

Роман Евстафьевич ВОЛКОВ¹
Александр Геннадьевич ОБУХОВ²

УДК 533.6

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
ВОСХОДЯЩЕГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ВОЗДУХА
ОТ СКОРОСТИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПРОДУВА**

¹ аспирант кафедры алгебры и математической логики,
Тюменский государственный университет
email@romanvolkov.ru

² доктор физико-математических наук, профессор
кафедры бизнес-информатики и математики,
Тюменский индустриальный университет
aobukhov@tsogu.ru

Аннотация

Целью работы является установление численными экспериментами характера изменения скоростных и энергетических характеристик формирующегося закрученного потока воздуха при выходе его на стационарный режим, и при резком скачкообразном уменьшении скорости вертикального продува.

Для описания сложных нестационарных трехмерных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в работе используется полная система уравнений Навье — Стокса. Эта система нелинейных уравнений является дифференциальной формой записи основных законов сохранения массы, импульса и энергии. Кроме того, она учитывает законы термодинамики и действие сил тяжести и Кориолиса.

В качестве начальных условий при описании соответствующих течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в случае постоянных значений коэффициентов вязко-

Цитирование: Волков Р. Е. Исследование зависимости энергетических характеристик восходящего закрученного потока воздуха от скорости вертикального продува / Р. Е. Волков, А. Г. Обухов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 1. С. 68-78.
DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-1-68-78

сти и теплопроводности взяты функции, задающие точное решение полной системы уравнений Навье — Стокса.

Для плотности на всех шести гранях расчетного параллелепипеда ставится условие непрерывности потока. Краевые условия для компонент вектора скорости газа соответствуют условиям непротекания для нормальной составляющей вектора скорости, и условиям симметрии для двух других компонент вектора скорости. Для температуры на всех шести гранях задаются условия теплоизоляции.

Численное решение полной системы уравнений Навье — Стокса позволило установить характер изменения скоростных и энергетических характеристик восходящего закрученного потока воздуха, инициированного вертикальным продувом через трубу диаметром 5 м, при выходе его на стационарный режим. Приведены результаты численного моделирования плавного перехода на стационарный режим более низкого энергетического уровня при скачкообразном уменьшении скорости вертикального продува, а также полной остановки вихревого течения.

Результаты проведенных расчетов позволяют дать содержательные рекомендации для проведения масштабного натурального эксперимента по созданию искусственного торнадо.

Ключевые слова

Трехмерные нестационарные течения газа, система нелинейных дифференциальных уравнений, кинетическая энергия, выход на стационарный режим.

DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-1-68-78

Введение

Модель вязкой сжимаемой движущейся сплошной среды [1], используемая при моделировании сложных закрученных течений газа [11], позволяет рассчитать основные газодинамические характеристики, совпадающие с экспериментальными данными [10].

Сопоставление рассчитанных численных значений геометрических характеристик и кинетических энергий [8] позволило сделать следующий вывод. Энергия, полученная за счет вращения Земли вокруг своей оси, будет превосходить половину кинетической энергии всего потока только для диаметра вертикальной части потока не менее 5 м и скорости продува не менее 15 м/с.

Разработанная методика распараллеливания алгоритма в данной работе используется для численного исследования зависимостей энергетических характеристик восходящего закрученного потока воздуха от скорости вертикального продува. В частности, целью работы является установление численными экспериментами характера изменения скоростных и энергетических характеристик сформировавшегося закрученного потока воздуха при резком скачкообразном уменьшении скорости вертикального продува.

Математическая модель. Начальные и граничные условия

«Для описания сложных нестационарных трехмерных течений сжимаемой сплошной среды, обладающей диссипативными свойствами вязкости и тепло-

проводности, в работе используется полная система уравнений Навье — Стокса, которая, будучи записанной в безразмерных переменных с учетом действия сил тяжести и Кориолиса, в векторной форме имеет вид» [2-4, 7-9, 12]:

$$\begin{cases} \rho_t + \vec{V} \cdot \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0, \\ \vec{V}_t + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \frac{T}{\gamma \rho} \nabla \rho + \frac{1}{\gamma} \nabla T = \vec{g} - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \frac{\mu_0}{\rho} \left[\frac{1}{4} \nabla (\operatorname{div} \vec{V}) + \frac{3}{4} \Delta \vec{V} \right], \\ T_t + \vec{V} \cdot \nabla T + (\gamma - 1) T \operatorname{div} \vec{V} = \frac{\kappa_0}{\rho} \Delta T + \frac{\mu_0 \gamma (\gamma - 1)}{2\rho} \left\{ [(u_x - v_y)^2 + \right. \\ \left. + (u_x - w_z)^2 + (v_y - w_z)^2] + \frac{3}{2} [(u_y + v_x)^2 + (u_z + w_x)^2 + (v_z + w_y)^2] \right\}. \end{cases} \quad (1)$$

Значения безразмерных коэффициентов вязкости и теплопроводности следующие: $\mu_0 = 0,001$, $\kappa_0 \approx 1,46\mu_0$.

В системе (1): t — время; x, y, z — декартовы координаты; ρ — плотность газа; $\vec{V} = (u, v, w)$ — вектор скорости газа с проекциями на соответствующие декартовы оси; T — температура газа; $\vec{g} = (0, 0, -g)$ — вектор ускорения силы тяжести; $-2\vec{\Omega} \times \vec{V} = (av - bw, -au, bu)$ — вектор ускорения силы Кориолиса, $a = 2\Omega \sin \psi$, $b = 2\Omega \cos \psi$, $\Omega = |\vec{\Omega}|$, $\vec{\Omega}$ — вектор угловой скорости вращения Земли; ψ — широта точки O — начала декартовой системы координат, вращающейся вместе с Землей.

В качестве начальных условий при описании соответствующих течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в случае постоянных значений коэффициентов вязкости и теплопроводности взяты функции, задающие точное решение системы (1) [6]:

$$u = 0, v = 0, w = 0, \quad T_0(z) = 1 - kz, \quad \rho_0(z) = (1 - kz)^{\nu-1}, \quad (2)$$

где:

$$k = l x_{00} / T_{00}, \quad l = 0,0065 \text{ К/м}, \quad x_{00} = 50 \text{ м}, \quad T_{00} = 288 \text{ К}, \quad \nu = \gamma g / k. \quad (3)$$

Численные эксперименты проводились в расчетной области в виде прямоугольного параллелепипеда (рис. 1), длины сторон которого в безразмерном виде $1 \times 1 \times 0,04$ (в размерном виде $50 \text{ м} \times 50 \text{ м} \times 2 \text{ м}$). Вертикальная скорость продува задается в виде:

$$w(t) = M \cdot [1 - \exp(-10t)], \quad (4)$$

где M — значение максимальной скорости продува.

«Для плотности на всех шести гранях параллелепипеда ставится условие непрерывности потока. Краевые условия для компонент вектора скорости газа соответствуют условиям непротекания для нормальной составляющей вектора

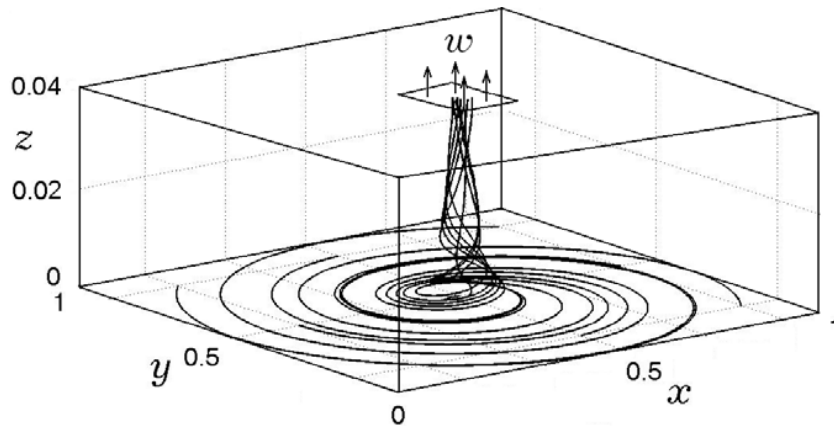


Рис. 1. Расчетная область

Fig. 1. The calculation area

скорости, и условиям симметрии для двух других компонент вектора скорости. Для температуры на всех шести гранях задаются условия теплоизоляции» [5].

«Расчеты проводились при следующих входных параметрах: масштабные размерные значения плотности, скорости, расстояния и времени равны соответственно

$$\rho_{00} = 1,29 \text{ кг/м}^3, u_{00} = 333 \text{ м/с}, x_{00} = 50 \text{ м}, t_{00} = x_{00}/u_{00} = 0,15 \text{ с.}$$

Разностные шаги по трем пространственным переменным $\Delta x = \Delta y = 0,005$ (размерное значение 0,25 м), $\Delta z = 0,004$ (размерное значение 0,2 м), а шаг по времени $\Delta t = 0,001$ (размерное 0,00015 с)» [10, 11].

Результаты расчетов

Суть проведенных численных экспериментов сводится к следующему. Каждый отдельный расчет начинался с моделирования постепенного разгона возникающего восходящего закрученного потока при вертикальном продуве воздуха через верхнее отверстие с постоянной скоростью $w = 20 \text{ м/с}$.

С течением времени возрастают скорости движения воздушного потока в расчетной области D , а следовательно, и его полная кинетическая энергия

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \iiint_D \rho (u^2 + v^2 + w^2) dx dy dz \approx \\ &\approx \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \sum_k \rho_{i,j,k} (u_{i,j,k}^2 + v_{i,j,k}^2 + w_{i,j,k}^2) \Delta x \Delta y \Delta z. \end{aligned} \quad (5)$$

«Проецирование вектора скорости в узле $\vec{V}_{i,j,k}$ на радиальное и тангенциальное направление дает возможность найти радиальную V_r и окружную V_φ скорость движения частиц газа в каждой внутренней точке расчетной области. Это позволяет провести расчет кинетической энергии, связанной с движением газа в цилиндрической системе координат» [11]:

$$\begin{aligned}
 W &= W_{r\varphi} + W_z = \iiint_D \rho \cdot \frac{v_r^2 + v_\varphi^2}{2} r dr d\varphi dz + \iiint_D \rho \cdot \frac{w^2}{2} dx dy dz = \\
 &= \iiint_D \rho \cdot \frac{v_r^2}{2} r dr d\varphi dz + \iiint_D \rho \cdot \frac{v_\varphi^2}{2} r dr d\varphi dz + \iiint_D \rho \cdot \frac{w^2}{2} dx dy dz
 \end{aligned} \tag{6}$$

и энергии только вращательного движения газа

$$W_\varphi = \frac{1}{2} \iiint_D \rho v_\varphi^2 r dr d\varphi dz \approx \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \sum_k \rho_{i,j,k} v_{\varphi i,j,k}^2 r \Delta r \Delta \varphi \Delta z, \tag{7}$$

где величины r , Δr , $\Delta \varphi$ получаются с помощью интерполирования соответствующих значений в узлах расчетной сетки.

Возрастание скоростей и энергий восходящего закрученного потока происходит до тех пор, пока он не выйдет на стационарный режим своего функционирования, при котором все термодинамические, скоростные и энергетические характеристики перестают изменяться. Поскольку параметры всех восходящих закрученных потоков воздуха, для которых была проведена эта серия вычислительных экспериментов, были одинаковыми, то время выхода на стационарный режим для них было одно и то же.

После достижения стационарного режима для каждого варианта расчета было выбрано разное продолжение численного эксперимента. А именно в один и тот же момент времени скачком уменьшалось значение скорости продува до более низкого значения, по сравнению с первоначальным. Результатам изменений в функционировании восходящего закрученного потока после такого скачка скорости продува в каждом из вариантов расчетов посвящено дальнейшее описание вычислительных экспериментов.

На рис. 2 представлены графики зависимости полной кинетической энергии восходящего закрученного потока воздуха от времени.

На левой части рисунка приведены совпадающие друг с другом графики изменения полной кинетической энергии потока вплоть до выхода его на стационарный режим (точка A на графиках) при безразмерной скорости вертикального продува 0,06 (размерное значение $w = 20$ м/с). В стационарном режиме (точка A) максимальное значение полной кинетической энергии равно 0,001417 (размерное значение 25,39 МДж), а время выхода на стационарный режим составляет 17,5 мин.

В правой части рисунка приведены графики зависимости полной кинетической энергии от времени после скачкообразного уменьшения скорости вертикального продува в точке A до скоростей: $w_1 = 19,5$ м/с — график 1; $w_2 = 19$ м/с — график 2; $w_3 = 18,5$ м/с — график 3; $w_4 = 18$ м/с — график 4; $w_5 = 17,5$ м/с — график 5; $w_6 = 17$ м/с — график 6; $w_7 = 15$ м/с — график 7; $w_8 = 0$ м/с — график 8.

График 1 показывает плавное уменьшение кинетической энергии потока и выход его на стационарный режим до значения 0,001354 (размерное значение 24,26 МДж) за время $t_1 = 4,37$ мин.

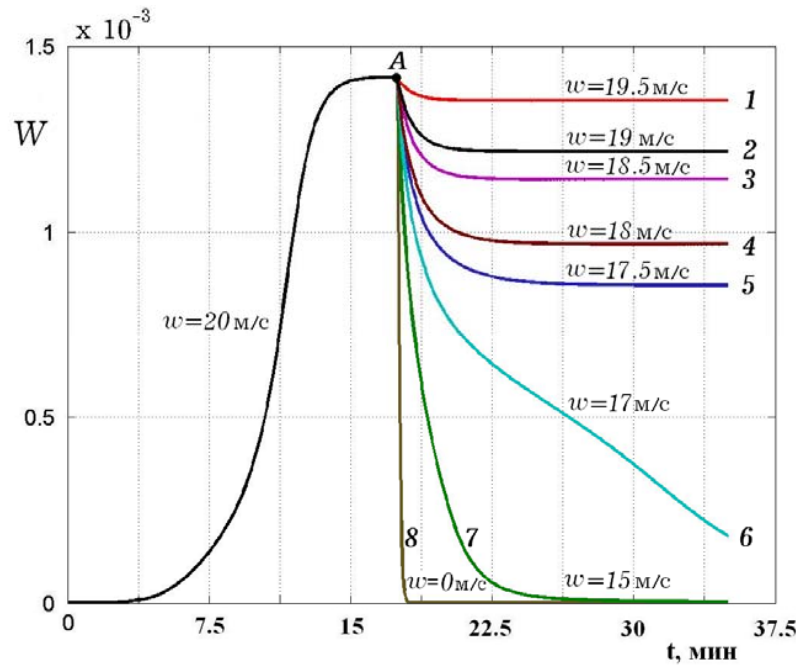


Рис. 2. Зависимости кинетической энергии закрученного потока от времени

Fig. 2. The dependences of the kinetic energy of a swirling flow on time

График 2 отражает постепенное уменьшение кинетической энергии потока и выход его на стационарный режим до значения 0,001217 (размерное значение 21,81 МДж) за время $t_2 = 6,25$ мин.

График 3 представляет уменьшение кинетической энергии потока и выход его на стационарный режим до значения 0,001142 (размерное значение 20,46 МДж) за время $t_3 = 8,51$ мин.

На графике 4 представлено постепенное уменьшение кинетической энергии потока и выход его на стационарный режим до значения 0,0009686 (размерное значение 17,36 МДж) за время $t_4 = 11,25$ мин.

На графике 5 отражено плавное уменьшение кинетической энергии потока и выход его на стационарный режим до значения 0,0008578 (размерное значение 15,37 МДж) за время $t_5 = 13,75$ мин.

График 6 представляет постепенное уменьшение кинетической энергии потока без выхода его на стационарный режим. Экстраполирование представленной на графике зависимости полной кинетической энергии от времени позволяет оценить время до полной остановки потока, которое для данной скорости продува составляет $t_6 = 35$ мин.

График 7 визуализирует процесс уменьшения полной кинетической энергии потока до нулевого значения, т. е. процесс полной остановки потока, который происходит за время $t_7 = 12,5$ мин.

И наконец, график 8 показывает процесс достаточно быстрого уменьшения кинетической энергии потока до нуля или прекращения движения потока за время $t_g = 3,5$ мин.

Дальнейший анализ представленных на рисунке результатов расчетов можно провести для двух различных диапазонов уменьшения скорости продува. При скачкообразном уменьшении скорости продува в диапазоне от 20 м/с до 17,5 м/с закрученный поток воздуха не разрушается, а лишь плавно переходит в соответствующий стационарный режим с уменьшенным значением скоростных характеристик и, следовательно, с меньшим запасом полной кинетической энергии. Причем при уменьшении скорости продува в указанном диапазоне время выхода на соответствующий стационарный режим увеличивается практически линейно с 4,37 мин до 13,75 мин.

Что касается скачкообразного уменьшения скорости продува в диапазоне от 17 м/с до 0 м/с, то из расчетов следует, что при таких изменениях скорости продува закрученный поток воздуха уже не выходит на стационарный режим, а постепенно останавливается. При этом плавно уменьшаются до нулевых значений скоростные, а следовательно, энергетические характеристики. Время затухания потока при уменьшении скорости продува изменяется от 35 мин до 3,5 мин.

Особый случай представляет собой резкое уменьшение скорости продува от 20 м/с до 0 м/с (график 8). Фактически такой численный эксперимент соответствует резкому прекращению скорости продува. При этом закрученный поток достаточно быстро прекращает свое существование. Данный численный эксперимент моделирует уничтожение торнадо путем прекращения вертикального стока газа.

Заключение

Детальными трехмерными нестационарными расчетами смоделированы течения, возникающие в экспериментах по продуву воздуха в трубе снизу вверх. Численными расчетами этих течений установлена граница по скоростным, геометрическим и энергетическим характеристикам потока, когда вращение Земли начинает вносить в кинетическую энергию потока существенную добавку. Расчеты нестационарных трехмерных течений позволили установить время выхода этих течений на стационарный режим, в том числе и по энергетическим характеристикам. Тем самым обоснована очевидная с точки зрения физики мысль: энергия в торнадо и тропических циклонах не возникает сразу и неизвестно откуда. Она накапливается с течением времени из понятного и обоснованного источника — кинетической энергии вращения Земли вокруг своей оси.

Авторы благодарят С. П. Баутина за полезное обсуждение данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдубакова Л. В. Численный расчет скоростных характеристик трехмерного восходящего закрученного потока газа / Л. В. Абдубакова, А. Г. Обухов // Известия вузов. Нефть и газ. 2014. № 3. С. 88-94.

2. Баутин С. П. Математическое моделирование и численный расчет течений в придонной части тропического циклона / С. П. Баутин, А. Г. Обухов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математические науки. Информатика. 2012. № 4. С. 175-182.
3. Баутин С. П. Математическое моделирование придонной части восходящего закрученного потока / С. П. Баутин, А. Г. Обухов // Теплофизика высоких температур. 2013. № 51. С. 567-570. DOI: 10.7868/S0040364413020038
4. Баутин С. П. Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей / С. П. Баутин, А. Г. Обухов. Новосибирск: Наука, 2012. 152 с.
5. Баутин С. П. Об одном виде краевых условий при расчете трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа / С. П. Баутин, А. Г. Обухов // Известия вузов. Нефть и газ. 2013. № 5. С. 55-63.
6. Баутин С. П. Одно точное стационарное решение системы уравнений газовой динамики / С. П. Баутин, А. Г. Обухов // Известия вузов. Нефть и газ. 2013. № 4. С. 81-86.
7. Баутин С. П. Представление решений системы уравнений Навье-Стокса в окрестности контактной характеристики / С. П. Баутин // Прикладная математика и механика. 1987. № 51. С. 574-584.
8. Баутин С. П. Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси / С. П. Баутин, С. Л. Дерябин, И. Ю. Крутова, А. Г. Обухов. Екатеринбург: УрГУПС, 2017. 336 с.
9. Баутин С. П. Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты / С. П. Баутин, И. Ю. Крутова, А. Г. Обухов, К. В. Баутин. Новосибирск: Наука; Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2013. 215 с.
10. Волков Р. Е. Метод распараллеливания алгоритма численного решения полной системы уравнений Навье-Стокса / Р. Е. Волков, А. Г. Обухов // Известия вузов. Нефть и газ. 2016. № 2. С. 92-98.
11. Волков Р. Е. Параллельные вычисления в исследованиях зависимости газодинамических параметров восходящего закрученного потока газа от скорости продува / Р. Е. Волков, А. Г. Обухов // Известия вузов. Нефть и газ. 2016. № 1. С. 92-97.
12. Обухов А. Г. Математическое моделирование и численные расчеты течений в придонной части торнадо / А. Г. Обухов // Вестник Тюменского государственного университета. 2012. № 4. С. 183-188.

Roman E. VOLKOV¹

Alexandr G. OBUKHOV²

**INVESTIGATING THE DEPENDENCE
OF THE ENERGY CHARACTERISTICS
OF THE ASCENDING SWIRLING AIR FLOW
ON THE VERTICAL PURGE VELOCITY**

¹ Postgraduate Student, Department Algebra
and Mathematical Logic, University of Tyumen
email@romanvolkov.ru

² Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor,
Department of Business Informatics and Mathematics,
Industrial University of Tyumen
aobukhov@tsogu.ru

Abstract

This paper, using numerical experiments, aims to establish the nature of the changes in the speed and energy characteristics of the swirling air flow that forms when it leaves the stationary mode, and with a sudden step-like decrease in the vertical blowing speed.

The authors use the complete system of Navier-Stokes equations to describe complex non-stationary three-dimensional flows of a compressible viscous heat-conducting gas. This system of nonlinear equations is a differential form of recording the basic laws of conservation of mass, momentum, and energy. In addition, it takes into account the laws of thermodynamics and the action of gravity and Coriolis.

In the case of constant values of the coefficients of viscosity and thermal conductivity, functions that determine the exact solution of the complete system of Navier-Stokes equations are taken as initial conditions for describing the corresponding flows of a compressible viscous heat-conducting gas.

For the density on all six faces of the calculated parallelepiped, the condition of continuity of the flow is stated. The boundary conditions for the components of the gas velocity vector

Citation: Volkov R. E., Obukhov A. G. 2018. "Investigating the Dependence of the Energy Characteristics of the Ascending Swirling Air Flow on the Vertical Purge Velocity". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 4, no 1, pp. 68-78.

DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-1-68-78

correspond to the non-flow conditions for the normal component of the velocity vector, and the symmetry conditions for the other two components of the velocity vector. For the temperature on all six faces, the conditions for thermal insulation are specified.

The numerical solution of the complete system of Navier-Stokes equations made it possible to establish the nature of the change in the velocity and energy characteristics of the ascending swirling airflow initiated by a vertical blow through a pipe 5 meters in diameter when it leaves the stationary regime. The results of numerical simulation of a smooth transition to a stationary mode of a lower energy level are given with a stepwise decrease in the velocity of a vertical purge as well as a complete stoppage of the vortex flow.

The results of the calculations allow us to give meaningful recommendations for a large-scale full-scale experiment on creating an artificial tornado.

Keywords

Complete Navier-Stokes equations system, Coriolis force, kinetic energy, steady-state output.

DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-1-68-78

REFERENCES

1. Abdubakova L. V., Obukhov A. G. 2014. "Chislenny raschet skorostnykh kharakteristik trekhmernogo voskhodyashchego zakruchennogo potoka gaza". *Izvestiya vuzov. Neft' i gaz*, no 3, pp. 88-94.
2. Bautin S. P., Obukhov A. G. 2012. "Matematicheskoe modelirovanie i chislenny raschet techeniy v pridonnoy chasti tropicheskogo tsyklona". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, no 4, pp. 175-182.
3. Bautin S. P., Obukhov A. G. 2013. "Matematicheskoe modelirovanie pridonnoy chasti voskhodyashchego zakruchennogo potoka". *Teplofizika vysokikh temperature*, no 51, pp. 567-570. DOI: 10.7868/S0040364413020038
4. Bautin S. P., Obukhov A. G. 2012. *Matematicheskoe modelirovanie razrushitel'nykh atmosferykh vikhrey [Mathematical Modeling of Destructive Atmospheric Vortices]*. Novosibirsk: Nauka.
5. Bautin S.P., Obukhov A. G. 2013. "Ob odnom vide kraevykh usloviy pri raschete trekhmernykh nestatsionarnykh techeniy szhimaemogo vyzkogo teploprovodnogo gaza". *Izvestiya vuzov. Neft' i gaz*, no 5, pp. 55-63.
6. Bautin S. P., Obukhov A. G. 2013. "Oдно tochnoe statsionarnoe reshenie sistemy uravneniy gazovoy dinamiki". *Izvestiya vuzov. Neft' i gaz*, no 4, pp. 81-86.
7. Bautin S. P. 1987. "Predstavlenie resheniy sistemy uravneniy Nav'e-Stoksa v okrestnosti kontaktnoy kharakteristiki". *Prikladnaya matematika i mekhanika*, no 51, pp. 574-584.
8. Bautin S. P., Deryabin S. L., Krutova I. Yu., Obukhov A. G. 2017. *Razrushitel'nye atmosferye vikhri i vrashchenie Zemli vokrug svoey osi [Destructive Atmospheric Vortices and Rotation of the Earth around Its Axis]*. Yekaterinburg: UrGUPS.
9. Bautin S. P., Krutova I. Yu., Obukhov A. G., Bautin K. V. 2013. *Razrushitel'nye atmosferye vikhri: teoremy, raschety, eksperymenty [Destructive Atmospheric Vortices:*

Theorems, Calculations, and Experiments]. Novosibirsk: Nauka; Yekaterinburg: Izd-vo UrGUPS.

10. Volkov R. E., Obukhov A. G. 2016. "Metod rasparallelivaniya algoritma chislennogo resheniya polnoy sistemy uravneniy Nav'e-Stoksa". *Izvestiya vuzov. Neft' i gaz*, no 2, pp. 92-98.
11. Volkov R. E., Obukhov A. G. 2016. "Parallel'nye vychisleniya v issledovaniyakh zavisimosti gazodinamicheskikh parametrov voskhodyashchego zakruchennogo potoka gaza ot skorosti produva". *Izvestiya vuzov. Neft' i gaz*, no 1, pp. 92-97.
12. Obukhov A. G. 2012. "Matematicheskoe modelirovanie i chislennye raschety techeniy v pridonnoy chasti tornado". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, no 4. pp. 183-188.