

Наиль Габсалямович МУСАКАЕВ¹
Станислав Леонидович БОРОДИН²
Денис Сергеевич БЕЛЬСКИХ³

УДК 532.546, 536.71

**АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
О РАЗЛОЖЕНИИ ГИДРАТА МЕТАНА
В ЗАМКНУТОЙ ГИДРАТОСОДЕРЖАЩЕЙ
ОБЛАСТИ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ***

¹ доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник, Тюменский филиал
Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН;
профессор кафедры прикладной и технической физики,
Тюменский государственный университет
musakaev@ikz.ru; ORCID: 0000-0002-8589-9793

² кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник, Тюменский филиал
Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН
s.l.borodin@yandex.ru; ORCID: 0000-0002-2850-5989

³ младший научный сотрудник, Тюменский филиал
Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН
denisbelskikh@gmail.com; ORCID: 0000-0002-0813-5765

* Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации 121030500156-6).

Цитирование: Мусакаев Н. Г. Алгоритм решения задачи о разложении гидрата метана в замкнутой гидратосодержащей области пористой среды / Н. Г. Мусакаев, С. Л. Бородин, Д. С. Бельских // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 40-57.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-40-57

Аннотация

В России действует закон об ограничении выбросов парниковых газов, подписанный Президентом РФ в июле 2021 г. В список парниковых газов включен метан, причем его запасы в виде газовых гидратов в значительной мере преобладают над запасами метана, находящегося в свободном состоянии. Образование газовых гидратов происходит при достаточно низких температурах и высоких давлениях. Значительная часть «спящих гигантов», как окрестили метаносодержащие залежи журналисты, находится в Арктическом регионе, и они очень чувствительны к потеплению. Освобождение этого парникового потенциала имело бы весьма негативные последствия для климата Земли. Таким образом, необходимо изучение процесса диссоциации газогидрата при тепловом воздействии на гидратосодержащую пористую среду. При решении этой задачи стоит отметить важность теоретического исследования, включающего в себя построение математической модели изучаемого процесса, алгоритмизацию, программную реализацию и проведение вычислительных экспериментов.

В работе представлена в двумерном приближении постановка задачи о нагреве на верхней границе замкнутой области пористой среды, содержащей в начальном состоянии метан и его гидрат. Приведена математическая модель, в основе которой лежат уравнения сохранения масс метана, воды и газогидрата; закон Дарси для движения газовой и жидкой фазы; уравнение состояния реального газа, уравнение сохранения энергии с учетом теплопроводности, конвекции, адиабатического охлаждения, эффекта Джоуля — Томсона и поглощения скрытой теплоты гидратообразования. Построен алгоритм для численной реализации математической модели и модернизирована компьютерная программа по расчету основных параметров рассматриваемого в статье процесса.

Ключевые слова

Разложение газового гидрата, тепловое воздействие, алгоритм решения, математическая модель, пористая среда.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-40-57

Введение

В настоящее время климатические изменения являются одной из самых обсуждаемых в обществе проблем глобального масштаба [5, 19, 21, 27, 28]. В России действует закон об ограничении выбросов парниковых газов, подписанный Президентом РФ в июле 2021 г. В список парниковых газов включен метан, причем значительный объем этого газа содержится в гидратонасыщенных залежах, большинство из которых в материковой части приурочены к местам распространения многолетнемерзлых пород [3, 23]. То есть значительная часть «спящих гигантов» всемирного круговорота углеродов, как окрестили метаносодержащие залежи журналисты, находится в Арктическом регионе, и они очень чувствительны к потеплению. Освобождение этого парникового потенциала имело бы весьма негативные последствия для климата Земли [4, 7, 19].

Как отмечено президентом Российской академии наук А. С. Сергеевым, в Арктике наблюдается в последние годы рост эмиссии в земную атмосферу метана, что может быть обусловлено таянием вечной мерзлоты и уменьшением толщины прибрежных льдов. Поэтому необходима выработка мероприятий, направленных на последовательное сокращение или предупреждение выбросов метана; также немаловажным представляется, на наш взгляд, анализ данных о выбросах этого парникового газа. Эти мероприятия в том числе должны опираться на теоретическую проработку проблемы высвобождения метана из гидратосодержащих залежей при тепловом воздействии на пласт. Такое исследование включает в себя построение математической модели изучаемого процесса, алгоритмизацию, программную реализацию и проведение вычислительных экспериментов, направленных на установление особенностей диссоциации природных газогидратов при варьировании различных параметров теплового воздействия и пористой среды [6, 11].

Математическое описание процесса диссоциации газогидрата при тепловом воздействии на гидратосодержащую пористую среду представлено в ряде работ (в том числе и наших), например [8, 9, 12-15, 18, 20, 22, 25, 29]. В этих работах получены автомоделные и численные решения данной задачи, в том числе и для наиболее общего случая, когда исходные значения давления и температуры не обязательно лежат на кривой фазового равновесия «газ — вода — газогидрат». Но подавляющая часть работ описывает течение флюида в пористых структурах в одномерном приближении, принимая допущение о неподвижности воды. В настоящей работе в цилиндрической системе координат рассмотрена задача о нагреве замкнутой области пласта, содержащей в порах в исходном состоянии метан и его гидрат с учетом движения в пористой среде обеих компонент газогидрата (воды и газа). При математическом описании процесса теплового воздействия на гидратонасыщенную залежь использовались уравнения механики многофазных сред [10].

Постановка задачи

Пусть цилиндрическая область пористой среды насыщена в исходном состоянии ($t = 0$) метаном и его гидратом (рис. 1). Внешние границы этой области пласта глубиной H и радиусом R являются непроницаемыми. Через верхнюю границу осуществляется нагрев рассматриваемой области пласта с постоянной температурой T_e , которая превосходит равновесную температуру разложения газогидрата $T_s(p_0)$ и исходную температуру пласта T_0 , при этом $T_e > T_s(p_0) > T_0$.

При нагреве пласта может происходить разложение гидрата метана, при этом, как показано в работах [9, 26], разложение будет происходить только на фронтальной поверхности, т. е. решений с протяженной областью фазовых переходов не существует. Соответственно, в рассматриваемой области пласта формируется две зоны: зона, примыкающая к верхней границе пласта и содержащая метан и воду, и невозмущенная (не затронутая тепловым воздействием) зона (рис. 1).

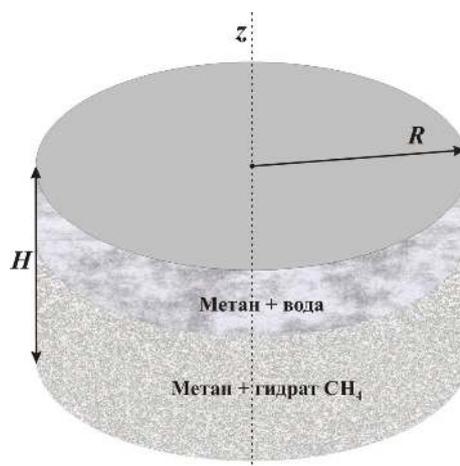


Рис. 1. Схема задачи для двумерного осесимметричного случая

Fig. 1. The problem's scheme for two-dimensional axisymmetric case

Примем следующие упрощающие предположения: газовый гидрат и скелет пористой среды неподвижны и несжимаемы; газовый гидрат рассматривается как система, состоящая из воды и газа, и его массовая концентрация газа G постоянна; температуры всех фаз в некотором бесконечно малом объеме системы совпадают (рассматривается однотемпературная модель); пористость пласта m и плотность воды постоянны; капиллярные эффекты не учитываются.

С учетом указанных упрощающих предположений запишем в цилиндрических координатах основные уравнения математической модели неізотермической фильтрации газа и воды в пористой среде для осесимметричного случая. Уравнения сохранения масс газа, воды и газового гидрата имеют следующий вид [10, 11, 25]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (mS_g\rho_g + GmS_h\rho_h) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho_g u_{gr}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_g u_{gz}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (mS_w\rho_w + (1 - G)mS_h\rho_h) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho_w u_{wr}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_w u_{wz}) = 0, \quad (2)$$

$$S_g + S_w + S_h = 1. \quad (3)$$

Здесь и далее нижние индексы g, w, h и sk означают, что параметры с ними относятся к газу, воде, гидрату и скелету пористой среды соответственно; t — время; r — радиальная координата; z — вертикальная координата по глубине; S_j ($j = g, w, h$) — насыщенности j -м веществом; ρ_j ($j = g, w, h$) — плотность j -й фазы; u_{jr} и u_{jz} ($j = g, w$) — составляющие вектора скорости фильтрации j -го вещества.

Уравнения Дарси запишем следующим образом [1, 10]:

$$u_{ir} = -\frac{k_0 k_i}{\mu_i} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (i = g, w), \quad (4)$$

$$u_{iz} = -\frac{k_0 k_i}{\mu_i} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_i g \right), \quad (i = g, w), \quad (5)$$

где k_0 — абсолютная проницаемость пласта; k_g и k_w — относительная фазовая проницаемость для газа и воды соответственно; μ_g и μ_w — динамическая вязкость газа и воды соответственно; p — давление; g — ускорение свободного падения, с учетом, что вертикальная ось z направлена вверх.

Для расчета относительных фазовых проницаемостей используется эмпирическая зависимость Чень-Чжун-Сяня [1]:

$$k_g = \begin{cases} 0, & 0 \leq S_g \leq 0,1; \\ \left(\frac{S_g - 0,1}{0,9} \right)^{3,5} (4 - 3S_g), & 0,1 < S_g \leq 1. \end{cases}$$

$$k_w = \begin{cases} 0, & 0 \leq S_w \leq 0,2; \\ \left(\frac{S_w - 0,2}{0,8} \right)^{3,5}, & 0,2 < S_w \leq 1. \end{cases}$$

В работе используется уравнение состояния для реального газа в следующем виде [2]:

$$p = X_g \rho_g R_g T, \quad (6)$$

$$X_g = \left(0,4 \cdot \lg \left(\frac{T}{T_c} \right) + 0,73 \right)^{\frac{p}{p_c}} + 0,1 \frac{p}{p_c}, \quad (7)$$

где X_g — коэффициент сверхсжимаемости газа; R_g — удельная газовая постоянная; T — температура.

Уравнение притока тепла для случая цилиндрической системы координат может быть представлено в следующем виде [10, 16, 17, 25]:

$$\begin{aligned} & \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_g c_g \left[u_{gr} \frac{\partial T}{\partial r} + u_{gz} \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_g} \right) \right] + \\ & + \rho_w c_w \left[u_{wr} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) + u_{wz} \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_w} \right) \right] + \Phi = \\ & = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + m \rho_h L_h \frac{\partial S_h}{\partial t}, \\ & \rho c = (1 - m) \rho_{sk} c_{sk} + \sum_{j=g,w,h} m S_j \rho_j c_j, \quad \lambda = (1 - m) \lambda_{sk} + \sum_{j=g,w,h} m S_j \lambda_j, \\ & \Phi = \rho_g c_g \varepsilon_g \left(u_{gr} \frac{\partial p}{\partial r} + u_{gz} \frac{\partial p}{\partial z} \right) - \rho_g c_g m S_g \eta_g \frac{\partial p}{\partial t}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь ρc и λ — объемная теплоемкость и теплопроводность системы «пористая среда — насыщающий флюид»; ρ_{sk} — плотность вещества, слагающего скелет пористой среды; c_j и λ_j ($j = sk, g, w, h$) — изобарная теплоемкость и теплопроводность j -й фазы; L_h — теплота диссоциации гидрата CH_4 ; ε_g и η_g — коэффициент Джоуля — Томсона и коэффициент адиабатического охлаждения; Φ — источниковое слагаемое, обусловленное эффектами Джоуля — Томсона и адиабатического охлаждения для газа.

Для принятой постановки задачи выпишем начальные и граничные условия:

$$t = 0, 0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq H: p = p_0, T = T_0, S_h = S_{h0}, S_w = 0, S_g = 1 - S_{h0};$$

$$t > 0: \begin{cases} r = R: u_{ir} = 0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \\ z = 0: u_{iz} = 0, T = T_e; z = H: u_{iz} = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

где S_{h0} — исходная насыщенность пористой среды гидратом CH_4 .

После преобразования уравнений (1)-(8) получим искомые уравнения для расчета давления, температуры и водонасыщенности:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{p}{z_g} \frac{\partial z_g}{\partial t} + \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{p}{S_g} \frac{\partial S_g}{\partial t} - \frac{p}{S_g} \frac{\rho_h}{\rho_g} G \frac{\partial S_h}{\partial t} +$$

$$+ \frac{X_g RT}{m S_g} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\rho_g k_0 k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\rho_g k_0 k_g}{\mu_g} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_g g \right) \right] \right\} + \quad (9)$$

$$+ \frac{X_g RT}{m S_g} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\rho_g k_0 k_w}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\rho_g k_0 k_w}{\mu_w} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_w g \right) \right] \right\},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\rho_g c_g}{\rho c} \frac{k_0 k_g}{\mu_g} \times$$

$$\times \left[\frac{\partial p}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \varepsilon_g \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_g g \right) \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \varepsilon_g \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{g}{c_g} \right) + m S_g \eta_g \frac{\partial p}{\partial t} \right] +$$

$$+ \frac{\rho_w c_w}{\rho c} \frac{k_0 k_w}{\mu_w} \times \quad (10)$$

$$\times \left[\frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_w g \right) \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_w} \right) \right] + \frac{1}{\rho c} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] +$$

$$+ \frac{m \rho_h L_h}{\rho c} \frac{\partial S_h}{\partial t},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{1}{m} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k k_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k k_{rw}}{\mu_w} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_w g \right) \right] \right\} - \frac{\rho_h}{\rho_w} (1 - G) \frac{\partial S_h}{\partial t}. \end{aligned} \quad (11)$$

Полученная система уравнений (9)-(11) после их дискретизации решена с использованием неявной разностной схемы, метода покоординатного расщепления, алгоритма Томаса и метода последовательных приближений.

Для расчета значений искомым параметров системы в узлах пространственной сетки используется следующий алгоритм решения задачи [25]:

1. Решаем уравнение (9) на новом временном шаге методом покоординатного расщепления. Находим промежуточные распределения давления по координате z с помощью алгоритма Томаса. Далее находим окончательные распределения давления по координате r также через алгоритм Томаса.
2. С помощью уравнения (7) рассчитываем значения коэффициента сжимаемости газа, при этом здесь и далее используются либо итерационные значения параметров, либо значения параметров, определенные в предыдущих пунктах.
3. Для расчета температуры на новом временном шаге также воспользуемся методом покоординатного расщепления. Используя алгоритм Томаса, вычисляем промежуточные распределения температуры по координате z с помощью уравнения (10). Далее вновь через алгоритм Томаса находим окончательные распределения температуры по координате r .
4. Для расчета значений гидратонасыщенности в случае разложения гидрата используются следующие ограничивающие условия [9, 25]: давление повышается до достижения равновесного давления или разложения всего гидрата; температура понижается до достижения равновесной температуры или разложения всего гидрата.

Далее используем следующую корреляцию [27] для расчета значений равновесной температуры и давления фазового перехода:

$$\left\{ \begin{aligned} p_h &= \exp \left(A_0 + \frac{A_1}{T_{i,j}^{k+1}/T^*} + \frac{A_2}{(T_{i,j}^{k+1}/T^*)^2} \right) \cdot 10^6; \\ T_h &= \frac{A_1 - \sqrt{A_1^2 + 4 \cdot A_2 \cdot (\ln(p_{i,j}^{k+1}/p^*) - A_0)}}{2 \cdot (\ln(p_{i,j}^{k+1}/p^*) - A_0)} \end{aligned} \right\},$$

где размерность давления — Па; размерность температуры — К; $p^* = 1$ МПа; $T^* = 1$ К; T_h, p_h — равновесные температура и давление; A_0, A_1, A_2 — эмпирические коэффициенты, имеющие следующие значения для диапазонов температур, когда одной из фаз является либо лед, либо вода:

$$180 \leq T \leq 273:$$

$$A_0 = \ln(2,6) - \frac{A_1}{273} - \frac{A_2}{273^2}; A_1 = -2\,768; A_2 = 69\,900;$$

$$273 < T \leq 302:$$

$$A_0 = \ln(2,6) - \frac{A_1}{273} - \frac{A_2}{273^2}; A_1 = -61\,987; A_2 = 7\,526\,200.$$

Рассчитываем максимальное возможное изменение гидратонасыщенности из-за изменений условия фазового равновесия:

$$\Delta S_h = \min \left\{ \Delta S_h^T = \frac{(\rho c)_{i,j}^{k+1}}{m \rho_h L_h} |T_{i,j}^{k+1} - T_h|; \right. \\ \left. \Delta S_h^p = \frac{(S_g)_{i,j}^{\text{iter}} (\rho_g)_{i,j}^{k+1}}{G \rho_h p_{i,j}^{k+1}} |p_h - p_{i,j}^{k+1}|; \Delta S_h^w = \frac{\rho_w (S_w)_{i,j}^{\text{iter}}}{\rho_h (1 - G)} \right\},$$

где iter — итерационное значение параметра.

Если термодинамические условия допускают разложение гидрата, т. е. $(T_{i,j}^{k+1})^{\text{new}} > T_h$ и гидрат есть $((S_h)_{i,j}^{\text{iter}} > 0)$, то рассчитываем количество гидрата, которое может разложиться:

$$\Delta S_h = \min \{ \Delta S_h^T, \Delta S_h^p, (S_h)_{i,j}^{\text{iter}} \}.$$

Тогда гидратонасыщенность на новом шаге:

$$(S_h)_{i,j}^{k+1} = (S_h)_{i,j}^{\text{iter}} - \Delta S_h.$$

5. Из дискретного аналога уравнения (11) рассчитываются значения водонасыщенности.
6. С помощью дискретного аналога уравнения (3) рассчитываются значения газонасыщенности.
7. Определяется относительная погрешность δ текущей итерации:

$$\max_{\forall i,j} \left\{ \left| \frac{p_{i,j}^{\text{iter}} - p_{i,j}^{k+1}}{p_{i,j}^{k+1}} \right|; \left| \frac{(z_g)_{i,j}^{\text{iter}} - (z_g)_{i,j}^{k+1}}{z_{i,j}^{k+1}} \right|; \left| \frac{T_{i,j}^{\text{iter}} - T_{i,j}^{k+1}}{T_{i,j}^{k+1}} \right|; \left| \frac{(S_g)_{i,j}^{\text{iter}} - (S_g)_{i,j}^{k+1}}{(S_g)_{i,j}^{k+1}} \right| \right\}.$$

Новое итерационное приближение:

$$\forall i,j: p_{i,j}^{\text{iter}} = p_{i,j}^{k+1}; (z_g)_{i,j}^{\text{iter}} = (z_g)_{i,j}^{k+1}; T_{i,j}^{\text{iter}} = T_{i,j}^{k+1}; \\ (S_h)_{i,j}^{\text{iter}} = (S_h)_{i,j}^{k+1}; (S_g)_{i,j}^{\text{iter}} = (S_g)_{i,j}^{k+1}; (S_w)_{i,j}^{\text{iter}} = (S_w)_{i,j}^{k+1}.$$

Если погрешность текущей итерации $\delta > \varepsilon$, т. е. больше некоторой заданной величины точности ε , то итерации продолжают и переходят к пункту 1, в противном случае переходим к пункту 8.

8. Переопределяем значения на предыдущем шаге по времени и переходим на новый временной шаг (к пункту 1).

Вычислительный эксперимент

На основе изложенного алгоритма решения задачи была разработана вычислительная программа и проведено численное исследование процесса теплового воздействия на замкнутую цилиндрическую область пористого пласта. При проведении данного исследования были использованы следующие значения параметров [8, 9, 12-14, 24]: $T_e = 10$ °С; $R = 10$ м; $H = 10$ м; $T_0 = 0$ °С; $p_0 = 3$ МПа; $S_{h0} = 0,6$; $k = 10^{-16}$ м²; $m = 0,1$; $\rho_{sk} = 2\,000$ кг/м³; $\rho_w = 1\,000$ кг/м³; $\rho_h = 910$ кг/м³; $c_{sk} = 1\,000$ Дж/(кг · К); $c_w = 4\,200$ Дж/(кг · К); $c_h = 2\,500$ Дж/(кг · К); $\lambda_{sk} = 2$ Вт/(м · К); $\lambda_w = 0,56$ Вт/(м · К); $\lambda_h = 0,45$ Вт/(м · К); $\mu_w = 10^{-3}$ Па · с; $L_h = 4,37 \cdot 10^5$ Дж/кг; $G = 0,12$.

Необходимые значения используемых параметров для метана вычисляются интерполяцией известных табличных данных с учетом полученных распределений температуры и давления.

На рис. 2 представлены распределения давления, температуры и гидратонасыщенности при повышении температуры до 10 °С на всей верхней границе гидратонасыщенной залежи (равномерный нагрев). Распределения параметров представлены на плоскости, проходящей вдоль радиуса через ось симметрии рассматриваемой цилиндрической области.

Результаты вычислительного эксперимента показывают (рис. 2), что при нагреве замкнутой гидратосодержащей залежи давление существенно увеличивается (для данного набора параметров с 3 до 4,6 МПа) вследствие выделения газа при разложении газогидрата. Можно отметить увеличение температуры системы вблизи верхней границы, но при этом темпы распространения тепла вниз по глубине гидратонасыщенной пористой среды весьма небольшие. Также из графиков, описывающих распределение гидратонасыщенности, видно, что гидрат CH_4 диссоциирует лишь в небольшой зоне вблизи верхней границы рассматриваемой области пористой среды и имеет место фронтальный режим разложения газогидрата.

Анализ рис. 2 показывает, что значения рассчитанных параметров не меняются в направлении радиальной оси r , поэтому задачу равномерного нагрева сверху можно рассматривать в одномерном приближении (рассчитывать распределения только вдоль оси z).

На рис. 3 приведены поля давления, температуры и гидратонасыщенности при нагреве гидратонасыщенной залежи сверху. При значениях r от 0 до 5 метров повышение температуры осуществляется до 10 °С; от 5 до 10 метров — до 5 °С (неравномерный нагрев).

Из рис. 3 видно, что наибольшая глубина разложения гидрата CH_4 приходится на зону с большей температурой нагрева. Также в этой зоне наблюдается более

заметное повышение давления вследствие большего выделения метана из состава газогидрата. Из рис. 2 и 3 видно, что предложенные модель и алгоритм решения ее уравнений позволяют получать физически непротиворечивые результаты расчетов процессов, происходящих в замкнутой гидратонасыщенной залежи в случае нагрева верхней границы. Таким образом, используемый в работе программный продукт может быть применим для осуществления вычислительных экспериментов по изучению подобных процессов.

На рис. 4 приведены результаты расчетов гидратонасыщенности для случая равномерного нагрева гидратосодержащей залежи сверху с различными температурами ($T_e = 5, 10$ и 15 °C).

Как было отмечено при описании рис. 2, при равномерном нагреве параметры процесса не изменяются вдоль координаты r , поэтому данный график представлен в одномерном виде. Из рис. 4 видно, что увеличение температуры нагрева верхней границы приводит к большей протяженности области, в которой гидрат разложился. Но при этом при повышении температуры с 5 до 10 °C глубина зоны, в которой газогидрат уже разложился, увеличивается с 0,5 до 0,9 м (т. е. на 0,4 м),

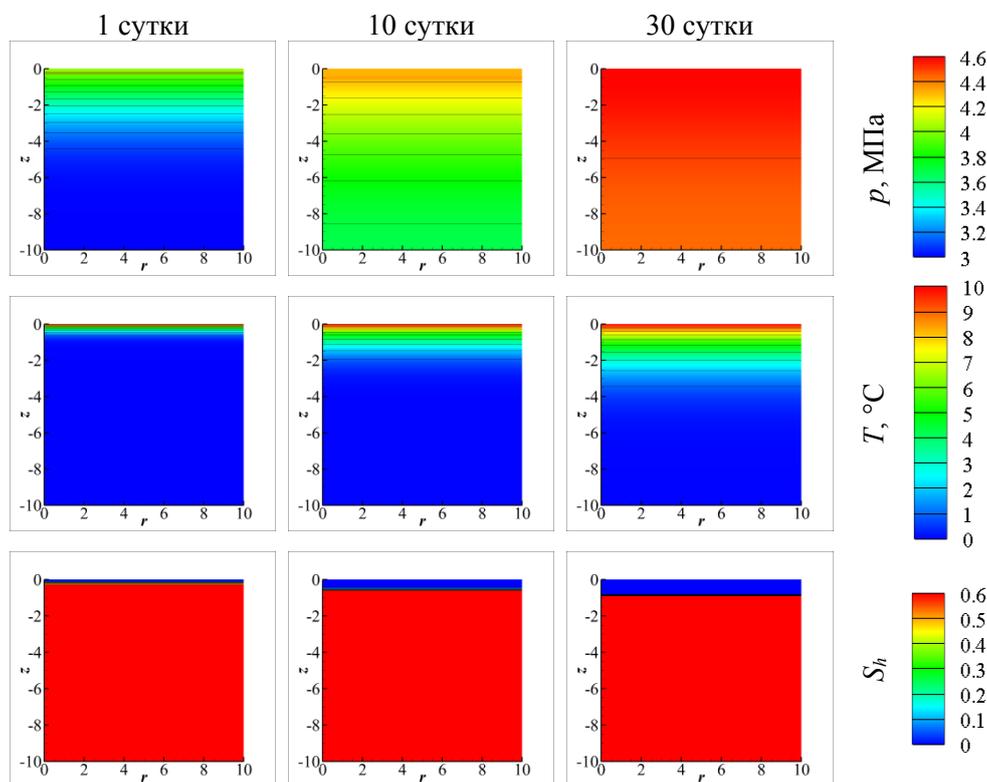


Рис. 2. Распределения давления (p), температуры (T) и гидратонасыщенности (S_h) в различные моменты времени при равномерном нагреве сверху

Fig. 2. Distributions of pressure (p), temperature (T) and hydrate saturation (S_h) at different times with uniform heating on upper boundary

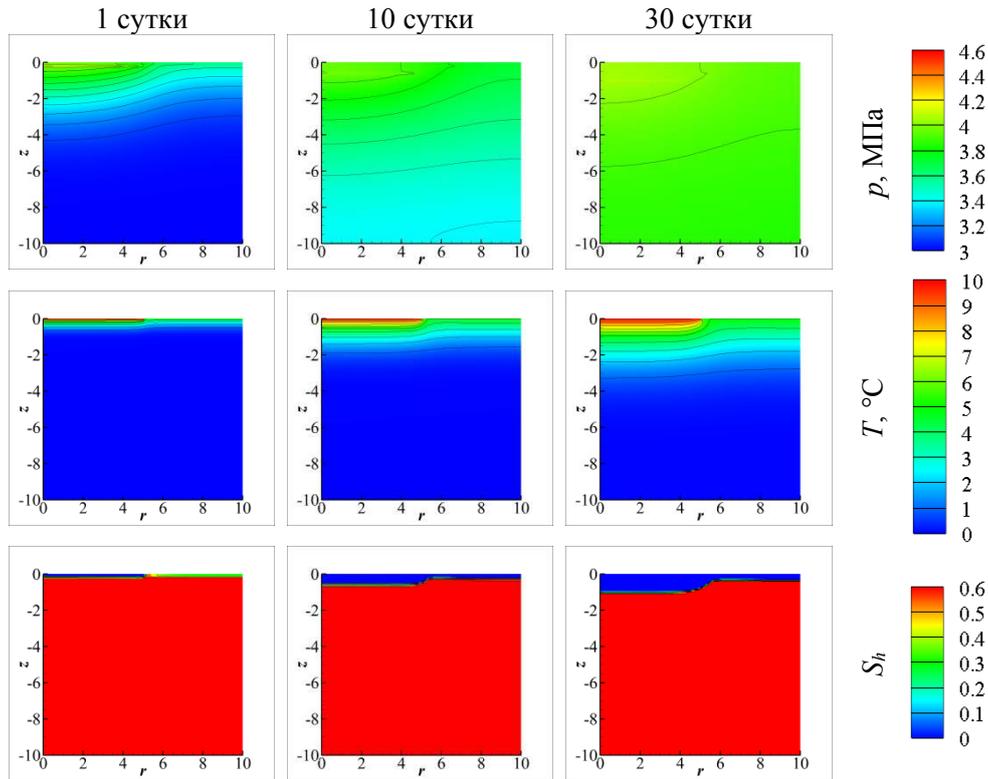


Рис. 3. Распределения давления (p), температуры (T) и гидратонасыщенности (S_h) в различные моменты времени при неравномерном нагреве сверху

Fig. 3. Distributions of pressure (p), temperature (T) and hydrate saturation (S_h) at different times with uneven heating on upper boundary

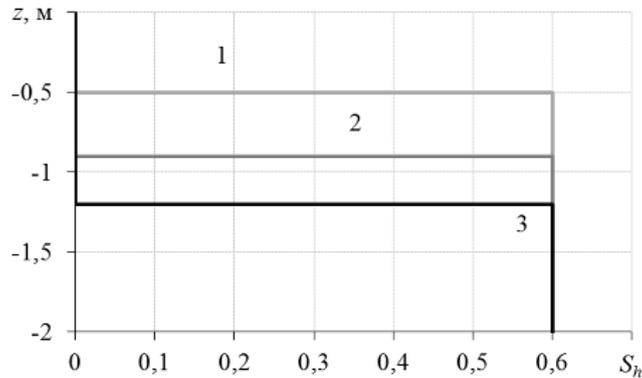


Рис. 4. Распределения по координате z гидратонасыщенности при различных температурах нагрева сверху на 30 сутки. Линии 1, 2 и 3 соответствуют $T_e = 5, 10$ и 15 °C

Fig. 4. Distributions of hydrate saturation along the z -coordinate at different heating temperatures on upper boundary at the 30th day. Lines 1, 2 and 3 correspond to $T_e = 5, 10$ and 15 °C

а при повышении температуры с 10 до 15 °С глубина этой зоны увеличивается с 0,9 до 1,2 м (уже на 0,3 м). На наш взгляд, такое снижение темпов прироста указанной зоны обусловлено возрастающим влиянием охлаждения пласта за счет поглощения скрытой теплоты разложения газового гидрата.

Заключение

В работе представлена постановка задачи о нагреве верхней границы замкнутой области пористой среды, изначально содержащей метан и его гидрат. Задача рассматривается в двумерном приближении. В основе математической модели изучаемого процесса нагрева лежат уравнения сохранения масс, уравнения Дарси для движения газовой и жидкой фазы, уравнение состояния реального газа, а также уравнение сохранения энергии с учетом теплопроводности, конвекции, адиабатического охлаждения, эффекта Джоуля — Томсона и поглощения скрытой теплоты гидратообразования. Для расчета основных параметров рассматриваемого процесса был построен алгоритм решения поставленной задачи и разработан программный продукт для проведения численных экспериментов с целью установить особенности процесса нагрева замкнутой области пористой среды, насыщенной изначально метаном и его гидратом. Показано, что с ростом температуры нагрева верхней границы пласта глубина зоны, в которой гидрат метана уже разложился, увеличивается, но при этом темпы прироста этой зоны замедляются из-за возрастающей роли в тепломассобменных процессах такого фактора, как охлаждение пласта за счет поглощения скрытой теплоты диссоциации газового гидрата.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басниев К. С. Подземная гидромеханика / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. М.: Недра, 1993. 416 с.
2. Бондарев Э. А. Оценка возможности подземного хранения гидратов природного газа в зоне многолетней мерзлоты / Э. А. Бондарев, И. И. Рожин, В. В. Попов, К. К. Аргунова // Криосфера Земли. 2015. Том 19. № 4. С. 64-74.
3. Бородин С. Л. Современное состояние исследований, связанных с извлечением метана из гидратосодержащей пористой среды / С. Л. Бородин, Д. С. Бельских // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 4. С. 131-147. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-131-147
4. Васильев А. А. Содержание и эмиссия метана в доминантных ландшафтах типичной тундры Западного Ямала / А. А. Васильев, В. П. Мельников, П. Б. Семенов, Г. Е. Облогов, И. Д. Стрелецкая // Доклады Академии наук. 2019. Том 485. № 1. С. 88-92. DOI: 10.31857/S0869-5652485188-92
5. Киселев А. А. Метан в Российской Арктике: результаты наблюдений и расчетов / А. А. Киселев, А. И. Решетников // Проблемы Арктики и Антарктики. 2013. № 2 (96). С. 5-15.

6. Лобковский Л. И. Математическая модель осесимметричного квазистационарного теплопереноса в газогидратном пласте / Л. И. Лобковский, М. М. Рамазанов // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2017. № 4. С. 85-96. DOI: 10.7868/S0568528117040089
7. Лобковский Л. И. О процессах газовой выделении и деградации подводных многолетнемерзлых пород на шельфе моря Лаптевых / Л. И. Лобковский, С. Л. Никифоров, Н. Н. Дмитриевский, Н. В. Либина, И. П. Семилетов, Р. А. Ананьев, А. А. Мелузов, А. Г. Росляков // Океанология. 2015. Том 55. № 2. С. 312-320. DOI: 10.7868/S0030157415010128
8. Мусакаев Н. Г. Расчет параметров процесса нагнетания газа в насыщенный метаном и его гидратом пласт / Н. Г. Мусакаев, С. Л. Бородин, Д. С. Бельских // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 3. С. 165-178. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-3-165-178
9. Мусакаев Н. Г. Численное исследование процесса разложения газового гидрата при тепловом воздействии на гидратосодержащую область пористого пласта / Н. Г. Мусакаев, Д. С. Бельских // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. 2021. Том 163. Кн. 2. С. 153-166. DOI: 10.26907/2541-7746.2021.2.153-166
10. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. / Р. И. Нигматулин. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.
11. Шагапов В. Ш. Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа / В. Ш. Шагапов, Н. Г. Мусакаев. М.: Наука, 2016. 238 с.
12. Шагапов В. Ш. Нагрев пористой среды, частично заполненной газогидратом, при наличии непроницаемых границ / В. Ш. Шагапов, Л. А. Насырова // Теплофизика высоких температур. 1999. Том 37. № 5. С. 784-789.
13. Шагапов В. Ш. Особенности разложения газовых гидратов в пористых средах при нагнетании теплого газа / В. Ш. Шагапов, М. К. Хасанов, И. К. Гималтдинов, М. В. Столповский // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Том 20. № 3. С. 347-354.
14. Шагапов В. Ш. Повышение давления жидкости в замкнутом объеме при тепловом воздействии через стенки / В. Ш. Шагапов, Ю. А. Юмагулова // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Том 20. № 4. С. 505-512.
15. Шагапов В. Ш. Теоретическое моделирование процесса извлечения газа из пористого газогидратного пласта, частично насыщенного газом, с учетом теплового взаимодействия с окружающими породами / В. Ш. Шагапов, А. С. Чиглинцева, А. А. Русинов // Теоретические основы химической технологии. 2016. Том 50. № 4. С. 452-462. DOI: 10.7868/S004035711604014X
16. Шарафутдинов Р. Ф. Аналитическая модель нестационарного температурного поля в пласте с трещиной гидроразрыва / Р. Ф. Шарафутдинов, Ф. Ф. Давлетшин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 2 (26). С. 75-94. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-75-94
17. Шарафутдинов Р. Ф. Численное исследование неизотермической фильтрации сжимаемого флюида в низкопроницаемом пласте с трещиной гидроразрыва / Р. Ф. Шарафутдинов, Ф. Ф. Давлетшин // Прикладная механика и техническая физика. 2021. Том 62. № 2. С. 160-173. DOI: 10.15372/PMTF20210216

18. Ahmadi G. Numerical solution for natural gas production from methane hydrate dissociation / G. Ahmadi, C. Ji, D. H. Smith // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2004. Vol. 41. No. 4. Pp. 269-285. DOI: 10.1016/j.petrol.2003.09.004
19. Archer D. Methane hydrate stability and anthropogenic climate change / D. Archer // *Biogeosciences*. 2007. Vol. 4. Pp. 521-544. DOI: 10.5194/BG-4-521-2007
20. Davletshina M. R. Decomposition of methane hydrate with heat exposure / M. R. Davletshina, M. V. Stolpovskii, D. B. Solovov // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2019. Vol. 272. No. 3. Art. 032239. DOI: 10.1088/1755-1315/272/3/032239
21. Euskirchen E. S. Long-term release of carbon dioxide from Arctic tundra ecosystems in Alaska / E. S. Euskirchen, M. S. Bret-Harte, G. R. Shaver, C. W. Edgar, V. E. Romanovsky // *Ecosystems*. 2017. Vol. 20. Pp. 960-974. DOI: 10.1007/s10021-016-0085-9
22. Liu Y. Simulation of methane production from hydrates by depressurization and thermal stimulation / Y. Liu, M. Strumendo, H. Arastoopour // *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2009. Vol. 48. No. 5. Pp. 2451-2464. DOI: 10.1021/ie8005275
23. Makogon Y. F. Natural gas-hydrates — A potential energy source for the 21st century / Y. F. Makogon, S. A. Holditch, T. Y. Makogon // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2007. Vol. 56. Pp. 14-31. DOI: 10.1016/j.petrol.2005.10.009
24. Misyura S. Y. Studying the influence of key parameters on the methane hydrate dissociation in order to improve the storage efficiency // S. Y. Misyura, I. G. Donskoy, A. Y. Manakov, V. S. Morozova, P. A. Strizhak, S. S. Skiba, A. K. Sagidullin // *Journal of Energy Storage*. 2021. Vol. 44. Art. 103288. DOI: 10.1016/j.est.2021.103288
25. Musakaev N. G. Mathematical model and method for solving the problem of non-isothermal gas and liquid filtration flow during dissociation of gas hydrates / N. G. Musakaev, D. S. Belskikh, S. L. Borodin // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2021. Vol. 42. No. 9. Pp. 2198-2204. DOI: 10.1134/S1995080221090225
26. Musakaev N. G. On the issue of the solutions existence of the problem of gas hydrate dissociation in a porous medium with the formation of an extended region of phase transitions // N. G. Musakaev, M. K. Khasanov // *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1404. Art. 012034. DOI: 10.1088/1742-6596/1404/1/012034
27. Musakaev N. G. To the question of the interpolation of the phase equilibrium curves for the hydrates of methane and carbon dioxide / N. G. Musakaev, S. L. Borodin // *MATEC Web of Conferences*. 2017. Vol. 115. Art. 05002. DOI: 10.1051/mateconf/201711505002
28. Neumann R. B. Warming effects of spring rainfall increase methane emissions from thawing permafrost / R. B. Neumann, C. J. Moorberg, J. D. Lundquist, J. C. Turner, M. P. Waldrop, J. W. McFarland, E. S. Euskirchen, C. W. Edgar, M. R. Turetsky // *Geophysical Research Letters*. 2019. Vol. 46. No. 3. Pp. 1393-1401. DOI: 10.1029/2018GL081274
29. Xu W. Predicting the occurrence, distribution, and evolution of methane gas hydrate in porous marine sediments / W. Xu, C. Ruppel // *Journal of Geophysical Research*. 1999. Vol. 104. No. B3. Pp. 5081-5095. DOI: 10.1029/1998JB900092

Nail G. MUSAKAEV¹
Stanislav L. BORODIN²
Denis S. BELSKIKH³

UDC 532.546, 536.71

**ALGORITHM FOR SOLVING THE PROBLEM
OF METHANE HYDRATE DECOMPOSITION
IN A CLOSED HYDRATE-CONTAINING REGION
OF A POROUS MEDIUM***

¹ Dr. Sci. (Phys.-Math.), Chief Researcher,
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute
of Theoretical and Applied Mechanics
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences;
Professor of the Department of Applied and Technical Physics,
University of Tyumen
musakaev@ikz.ru; ORCID: 0000-0002-8589-9793

² Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher,
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute
of Theoretical and Applied Mechanics
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences
s.l.borodin@yandex.ru; ORCID: 0000-0002-2850-5989

³ Junior Researcher,
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute
of Theoretical and Applied Mechanics
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences
denisbelskikh@gmail.com; ORCID: 0000-0002-0813-5765

* The research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. 121030500156-6).

Citation: Musakaev N. G., Borodin S. L., Belskikh D. S. 2022. "Algorithm for solving the problem of methane hydrate decomposition in a closed hydrate-containing region of a porous medium". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 40-57.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-40-57

Abstract

Russia has a law on limiting greenhouse gas emissions, signed by the President of the Russian Federation in July 2021. The list of greenhouse gasses includes methane, and its reserves in the form of gas hydrates largely prevail over the reserves of free methane. The formation of gas hydrates occurs at sufficiently low temperatures and high pressures. A significant part of the “sleeping giants”, as journalists dubbed the methane-containing deposits, are in the Arctic region, and they are very sensitive to warming. The release of this greenhouse potential would have very negative consequences for the Earth’s climate. Thus, it is necessary to study the process of gas hydrate decomposition under thermal impact on a hydrate-containing porous medium. It is worth noting the importance of theoretical research to solve this problem, which includes the construction of a mathematical model of the process under study, algorithmization, software implementation and computational experiments.

The paper presents a two-dimensional approximation of the formulated problem of heating at the upper boundary of the porous medium’s closed region containing methane and its hydrate initially. A mathematical model is presented, which is based on the mass conservation equations for methane, water and gas hydrate; Darcy’s law for the motion of the gas and liquid phases; the equation of a real gas state, the energy conservation equation considering thermal conductivity, convection, adiabatic cooling, the Joule-Thomson effect and absorption of latent heat during hydrate formation. An algorithm for the numerical implementation of the mathematical model is constructed and a computer code is developed to calculate main parameters of the process in the work, the computer program is updated to calculate the main parameters of the process researched in the article.

Keywords

Gas hydrates dissociation, thermal impact, algorithm of solution, mathematical model, porous medium.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-40-57

REFERENCES

1. Basniev K. S., Kochina I. N., Maksimov V. M. 1993. *Underground fluid mechanics*. Moscow: Nedra. 416 p. [In Russian]
2. Bondarev E. A., Rozhin I. I., Popov V. V., Argunova K. K. 2015. “Assessment of possibility of natural gas hydrates underground storage in permafrost regions”. *Earth’s Cryosphere*, vol. 19, no. 4, pp. 64-74. [In Russian]
3. Borodin S. L., Belskikh D. S. 2018. “The current state of researches related to the extraction of methane from a porous medium containing hydrate”. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 4, no. 4, pp. 131-147. [In Russian]. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-131-147
4. Vasilev A. A., Melnikov V. P., Semenov P. B., Oblogov G. E., Streletskaya I. D. 2019. “Methane concentration and emission in dominant landscapes of typical tundra of Western Yamal”. *Reports of the Academy of Sciences*, vol. 485, no 1, pp. 284-287. DOI: 10.1134/S1028334X19030085

5. Kiselev A. A. Reshetnikov A. I. 2013. "Methane in the Russian Arctic: Observation and calculation results". *Arctic and Antarctic Research*, no. 2 (96), pp. 5-15. [In Russian]
6. Lobkovskii L. I., Ramazanov M. M. 2017. "Mathematical model of axisymmetric quasi-steady-state heat and mass transfer in a gas hydrate reservoir". *Fluid Dynamics*, vol. 52, no. 4, pp. 536-546. DOI: 10.1134/S0015462817040081
7. Lobkovskiy L. I., Nikiforov S. L., Libina N. V., Ananiev R. A., Meluzov A. A., Roslyakov A. G., Dmitrevskiy N. N., Semiletov I. P. 2015. "Gas extraction and degradation of the submarine permafrost rocks on the Laptev Sea shelf". *Oceanology*, vol. 55, no. 2, pp. 283-290. DOI: 10.1134/S0001437015010129
8. Musakaev N. G., Borodin S. L., Belskikh D. S. 2018. "Calculation of the parameters for the process of gas injection into a reservoir saturated with methane and its hydrate". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 4, no. 3, pp. 165-178. [In Russian]. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-3-165-178
9. Musakaev N. G., Belskikh D. S. 2021. "Numerical study of the process of gas hydrate decomposition under the thermal impact on the hydrate-containing region of a porous formation". *Scientific notes of Kazan University. Series Physical and Mathematical Sciences*, vol. 163, no. 2, pp. 153-166. [In Russian]. DOI: 10.26907/2541-7746.2021.2.153-166
10. Nigmatulin R. I. 1987. *Dynamics of Multiphase Media: in 2 volumes. Volume 1*. Moscow: Nauka. [In Russian]
11. Shagapov V. S., Musakaev N. G. 2016. *Dynamics of Hydrate Formation and Decomposition in Gas Production, Transportation and Storage Systems*. Moscow: Nauka. 238 p. [In Russian]
12. Shagapov V. S., Nasyrova L. A. 1999. "Heating of a porous medium partially filled with gas hydrate in the presence of impermeable boundaries". *High Temperature*, vol. 37, no. 5, pp. 784-789. [In Russian]
13. Shagapov V. S., Khasanov M. K., Gimaltdinov I. K., Stolpovsky M. V. 2013. "The features of gas hydrate dissociation in porous media at warm gas injection". *Thermophysics and Aeromechanics*, vol. 20, no. 3, pp. 339-346. DOI: 10.1134/S0869864313030104 [In Russian]
14. Shagapov V. S., Yumagulova Y. A. 2013. "An increase of liquid pressure in enclosure under thermal effect through walls". *Thermophysics and Aeromechanics*, vol. 20, no. 4, pp. 495-502. DOI: 10.1134/S0869864313040124 [In Russian]
15. Shagapov V. S., Chiglintseva A. S., Rusinov A. A. 2016. "Theoretical modeling of gas extraction from a partially gas-saturated porous gas-hydrate reservoir with respect to thermal interactions with surrounding rocks". *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, vol. 50, no. 4, pp. 449-458. DOI: 10.1134/S004057951604045X [In Russian]
16. Sharafutdinov R. F., Davletshin F. F. 2021. "An analytical model of a non-stationary temperature field in a reservoir with a hydraulic fracturing". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 7, no. 2 (26), pp. 75-94. [In Russian]. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-75-94 [In Russian]
17. Sharafutdinov R. F., Davletshin F. F. 2021. "Numerical study of non-isothermal filtration of compressible fluid in a low-permeability reservoir with a hydraulic fracture". *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol. 62, no. 2, pp. 317-328. DOI: 10.1134/S0021894421020164
18. Ahmadi G., Ji C., Smith H. D. 2004. "Numerical solution for natural gas production from methane hydrate dissociation". *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 41, no. 4, pp. 269-285. DOI: 10.1016/j.profnurs.2003.09.004

19. Archer D. 2007. "Methane hydrate stability and anthropogenic climate change". *Biogeosciences*, vol. 4, pp. 521-544. DOI: 10.5194/BG-4-521-2007
20. Davletshina M. R., Stolpovskii M. V., Solovov D. B. 2019. "Decomposition of methane hydrate with heat exposure". *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 272, no. 3, art. 032239. DOI: 10.1088/1755-1315/272/3/032239
21. Euskirchen E. S., Bret-Harte M. S., Shaver G. R., Edgar C. W., Romanovsky V. E. 2017. "Long-term release of carbon dioxide from Arctic tundra ecosystems in Alaska". *Ecosystems*, vol. 20, pp. 960-974. DOI: 10.1007/s10021-016-0085-9
22. Liu Y., Strumendo M., Arastoopour H. 2009. "Simulation of methane production from hydrates by depressurization and thermal stimulation". *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 48, no. 5, pp. 2451-2464. DOI: 10.1021/ie8005275
23. Makogon Y. F., Holditch S. A., Makogon T. Y. 2007. "Natural gas-hydrates — A potential energy source for the 21st Century". *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 56, pp. 14-31. DOI: 10.1016/j.petrol.2005.10.009
24. Misyura S. Y., Donskoy I. G., Manakov A. Y., Morozova V. S., Strizhak P. A., Skiba S. S., Sagidullin A. K. 2021. "Studying the influence of key parameters on the methane hydrate dissociation in order to improve the storage efficiency". *Journal of Energy Storage*, vol. 44, art. 103288. DOI: 10.1016/j.est.2021.103288
25. Musakaev N. G., Belskikh D. S., Borodin S. L. 2021. "Mathematical model and method for solving the problem of non-isothermal gas and liquid filtration flow during dissociation of gas hydrates". *Lobachevskii Journal of Mathematics*, vol. 42, no. 9, pp. 2198-2204. DOI: 10.1134/S1995080221090225
26. Musakaev N. G., Khasanov M. K. 2019. "On the issue of the solutions existence of the problem of gas hydrate dissociation in a porous medium with the formation of an extended region of phase transitions". *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1404, art. 012034. DOI: 10.1088/1742-6596/1404/1/012034
27. Musakaev N. G., Borodin S. L. 2017. "To the question of the interpolation of the phase equilibrium curves for the hydrates of methane and carbon dioxide". *MATEC Web of Conferences*, vol. 115, art. 05002. DOI: 10.1051/mateconf/201711505002
28. Neumann R. B., Moorberg C. J., Lundquist J. D., Turner J. C., Waldrop M. P., McFarland J. W., Euskirchen E. S., Edgar C. W., Turetsky M. R. 2019. "Warming effects of spring rainfall increase methane emissions from thawing permafrost". *Geophysical Research Letters*, vol. 46, no. 3, pp. 1393-1401. DOI: 10.1029/2018GL081274
29. Xu W., Ruppel C. 1999. "Predicting the occurrence, distribution, and evolution of methane gas hydrate in porous marine sediments". *Journal of Geophysical Research*, vol. 104, no. B3, pp. 5081-5095. DOI: 10.1029/1998JB900092