).

Решались полная система уравнений Навье — Стокса для несжимаемой жидкости и уравнение теплопроводности:

$$\rho \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho \cdot (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \mu \cdot \nabla^2 \vec{u} + \rho \cdot \vec{g}, \quad (1)$$

$$\rho \cdot \nabla \vec{u} = 0, \quad (2)$$

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \cdot C_p \cdot \vec{u} \cdot \nabla T + \nabla \vec{q} = 0, \quad (3)$$

$$\vec{q} = -k \cdot \nabla T, \quad (4)$$

где  $\rho$  — плотность воды (кг/м<sup>3</sup>);  $\vec{u}$  — скорость движения воды (м/с);  $t$  — время (с);  $p$  — давление жидкости (Па);  $\vec{g}$  — ускорение свободного падения (м/с<sup>2</sup>);  $C_p$  — теплоемкость жидкости (Дж/(кг · К));  $T$  — температура (К);  $\vec{q}$  — тепловой поток (Дж/(с · м<sup>2</sup>));  $k$  — коэффициент теплопроводности (Дж/(м · с · К));  $\mu$  — динамическая вязкость (Па · с).

Сосуд заполнен водой; ее плотность, вязкость, теплоемкость, поверхностное натяжение и теплопроводность зависят от температуры. В расчетах применялись полиномиальные модели таких зависимостей. К примеру:

$$\rho(T) = c_0 + c_1 \cdot T + c_2 \cdot T^2 + c_3 \cdot T^3 + c_4 \cdot T^4 + c_5 \cdot T^5 + c_6 \cdot T^6.$$

Значения полиномиальных коэффициентов для моделируемых характеристик воды: плотности ( $\rho$ ), вязкости ( $\mu$ ), теплоемкости ( $C_p$ ), теплопроводности ( $k$ ) и поверхностного натяжения ( $\sigma$ ) — приведены в таблице 1. Коэффициенты брались из статей авторов [8, 9], которые ранее моделировали конвективные течения вблизи максимума плотности воды.

Таблица 1

Коэффициенты для полиномиальной интерполяции физических характеристик воды

Table 1

The coefficients for the polynomial interpolation of the physical characteristics of water

Коэффициенты	Характеристики				
	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\mu$ , Па · с	$C_p$ , Дж/(кг · К)	$k$ , Вт/(м · К)	$\sigma$ , Н/м
$C_0$	9,3456E-2	1,379957	12 010,1471	-0,869083936	7,5599E-2
$C_1$	8,660272	-2,122402E-2	-80,407288	8,94880345E-3	-1,344E-4
$C_2$	-2,3437E-2	1,360456E-4	0,309867	-1,5836635E-5	-5,00E-7
$C_3$	1,878703E-5	-4,645409E-7	-5,381869E-4	7,97543259E-9	1,00E-9
$C_4$	0	8,904274E-10	3,625364E-7	0	0
$C_5$	0	-9,079069E-13	0	0	0
$C_6$	0	3,845733E-16	0	0	0

Начальная температура воды принималась равной 283 К. Температура охлаждающего стержня за 10 секунд линейно понижалась до 273 К.

Все стенки сосуда (кроме охлаждающего стержня) теплоизолированные. На боковых стенках сосуда принимались граничные условия прилипания жидкости к стенкам. В нулевой момент времени скорость конвективного течения равнялась нулю.

Рассчитывалось 4 200 секунд развития конвективного течения; за это время вода в сосуде практически полностью охлаждается и конвективное течение останавливается.

Численное исследование влияния поверхностного натяжения на структуру течения проводилось для трех вариантов граничных условий на верхней границе цилиндрического сосуда:

- 1) не учитывалось поверхностное натяжение (условие проскальзывания):

$$\nabla \vec{u}|_r = 0, \quad (5)$$

- 2) поверхность жидкости закрыта крышкой, т. е. отсутствует граница раздела фаз (условие прилипания):

$$\vec{u}|_r = 0, \quad (6)$$

- 3) свободная поверхность с имеющимся на ней поверхностным натяжением:

$$\mu \cdot \frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{d\sigma}{dT} \cdot \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (7)$$

где  $u_r$  — радиальная компонента скорости (м/с);  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения на границе «вода — воздух» (Н/м);  $r$  — радиальная координата (м);  $z$  — вертикальная координата (м).

Значения температуры в численном эксперименте фиксировались на трех высотах 0,25 h; 0,5 h; 0,75 h в точках с радиальной координатой 0,03 м. Кроме этого, вычислялась средняя температура воды, средняя скорость течения, поля скоростей и температур в разрезе сегмента в зависимости от времени эксперимента.

### Результаты и выводы

Конвективное течение, развивающееся в цилиндрическом сосуде с водой, в центре которого вертикально расположен цилиндрический охлаждающий элемент, проходит ряд характерных стадий. Первоначально возникает нисходящее конвективное течение воды вдоль стенки (границы) охлаждающего элемента (рис. 4 и 5 при  $t = 200$  с), холодная вода распространяется вдоль дна сосуда, накапливается в его нижней части. В точке соприкосновения дна сосуда с охлаждающим элементом формируется область самых низких температур, в которой достаточно быстро температура становится ниже температуры максимума плотности, что приводит к возникновению восходящего потока вдоль охлаждающего элемента (рис. 4 и 5 при  $t = 1\,000$  с). Восходящий поток оттесняет нисходящий конвективный поток от охлаждающего элемента, при этом температурный пограничный

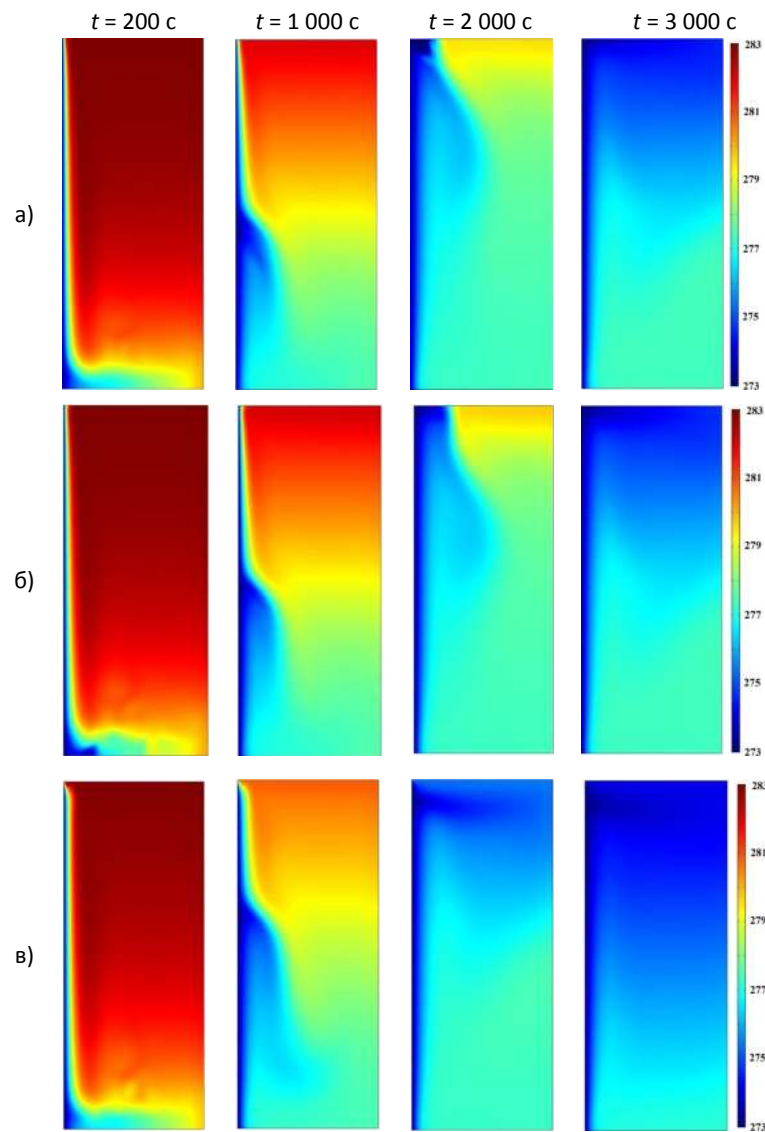


Рис. 4. Поле температуры при охлаждении емкости в различные моменты времени для трех различных вариантов граничных условий:  
а) не учитывается поверхностное натяжение;  
б) отсутствует граница раздела фаз;  
в) свободная поверхность с имеющимся на ней поверхностным натяжением

Fig. 4. The temperature field during the cooling of the tank at different times for three different variants of the boundary conditions:  
а) the surface tension is not accounted;  
б) no phase boundary;  
в) a free surface with surface tension on it

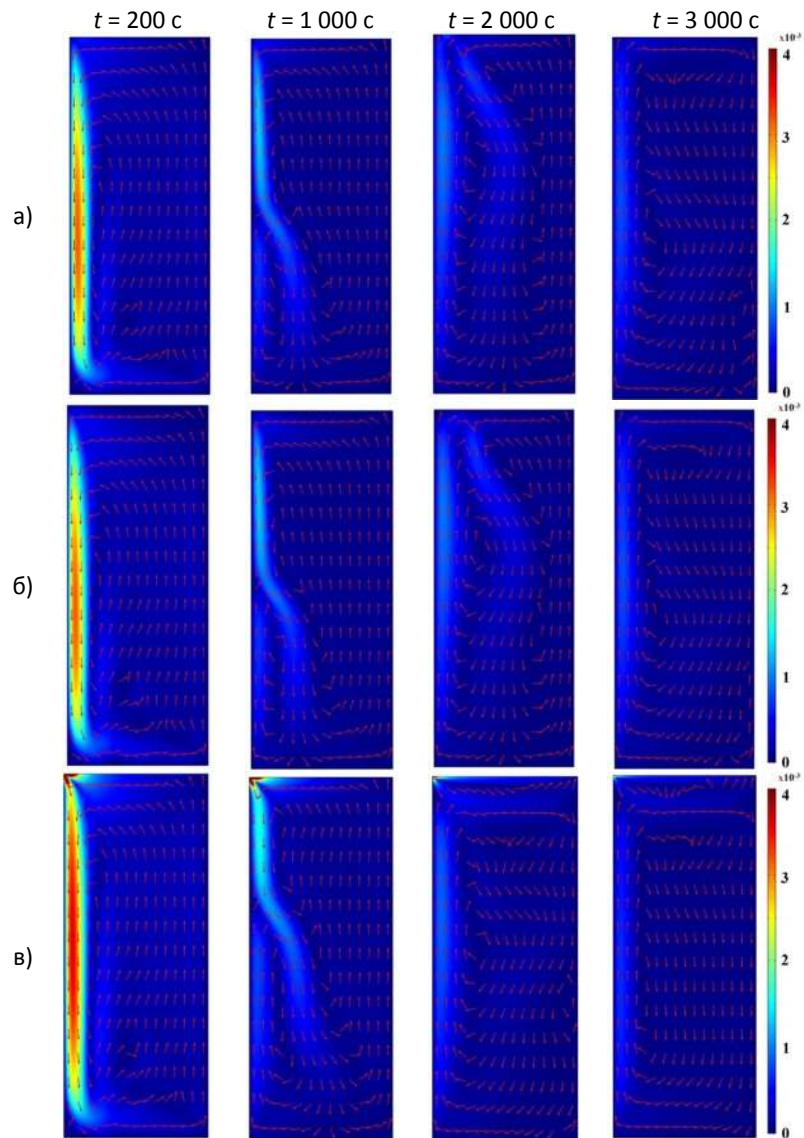


Рис. 5. Поле скоростей течения при охлаждении емкости в различные моменты времени для трех различных вариантов граничных условий:  
 а) не учитывается поверхностное натяжение;  
 б) отсутствует граница раздела фаз;  
 в) свободная поверхность с имеющимся на ней поверхностным натяжением

Fig. 5. Field of flow rates at cooling capacity at different times for three different variants of boundary conditions:  
 а) the surface tension is not accounted;  
 б) no phase boundary;  
 в) a free surface with surface tension on it

слой утолщается, градиенты температуры становятся меньше, теплообмен происходит медленнее. По мере охлаждения воды в сосуде область, в которой нисходящий поток оттесняется от охлаждающего элемента восходящим потоком, увеличивается, точка «соприкосновения» потоков поднимается. Достигнув поверхности, холодная, более легкая вода быстро распространяется по ней (рис. 4 и 5 при  $t = 2\,000$  с), занимая верхнюю часть сосуда, течение инвертируется, вдоль охлаждающего элемента формируется восходящий конвективный поток. Такой режим течения сохраняется вплоть до полного охлаждения воды в сосуде (рис. 4 и 5 при  $t = 3\,000$  с). С течением времени градиенты температур постепенно уменьшаются, течение останавливается.

Для всех рассматриваемых в работе граничных условий на свободной границе схема развития течения остается приблизительно одинаковой: сначала преобладает нисходящая конвекция вдоль охлаждающего элемента; затем наблюдается переходный режим, когда нисходящий поток оттесняется от охлаждающего элемента восходящим потоком; далее устанавливается режим, в котором вдоль охлаждающего элемента вода поднимается вверх. Из анализа полей температур и скоростей для трех вариантов граничных условий на верхней границе следует, что поверхностное натяжение значительно ускоряет охлаждение: восходящий поток быстрее достигает поверхности жидкости, и холодная вода накапливается в верхней части сосуда за меньший промежуток времени (рис. 4 и 5).

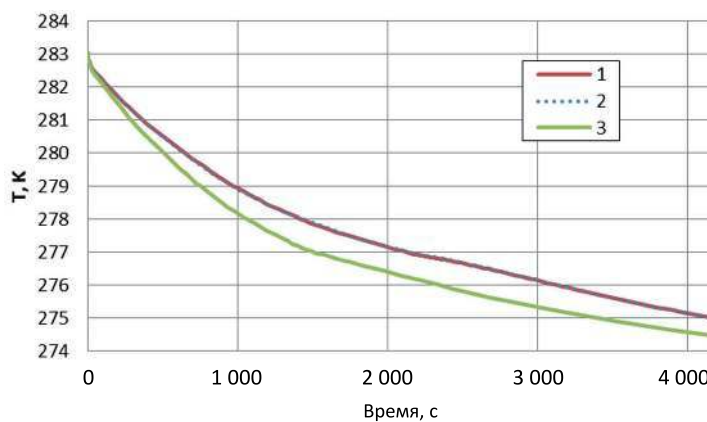


Рис. 6. Зависимость средней температуры от времени для трех различных граничных условий на верхней границе цилиндрического сосуда: 1 — не учитывается поверхностное натяжение; 2 — отсутствует граница раздела фаз; 3 — свободная поверхность с имеющимся на ней поверхностным натяжением

Fig. 6. The dependence of the average temperature on time for three different boundary conditions at the upper boundary of the cylindrical vessel: 1 — the surface tension is not accounted; 2 — no phase boundary; 3 — free surface with surface tension present on it

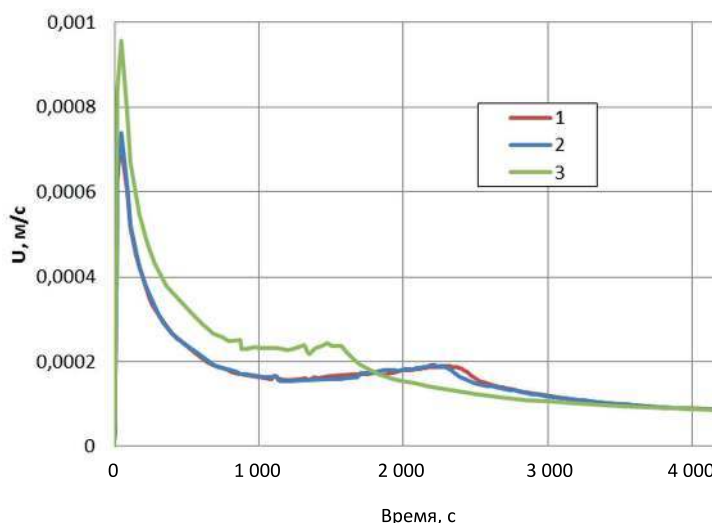
Этот вывод подтверждают представленные на рис. 6 зависимости средней температуры жидкости в цилиндрическом сосуде от времени. Из рис. 6 видно, что средняя температура для случаев 1 и 2, т. е. условий, когда в расчетах не учитывалось поверхностное натяжение на верхней границе и отсутствовала граница раздела фаз, практически совпадает в течение всего времени моделирования. В случае свободной поверхности с имеющейся на ней поверхностным натяжением охлаждение происходит интенсивнее. К примеру, средняя температура 276 К достигается на 778 секунд раньше (на 25% быстрее), чем в случаях, когда поверхностное натяжение не учитывается.

Более интенсивное охлаждение объясняется интенсификацией конвективного теплопереноса из-за действия эффекта Марангони. Действительно, на свободной границе (рис. 5в) движение жидкости более интенсивно, скорости течения возрастают, приводя к более быстрому охлаждению воды в сосуде. Интенсификация теплопереноса происходит из-за того, что поверхностное натяжение на границе «вода — воздух» практически линейно увеличивается при уменьшении температуры [6, с. 121], и т. к. охлаждающий элемент в сосуде более холодный, градиент поверхностного натяжения вызывает движение жидкости от боковой стенки сосуда к охлаждающему элементу, расположенному в центре сосуда. Это увеличивает скорости конвективного течения и ускоряет теплообмен на первой стадии развития течения, когда холодная вода опускается по охлаждающему элементу. Учет влияния поверхностного натяжения приводит к качественному изменению структуры течения, а именно: поток, вызванный эффектом Марангони, достаточно силен и не позволяет восходящему течению, образовавшемуся вдоль охлаждающего элемента на второй стадии развития конвекции, пробиться на поверхность, и это приводит к тому, что самая холодная вода распространяется параллельно поверхности на некотором расстоянии от нее. Формируются два вихря (рис. 4 и 5): верхний обусловлен эффектом Марангони, нижний — свободной конвекцией. Интенсивное вихревое течение приводит к быстрому выравниванию температуры в верхней части сосуда. Градиенты температуры на поверхности становятся малыми, и роль поверхностного натяжения в конвективном переносе становится незначительной.

На рис. 7 проведено сравнение средней скорости движения жидкости в сосуде в зависимости от времени охлаждения. На начальном этапе движение жидкости интенсивнее при учете влияния поверхностного натяжения на верхней границе (кривая 3), чем без учета влияния поверхностного натяжения и при отсутствии границы раздела фаз (кривые 1 и 2). Силы поверхностного натяжения помогают теплопереносу, увеличивая скорость движения нисходящего потока, повышая интенсивность его в 1,4 раза. После выхода холодной воды на поверхность силы поверхностного натяжения препятствуют распределению холодной жидкости вдоль поверхности, поэтому при учете влияния поверхностного натяжения средняя скорость движения жидкости в сосуде становится ниже, чем без учета влияния поверхностного натяжения и при отсутствии границы

раздела фаз. Затем градиенты температур постепенно уменьшаются, происходит остывание жидкости в сосуде, и поверхностное натяжение не влияет на среднюю скорость течения.

В целом конвективное течение жидкости при учете влияния поверхностного натяжения более интенсивно, возрастают средние скорости течения, которые приводят к более быстрому охлаждению жидкости в сосуде.



*Рис. 7.* Зависимость средней скорости течения от времени для трех различных граничных условий на верхней границе цилиндрического сосуда:  
1 — не учитывается поверхностное натяжение;  
2 — отсутствует граница раздела фаз;  
3 — свободная поверхность с имеющимся на ней поверхностным натяжением

*Fig. 7.* The dependence of the average flow velocity on time for three different boundary conditions at the upper boundary of the cylindrical vessel:  
1 — the surface tension is not accounted;  
2 — no phase boundary;  
3 — free surface with surface tension present on it

Следует отметить, что применение граничного условия «прилипание» (5) или «проскальзывание» (6) практически не влияют на скорость охлаждения воды в сосуде, что объясняется малой величиной скорости движения вдоль свободной поверхности.

Проведенное численное моделирование наглядно показывает, что при расчете теплообмена в задачах с водой, имеющей температуру, близкую к температуре ее кристаллизации, необходимо не только учитывать конвективный теплоперенос и инверсию плотности воды, но и поверхностное натяжение на свободной границе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонченко В. Я. Основы физики воды / В. Я. Антонченко, А. С. Давыдов, В. В. Ильин. Киев: Наук. думка, 1991. 668 с.
2. Батуров Л. Н. Об аномалиях естественной конвекции воды в окрестности 3.98 °С / Л. Н. Батуров, И. Н. Говор // Журнал технической физики. 2016. Том 86. № 2. С. 14-17.
3. Батуров Л. Н. Обнаружение в воде неравновесных фазовых переходов / Л. Н. Батуров, И. Н. Говор, А. С. Обухов, В. Г. Плотниченко, Е. М. Дианов // Письма в ЖЭТФ. 2011. Том 93. № 2. С. 92-94.
4. Першин С. М. Об обнаружении неравновесных фазовых переходов в воде / С. М. Першин, Л. М. Крутянский, В. А. Лукьянченко // Письма в ЖЭТФ. 2011. Том 94. № 2. С. 125-129. DOI: 10.1134/S0021364011140116
5. Сажин Б. С. Термокапиллярный механизм неустойчивости слоя жидкости (эффект Марангони) / Б. С. Сажин, М. В. Чунаев, В. Б. Сажин // Успехи в химии и химической технологии. Том XXIII. № 3. 2009 С. 130-107.
6. Симонов О. А. Особенности охлаждения бактериальных суспензий / О. А. Симонов // Труды Института механики им. Р. Р. Мавлютова. 2017. Том 12. № 1. С. 115-125. DOI: 10.21662/uim2017.1.017
7. Anselmi C. Free convection experiments in water and deuterated mixtures at temperatures including the density maxima / C. Anselmi, M. De Paz, A. Marciano, M. Pilo, G. Sonnino // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1990. Vol. 33. № 11. Pp. 2519-2524. DOI: 10.1016/0017-9310(90)90009-J
8. Cawley M. F. Flow visualization of free convection in a vertical cylinder of water in the vicinity of the density maximum / M. F. Cawley, P. McBride // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2004. Vol. 47. № 6-7. Pp. 1175-1186. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2003.09.028
9. Cawley M. F. Measurement of the temperature of density maximum of water solutions using a convective flow technique / M. F. Cawley, D. McGlynn, P. A. Mooney // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2006. Vol. 49. № 11-12. Pp. 1763-1772. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.11.018
10. Marangoni C. Sull'espansione delle gocce di un liquid galleggiante sulla superficie di altro liquido / C. Marangoni. 1865.
11. Simonov O. A. Convective water flows in a cylindrical vessel near its maximum density / O. A. Simonov // AIP Conference Proceedings. 2017. Vol. 030081. № 1893. DOI: 10.1063/1.5007539
12. Sonnino G. Comparison between experimental data and theoretical calculations of free convection in water near its density maximum / G. Sonnino, M. De Paz // Mathematical and Computer Modelling. 1997. Vol. 25. № 6. Pp. 107-115. DOI: 10.1016/S0895-7177(97)00043-5

Oleg A. SIMONOV<sup>1</sup>  
Lyudmila N. FILIMONOVA<sup>2</sup>

UDC 532.51

**NUMERICAL STUDY OF THE EFFECT  
OF SURFACE TENSION ON THE FLOW STRUCTURE  
IN A CYLINDRICAL VESSEL, TAKING INTO ACCOUNT  
THE MAXIMUM DENSITY OF WATER**

<sup>1</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.), Deputy Director,  
Tyumen Scientific Center of the Siberian Branch  
of the Russian Academy of Sciences;  
Senior Researcher, Industrial University of Tyumen  
s\_o\_a@ikz.ru; ORCID: 0000-0003-2362-3588

<sup>2</sup> Junior Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical  
and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences;  
Postgraduate Student, Tyumen Scientific Center of the Siberian Branch  
of the Russian Academy of Sciences  
filimonovaln@mail.ru; ORCID: 0000-0001-6761-8292

**Abstract**

A convective flow of water near the density inversion point in a cylindrical vessel, in the center of which a cylindrical cooling element is vertically located, was numerically investigated. The effect of the maximum density of water on the structure of convective flows without taking into account the surface tension and taking into account the surface tension at the upper boundary was studied. The significant effect of the surface tension at the interface between the phases (of phases) on the formation of a convective flow. The analysis of temperature and velocity fields shows that when taking into account the influence of surface tension, the convective flow of the liquid grows in intensity and average flow rates, which leads to a faster cooling of the liquid in the vessel.

---

**Citation:** Simonov O. A., Filimonova L. N. 2019. "Numerical study of the effect of surface tension on the flow structure in a cylindrical vessel, taking into account the maximum density of water". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 5, no 3, pp. 131-146.

DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-131-146

**Keywords**

Free convection, maximum water density, surface tension, Marangoni effect, liquid cooling.

DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-3-131-146

**REFERENCES**

1. Antonchenko V. Ya., Davydov A. S., Ilyin V. V. 1991. Foundations of Water Physics. Kiev: Nauk. dumka. [In Russian]
2. Baturov L. N., Govor I. N. 2016. "Anomalies of the natural convection of water near 3.98 °C". Technical Physics, vol. 61, no 2, pp. 171-174. DOI: 10.1134/S1063784216020067
3. Baturov L. N., Govor I. N., Obukhov A. S., Plotnichenko V. G., Dianov E. M. 2011. "Detection of unequal phase transitions in water". JETP Letters, vol. 93, no 2, pp. 91-93. DOI: 10.1134/S0021364011020032
4. Pershin S. M., Krutyansky L. M., Lukyanchenko V. A. 2011. "On the revealing of nonequilibrium phase transitions in water". JETP Letters, vol. 94, no 2, pp. 121-125. [In Russian]
5. Sazhin B. S., Chunayev M. V., Sazhin V. B. 2009. "Thermocapillary mechanism of instability of a liquid layer (Marangoni effect)". Advances in chemistry and chemical technology, vol. 23, no 3. [In Russian]
6. Simonov O. A. 2017. "Cooling of bacterial suspensions". Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics, vol. 12, no 1, pp. 115-125. DOI: 10.21662/uim2017.1.017 [In Russian]
7. Anselmi C., De Paz M., Marciano A., Pilo M., Sonnino G. 1990. "Free convection experiments in water and deuterated mixtures at temperatures including the density maxima". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 33, no 11, pp. 2519-2524. DOI: 10.1016/0017-9310(90)90009-J
8. Cawley M. F., McBride P. 2004. "Flow visualization of free convection in a vertical cylinder of water in the vicinity of the density maximum". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 47, no 6-7, pp. 1175-1186. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2003.09.028
9. Cawley M. F., McGlynn D., Mooney P. A. 2006. "Measurement of the temperature of density maximum of water solutions using a convective flow technique". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49, no 11-12, pp. 1763-1772. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.11.018
10. Marangoni C. 1865. Sull'espansione delle gocce di un liquid galleggiante sulla superficie di altro liquido. [In Italian]
11. Simonov O. A. 2017. "Convective water flows in a cylindrical vessel near its maximum density". AIP Conference Proceedings, vol. 030081, no 1893. DOI: 10.1063/1.5007539
12. Sonnino G., De Paz M. 1997. "Comparison between experimental data and theoretical calculations of free convection in water near its density maximum". Mathematical and Computer Modelling, vol. 25, no 6, pp. 107-115. DOI: 10.1016/S0895-7177(97)00043-5