

# ВЕСТНИК

## ТЮМЕНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ. НЕФТЬ, ГАЗ, ЭНЕРГЕТИКА

#### 2022. Том 8. № 1 (29)

Журнал основан в 1998 г.

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-72159 выдано 29 декабря 2017 г.  
(ранее: ПИ № ФС77-60410 от 29 декабря 2014 г.) Федеральной службой по надзору  
в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Издание включено в Перечень рецензируемых научных изданий,  
в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций  
на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук

#### ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР:

*А. Б. Шабаров*, д. т. н., проф.

#### Заместители главного редактора:

*А. А. Губайдуллин*, д. ф.-м. н., проф.; *А. А. Захаров*, д. т. н., проф.;  
*О. В. Ахметова*, д. ф.-м. н., проф.; *А. А. Кислицын*, д. ф.-м. н., проф.

#### Контактная информация:

*Издатель:*

Центр научных периодических изданий

*Адрес издателя и редакции:*

625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а  
vestnik-energy-r@utmn.ru; ☎ +7 (3452) 59-74-32

*Главный редактор А. Б. Шабаров:*

kaf\_mms@utmn.ru; ☎ +7-982-910-5225

*Печатная версия журнала  
распространяется по подписке:*

Каталог Российской прессы (индекс ПА230)

Журнал выходит 4 раза в год

Публикация статей для авторов бесплатна.

*Прием статей:*

vestnik-energy-r@utmn.ru  
<http://vestnik.utmn.ru>

*Электронный вариант журнала  
находится в открытом доступе:*

<http://www.e-library.ru>; <http://vestnik.utmn.ru>

*Учредитель: ФГАОУ ВО «Тюменский  
государственный университет»,  
625003, г. Тюмень, ул. Володарского, 6*

#### Contact information:

*Publisher:*

The Center for Research Periodicals

*Publisher and editorial address:*

15a Perekopskya St., Tyumen, 625003, Russia  
vestnik-energy-r@utmn.ru; ☎ +7 (3452) 59-74-32

*Editor-in-chief Alexander Shabarov:*

kaf\_mms@utmn.ru; ☎ +7-982-910-5225

*Subscription to the printed edition  
of the journal:*

No. PA230 in the Russian Post catalogue

The journal is released 4 times a year

No publication charges.

*For article submission or any requests contact:*

vestnik-energy-r@utmn.ru  
<http://vestnik.utmn.ru>

*E-version of the journal  
can be accessed at:*

<http://www.e-library.ru>; <http://vestnik.utmn.ru>

*Founded by the University of Tyumen:  
6 Volodarskogo St.,  
Tyumen, 625003, Russia*

© Вестник Тюменского государственного университета.

Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика, 2022

(Вестник Тюменского государственного университета, 1998-2014)

<http://vak.ed.gov.ru/87>



## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Афанасьев Андрей Александрович	доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Института механики, МГУ им. М. В. Ломоносова
Баутин Сергей Петрович	доктор физико-математических наук, член NYAS и РНКТПМ, профессор кафедры высшей и прикладной математики УрГУПС (Екатеринбург)
Бровко Георгий Леонидович	доктор физико-математических наук, профессор кафедры теории упругости МГУ (Москва)
Вакулин Александр Анатольевич	доктор технических наук, профессор кафедры прикладной и технической физики ТюмГУ
Гумеров Наиль Асгатович	доктор физико-математических наук, директор ЦМНДДС БашГУ, научный руководитель Лаборатории ММиИС, профессор UMIACS (США)
Гуров Валерий Игнатьевич	доктор технических наук, профессор, начальник сектора ЦИАМ (Москва)
Добронев Борис Станиславович	доктор физико-математических наук, профессор кафедры систем искусственного интеллекта СФУ (Красноярск)
Костюченко Сергей Владимирович	доктор технических наук, старший эксперт ООО «ТННЦ»
Лежнин Сергей Иванович	доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник ИТ СО РАН (Новосибирск)
Новиков Евгений Александрович	доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник ИВМиМГ СО РАН, заведующий кафедрой математического обеспечения дискретных устройств и систем СФУ (Красноярск)
Степанов Олег Андреевич	доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой промышленной теплоэнергетики ТИУ
Степанов Сергей Викторович	доктор технических наук, старший эксперт ООО «ТННЦ»
Стрекалов Александр Владимирович	доктор технических наук, профессор кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений ТИУ
Татосов Алексей Викторович	доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математического моделирования ТюмГУ

Удовиченко Сергей Юрьевич	доктор физико-математических наук, профессор кафедры микро- и нанотехнологий, руководитель НОЦ «Нанотехнологии» ТюмГУ
Шорников Юрий Владимирович	доктор технических наук, профессор кафедры автоматизированных систем управления НГТУ (Новосибирск)
Эскин Дмитрий Исаакович	кандидат технических наук, профессор Сколковского института науки и технологий (Москва)
Ягов Виктор Владимирович	доктор технических наук, профессор кафедры инженерной теплофизики МЭИ (Москва)
Нестерова Ольга Андреевна	кандидат технических наук, доцент кафедры информационной безопасности ТюмГУ — ответственный секретарь

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

- Ахатов Искандер Шаукатович доктор физико-математических наук, профессор, директор Центра проектирования производственных технологий и материалов Scoltech (Россия, США)
- Вараксин Алексей Юрьевич доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделением ОИВТ РАН, заведующий кафедрой МГТУ, член-корреспондент РАН (Москва)
- Губайдуллин Дамир Анварович доктор физико-математических наук, профессор, директор ИММ КазНЦ РАН, член-корреспондент РАН (Казань)
- Зыонг Нгок Хай доктор физико-математических наук, профессор, вице-президент ВАНТ (Вьетнам)
- Ивашко Александр Григорьевич доктор технических наук, профессор, директор ИМиКН ТюмГУ
- Леонтьев Александр Иванович доктор технических наук, профессор, советник ректора МГТУ им. Н.Э. Баумана, академик РАН (Москва)
- Нанди Камал Канти M. Sc., Ph. D. (Индийский технологический институт Мадраса), профессор математики, Северо-Бенгальский университет (Индия)
- Нигматулин Роберт Искандерович доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой газовой и волновой динамики МГУ, академик РАН (Москва)
- Филяровский Александр Иванович доктор химических наук, профессор, факультет химии, Вроцлавский университет (Польша)
- Фомин Василий Михайлович доктор физико-математических наук, профессор, научный руководитель ИТПМ СО РАН, заместитель председателя СО РАН, академик РАН (Новосибирск)
- Шайдуров Владимир Владимирович доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН (Красноярск)

ISSN: 2411-7978  
e-ISSN: 2500-3526

TYUMEN STATE UNIVERSITY

# HERALD

PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODELING.  
OIL, GAS, ENERGY

2022. Vol. 8. No. 1 (29)

The journal was founded in 1998

---

The certificate of registration PI No. FS77-72159 issued on 29 December 2017  
(prev. PI No. FS77-60410 on 29 December 2014) by RF Press Committee

---

This journal is included in the list of leading peer-reviewed journals published  
in the Russian Federation disseminating the most notable findings of postgraduate research

---

**EDITOR-IN-CHIEF:**

*A. B. Shabarov*, Dr. Sci. (Tech.), Prof.

**Deputy Editors-in-Chief:**

*A. A. Gubaidullin*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.; *A. A. Zakharov*, Dr. Sci. (Tech.), Prof.;  
*O. V. Akhmetova*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.; *A. A. Kislytsyn*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.

**EDITORIAL BOARD**

*A. A. Afanasyev*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.  
*S. P. Bautin*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Yekaterinburg)  
*G. L. Brovko*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Moscow)  
*A. A. Vakulin*, Dr. Sci. (Tech.), Prof.  
*N. A. Gumerov*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (USA)  
*V. I. Gurov*, Dr. Sci. (Tech.), Prof. (Moscow)  
*B. S. Dobronets*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Krasnoyarsk)  
*S. V. Kostyuchenko*, Dr. Sci. (Tech.)  
*S. I. Lezhnin*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Novosibirsk)  
*E. A. Novikov*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof. (Krasnoyarsk)  
*O. A. Stepanov*, Dr. Sci. (Tech.), Prof.  
*S. V. Stepanov*, Dr. Sci. (Tech.), Prof.  
*A. V. Strekalov*, Dr. Sci. (Tech.), Prof.  
*A. V. Tatosov*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.  
*S. Yu. Udovichenko*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.  
*Yu. V. Schornikov*, Dr. Sci. (Tech.), Prof. (Novosibirsk)  
*D. I. Eskin*, Cand. Sci. (Tech.), Prof. (Moscow)  
*V. V. Yagov*, Dr. Sci. (Tech.), Prof. (Moscow)  
*O. A. Nesterova*, Cand. Sci. (Tech.) — executive secretary

**EDITORIAL COUNCIL**

*I. Sh. Akhatov*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.  
*A. Yu. Varaksin*, Dr. Sci. (Phys-Math.),  
RAS corr. member (Moscow)  
*D. A. Gubaidullin*, Dr. Sci. (Phys-Math.),  
RAS corr. member (Kazan)  
*Duong Ngoc Hai*, Dr. Sci. (Phys-Math.), Prof.  
(Vietnam)  
*A. G. Ivashko*, Dr. Sci. (Tech.), Prof.  
*A. I. Leontyev*, Dr. Sci. (Tech.), Prof.  
(Moscow)  
*K. K. Nandi*, M. Sc., Ph. D.  
*R. I. Nigmatulin*, Dr. Sci. (Phys-Math.),  
RAS academician (Moscow)  
*A. I. Filarowski*, Dr. Sci., Prof.  
*V. M. Fomin*, Dr. Sci. (Phys-Math.),  
RAS academician (Novosibirsk)  
*V. V. Shaidurov*, Dr. Sci. (Phys-Math.),  
RAS corr. member (Krasnoyarsk)

© Tyumen State University Herald.  
Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, 2022  
(Tyumen State University Herald, 1998-2014)  
<http://vak.ed.gov.ru/87>



**В НОМЕРЕ:****ТЕПЛОФИЗИКА  
И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ  
ТЕПЛОТЕХНИКА**

Асылгареев А. А., Шарафутдинов Р. Ф.,  
Валиуллин Р. А., Космылин Д. В.

Экспериментальное исследование  
термогидродинамических процессов  
при фильтрации водонефтяной  
эмульсии .....8

Гильманов А. Я., Михайлин И. Л.,  
Шевелёв А. П.

Методика определения  
термодинамических  
и фильтрационных параметров  
для гидродинамических  
композиционных моделей .....23

Мусакаев Н. Г., Бородин С. Л.,  
Бельских Д. С.

Алгоритм решения задачи  
о разложении гидрата метана  
в замкнутой гидратосодержащей  
области пористой среды.....40

**МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ,  
ГАЗА И ПЛАЗМЫ**

Выдыш И. В., Федоров К. М.,  
Анурьев Д. А.

Сопоставление эффективности  
полимер-дисперсных обработок  
нагнетательных скважин различной  
конструкции .....58

Кузина О. А., Поточняк И. Р.,  
Пульдас Л. А.

Особенности модернизации  
петрофизического исследовательского  
комплекса для осуществления  
возможности фильтрации газа совместно  
с водонефтяными флюидами ..... 75

Шабаров А. Б., Игошин Д. Е.,  
Ростенко П. М., Садыкова А. П.

Цифровая кластерная модель порового  
пространства при течении трехфазного  
потока в пористой среде..... 88

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ,  
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ  
И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ.  
ИНФОРМАЦИОННЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ**

Сидоров А. А.

Вариационно-сеточный подход  
к построению литологических моделей  
клиноформных отложений..... 109

Сенкевич Л. Б., Сабитов М. А.

Имитационное моделирование  
и оптимизация работы  
параллельного сервера  
с отказами в среде AnyLogic..... 126

Андронов Р. В., Леверенц Е. Э.,  
Мальцева Т. В.

Моделирование транспортных  
пересечений городских улиц  
с адаптивным регулированием  
дорожного движения..... 144

Содержание за 2021 год ..... 161

**CONTENTS**

**THERMAL PHYSICS  
AND THERMOLOGY**

Asylgareev A. A., Sharafutdinov R. F.,  
Valiullin R. A., Kosmylin D. V.

**Experimental investigation  
of thermohydrodynamic  
processes during filtration  
of water-oil emulsions .....8**

Gilmanov A. Ya., Mikhaylin I. L.,  
Shevelev A. P.

**Method of determination  
of thermodynamic and filtration  
parameters for hydrodynamic  
compositional models.....23**

Musakaev N. G., Borodin S. L.,  
Belskikh D. S.

**Algorithm for solving the problem  
of methane hydrate decomposition  
in a closed hydrate-containing region  
of a porous medium .....40**

**FLUID, PLAZMA,  
AND GAS MECHANICS**

Vydysh I. V., Fedorov K. M.,  
Anuriev D. A.

**Comparison of the suspension stabilized  
by polymer treatment efficiency  
for injection wells of various  
completions .....58**

Kuzina O. A., Potochnyak I. R.,  
Puldas L. A.

**Features of the modernization  
of the petrophysical research  
complex for the implementation  
of the possibility of gas filtration  
together with water-oil fluids .....75**

Shabarov A. B., Igoshin D. E.,  
Rostenko P. M., Sadykova A. P.

**Digital cluster model of pore space  
at flow of three-phase flow in porous  
medium.....88**

**MATHEMATICAL MODELING,  
NUMERICAL METHODS  
AND SOFTWARE SYSTEMS.  
INFORMATION TECHNOLOGIES**

Sidorov A. A.

**Variational gridding approach  
to the lithological modeling  
of clinof orm-type deposits .....109**

Senkevich L. B., Sabitov M. A.

**Simulation modeling and optimization  
of the operation of a parallel server  
with failures in AnyLogic .....126**

Andronov R. V., Leverents E. E.,  
Maltseva T. V.

**Modeling transport intersections  
of city streets with adaptive  
traffic control .....144**

**Contents for 2021.....166**

# ТЕПЛОФИЗИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА

Альберт Азаматович АСЫЛГАРЕЕВ<sup>1</sup>  
Рамиль Фаизырович ШАРАФУТДИНОВ<sup>2</sup>  
Рим Абдуллович ВАЛИУЛЛИН<sup>3</sup>  
Денис Владимирович КОСМЫЛИН<sup>4</sup>

УДК 536:550.8

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ВОДОНЕФТЯНОЙ ЭМУЛЬСИИ\*

<sup>1</sup> аспирант кафедры геофизики,  
Башкирский государственный университет (г. Уфа)  
asylgareev9696@gmail.com

<sup>2</sup> доктор физико-математических наук, профессор кафедры геофизики,  
Башкирский государственный университет (г. Уфа)  
gframil@inbox.ru

<sup>3</sup> доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой геофизики,  
Башкирский государственный университет (г. Уфа)  
valra@geotec.ru

<sup>4</sup> ассистент кафедры геофизики,  
Башкирский государственный университет (г. Уфа)  
kosmylindenis@yandex.ru

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ по теме: «Создание интеллектуальной комплексной технологии исследования и интерпретации данных промыслово-геофизических исследований скважин, включая оптоволоконные измерения для контроля за разработкой нефтегазовых месторождений и экологического мониторинга состояния недр, на основе использования математического моделирования, машинного обучения, алгоритмов обработки и роботизированной аппаратуры индукционного воздействия», соглашение № 075-11-2021-061 от 25 июня 2021 г.

**Цитирование:** Асылгареев А. А. Экспериментальное исследование термогидродинамических процессов при фильтрации водонефтяной эмульсии / А. А. Асылгареев, Р. Ф. Шарифутдинов, Р. А. Валиуллин, Д. В. Космылин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 8-22.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-8-22

---

### **Аннотация**

Температурные измерения в скважинных условиях (термометрия скважин) широко используются при контроле за разработкой нефтегазовых пластов. С использованием термометрии решаются многие нефтепромысловые задачи: определение работающих интервалов, заколонных перетоков, негерметичности обсадной колонны и т. д. Изменение температуры в пласте обусловлено проявлением термодинамических эффектов: Джоуля — Томсона и адиабатического. Одним из основных эффектов при определении работающих интервалов методами скважинной термометрии является эффект Джоуля — Томсона, который связан с коэффициентом Джоуля — Томсона, характеризующим состав притекающего флюида из перфорированного пласта в скважину. Поэтому необходимо знать величину коэффициента Джоуля — Томсона для различных флюидов, особенно это важно при количественной интерпретации данных термометрии.

В настоящее время коэффициент Джоуля — Томсона хорошо изучен для различных чистых жидкостей и газов, однако практически не исследован для эмульсий различного типа. Между тем приток нефти и воды из пласта часто приводит к образованию эмульсии в призабойной зоне пласта. Поэтому актуальным является экспериментальное определение коэффициента Джоуля — Томсона для таких систем и изучение термогидродинамических процессов при фильтрации эмульсии.

В работе приводятся результаты экспериментальных исследований термогидродинамических процессов при фильтрации эмульсии через дроссельную ячейку. Приводится описание экспериментальной установки, методика эксперимента. Подробно рассматриваются основные конструктивные особенности дроссельного элемента, подходы по снижению теплообмена при движении флюида через дроссельную ячейку. Приводятся данные экспериментальных исследований изменения температуры и давления при фильтрации эмульсии типа М/В (дисперсия масла в воде) и обратной эмульсии типа В/М (дисперсия воды в масле) на дроссельной ячейке. В работе также получены оценки эффекта Джоуля — Томсона для таких жидкостей, как вода, масло и эмульсии «масло — вода».

### **Ключевые слова**

Термометрия, дроссельная ячейка, эффект Джоуля — Томсона, дисперсная среда, водонефтяная эмульсия, термогидродинамический процесс.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-8-22

---

## **Введение**

Для наиболее полного извлечения углеводородов из пласта необходимо повысить достоверность геофизических методов при контроле за эксплуатацией нефтегазовых месторождений. Наиболее перспективным при решении задач контроля за эксплуатацией нефтегазовых месторождений является метод термометрии скважин [10]. Термометрия решает важнейшие задачи: выявление работающих пластов, определение нефтегазовых притоков и оценку технического состояния скважины [5]. При интерпретации данных термометрии необходимо знать количественное значение коэффициента Джоуля — Томсона для нефтегазовых систем. В настоящее время хорошо изучены коэффициенты Джоуля — Томсона для простых жидкостей, однофазных систем [4, 7-9, 12-15]. Однако в реальных условиях наблюдается фильтрация смеси воды и нефти, нефти и газа, а также эмульсии. Изучением особенностей фильтрации эмульсии занимаются отечественные и зарубежные исследователи [1-3, 11]. В этих работах исследуются особенности движения эмульсии в пористых средах в изотермическом приближении, без учета термодинамических эффектов. Отмечается, что с течением времени наблюдается явление «запирания» эмульсии в модели пористой среды. Принимая во внимание вышеупомянутое, наиболее актуальными задачами являются исследование термогидродинамических процессов при неизотермической фильтрации эмульсии и численное определение коэффициента Джоуля — Томсона для таких систем [6].

В представленной работе исследовались термодинамические эффекты, которые появляются при фильтрации эмульсии М/В (дисперсия масла в воде) и обратной эмульсии В/М (дисперсия воды в масле) на дроссельной ячейке. Была проведена оценка разницы величины температур, давления на входе и выходе в дроссельную ячейку и экспериментально определен коэффициент Джоуля — Томсона.

## **Экспериментальная установка для исследования термогидродинамических процессов в многофазных системах и методика проведения экспериментов**

Определение численного значения коэффициента Джоуля — Томсона и исследование термогидродинамических процессов в дисперсных средах базируется на установлении перепада температур и давления на входе и выходе из дроссельного элемента.

На рис. 1 схематично представлена гидравлическая схема экспериментальной установки для исследования термогидродинамических процессов при движении флюидов в дроссельном элементе. Программно-измерительный комплекс предоставляет возможность исследовать фильтрационно-емкостные и электрические свойства керна ПИК-ОФП/ЭП-2-1-4-СУ-80-40-1-РР-ЭС/ФС производства ЗАО «Геологика» (Новосибирск). Установка позволяет создавать двухфазные потоки жидкостей сквозь дроссельную ячейку при давлениях до 40 МПа и температуре до 150 °С.

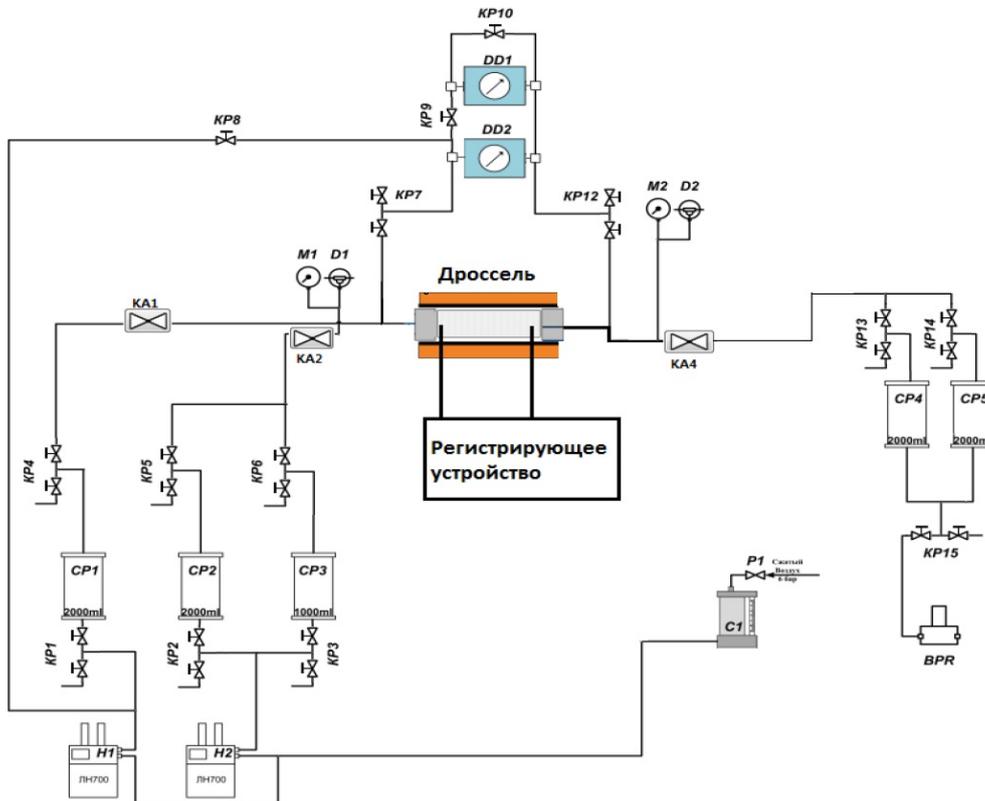


Рис. 1. Блок-схема программно-измерительного комплекса для исследования фильтрационно-емкостных и электрических свойств ядра ПИК-ОФП/ЭП-2-1-4-СУ-80-40-1-РР-ЭС/ФС производства ЗАО «Геологика» (Новосибирск)

Fig. 1. Block-scheme of the software-measuring complex for studying filtration-capacitive and electrical properties of core PIK-OFP/EP-2-1-4-SU-80-40-1-RR-ES/PS manufactured by CJSC “Geologika” (Novosibirsk)

В состав комплекса входят: кернодержатель, плунжерные насосы для прокачки пластовых флюидов (Н), разделительные емкости объемом 2 000 и 1 000 мл (СР), автоматический регулятор противодавления, системы измерения дифференциального давления и системы поддержания температуры, датчики температуры, манометры и краны (КР).

Система измерения температуры включает в себя фиксирующий прибор (4-канальный узел для включения термопар NI Compact DAQ 9211), термопары КТХА 01.02-002 со спектром измерений от  $-40$  до  $700$  °С и диаметром предохранительного слоя  $d = 1$  мм и саму дроссельную ячейку, где находятся термопары.

Для поддержания неизменной входной температуры на дроссельной ячейке медная трубка, в которой проходит рабочая жидкость, помещалась в емкость с маслом, температура в которой поддерживалась при помощи термостата LOIPFT-316-40

ТЖ-ТС-01/16К-40 в температурном спектре 20-40 °С. Это дает возможность поддерживать заданную входную температуру флюида в дроссельную ячейку. На рис. 2 представлена схема дроссельной ячейки. Корпус изготовлен из нержавеющей стали, внутренняя часть, где происходит дросселирование жидкости, изготовлена из эбонита, материала с низкой теплопроводностью, для уменьшения тепловых потерь и искажения истинной температуры флюида в дроссельной ячейке при дальнейшем дросселировании.

Работа дроссельной ячейки включает следующие этапы: через вход (3) осуществляется подача рабочего флюида, температура которого замеряется термопарой (2). На выходе (4) флюида из дроссельной ячейки температура измеряется термопарой (5). С помощью иглы (1) регулируется диаметр дроссельного канала ( $d = 2$  мм).

Для стационарного поля давления и температуры, зная температуры флюида до и после прохождения дроссельной ячейки и значения перепада давления, можно рассчитать коэффициент Джоуля — Томсона по формуле:

$$\bar{\varepsilon} = \Delta T / \Delta P, \quad (1)$$

где  $\Delta T$  — перепад температуры;  $\Delta P$  — перепад давления;  $\bar{\varepsilon}$  — коэффициент Джоуля — Томсона.

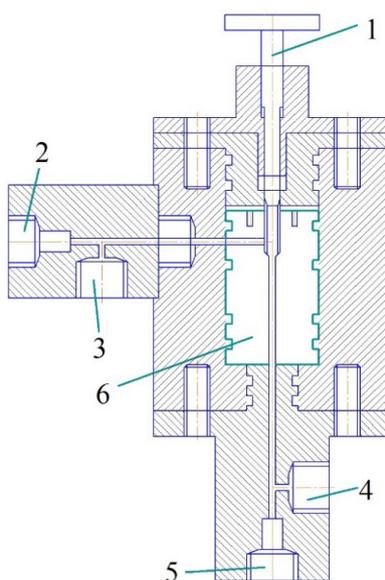


Рис. 2. Схема дроссельной ячейки  
Шифр: 1 — игла; 2 — термопара на входе; 3 — вход для подачи рабочего флюида; 4 — выход рабочего флюида; 5 — термопара на выходе; 6 — эбонитовая вставка

Fig. 2. Diagram of throttle cell  
Schematic diagram: 1 — needle; 2 — thermocouple at inlet; 3 — inlet for working fluid; 4 — outlet of working fluid; 5 — thermocouple at out; 6 — ebonite insert

Методика проведения экспериментов по изучению термогидродинамических процессов состояла в следующем:

- после подключения программно-измерительного комплекса проводят работы по стабилизации температуры (60-90 мин);
- после подачи флюида в систему и увеличения давления в системе при поддержке плунжерных насосов происходит стабилизация давления (20-30 мин). Разница давлений в системе регулируется с помощью регулятора противодействия. Разделительные емкости для флюидов имеют объем, равный 2 000 мл, что позволяет провести 7-8 экспериментов;
- далее, не прекращая работу насосов, в процессе движения флюида проводят измерение температуры и давления на входе и выходе из дроссельной ячейки;
- проводят анализ изменения температуры и давления на входе и выходе из дроссельной ячейки;
- проводят оценку коэффициента Джоуля — Томсона по формуле (1).

### **Экспериментальное исследование термогидродинамических процессов при дросселировании эмульсии**

В экспериментах по исследованию термогидродинамических процессов использовались прямые эмульсии типа М/В (20% масла, 80% воды — дисперсия масла в воде) и обратные эмульсии типа В/М (20% воды, 80% масла — дисперсия воды в масле). Спустя 2-3 ч после приготовления эмульсии М/В и 4-5 ч — эмульсии В/М наблюдается выделение несущей фазы. Состав прямой эмульсии: 800 мл дистиллированной воды, 200 мл трансформаторного масла, 3 мл эмульгатора тетрабората натрия  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ . Состав обратной эмульсии: 200 мл дистиллированной воды, 800 мл трансформаторного масла, 3 мл эмульгатора тетрабората натрия  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ .

Способ изготовления эмульсии: в емкость наливалось масло и необходимое количество эмульгатора тетрабората натрия  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ . Далее производилось перемешивание при помощи дрели с насадкой с частотой 500-700 об/мин. Спустя несколько минут частоту оборотов повышали до 2 000-2 500 об/мин и постепенно добавляли порционно воду по 20-30 мл. Общее время перемешивания занимало 20-25 мин. На рис. 3(а) представлены микрофотографии обратной эмульсии В/М с содержанием эмульгатора тетрабората натрия  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ . Размеры капель воды в эмульсии колеблются от 20 до 600 мкм.

С помощью специальной программы исследованы структуры эмульсий и распределение капель по размерам, для эмульсии с 3 мл эмульгатора построена гистограмма (рис. 4). Для построения использовалась часть приведенного рисунка (прямоугольник на рис. 3(б)). На данном участке отмечались размеры диаметров капель, которые автоматически заносились в таблицу. Далее в программе Excel проводилась сортировка по размерам. Подсчитывалось количество капель с диаметром от 20 до 40 мкм: первый столбец и последующие три столбца с шагом 20 мкм, последние три столбца с шагом 50 мкм, затем по полученным значениям была построена гистограмма распределения числа капель

в зависимости от диаметра. Изученная эмульсия преимущественно содержит капли размером от 20 до 150 мкм.

Целью данных экспериментов является исследование термогидродинамических процессов и оценка коэффициента Джоуля — Томсона для эмульсии М/В и обратной эмульсии типа В/М на модели пористой среды (дрессельной ячейки).

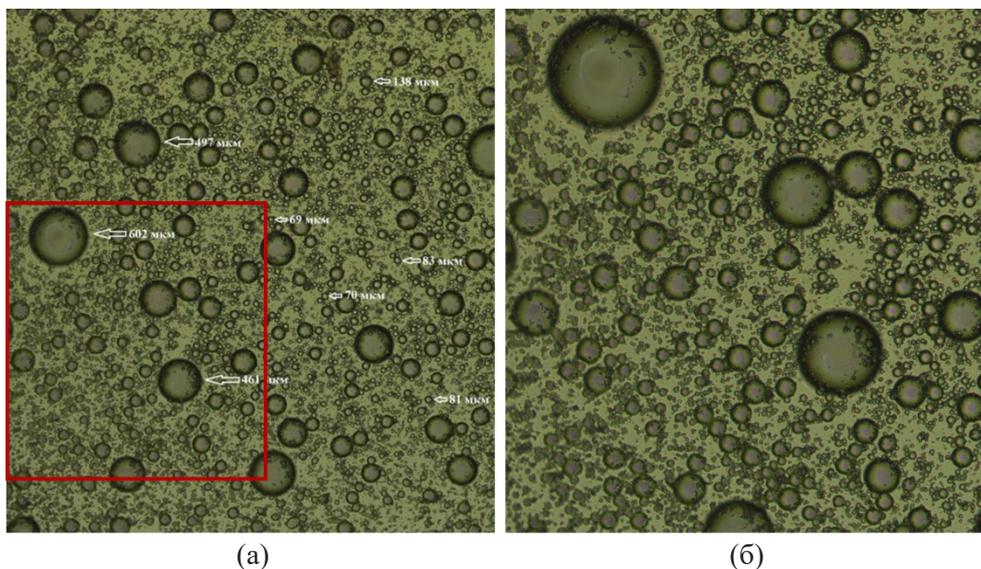


Рис. 3. Микрофотография (а) обратной эмульсии В/М (20% воды, 80% масла) и эмульгатора тетрабората натрия  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ , (б) выделенная область для подсчета размера капель

Fig 3. Microphotograph (a) of reverse emulsion “water in oil” (20% water, 80% oil) and emulsifier sodium tetraborate  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ , (б) selected area for droplet size calculation

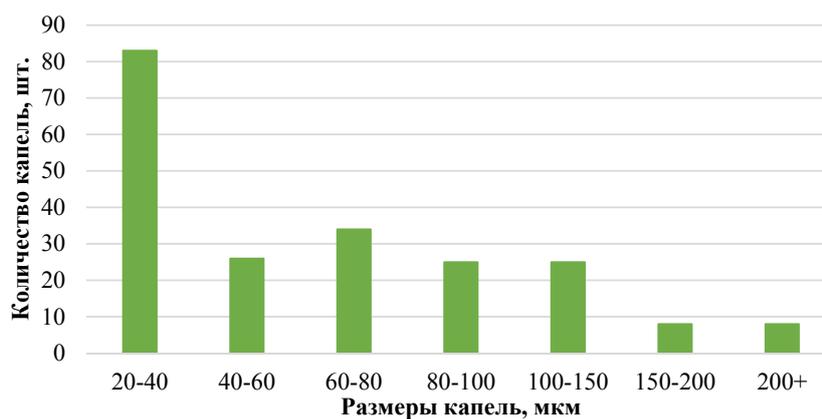


Рис. 4. Распределение капель по размерам

Fig. 4. Droplet size distribution

На первом этапе эксперименты проводились для чистых жидкостей: трансформаторного масла и дистиллированной воды. В ходе экспериментов для чистых жидкостей было установлено, что при дросселировании жидкости с течением времени устанавливается стационарное поле давления и поле температуры, т. е. можно перейти к оценке коэффициента Джоуля — Томсона для этой жидкости.

На рис. 5 и 6 представлены результаты экспериментов по определению коэффициента Джоуля — Томсона для масла и воды при давлении 5 МПа. Как видно из графиков, после установления стационарного поля давления и температуры коэффициент Джоуля — Томсона составляет значения, равные  $\varepsilon = 0,035$  К/атм для масла и  $\varepsilon = 0,021$  К/атм для воды, совпадающие с теоретическими оценками [5, 8, 9].

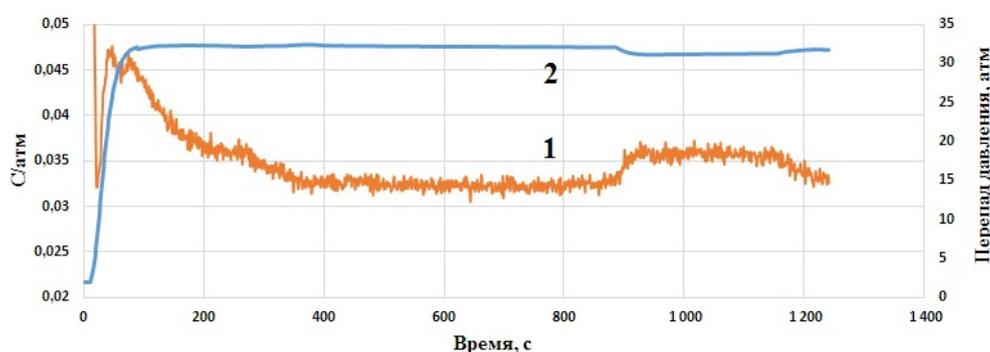


Рис. 5. Зависимость коэффициента Джоуля — Томсона (кривая 1) и перепада давления (кривая 2) от времени для масла при давлении 5 МПа

Fig. 5. Dependence of the Joule-Thomson coefficient (curve 1) and pressure drop (curve 2) on time for oil at a pressure of 5 MPa

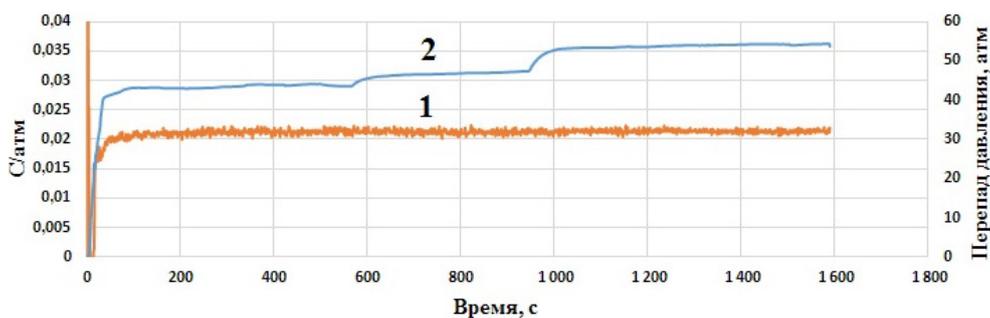


Рис. 6. Зависимость коэффициента Джоуля — Томсона (кривая 1) и перепада давления (кривая 2) от времени для воды при давлении 5 МПа

Fig. 6. Dependence of the Joule-Thomson coefficient (curve 1) and pressure drop (curve 2) on time for water at a pressure of 5 MPa

Дальнейшие исследования изменения температуры при дросселировании проведены для эмульсии В/М («вода в масле»: 20% воды и 80% масла). На рис. 7 изображены результаты эксперимента по изменению температуры на входе и выходе при прохождении флюида через дроссельную ячейку. Из эксперимента видно (рис. 8, кривая 2) скачкообразное изменение отношения температуры на выходе от перепада давления (разность давления на входе и выходе из дроссельной ячейки). Анализ также показывает, что с течением времени наблюдаются резкие скачки перепада давления (рис. 8, кривая 1), которые связаны с явлением запираания эмульсии [1-3]. При этом, как показывает анализ изменения температуры на выходе из дроссельного элемента, наблюдаются периодические скачки температуры, связанные с изменением перепада давления (рис. 7, кривая 2).

На рис. 9 представлены результаты исследования изменения температуры при дросселировании прямой эмульсии типа М/В (20% масла, 80% воды). Анализ изменения перепада давления для этого случая показывает, что с течением

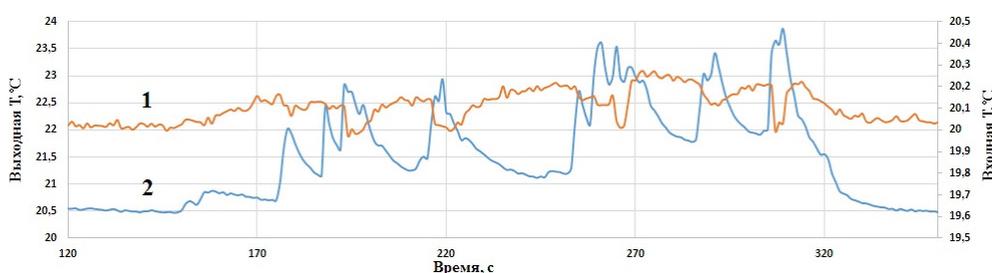


Рис. 7. Изменение температуры по времени на входе (кривая 1) и выходе (кривая 2) дроссельной ячейки для обратной эмульсии В/М (20% воды, 80% масла)

Fig. 7. Time-varying temperature at the inlet (curve 1) and outlet (curve 2) of the throttle cell for reverse emulsion "water in oil" (20% water, 80% oil)

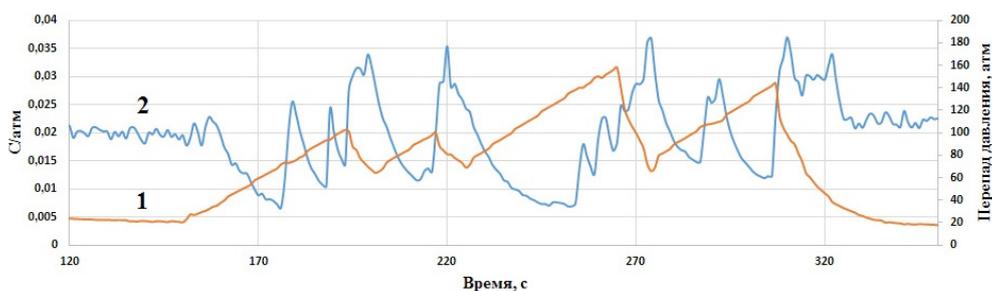


Рис. 8. Зависимость изменения отношения изменения температуры к перепаду давления (кривая 2) и перепада давления (кривая 1) от времени для обратной эмульсии В/М (20% воды, 80% масла)

Fig. 8. Dependence of change in the ratio of temperature change to pressure drop (curve 2) and pressure drop (curve 1) on time for reverse emulsion "water in oil" (20% water, 80% oil)

времени отмечаются скачкообразные перепады давления, как и в случае обратной эмульсии В/М (20% воды, 80% масла).

В соответствии со скачкообразным изменением перепада давления отмечаются и резкие изменения температуры на выходе из дроссельной ячейки, т. е. меняется отношение разности температур на входе и выходе к перепаду давления (условно коэффициент Джоуля — Томсона). На участке стабилизации перепада давления (время 400-450 с) отношение изменения температуры к перепаду давления составило 0,027 К/атм. Теоретическое значение коэффициента Джоуля — Томсона вычислялось с учетом процентного соотношения (20% масла, 80% воды), и, принимая коэффициенты Джоуля — Томсона для воды  $\varepsilon = 0,021$  К/атм и масла  $\varepsilon = 0,035$  К/атм, получим:

$$\bar{\varepsilon}_{\text{теор}} = 0,8 \cdot \varepsilon_{\text{в}} + 0,2 \cdot \varepsilon_{\text{м}} = 0,023 \text{ К/атм}, \quad (2)$$

что в среднем соответствует результатам, представленным на графике (рис. 9, кривая 2) для участка кратковременной стабилизации перепада давления и температуры (время — до 150 с). Здесь  $\bar{\varepsilon}_{\text{теор}}$  — теоретическое значение коэффициента Джоуля — Томсона для эмульсии М/В (20% масла, 80% воды);  $\varepsilon_{\text{в}}$  — коэффициент Джоуля — Томсона для воды;  $\varepsilon_{\text{м}}$  — коэффициент Джоуля — Томсона для масла.

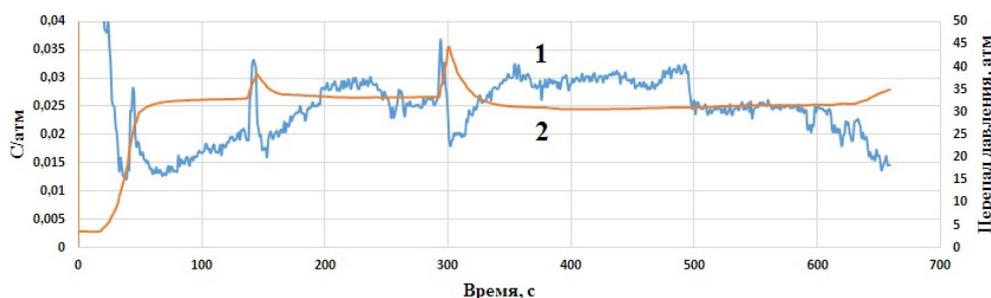


Рис. 9. Зависимость изменения отношения изменения температуры к перепаду давления (кривая 1) и перепада давления (кривая 2) от времени для прямой эмульсии М/В (20% масла, 80% воды)

Fig. 9. Dependence of change in the ratio of temperature change to pressure drop (curve 1) and pressure drop (curve 2) on time for direct emulsion “oil in water” (20% oil, 80% water)

### Заключение

Проведенные экспериментальные исследования термогидродинамических процессов при дросселировании эмульсий показали принципиальное отличие характера зависимости перепада давления и температуры на выходе из дроссельной ячейки по сравнению с дросселированием чистых жидкостей. Полученные особенности формирования температурного поля могут быть использованы при интерпретации данных скважинной термометрии. Таким образом, получены следующие результаты:

1. Разработана экспериментальная установка для исследования термогидродинамических процессов и оценки коэффициента Джоуля — Томсона при фильтрации различных жидкостей и эмульсий при различных температурах и давлении на основе использования дроссельной ячейки.
2. Изучены особенности термогидродинамических процессов при дросселировании эмульсии типа М/В (дисперсия масла в воде) и обратных эмульсий типа В/М (дисперсия воды в масле). Проведены оценки коэффициента Джоуля — Томсона для таких систем.
3. Установлено, что при движении эмульсии через дроссельную ячейку наблюдается скачкообразное изменение перепада давления и, соответственно, температуры на выходе из дроссельной ячейки, связанное с явлением «запирания» эмульсии. Для оценки коэффициента Джоуля — Томсона эмульсий проводятся дальнейшие исследования, направленные на стабилизацию устойчивости эмульсий, уточнение методики проведения экспериментов.

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Ахметов А. Т. Новые принципы применения обратных водонефтяных эмульсий в потокоотклоняющих технологиях и глушении скважин / А. Т. Ахметов, А. Г. Телин, М. В. Мавлетов // Нефтегазовое дело. 2005. № 3. С. 119-126.
2. Ахметов А. Т. О механизме вытеснения нефти из пористой среды мицеллярными растворами / А. Т. Ахметов, Р. И. Нигматулин, К. М. Федоров // Доклады АН СССР. 1987. Том 293. № 3. С. 558-562.
3. Ахметов А. Т. Особенности течения дисперсии из микрокапель воды в микроканалах / А. Т. Ахметов, С. П. Саметов // Письма в Журнал технической физики. 2010. Том 36. № 22. С. 21-28.
4. Валиуллин Р. А. Баротермический эффект при трехфазной фильтрации с фазовыми переходами / Р. А. Валиуллин, А. Ш. Рамазанов, Р. Ф. Шарафутдинов // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 6. С. 113-117.
5. Валиуллин Р. А. Исследование температурного поля в скважине с индукционным нагревом колонны при наличии каналов заколонного перетока жидкости / Р. А. Валиуллин, Р. Ф. Шарафутдинов, В. Я. Федотов, Д. В. Космылин, И. В. Канафин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2017. Том 3. № 3. С. 17-28. DOI: 10.21684/2411-7978-2017-3-3-17-28
6. Валиуллин Р. А. Исследование термогидродинамических процессов на модели пористой среды / Р. А. Валиуллин, Р. Ф. Шарафутдинов, А. И. Гафуров, В. Я. Федотов // Вестник Башкирского университета. 2017. Том 22. № 2. С. 340-344.
7. Валиуллин Р. А. Экспериментальное изучение термодинамических эффектов в газожидкостных системах / Р. А. Валиуллин, О. Л. Кулагин, Р. Ф. Шарафутдинов // Физико-химическая гидродинамика: межвуз. сб. Уфа: Башк. гос. ун-т., 1995. С. 10-15.
8. Лапук Б. Б. Термодинамические процессы при движении газированной нефти в пористых средах / Б. Б. Лапук // Азербайджанское нефтяное хозяйство. 1940. № 2. С. 28-34.

9. Требин Г. Ф. Оценка температурной депрессии в призабойной зоне эксплуатационных скважин / Г. Ф. Требин, Ю. Ф. Капырин, О. Г. Лиманский. М.: Всесоюз. нефтегазовый научно-исследоват. ин-т, 1978. Вып. 64. С. 16-22.
10. Чекалюк Э. Б. Термодинамика нефтяного пласта / Э. Б. Чекалюк. М.: Недра, 1965. 240 с.
11. Davis J. A. Displacement mechanisms of micellar solutions / J. A. Davis, S. C. Jones // *Journal of Petroleum Technology*. 1968. Vol. 20. No. 12. Pp. 1415-1428. DOI: 10.2118/1847-2-PA
12. Gladkov S. O. On the connection of Joule-Thompson's coefficient with dissipation properties of filtrating media / S. O. Gladkov // *European Physical Journal E*. 2003. Vol. 10. Pp. 171-174. DOI: 10.1140/epje/e2003-00021-2
13. Gladkov S. O. On the Darcy law under enthalpy conservation conditions / S. O. Gladkov // *Technical Physics Letters*. 2002. Vol. 28. No. 10. Pp. 861-863. DOI: 10.1134/1.1519031
14. Lisal M. Direct molecular-level Monte Carlo simulation of Joule-Thomson processes / M. Lisal, W. R. Smith, K. Aim // *Molecular Physics*. 2003. Vol. 101. No. 18. Pp. 2875-2884. DOI: 10.1080/00268970310001592755
15. Valiullin R. A. A research into thermal field in fluid-saturated porous media / R. A. Valiullin, R. F. Sharafutdinov, A. Sh. Ramazanov // *Powder Technology*. 2004. Vol. 148. Iss. 1. Pp. 72-77. DOI: 10.1016/j.powtec.2004.09.023

**Albert A. ASYLGAREEV<sup>1</sup>**  
**Ramil F. SHARAFUTDINOV<sup>2</sup>**  
**Rim A. VALIULLIN<sup>3</sup>**  
**Denis V. KOSMYLIN<sup>4</sup>**

UDC 536:550.8

**EXPERIMENTAL INVESTIGATION  
OF THERMOHYDRODYNAMIC PROCESSES  
DURING FILTRATION OF WATER-OIL EMULSIONS\***

- <sup>1</sup> Postgraduate Student, Department of Geophysics,  
Bashkir State University (Ufa)  
asylgareev9696@gmail.com
- <sup>2</sup> Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Geophysics,  
Bashkir State University (Ufa)  
gframil@inbox.ru
- <sup>3</sup> Dr. Sci. (Tech.), Professor, Head of the Department of Geophysics,  
Bashkir State University (Ufa)  
valra@geotec.ru
- <sup>4</sup> Senior Lecturer, Department of Geophysics,  
Bashkir State University (Ufa)  
kosmylindenis@yandex.ru

---

\* The work was financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation on the topic: "Creation of an intelligent integrated technology for the study and interpretation of data from field geophysical surveys of wells, including fiber-optic measurements to control the development of oil and gas fields and environmental monitoring of the state of the subsoil, based on the use of mathematical modeling, machine learning, processing algorithms and robotic equipment for induction exposure", agreement No. 075-11-2021-061 dated 25 June 2021.

---

**Citation:** Asylgareev A. A., Sharafutdinov R. F., Valiullin R. A., Kosmylin D. V. 2022. "Experimental investigation of thermohydrodynamic processes during filtration of water-oil emulsions". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 8-22.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-8-22

**Abstract**

Temperature measurements in downhole conditions (well thermometry) are widely used in monitoring the development of oil and gas reservoirs. With the use of thermometry many oilfield tasks are solved: determination of the working intervals, behind-the-casing flows, casing leakage etc. Variation of temperature in formation is caused by thermodynamic effects: Joule-Thomson and adiabatic. One of the main effects in determining the working intervals by downhole thermometry methods is the Joule-Thomson effect, which is associated with the Joule-Thomson coefficient, characterizing the composition of the fluid flowing from the perforated formation into the well. Therefore, it is necessary to know the value of Joule-Thomson coefficient for different fluids, especially it is important for quantitative interpretation of thermometry data.

Currently, the Joule-Thomson coefficient is well studied for various pure fluids and gases, but practically not investigated for emulsions of different types. Meanwhile, the inflow of oil and water from the formation often leads to the formation of emulsion in the bottomhole zone of the formation. Therefore, experimental determination of Joule-Thomson coefficient for such systems and study of thermohydrodynamic processes during emulsion filtration is relevant.

The paper presents the results of experimental studies of thermohydrodynamic processes during filtration of emulsion through a choke cell. The description of the experimental setup and the experimental procedure are given. The main design features of the throttle cell, approaches to reduce heat transfer during the movement of fluid through the throttle cell are discussed in detail. The data of experimental studies of temperature and pressure changes during filtration of type “oil in water” — oil dispersion in water and reverse emulsions of type “water in oil” — water dispersion in oil on the throttling cell are given. The paper also obtained estimates of the Joule-Thomson effect for liquids like water, oil and oil-water emulsions.

**Keywords**

Thermometry, choke cell, Joule-Thomson effect, disperse medium, oil-water emulsion, thermohydrodynamic process.

**DOI:** 10.21684/2411-7978-2022-8-1-8-22

**REFERENCES**

1. Akhmetov A. T., Telin A. G., Mavletov M. V. 2005. “New principles of application of reverse water-oil emulsions in flow-deflecting technologies and well killing”. *Oil and Gas Business*, no. 3, pp. 119-126. [In Russian]
2. Akhmetov A. T., Nigmatulin R. I., Fedorov K. M. 1987. “On the mechanism of oil displacement from the porous medium by micellar solutions”. *Reports of the USSR Academy of Sciences*, vol. 293, no. 3, pp. 558-562. [In Russian]
3. Akhmetov A. T., Sametov S. P. 2010. “Features of dispersion flow from water microdroplets in microchannels”. *Papers in the Journal of Technical Physics*, vol. 36, no. 22, pp. 21-28. [In Russian]

4. Valiullin R. A., Ramazanov A. Sh., Sharafutdinov R. F. 1994. "Barothermal effect in three-phase filtration with phase transitions". Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Fluid and gas mechanics, no. 6, pp.113-117. [In Russian]
5. Valiullin R. A., Sharafutdinov R. F., Fedotov V. Ya., Kosmilin D. V., Kanafin I. V. 2017. "Studies of temperature field in wellbore during induction heating of the casing pipe with behind-the-casing fluid flow channels". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling, Oil, Gas, Energy, vol. 3, no 3, pp. 17-28. DOI: 10.21684/2411-7978-2017-3-3-17-28 [In Russian]
6. Valiullin R. A., Sharafutdinov R. F., Gafurov A. I., Fedotov V. Ya. 2017. "The study of thermohydrodynamic processes on the model of a porous medium". Bashkir University Herald, vol. 22, no. 2, pp. 340-344. [In Russian]
7. Valiullin R. A., Kulagin O. L., Sharafutdinov R. F. 1995. "Experimental study of thermodynamic effects in gas-liquid systems". Physical and chemical hydrodynamics: an interuniversity collection. Ufa: Bashkirian State University. Pp. 10-15. [In Russian]
8. Lapuk B. B. 1940. "Thermodynamic processes in the movement of carbonated oil in porous media". Azerbaijan oil industry, no. 2, pp. 28-34. [In Russian]
9. Trebin G. F., Kapyrin Yu. F., Limanskiy O. G. 1978. Estimation of temperature underbalance in the bottomhole zone of development wells. All-Union Oil and Gas Research Institute, iss. 64, pp. 16-22. [In Russian]
10. Chekaluk E. B. 1965. Thermodynamics of an oil reservoir. Moscow: Nedra. 240 p. [In Russian]
11. Davis J. A. 1968. "Displacement mechanisms of micellar solutions". Journal of Petroleum Technology, vol. 20, no. 12, pp. 1415-1428. DOI: 10.2118/1847-2-PA
12. Gladkov S. O. 2003. "On the connection of Joule-Thompson's coefficient with dissipation properties of filtrating media". European Physical Journal E., vol. 10, pp. 171-174. DOI: 10.1140/epje/e2003-00021-2
13. Gladkov S. O. 2002. "On the Darcy law under enthalpy conservation conditions". Technical Physics Letters, vol. 28, no. 10, pp. 861-863. DOI: 10.1134/1.1519031
14. Martin Lisal, William R. Smith, Karel Aim. 2003. "Direct molecular-level Monte Carlo simulation of Joule-Thomson processes". Molecular Physics, vol. 101, no. 18, pp. 2875-2884. DOI: 10.1080/00268970310001592755
15. Valiullin R. A., Sharafutdinov R. F., Ramazanov A. Sh. 2004. "A research into thermal field in fluid-saturated porous media". Powder Technology, vol. 148, iss.1, pp. 72-77. DOI: 10.1016/j.powtec.2004.09.023

**Александр Янович ГИЛЬМАНОВ<sup>1</sup>**  
**Иван Леонидович МИХАЙЛИН<sup>2</sup>**  
**Александр Павлович ШЕВЕЛЁВ<sup>3</sup>**

УДК 532.546.2

## **МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ И ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ**

<sup>1</sup> инженер 2 категории кафедры моделирования  
физических процессов и систем,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
a.y.gilmanov@utmn.ru; ORCID: 0000-0002-7115-1629

<sup>2</sup> магистрант кафедры моделирования  
физических процессов и систем,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
rrrr5678@list.ru

<sup>3</sup> кандидат физико-математических наук, доцент, профессор  
кафедры моделирования физических процессов и систем,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
a.p.shevelev@utmn.ru; ORCID: 0000-0003-0017-4871

### **Аннотация**

Расчет фазового поведения имеет большое значение при выборе рационального режима разработки месторождений нефти и газа. Для этого расчета необходимо использовать уравнения состояния и материального баланса, которые могут иметь степень высокого

---

**Цитирование:** Гильманов А. Я. Методика определения термодинамических и фильтрационных параметров для гидродинамических композиционных моделей / А. Я. Гильманов, И. Л. Михайлин, А. П. Шевелёв // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 23-39.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-23-39

---

порядка. Однако их решение традиционными методами связано с трудностями: метод Кардано позволяет найти только корни кубического уравнения и не может быть применен к уравнениям с более высокой степенью, метод дихотомии требует выбора отрезка, на котором имеется только один корень. Итерационный метод Ньютона позволяет найти только один корень при заданных условиях и требует подбора начального приближения для нахождения других значений корней. Другой важной проблемой при гидродинамическом моделировании является неопределенность относительных фазовых проницаемостей нефти при трехфазной фильтрации, что делает прогнозные расчеты менее точными. Для расчета фазового поведения многокомпонентной системы впервые предлагается использовать алгоритм последовательного деления многочленов Евклида и теорему Штурма. Целью работы является разработка методики расчета фазового поведения с выбором корней уравнений состояния и определения области повышенной неопределенности относительных фазовых проницаемостей нефти. Эта область определяется как совокупность значений насыщенностей фаз, при которых относительные фазовые проницаемости нефти по моделям Стоуна I и II отличаются более чем на 10%.

Предложенная методика при применении к однокомпонентной системе позволяет предсказать области метастабильных состояний. При использовании предлагаемой методики к многокомпонентной системе исключается возможность расчета корней уравнения материального баланса, не имеющих физического смысла.

Для модельной трехфазной системы определена область повышенной неопределенности относительной фазовой проницаемости нефти.

Показано, что при использовании предлагаемого алгоритма для многокомпонентного моделирования оказывается возможным определение всех действительных корней не только уравнения состояния, но и уравнения материального баланса. Предложенная методика позволяет уточнить прогнозные расчеты для газоконденсатных месторождений.

#### **Ключевые слова**

Термодинамика, многокомпонентное моделирование, уравнения состояния, метастабильные состояния, теорема Штурма, алгоритм последовательного деления многочленов Евклида, относительная фазовая проницаемость, модель Стоуна, область неопределенности.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-23-39**

#### **Введение**

Расчет фазового поведения имеет большое значение для предсказания состояния различных термодинамических систем. В связи со значительной долей нефтегазового комплекса в экономике страны описанный расчет приобретает особое значение для пластовых углеводородных систем, которые моделируются с помощью композиционных моделей. Для описания их поведения используются термические кубические уравнения состояния, а также уравнения более высоких порядков.

Для реальных многокомпонентных систем, в том числе нефтегазовых, существует проблема возникновения нежелательных ретроградных процессов [3], например образования газоконденсата при падении давления ниже давления начала конденсации [8]. Для предсказания этих процессов и своевременного принятия предотвращающих мер необходим расчет фазового поведения многокомпонентных систем. Для этого расчета существует классический алгоритм, позволяющий определить компонентный состав системы при заданных термобарических условиях [2].

Стоит отметить, что в силу небольшой доли в смеси и большого числа входящих веществ тяжелые углеводороды, начиная, как правило, с пентана, объединяются в одну группу — псевдокомпонент C5+ [10], свойства которого определяются с помощью корреляционных зависимостей.

Наиболее важными для расчета свойствами компонентов являются критические параметры (критическая температура и давление) и ацентрический фактор.

Известно, что состояние идеального газа описывается простым термическим уравнением состояния первой степени относительно объема: уравнением Менделеева — Клапейрона, для 1 моля вещества записываемого так:

$$PV = RT, \quad (1)$$

где  $P$  — давление,  $V$  — молярный объем,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $T$  — температура.

Реальные газы и системы описываются кубическими уравнениями состояния [8], а также уравнениями более высоких порядков, которые, однако, требуют задавать значительное число параметров. Из кубических термических уравнений состояния высокую точность имеют эмпирические уравнения Пенга — Робинсона и Редлиха — Квонга [14]. Поскольку ацентрический фактор псевдокомпонента может быть неизвестен, в настоящей работе будет использоваться уравнение Редлиха — Квонга при его записи через коэффициент сверхсжимаемости  $Z$ :

$$Z_j^3 - Z_j^2 + (A_j - B_j - B_j^2)Z_j - A_jB_j = 0, \quad (2)$$

где индекс  $j = l, g$  обозначает жидкую и газовую фазы соответственно, а также введены обозначения:

$$A_j = \frac{a_{0j}P}{R^2T^{2,5}}, B_j = \frac{b_{0j}P}{RT}, \quad (3)$$

где  $a_{0j}$  и  $b_{0j}$  — параметры Редлиха — Квонга  $j$ -й фазы смеси, рассчитываемые через параметры компонентов с помощью правил смешения [2].

Исходными данными для расчета фазового поведения многокомпонентных пластовых систем являются состав смеси, а также давление и температура. По результатам лабораторных исследований, главным образом, с помощью дифференциальной конденсации, определяется компонентный состав тяжелых углеводородов. После этого с помощью специальных зависимостей рассчитываются критические параметры псевдокомпонента C5+. В качестве начального приближения можно

взять параметры самого легкого из входящих в группу тяжелых углеводородов компонента — пентана [8]. Свойства легких компонентов являются известными, их можно найти в специальных справочниках [7]. После этого необходимо сделать расчет фазового поведения и компонентного состава смеси.

Описанный расчет фазового равновесия многокомпонентных пластовых систем имеет ряд сложностей. Во-первых, не всегда имеются данные по дифференциальной конденсации тяжелых углеводородов, но эта проблема может быть решена с помощью адаптации модели на зависимость конденсатогазового фактора от пластового давления [8]. Нерешенными остаются проблемы применения математических методов к решению поставленной задачи.

Эти методы нужны на двух этапах: при расчете материального баланса и при решении кубического уравнения состояния (2). Для кубических уравнений существует точный аналитический метод их решения — метод Кардано [4, 5]. Однако его недостатком является неприменимость к уравнениям более высоких степеней. К уравнениям состояния и материального баланса может быть применен метод дихотомии. Проблемой этого метода является выбор отрезка, на котором должен быть именно один корень. Кроме того, чтобы найти несколько корней, нужно находить их по очереди с помощью изменения каждый раз начального отрезка, что, очевидно, достаточно трудоемко и неоднозначно.

Метод простой итерации в принципе не применим, если отображение не является сжимающим [6], как это происходит, например, для кубического уравнения состояния (2).

Наиболее простым методом, позволяющим быстро найти корень уравнения с высокой точностью, работающим для уравнений различных типов, является итерационный метод Ньютона. Для его применения необходимо задать некоторое начальное приближение, после чего сделать расчет для следующей итерации, затем сравнить полученное значение с предыдущим и продолжать итерации до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность. Так можно найти один корень уравнения. С другой стороны, число действительных корней уравнения, имеющих физический смысл, не всегда известно, и подбор начального приближения является неоднозначной задачей. Чтобы найти остальные корни, необходимо менять начальное приближение, что снова сопряжено с различными трудностями. Для преодоления этих сложностей необходима модификация метода Ньютона, которая будет предложена в следующем разделе данной статьи.

Другой важной проблемой при моделировании многофазных потоков, когда в пласте присутствуют газ, нефть и вода, в том числе при использовании композиционных моделей, является неопределенность относительных фазовых проницаемостей (ОФП) [15]. Эта неопределенность может быть вызвана как недостаточно точными экспериментальными данными по измерению относительных фазовых проницаемостей, так и расхождением в значениях ОФП при использовании разных корреляций и моделей. В настоящей работе будет рассматриваться второй вид неопределенности.

Для двухфазных потоков при расчете ОФП широко используются корреляции Кори [13]. Однако в трехфазном случае приходится использовать либо модели Стоуна I и II [12], либо модель Бейкера [16]. Чаще всего используются модели Стоуна. В них предполагается, что вода в гидрофильном пласте является смачивающей фазой, газ — не смачивающей, их ОФП вычисляются с помощью традиционных корреляций. При этом нефть имеет промежуточную смачиваемость, и ее ОФП вычисляется как функция от ОФП воды и газа, различная для моделей Стоуна I и II. Этот факт и является причиной возникновения неопределенностей при вычислении ОФП, когда значения по разным моделям получаются различными.

Целью работы является разработка методики определения термодинамических параметров смеси и оценки областей неопределенности относительных фазовых проницаемостей. Такая методика должна включать возможность нахождения значений всех действительных корней уравнения состояния и их количества с помощью теоремы Штурма и алгоритма Евклида последовательного деления многочленов, а также сопоставления ОФП, полученных по моделям Стоуна I и II для оценки области неопределенности.

### Методы

Классический алгоритм расчета фазового поведения и компонентного состава смеси записывается следующим образом:

1. Рассчитать давление насыщенных паров  $P_{si}$  каждого компонента с номером  $i$  с помощью специальных корреляций [11].
2. Найти значение констант фазового равновесия для каждого компонента с номером  $i$  по формуле  $K_i = P_{si}/P$ .
3. Так как суммы всех мольных долей компонентов в жидкой  $x_i$  и газовой  $y_i$  фазах равны 1 каждая, то можно рассчитать мольную долю совокупной газовой фазы  $V$  так:

$$\sum_I \frac{z_i(K_i - 1)}{V(K_i - 1) + 1} = 0, \quad (4)$$

где  $z_i$  — мольная доля  $i$ -го компонента в смеси.

Это уравнение может быть решено численными методами, например итерационным методом Ньютона.

4. Рассчитать мольные доли компонентов в жидкой и паровой фазах по формулам:

$$x_i = \frac{z_i}{V(K_i - 1) + 1}, y_i = \frac{z_i K_i}{V(K_i - 1) + 1}. \quad (5)$$

5. Вычислить параметры компонентов для уравнения Редлиха — Квонга и воспользоваться правилами смешения для нахождения параметров смеси [2].
6. Решить уравнение Редлиха — Квонга (1) и найти коэффициент сверхсжимаемости.

7. Вычислить фугитивности в жидкой  $f_{il}$  и газовой  $f_{ig}$  фазах для каждого компонента с номером  $i$  с использованием корреляционных зависимостей [3].
8. Если с заданной точностью справедливо уравнение  $f_{il} - f_{ig} = 0$ , то завершить расчет, иначе провести пересчет констант фазового равновесия по формуле  $K_i = f_{ig} / f_{il}$  и вернуться к пункту 3.

После завершения описанного расчета необходимо сопоставить полученные по формулам (5) данные о компонентном составе системы с экспериментальными исследованиями по дифференциальной конденсации. Если не наблюдается соответствие с заданной точностью, то необходима корректировка критических параметров псевдокомпонента: увеличение критической температуры и ацентрического фактора, уменьшение критического давления, после чего проводится перерасчет модели. Если соответствие имеется, то PVT-модель считается адаптированной на экспериментальные данные.

На шаге 6 для нахождения всех корней уравнения с помощью метода Ньютона можно использовать алгоритм последовательного деления многочленов Евклида [1]. При применении метода Ньютона к исходному уравнению будет найден один из корней этого уравнения. Далее имеется кубическое уравнение в общем виде:

$$A_{c1}u^3 + B_{c1}u^2 + C_{c1}u + D_{c1} = 0, \quad (6)$$

где  $A_{c1}, B_{c1}, C_{c1}, D_{c1}$  — коэффициенты уравнения,  $u$  — переменная. При делении этого уравнения на  $(u - u_1)$ , где  $u_1$  — корень уравнения (6), получится квадратное уравнение, это уравнение далее можно поделить на  $(u - u_2)$ , где  $u_2$  — корень квадратного уравнения, снова найденный с помощью итерационного метода Ньютона и в общем случае отличный от  $u_1$ . Тогда после этого деления будет получено линейное алгебраическое уравнение, корень которого может быть найден аналитически:

$$u_3 = -\frac{D_{c3}}{C_{c3}}, \quad (7)$$

где  $C_{c3}, D_{c3}$  — коэффициенты линейного уравнения (для поиска третьего корня).

Кроме того, итоговая формула для итерационного метода Ньютона может быть записана в виде:

$$u_{n,k+1} = u_{n,k} - \frac{H_n(u_{n,k})}{H'_n(u_{n,k})}, \quad (8)$$

где  $k$  — номер итерации, а также введены обозначения функции и ее производной:

$$H_n(u_{n,k}) = m_{n1}A_{cn}u_{n,k}^3 + m_{n2}B_{cn}u_{n,k}^2 + m_{n3}C_{cn}u_{n,k} + D_{cn}, \quad (9)$$

$$H'_n(u_{n,k}) = 3m_{n1}A_{cn}u_{n,k}^2 + 2m_{n2}B_{cn}u_{n,k} + m_{n3}C_{cn}, \quad (10)$$

где номер корня  $n = 1, 2$ , элементы массива  $m_{nq}$  показаны в таблице 1, индекс  $q = 1, 2, 3$ .

Таблица 1

Значения элементов массива  $m_{nq}$ 

Строка $n$	Столбец $q$		
	1	2	3
1	1	1	1
2	0	1	1

Table 1

Values of array  $m_{nq}$  elements

Следует отметить, что в описанном случае уже нет необходимости менять начальное приближение, чтобы получить нужное выражение корня уравнения, кроме того, так будут получены все три корня. Однако, как известно, кубическое уравнение может иметь как три действительных корня, имеющих физический смысл, так и только один действительный корень и два комплексно-сопряженных, тогда достаточно будет найти этот действительный корень с помощью итерационного метода Ньютона (8), примененного к уравнению (6). Чтобы узнать число действительных корней уравнения на некотором отрезке, можно использовать теорему Штурма [9], если составить для рассматриваемых уравнений ряд Штурма.

Число перемен знаков полиномов Штурма, расставленных в ряд по порядку их индексов, в некоторой точке задаваемого отрезка является значением ряда Штурма в этой точке, а разность значений в наибольшей и наименьшей точках отрезка равна числу действительных корней уравнения на этом отрезке.

При рассмотрении широко распространенной трехкомпонентной системы уравнение материального баланса (4) также будет иметь кубический вид.

Таким образом, после выбора отрезка можно оценить число действительных корней кубического уравнения вида (6), в том числе уравнения Редлиха — Квонга (2) и уравнения материального баланса (4), чтобы затем воспользоваться итерационным методом Ньютона именно столько раз, сколько действительных корней имеется на рассматриваемом отрезке, что позволит отыскать все действительные корни. Кроме того, метод может быть обобщен и на систему с большим числом компонентов, тогда уравнение (4) будет иметь такую степень, сколько компонентов содержится в смеси.

Для расчета ОФП трехфазной системы, состоящей из нефти, газа (термодинамические свойства компонент которого рассчитываются по композиционной модели) и воды, используются модели Стоуна I и II. Модель Стоуна I [12] для ОФП нефти используется в виде:

$$k_{ro} = \frac{S_{oe}k_{row}k_{rog}}{k_{rowc}(1 - S_{we})(1 - S_{ge})}, \quad (11)$$

где введены обозначения зависящих от насыщенностей фаз коэффициентов:

$$S_{oe} = \frac{S_o - S_{om}}{1 - S_{wc} - S_{om}}, \quad (12)$$

$$S_{we} = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{om}}, \quad (13)$$

$$S_{ge} = \frac{S_g}{1 - S_{wc} - S_{om}}, \quad (14)$$

$$S_{om} = \lambda S_{orw} + (1 - \lambda) S_{org}, \quad (15)$$

$$\lambda = 1 - \frac{S_g}{1 - S_{wc} - S_{org}}, \quad (16)$$

где  $k_{row}$  и  $k_{rog}$  — ОФП нефти в системе «нефть — вода» и «нефть — газ» соответственно;  $k_{rowc}$  — ОФП нефти в системе «нефть — вода» при  $S_{wc}$  — связанной водонасыщенности;  $S_w, S_o, S_g$  — насыщенности воды, нефти и газа соответственно;  $S_{orw}$  и  $S_{org}$  — остаточные нефтенасыщенности в системе «нефть — вода» и «нефть — газ» соответственно.

ОФП нефти в системе «нефть — вода»  $k_{row}$  и «нефть — газ»  $k_{rog}$  в двухфазных системах вычисляются по корреляциям Кори:

$$k_{row} = \left( \frac{1 - S_w - S_{orw}}{1 - S_{wr} - S_{orw}} \right)^{n_{orw}}, \quad (17)$$

$$k_{rog} = \left( \frac{1 - S_g - S_{org}}{1 - S_{gr} - S_{org}} \right)^{n_{org}}, \quad (18)$$

где  $S_{gr}$  — остаточная газонасыщенность,  $n_{orw}$  и  $n_{org}$  — показатели степени.

ОФП воды  $k_{rw}$  и газа  $k_{rg}$  также вычисляются по корреляциям Кори:

$$k_{rw} = \left( \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr}} \right)^{n_w}, \quad (19)$$

$$k_{rg} = \left( \frac{S_g - S_{gr}}{1 - S_{gr}} \right)^{n_g}, \quad (20)$$

где  $n_w$  и  $n_g$  — показатели степени.

Модель Стоуна II [12] для ОФП нефти используется в виде:

$$k_{ro} = (k_{row} + k_{rowc}k_{rw})(k_{rog} + k_{rowc}k_{rg}) - k_{rowc}(k_{rw} + k_{rg}). \quad (21)$$

Сопоставление ОФП нефти, вычисленных по формулам (11) и (21), во всем диапазоне насыщенностей фаз в случае расхождения значений  $k_{ro}$  по моделям Стоуна I и II более чем на 10% позволяет установить область неопределенности ОФП. Такое сопоставление должно быть выполнено после определения термодинамических параметров компонентов с помощью предложенной выше методики и остаточных насыщенностей при проведении лабораторных экспериментов.

Таблица 2

Состав и свойства модельной трехкомпонентной пластовой системы

Table 2

Composition and properties of a model three-component reservoir system

Свойство	Компонент 1: метан	Компонент 2: пропан	Компонент 3: н-бутан
Мольная доля $z_i$	0,4	0,5	0,1
Критическое давление $P_{ci}$ , МПа	4,58	4,21	3,75
Критическая температура $T_{ci}$ , К	191	370	425
Критический объем $v_{ci}$ , м <sup>3</sup> /моль	$99 \cdot 10^{-6}$	$203 \cdot 10^{-6}$	$240 \cdot 10^{-6}$

Для расчетов термодинамических параметров компонентов использовался модельный состав трехкомпонентной системы, указанный в таблице 2 [7]. В этой же таблице указаны необходимые расчетные параметры. Модельное пластовое давление  $P = 9$  МПа, пластовая температура 370 К, точность расчетов взята 0,01. Корни уравнений (2) и (4) проверяются на отрезке от  $-1\ 000$  до  $1\ 000$ .

Кроме того, для анализа фазового поведения и верного выбора корней уравнения состояния по предлагаемому методу произведен модельный расчет изотерм в координатах «давление — молярный объем» ( $P(v)$ ) одного компонента — метана. Для этого расчета менялось значение давления от 0,1 до 5 МПа с шагом 0,01 МПа — так строилась одна изотерма. После ее построения температура  $T$  увеличивалась с шагом  $dT = 50$  К, и процедура построения изотермы повторялась заново. Точность расчетов составляла  $10^{-9}$ . Таким способом построены пять изотерм: от начальной температуры  $T_c - 2dT$  до конечной температуры  $T_c + 2dT$ , где  $T_c$  — критическая температура.

Далее производился расчет выбранной смеси по классическому алгоритму расчета многокомпонентной системы в состоянии фазового равновесия, описанному выше. Уравнения (2) и (4) решались с помощью алгоритма расчета по итерационному методу Ньютона с нахождением всех корней уравнения с помощью теоремы Штурма, из которых выбирался наибольший (для получения реальных фазовых диаграмм, как будет показано на примере расчета однокомпонентного уравнения состояния), имеющий физический смысл: корни для доли паровой фазы в смеси  $V$  должны находиться в диапазоне от 0 до 1.

При расчетах области неопределенности ОФП полагалось, что  $S_{wc} = 0,18$ ,  $S_{orw} = 0,33$ ,  $S_{org} = 0,2$ ,  $S_{gr} = 0$ ,  $n_{orw} = 3,42$ ,  $n_{org} = 2,85$ ,  $n_w = 1,82$ ,  $n_g = 3$ .

## Результаты

Изотермы однокомпонентного расчета для метана, описываемого уравнением Редлиха — Квонга, представлены на рис. 1. Отдельно на рис. 2 показаны первые изотермы, построенные при выборе всех действительных корней уравнения состояния и при расчете только одного корня с тем же начальным приближением.

Случай с нахождением только одного корня уравнения состояния показывает изотерму с фазовым переходом по изобаре (на графике показана гипотетической тонкой линией, расчетных точек на этой линии нет), причем рассчитывается всегда наибольший корень, в то время как выбор всех корней с помощью теоремы Штурма позволяет предсказать области метастабильных состояний, и изотермы реальной системы имеют вид, близкий к теоретическому, который объясняется наличием трех действительных корней вблизи границы двухфазной области. Это позволяет уточнить область фазового перехода, поскольку в таком случае изобара фазового перехода должна проходить ниже (как показывает гипотетическая штрихованная линия на рис. 2), если отсекают равные площади по правилу Максвелла.

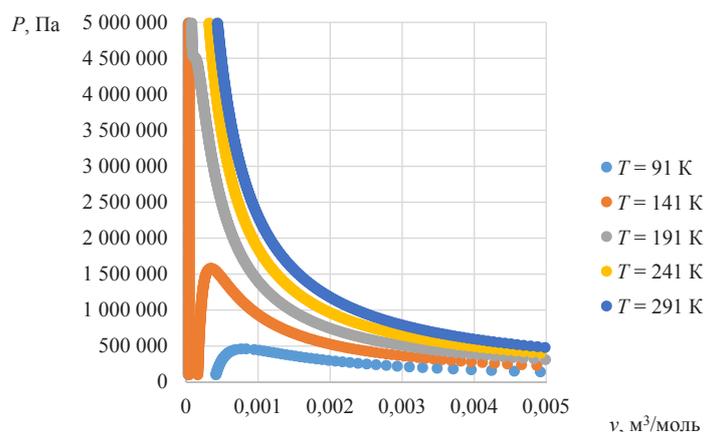


Рис. 1. Изотермы метана при расчете всех корней уравнения состояния

Fig. 1. Methane isotherms in the calculation of all the roots of the equation of state

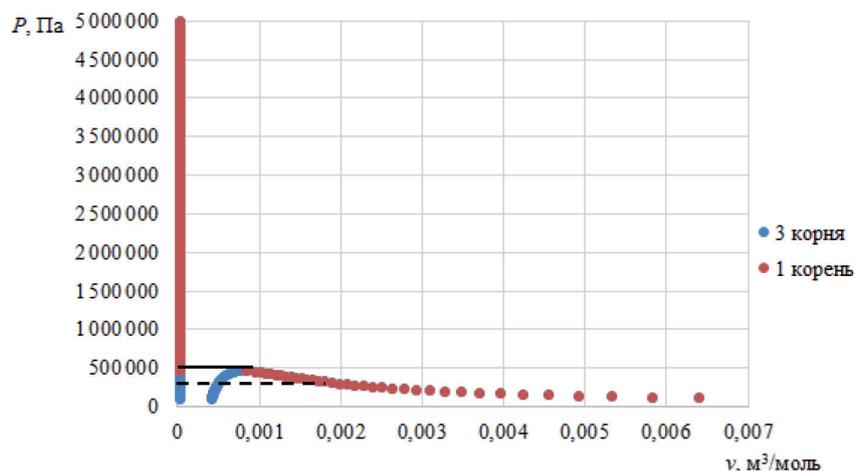


Рис. 2. Сравнение изотерм метана при  $T = 91$  К с использованием различных способов расчета

Fig. 2. Comparison of methane isotherms at  $T = 91$  K using various calculation methods

Затем в соответствии с предложенной методикой были рассчитаны относительные фазовые проницаемости нефти по моделям Стоуна I и II с шагом 0,01, а линии равных ОФП (изопермы) отображались на треугольной диаграмме Гиббса — Розебома при соответствующих значениях насыщенностей. Пример такого отображения для ОФП нефти, равной 0,02, приведен на рис. 3, где отмечены также границы области, в которой ОФП нефти отличны от нуля. Когда значения ОФП нефти по моделям Стоуна I и II отличались между собой более чем на 10%, то при таких значениях насыщенностей фаз имеется область повышенной неопределенности относительных фазовых проницаемостей, показанная на рис. 4. Аналогично отмечены также границы области, в которой ОФП нефти отличны от нуля.

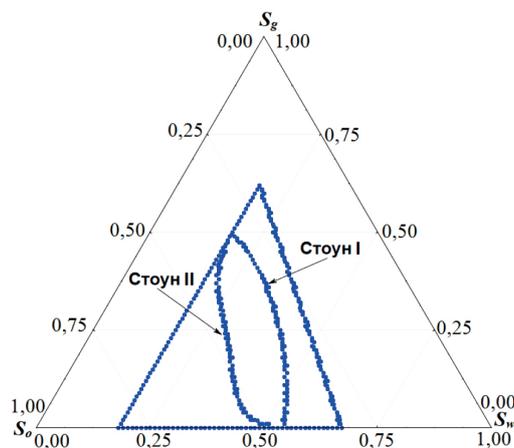


Рис. 3. Изопермы при  $k_{ro} = 0,02$ , полученные по моделям Стоуна I и II

Fig. 3. Isoperms at  $k_{ro} = 0.02$  obtained by Stone models I and II

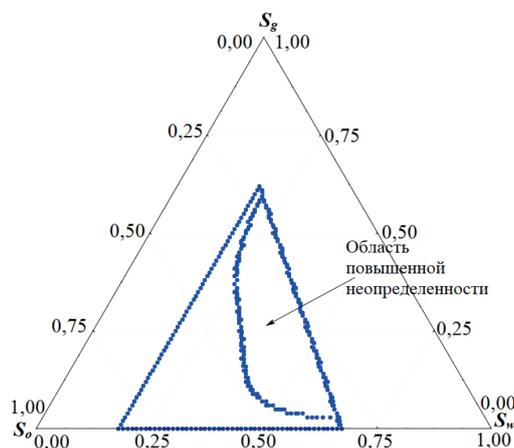


Рис. 4. Область повышенной неопределенности относительной фазовой проницаемости нефти

Fig. 4. The area of increased uncertainty of the relative phase permeability of oil

### Обсуждение

Применение предлагаемого в статье расчетного алгоритма к модельной многокомпонентной пластовой системе с данными из таблицы 2 показывает наличие сразу трех действительных корней для уравнения материального баланса, два из которых приблизительно равны ( $V_1 \approx V_2 \approx 0,936$ ), оставшийся корень ( $V_3 = 2,403$ ) не имеет физического смысла. Значит, при неверном выборе начального приближения и без применения предложенного алгоритма всех действительных корней уравнения можно было найти только один корень уравнения, который к тому же не имеет физического смысла, следовательно, расчет фазового поведения многокомпонентной системы был бы ошибочным. Предложенная методика позволила избежать этой проблемы. Итоговый компонентный состав пластовой системы по результатам расчетов показан в таблице 3. Отмечается выполнение замыкающих соотношений для мольных долей компонентов и непротиворечивость найденных значений их физическому и математическому смыслу как долей целого. Суммарная мольная доля жидкой фазы составила 0,064, а паровой — 0,936.

Таблица 3

**Компонентный состав пластовой системы по данным расчетов**

Table 3

**The component composition of the reservoir system according to the calculations**

Параметр	Компонент 1: метан	Компонент 2: пропан	Компонент 3: н-бутан
Мольная доля компонента в жидкой фазе $x_i$	0,244	0,596	0,160
Мольная доля компонента в паровой фазе $y_i$	0,411	0,493	0,096

Кроме того, предложенная методика позволила определить область повышенной неопределенности ОФП нефти в случае фильтрации нефти, воды и газа, компоненты которого были рассчитаны выше. Анализ рис. 4 показывает, что область повышенной неопределенности составляет около 1/3 от области возможных значений насыщенностей фаз, при которых ОФП нефти отлична от нуля. Следовательно, при гидродинамическом моделировании фильтрации в пласте такой смеси необходимо учитывать влияние неопределенности ОФП нефти и давать несколько прогнозных вариантов. В случае, если имеется история разработки, то модель, которая будет настроена на историю разработки лучше, является более предпочтительной.

### Заключение

1. Предложен алгоритм, позволяющий при использовании итерационного метода Ньютона рассчитать все действительные корни кубического уравнения с помощью теоремы Штурма и алгоритма последовательного

деления многочленов Евклида, причем этот метод может быть обобщен и на уравнения более высоких степеней. При использовании этого способа нет необходимости угадывать начальное приближение для нахождения нужного с точки зрения рассматриваемой задачи корня.

2. Установлено, что применение этого алгоритма к построению изотерм кубического уравнения состояния позволяет предсказать области метастабильных состояний и уточнить положение изобары фазового перехода «жидкость — пар».
3. Показано, что при использовании предлагаемого алгоритма для многокомпонентного моделирования оказывается возможным определение всех действительных корней не только уравнения состояния, но и уравнения материального баланса. Метод позволяет исключить корни, не имеющие физического смысла, что позволяет осуществить правильный расчет фазового поведения многокомпонентной углеводородной системы, что важно для реальных систем, например для предсказания образования газовых конденсатов и выбора рационального режима разработки газоконденсатных месторождений.
4. Предложена методика определения области повышенной неопределенности относительной фазовой проницаемости нефти в случае трехфазной фильтрации, позволяющая установить, при каких значениях насыщенности фаз ОФП нефти, полученные по разным моделям, не соответствуют друг другу. В этом случае при гидродинамическом моделировании фильтрации в пласте такой смеси необходимо учитывать влияние неопределенности ОФП нефти и давать несколько прогнозных вариантов либо выбирать ту модель ОФП нефти, которая дает лучшую настройку на историю разработки.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов С. А. Самый знаменитый алгоритм / С. А. Абрамов // Квант. 1985. № 11. С. 44-46.
2. Брусиловский А. И. Фазовые превращения при разработке месторождений нефти и газа / А. И. Брусиловский. М.: Грааль, 2002. 575 с.
3. Гиматудинов Ш. К. Физика нефтяного и газового пласта: учебник / Ш. К. Гиматудинов, А. И. Ширковский; 3-е изд. М.: Недра, 1982. 311 с.
4. Гусак А. А. Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричикова. Минск: ТетраСистемс, 1999. 640 с.
5. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн; перевод с англ. под ред. И. Г. Арамановича. М.: Наука, 1974. 832 с.
6. Ненашев А. В. Сходимость метода последовательных приближений при моделировании нелинейных радиотехнических устройств. Метод простой итерации / А. В. Ненашев // Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь. Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2010. № 2 (22). Часть 1. С. 244-248.

7. Рид Р. Свойства газов и жидкостей: справочное пособие / Р. Рид, Дж. Праусниц, Т. Шервуд; перевод с англ. под ред. Б. И. Соколова. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Химия, 1982. 592 с.
8. Соколов В. С. Моделирование фазового равновесия газоконденсатных систем для месторождений с низкой степенью изученности / В. С. Соколов, Д. А. Киселев, А. Ю. Смирнов // Недропользование XXI век. 2017. № 4. С. 52-57.
9. Терёхин М. Т. Условия устойчивости невозмущенного движения в одном критическом случае / М. Т. Терёхин, Е. М. Фулина // Вестник Рязанского государственного университета им. С. А. Есенина. 2015. № 4 (49). С. 188-204.
10. Тер-Саркисов Р. М. Разработка месторождений природных газов / Р. М. Тер-Саркисов. М.: Недра, 1999. 660 с.
11. Ширковский А. И. Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений / А. И. Ширковский. М.: Недра, 1987. 309 с.
12. Aghabozorgi S. Estimation of three-phase oil relative permeability in WAG experiments / S. Aghabozorgi, M. Sohrabi, J. Facanha // Offshore Technology Conference Brasil (29-31 October 2019, Rio de Janeiro, Brazil). 2019. Paper OTC-29924-MS. DOI: 10.4043/29924-MS
13. Arigbe O. D. Real-time relative permeability prediction using deep learning / O. D. Arigbe, M. B. Oyenyin, I. Arana, M. D. Ghazi // Journal of Petroleum Exploration and Production Technology. 2019. Vol. 9. No. 2. Pp. 1271-1284. DOI: 10.1007/s13202-018-0578-5
14. Grushnikov I. Numerical simulation of hydrocarbon mixtures mass transfer processes and flow in a reservoir rock / I. Grushnikov // SPE Russian Petroleum Technology Conference (22-24 October 2019, Moscow, Russia). 2019. Paper SPE-197005-MS. DOI: 10.2118/197005-MS
15. Hosseininoosheri P. Impact of relative permeability uncertainty on CO<sub>2</sub> trapping mechanisms in a CO<sub>2</sub>-EOR process: A case study in the U.S. Gulf Coast Cranfield / P. Hosseininoosheri, M. Mehrabi, S. A. Hosseini, V. Nunez-Lopez, L. W. Lake // SPE Western Regional Meeting (23-26 April 2019, San Jose, California, USA). 2019. Paper SPE-195351-MS. DOI: 10.2118/195351-MS
16. Ranaee E. Propagation to reservoir simulation of uncertainty associated with three-phase relative permeability models with hysteresis / E. Ranaee, F. Inzoli, M. Riva, A. Cominelli, A. Guadagnini // SPE Europec featured at 80<sup>th</sup> EAGE Conference and Exhibition (11-14 June 2018, Copenhagen, Denmark). 2018. Paper SPE-190825-MS. DOI: 10.2118/190825-MS

**Alexander Ya. GILMANOV<sup>1</sup>**

**Ivan L. MIKHAYLIN<sup>2</sup>**

**Alexander P. SHEVELEV<sup>3</sup>**

UDC 532.546.2

**METHOD OF DETERMINATION  
OF THERMODYNAMIC AND FILTRATION PARAMETERS  
FOR HYDRODYNAMIC COMPOSITIONAL MODELS**

<sup>1</sup> 2<sup>nd</sup> Category Engineer,

Department of Modeling of Physical Processes and Systems,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
a.y.gilmanov@utmn.ru; ORCID: 0000-0002-7115-1629

<sup>2</sup> Master Student,

Department of Modeling of Physical Processes and Systems,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
rrrr5678@list.ru

<sup>3</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Professor,

Department of Modeling of Physical Processes and Systems,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
a.p.shevelev@utmn.ru; ORCID: 0000-0003-0017-4871

**Abstract**

The calculation of phase behavior is important for choosing a rational mode of development of oil and gas fields. However, solving equations of state and material balance by traditional methods is associated with difficulties: Cardano's formula allows finding only the roots of a cubic equation, the dichotomy method requires the selection of a segment on which there is

---

**Citation:** Gilmanov A. Ya., Mikhaylin I. L., Shevelev A. P. 2022. "Method of determination of thermodynamic and filtration parameters for hydrodynamic compositional models". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 23-39.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-23-39

only one root. Newton's iterative method allows finding only one root under given conditions. Another important problem in hydrodynamic simulation is the uncertainty of the relative phase permeability of oil during three-phase filtration. It is proposed for the first time to use the algorithm of sequential division of Euclidean polynomials and Sturm's theorem to calculate phase behavior. The aim of the work is to develop a methodology for calculating phase behavior and determining the area of increased uncertainty of relative phase permeability of oil. This area is defined as a set of phase saturation values at which relative phase permeabilities of oil according to Stone 1<sup>st</sup> and 2<sup>d</sup> models differ by more than 10%.

The proposed methodology makes it possible to predict areas of metastable states. The possibility of calculating the roots of material balance equations that do not have physical meaning is excluded.

For a model three-phase system, an area of increased uncertainty of relative phase permeability of oil is determined.

It is shown that it is possible to determine all real roots of the equations. The proposed methodology makes it possible to refine forecast calculations for gas condensate fields.

### **Keywords**

Thermodynamics, multicomponent simulation, equations of state, metastable states, Sturm's theorem, algorithm for sequential division of Euclidean polynomials, relative phase permeability, Stone model, area of uncertainty.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-23-39**

### **REFERENCES**

1. Abramov S. A. 1985. "The most famous algorithm". *Kvant*, no. 11, pp. 44-46. [In Russian]
2. Brusilovskiy A. I. 2002. Phase transformations in the development of oil and gas fields. Moscow: Graal. 575 p. [In Russian]
3. Gimatudinov Sh. K., Shirkovskiy A. I. 1982. Physics of oil and gas reservoir: textbook. 3<sup>rd</sup> edition. Moscow: Nedra. 311 p. [In Russian]
4. Gusak A. A., Gusak G. M., Brichikova Ye. A. 1999. Handbook of Higher Mathematics. Minsk: TetraSistems. 640 p. [In Russian]
5. Korn G. A., Korn T. M. 1968. Mathematical handbook for scientists and engineers. Translated from English by I. G. Aramanovich. Moscow: Nauka. 832 p. [In Russian]
6. Nenashev A. V. 2010. "Convergence of the method of successive approximations in modeling nonlinear radio engineering devices. Simple iteration method". *Electronics, measuring equipment, radio engineering and communication. Reports of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics*, no. 2 (22), part 1, pp. 244-248. [In Russian]
7. Ried R. C., Prausnitz J. M., Sherwood T. K. 1977. Properties of gases and liquids. Translated from English by B. I. Sokolov. 3<sup>rd</sup> edition. Leningrad: Khimiya. 592 p. [In Russian]
8. Sokolov V. S., Kiselev D. A., Smirnov A. Yu. 2017. "Modeling of the phase equilibrium of gas condensate systems for fields with a low degree of study". *Subsoil uses the 21<sup>st</sup> century*, no. 4, pp. 52-57. [In Russian]

9. Teryokhin M. T., Fulina E. M. 2015. "Stability conditions of undisturbed motion in one critical case". Ryazan State University Herald named after S. A. Yesenin, no. 4 (49), pp. 188-204. [In Russian]
10. Ter-Sarkisov R. M. 1999. Development of natural gas fields. Moscow: Nedra. 660 p. [In Russian]
11. Shirkovskiy A. I. 1987. Development and operation of gas and gas condensate fields. Moscow: Nedra. 309 p. [In Russian]
12. Aghabozorgi S., Sohrabi M., Facanha J. 2019. "Estimation of three-phase oil relative permeability in WAG experiments". Offshore Technology Conference Brasil (29-31 October 2019, Rio de Janeiro, Brazil). Paper OTC-29924-MS. DOI: 10.4043/29924-MS
13. Arigbe O. D., Oyeneiyin M. B., Arana I., Ghazi M. D. 2019. "Real-time relative permeability prediction using deep learning". Journal of Petroleum Exploration and Production Technology, vol. 9, no 2, pp. 1271-1284. DOI: 10.1007/s13202-018-0578-5
14. Grushnikov I. 2019. "Numerical simulation of hydrocarbon mixtures mass transfer processes and flow in a reservoir rock". SPE Russian Petroleum Technology Conference (22-24 October 2019, Moscow, Russia). Paper SPE-197005-MS. DOI: 10.2118/197005-MS
15. Hosseininoosheri P., Mehrabi M., Hosseini S. A., Nunez-Lopez V., Lake L. W. 2019. "Impact of relative permeability uncertainty on CO<sub>2</sub> trapping mechanisms in a CO<sub>2</sub>-EOR process: A case study in the U.S. Gulf Coast Cranfield". SPE Western Regional Meeting (23-26 April 2019, San Jose, California, USA). 2019. Paper SPE-195351-MS. DOI: 10.2118/195351-MS
16. Ranaee E., Inzoli F., Riva M., Cominelli A., Guadagnini A. 2018. "Propagation to reservoir simulation of uncertainty associated with three-phase relative permeability models with hysteresis". SPE Europec featured at 80<sup>th</sup> EAGE Conference and Exhibition (11-14 June 2018, Copenhagen, Denmark). Paper SPE-190825-MS. DOI: 10.2118/190825-MS

Наиль Габсалямович МУСАКАЕВ<sup>1</sup>  
Станислав Леонидович БОРОДИН<sup>2</sup>  
Денис Сергеевич БЕЛЬСКИХ<sup>3</sup>

УДК 532.546, 536.71

**АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ  
О РАЗЛОЖЕНИИ ГИДРАТА МЕТАНА  
В ЗАМКНУТОЙ ГИДРАТОСОДЕРЖАЩЕЙ  
ОБЛАСТИ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ\***

<sup>1</sup> доктор физико-математических наук,  
главный научный сотрудник, Тюменский филиал  
Института теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН;  
профессор кафедры прикладной и технической физики,  
Тюменский государственный университет  
musakaev@ikz.ru; ORCID: 0000-0002-8589-9793

<sup>2</sup> кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник, Тюменский филиал  
Института теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН  
s.l.borodin@yandex.ru; ORCID: 0000-0002-2850-5989

<sup>3</sup> младший научный сотрудник, Тюменский филиал  
Института теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН  
denisbelskikh@gmail.com; ORCID: 0000-0002-0813-5765

\* Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации 121030500156-6).

**Цитирование:** Мусакаев Н. Г. Алгоритм решения задачи о разложении гидрата метана в замкнутой гидратосодержащей области пористой среды / Н. Г. Мусакаев, С. Л. Бородин, Д. С. Бельских // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 40-57.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-40-57

### Аннотация

В России действует закон об ограничении выбросов парниковых газов, подписанный Президентом РФ в июле 2021 г. В список парниковых газов включен метан, причем его запасы в виде газовых гидратов в значительной мере преобладают над запасами метана, находящегося в свободном состоянии. Образование газовых гидратов происходит при достаточно низких температурах и высоких давлениях. Значительная часть «спящих гигантов», как окрестили метаносодержащие залежи журналисты, находится в Арктическом регионе, и они очень чувствительны к потеплению. Освобождение этого парникового потенциала имело бы весьма негативные последствия для климата Земли. Таким образом, необходимо изучение процесса диссоциации газогидрата при тепловом воздействии на гидратосодержащую пористую среду. При решении этой задачи стоит отметить важность теоретического исследования, включающего в себя построение математической модели изучаемого процесса, алгоритмизацию, программную реализацию и проведение вычислительных экспериментов.

В работе представлена в двумерном приближении постановка задачи о нагреве на верхней границе замкнутой области пористой среды, содержащей в начальном состоянии метан и его гидрат. Приведена математическая модель, в основе которой лежат уравнения сохранения масс метана, воды и газогидрата; закон Дарси для движения газовой и жидкой фазы; уравнение состояния реального газа, уравнение сохранения энергии с учетом теплопроводности, конвекции, адиабатического охлаждения, эффекта Джоуля — Томсона и поглощения скрытой теплоты гидратообразования. Построен алгоритм для численной реализации математической модели и модернизирована компьютерная программа по расчету основных параметров рассматриваемого в статье процесса.

### Ключевые слова

Разложение газового гидрата, тепловое воздействие, алгоритм решения, математическая модель, пористая среда.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-40-57

### Введение

В настоящее время климатические изменения являются одной из самых обсуждаемых в обществе проблем глобального масштаба [5, 19, 21, 27, 28]. В России действует закон об ограничении выбросов парниковых газов, подписанный Президентом РФ в июле 2021 г. В список парниковых газов включен метан, причем значительный объем этого газа содержится в гидратонасыщенных залежах, большинство из которых в материковой части приурочены к местам распространения многолетнемерзлых пород [3, 23]. То есть значительная часть «спящих гигантов» всемирного круговорота углеродов, как окрестили метаносодержащие залежи журналисты, находится в Арктическом регионе, и они очень чувствительны к потеплению. Освобождение этого парникового потенциала имело бы весьма негативные последствия для климата Земли [4, 7, 19].

Как отмечено президентом Российской академии наук А. С. Сергеевым, в Арктике наблюдается в последние годы рост эмиссии в земную атмосферу метана, что может быть обусловлено таянием вечной мерзлоты и уменьшением толщины прибрежных льдов. Поэтому необходима выработка мероприятий, направленных на последовательное сокращение или предупреждение выбросов метана; также немаловажным представляется, на наш взгляд, анализ данных о выбросах этого парникового газа. Эти мероприятия в том числе должны опираться на теоретическую проработку проблемы высвобождения метана из гидратосодержащих залежей при тепловом воздействии на пласт. Такое исследование включает в себя построение математической модели изучаемого процесса, алгоритмизацию, программную реализацию и проведение вычислительных экспериментов, направленных на установление особенностей диссоциации природных газогидратов при варьировании различных параметров теплового воздействия и пористой среды [6, 11].

Математическое описание процесса диссоциации газогидрата при тепловом воздействии на гидратосодержащую пористую среду представлено в ряде работ (в том числе и наших), например [8, 9, 12-15, 18, 20, 22, 25, 29]. В этих работах получены автомоделные и численные решения данной задачи, в том числе и для наиболее общего случая, когда исходные значения давления и температуры не обязательно лежат на кривой фазового равновесия «газ — вода — газогидрат». Но подавляющая часть работ описывает течение флюида в пористых структурах в одномерном приближении, принимая допущение о неподвижности воды. В настоящей работе в цилиндрической системе координат рассмотрена задача о нагреве замкнутой области пласта, содержащей в порах в исходном состоянии метан и его гидрат с учетом движения в пористой среде обеих компонент газогидрата (воды и газа). При математическом описании процесса теплового воздействия на гидратонасыщенную залежь использовались уравнения механики многофазных сред [10].

### Постановка задачи

Пусть цилиндрическая область пористой среды насыщена в исходном состоянии ( $t = 0$ ) метаном и его гидратом (рис. 1). Внешние границы этой области пласта глубиной  $H$  и радиусом  $R$  являются непроницаемыми. Через верхнюю границу осуществляется нагрев рассматриваемой области пласта с постоянной температурой  $T_e$ , которая превосходит равновесную температуру разложения газогидрата  $T_s(p_0)$  и исходную температуру пласта  $T_0$ , при этом  $T_e > T_s(p_0) > T_0$ .

При нагреве пласта может происходить разложение гидрата метана, при этом, как показано в работах [9, 26], разложение будет происходить только на фронтальной поверхности, т. е. решений с протяженной областью фазовых переходов не существует. Соответственно, в рассматриваемой области пласта формируется две зоны: зона, примыкающая к верхней границе пласта и содержащая метан и воду, и невозмущенная (не затронутая тепловым воздействием) зона (рис. 1).

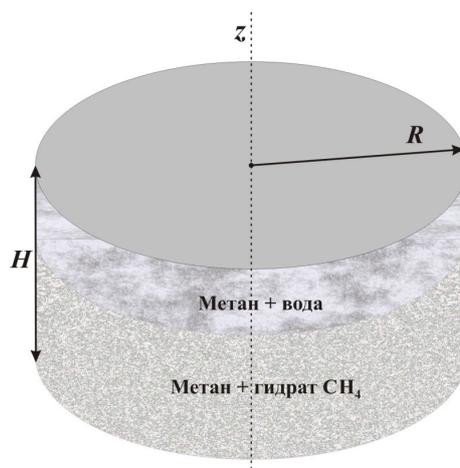


Рис. 1. Схема задачи для двумерного осесимметричного случая

Fig. 1. The problem's scheme for two-dimensional axisymmetric case

Примем следующие упрощающие предположения: газовый гидрат и скелет пористой среды неподвижны и несжимаемы; газовый гидрат рассматривается как система, состоящая из воды и газа, и его массовая концентрация газа  $G$  постоянна; температуры всех фаз в некотором бесконечно малом объеме системы совпадают (рассматривается однотемпературная модель); пористость пласта  $m$  и плотность воды постоянны; капиллярные эффекты не учитываются.

С учетом указанных упрощающих предположений запишем в цилиндрических координатах основные уравнения математической модели неізотермической фильтрации газа и воды в пористой среде для осесимметричного случая. Уравнения сохранения масс газа, воды и газового гидрата имеют следующий вид [10, 11, 25]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (mS_g\rho_g + GmS_h\rho_h) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho_g u_{gr}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_g u_{gz}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (mS_w\rho_w + (1 - G)mS_h\rho_h) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho_w u_{wr}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_w u_{wz}) = 0, \quad (2)$$

$$S_g + S_w + S_h = 1. \quad (3)$$

Здесь и далее нижние индексы  $g, w, h$  и  $sk$  означают, что параметры с ними относятся к газу, воде, гидрату и скелету пористой среды соответственно;  $t$  — время;  $r$  — радиальная координата;  $z$  — вертикальная координата по глубине;  $S_j$  ( $j = g, w, h$ ) — насыщенности  $j$ -м веществом;  $\rho_j$  ( $j = g, w, h$ ) — плотность  $j$ -й фазы;  $u_{jr}$  и  $u_{jz}$  ( $j = g, w$ ) — составляющие вектора скорости фильтрации  $j$ -го вещества.

Уравнения Дарси запишем следующим образом [1, 10]:

$$u_{ir} = -\frac{k_0 k_i}{\mu_i} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (i = g, w), \quad (4)$$

$$u_{iz} = -\frac{k_0 k_i}{\mu_i} \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \rho_i g \right), \quad (i = g, w), \quad (5)$$

где  $k_0$  — абсолютная проницаемость пласта;  $k_g$  и  $k_w$  — относительная фазовая проницаемость для газа и воды соответственно;  $\mu_g$  и  $\mu_w$  — динамическая вязкость газа и воды соответственно;  $p$  — давление;  $g$  — ускорение свободного падения, с учетом, что вертикальная ось  $z$  направлена вверх.

Для расчета относительных фазовых проницаемостей используется эмпирическая зависимость Чень-Чжун-Сяня [1]:

$$k_g = \begin{cases} 0, & 0 \leq S_g \leq 0,1; \\ \left( \frac{S_g - 0,1}{0,9} \right)^{3,5} (4 - 3S_g), & 0,1 < S_g \leq 1. \end{cases}$$

$$k_w = \begin{cases} 0, & 0 \leq S_w \leq 0,2; \\ \left( \frac{S_w - 0,2}{0,8} \right)^{3,5}, & 0,2 < S_w \leq 1. \end{cases}$$

В работе используется уравнение состояния для реального газа в следующем виде [2]:

$$p = X_g \rho_g R_g T, \quad (6)$$

$$X_g = \left( 0,4 \cdot \lg \left( \frac{T}{T_c} \right) + 0,73 \right)^{\frac{p}{p_c}} + 0,1 \frac{p}{p_c}, \quad (7)$$

где  $X_g$  — коэффициент сверхсжимаемости газа;  $R_g$  — удельная газовая постоянная;  $T$  — температура.

Уравнение притока тепла для случая цилиндрической системы координат может быть представлено в следующем виде [10, 16, 17, 25]:

$$\begin{aligned} & \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_g c_g \left[ u_{gr} \frac{\partial T}{\partial r} + u_{gz} \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_g} \right) \right] + \\ & + \rho_w c_w \left[ u_{wr} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) + u_{wz} \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_w} \right) \right] + \Phi = \\ & = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + m \rho_h L_h \frac{\partial S_h}{\partial t}, \\ & \rho c = (1 - m) \rho_{sk} c_{sk} + \sum_{j=g,w,h} m S_j \rho_j c_j, \quad \lambda = (1 - m) \lambda_{sk} + \sum_{j=g,w,h} m S_j \lambda_j, \\ & \Phi = \rho_g c_g \varepsilon_g \left( u_{gr} \frac{\partial p}{\partial r} + u_{gz} \frac{\partial p}{\partial z} \right) - \rho_g c_g m S_g \eta_g \frac{\partial p}{\partial t}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $\rho c$  и  $\lambda$  — объемная теплоемкость и теплопроводность системы «пористая среда — насыщающий флюид»;  $\rho_{sk}$  — плотность вещества, слагающего скелет пористой среды;  $c_j$  и  $\lambda_j$  ( $j = sk, g, w, h$ ) — изобарная теплоемкость и теплопроводность  $j$ -й фазы;  $L_h$  — теплота диссоциации гидрата  $\text{CH}_4$ ;  $\varepsilon_g$  и  $\eta_g$  — коэффициент Джоуля — Томсона и коэффициент адиабатического охлаждения;  $\Phi$  — источниковое слагаемое, обусловленное эффектами Джоуля — Томсона и адиабатического охлаждения для газа.

Для принятой постановки задачи выпишем начальные и граничные условия:

$$t = 0, 0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq H: p = p_0, T = T_0, S_h = S_{h0}, S_w = 0, S_g = 1 - S_{h0};$$

$$t > 0: \begin{cases} r = R: u_{ir} = 0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \\ z = 0: u_{iz} = 0, T = T_e; z = H: u_{iz} = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

где  $S_{h0}$  — исходная насыщенность пористой среды гидратом  $\text{CH}_4$ .

После преобразования уравнений (1)-(8) получим искомые уравнения для расчета давления, температуры и водонасыщенности:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{p}{z_g} \frac{\partial z_g}{\partial t} + \frac{p}{T} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{p}{S_g} \frac{\partial S_g}{\partial t} - \frac{p}{S_g} \frac{\rho_h}{\rho_g} G \frac{\partial S_h}{\partial t} +$$

$$+ \frac{X_g RT}{m S_g} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\rho_g k_0 k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\rho_g k_0 k_g}{\mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \rho_g g \right) \right] \right\} + \quad (9)$$

$$+ \frac{X_g RT}{m S_g} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\rho_g k_0 k_w}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\rho_g k_0 k_w}{\mu_w} \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \rho_w g \right) \right] \right\},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\rho_g c_g}{\rho c} \frac{k_0 k_g}{\mu_g} \times$$

$$\times \left[ \frac{\partial p}{\partial r} \left( \frac{\partial T}{\partial r} + \varepsilon_g \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \rho_g g \right) \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \varepsilon_g \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{g}{c_g} \right) + m S_g \eta_g \frac{\partial p}{\partial t} \right] +$$

$$+ \frac{\rho_w c_w}{\rho c} \frac{k_0 k_w}{\mu_w} \times \quad (10)$$

$$\times \left[ \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \rho_w g \right) \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{c_w} \right) \right] + \frac{1}{\rho c} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] +$$

$$+ \frac{m \rho_h L_h}{\rho c} \frac{\partial S_h}{\partial t},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_w}{\partial t} = & \frac{1}{m} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{k k_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k k_{rw}}{\mu_w} \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \rho_w g \right) \right] \right\} - \frac{\rho_h}{\rho_w} (1 - G) \frac{\partial S_h}{\partial t}. \end{aligned} \quad (11)$$

Полученная система уравнений (9)-(11) после их дискретизации решена с использованием неявной разностной схемы, метода покоординатного расщепления, алгоритма Томаса и метода последовательных приближений.

Для расчета значений искомым параметров системы в узлах пространственной сетки используется следующий алгоритм решения задачи [25]:

1. Решаем уравнение (9) на новом временном шаге методом покоординатного расщепления. Находим промежуточные распределения давления по координате  $z$  с помощью алгоритма Томаса. Далее находим окончательные распределения давления по координате  $r$  также через алгоритм Томаса.
2. С помощью уравнения (7) рассчитываем значения коэффициента сжимаемости газа, при этом здесь и далее используются либо итерационные значения параметров, либо значения параметров, определенные в предыдущих пунктах.
3. Для расчета температуры на новом временном шаге также воспользуемся методом покоординатного расщепления. Используя алгоритм Томаса, вычисляем промежуточные распределения температуры по координате  $z$  с помощью уравнения (10). Далее вновь через алгоритм Томаса находим окончательные распределения температуры по координате  $r$ .
4. Для расчета значений гидратонасыщенности в случае разложения гидрата используются следующие ограничивающие условия [9, 25]: давление повышается до достижения равновесного давления или разложения всего гидрата; температура понижается до достижения равновесной температуры или разложения всего гидрата.

Далее используем следующую корреляцию [27] для расчета значений равновесной температуры и давления фазового перехода:

$$\left\{ \begin{aligned} p_h = & \exp \left( A_0 + \frac{A_1}{T_{i,j}^{k+1}/T^*} + \frac{A_2}{(T_{i,j}^{k+1}/T^*)^2} \right) \cdot 10^6; \\ T_h = & \frac{A_1 - \sqrt{A_1^2 + 4 \cdot A_2 \cdot (\ln(p_{i,j}^{k+1}/p^*) - A_0)}}{2 \cdot (\ln(p_{i,j}^{k+1}/p^*) - A_0)} \end{aligned} \right\},$$

где размерность давления — Па; размерность температуры — К;  $p^* = 1$  МПа;  $T^* = 1$  К;  $T_h, p_h$  — равновесные температура и давление;  $A_0, A_1, A_2$  — эмпирические коэффициенты, имеющие следующие значения для диапазонов температур, когда одной из фаз является либо лед, либо вода:

$$180 \leq T \leq 273:$$

$$A_0 = \ln(2,6) - \frac{A_1}{273} - \frac{A_2}{273^2}; A_1 = -2\,768; A_2 = 69\,900;$$

$$273 < T \leq 302:$$

$$A_0 = \ln(2,6) - \frac{A_1}{273} - \frac{A_2}{273^2}; A_1 = -61\,987; A_2 = 7\,526\,200.$$

Рассчитываем максимальное возможное изменение гидратонасыщенности из-за изменений условия фазового равновесия:

$$\Delta S_h = \min \left\{ \Delta S_h^T = \frac{(\rho c)_{i,j}^{k+1}}{m \rho_h L_h} |T_{i,j}^{k+1} - T_h|; \right. \\ \left. \Delta S_h^p = \frac{(S_g)_{i,j}^{\text{iter}} (\rho_g)_{i,j}^{k+1}}{G \rho_h p_{i,j}^{k+1}} |p_h - p_{i,j}^{k+1}|; \Delta S_h^w = \frac{\rho_w (S_w)_{i,j}^{\text{iter}}}{\rho_h (1 - G)} \right\},$$

где iter — итерационное значение параметра.

Если термодинамические условия допускают разложение гидрата, т. е.  $(T_{i,j}^{k+1})^{\text{new}} > T_h$  и гидрат есть  $((S_h)_{i,j}^{\text{iter}} > 0)$ , то рассчитываем количество гидрата, которое может разложиться:

$$\Delta S_h = \min \{ \Delta S_h^T, \Delta S_h^p, (S_h)_{i,j}^{\text{iter}} \}.$$

Тогда гидратонасыщенность на новом шаге:

$$(S_h)_{i,j}^{k+1} = (S_h)_{i,j}^{\text{iter}} - \Delta S_h.$$

5. Из дискретного аналога уравнения (11) рассчитываются значения водонасыщенности.
6. С помощью дискретного аналога уравнения (3) рассчитываются значения газонасыщенности.
7. Определяется относительная погрешность  $\delta$  текущей итерации:

$$\max_{\forall i,j} \left\{ \left| \frac{p_{i,j}^{\text{iter}} - p_{i,j}^{k+1}}{p_{i,j}^{k+1}} \right|; \left| \frac{(z_g)_{i,j}^{\text{iter}} - (z_g)_{i,j}^{k+1}}{z_{i,j}^{k+1}} \right|; \left| \frac{T_{i,j}^{\text{iter}} - T_{i,j}^{k+1}}{T_{i,j}^{k+1}} \right|; \left| \frac{(S_g)_{i,j}^{\text{iter}} - (S_g)_{i,j}^{k+1}}{(S_g)_{i,j}^{k+1}} \right| \right\}.$$

Новое итерационное приближение:

$$\forall i,j: p_{i,j}^{\text{iter}} = p_{i,j}^{k+1}; (z_g)_{i,j}^{\text{iter}} = (z_g)_{i,j}^{k+1}; T_{i,j}^{\text{iter}} = T_{i,j}^{k+1}; \\ (S_h)_{i,j}^{\text{iter}} = (S_h)_{i,j}^{k+1}; (S_g)_{i,j}^{\text{iter}} = (S_g)_{i,j}^{k+1}; (S_w)_{i,j}^{\text{iter}} = (S_w)_{i,j}^{k+1}.$$

Если погрешность текущей итерации  $\delta > \varepsilon$ , т. е. больше некоторой заданной величины точности  $\varepsilon$ , то итерации продолжают и переходят к пункту 1, в противном случае переходим к пункту 8.

8. Переопределяем значения на предыдущем шаге по времени и переходим на новый временной шаг (к пункту 1).

### Вычислительный эксперимент

На основе изложенного алгоритма решения задачи была разработана вычислительная программа и проведено численное исследование процесса теплового воздействия на замкнутую цилиндрическую область пористого пласта. При проведении данного исследования были использованы следующие значения параметров [8, 9, 12-14, 24]:  $T_e = 10$  °С;  $R = 10$  м;  $H = 10$  м;  $T_0 = 0$  °С;  $p_0 = 3$  МПа;  $S_{h0} = 0,6$ ;  $k = 10^{-16}$  м<sup>2</sup>;  $m = 0,1$ ;  $\rho_{sk} = 2\ 000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_w = 1\ 000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_h = 910$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_{sk} = 1\ 000$  Дж/(кг · К);  $c_w = 4\ 200$  Дж/(кг · К);  $c_h = 2\ 500$  Дж/(кг · К);  $\lambda_{sk} = 2$  Вт/(м · К);  $\lambda_w = 0,56$  Вт/(м · К);  $\lambda_h = 0,45$  Вт/(м · К);  $\mu_w = 10^{-3}$  Па · с;  $L_h = 4,37 \cdot 10^5$  Дж/кг;  $G = 0,12$ .

Необходимые значения используемых параметров для метана вычисляются интерполяцией известных табличных данных с учетом полученных распределений температуры и давления.

На рис. 2 представлены распределения давления, температуры и гидратонасыщенности при повышении температуры до 10 °С на всей верхней границе гидратонасыщенной залежи (равномерный нагрев). Распределения параметров представлены на плоскости, проходящей вдоль радиуса через ось симметрии рассматриваемой цилиндрической области.

Результаты вычислительного эксперимента показывают (рис. 2), что при нагреве замкнутой гидратосодержащей залежи давление существенно увеличивается (для данного набора параметров с 3 до 4,6 МПа) вследствие выделения газа при разложении газогидрата. Можно отметить увеличение температуры системы вблизи верхней границы, но при этом темпы распространения тепла вниз по глубине гидратонасыщенной пористой среды весьма небольшие. Также из графиков, описывающих распределение гидратонасыщенности, видно, что гидрат  $\text{CH}_4$  диссоциирует лишь в небольшой зоне вблизи верхней границы рассматриваемой области пористой среды и имеет место фронтальный режим разложения газогидрата.

Анализ рис. 2 показывает, что значения рассчитанных параметров не меняются в направлении радиальной оси  $r$ , поэтому задачу равномерного нагрева сверху можно рассматривать в одномерном приближении (рассчитывать распределения только вдоль оси  $z$ ).

На рис. 3 приведены поля давления, температуры и гидратонасыщенности при нагреве гидратонасыщенной залежи сверху. При значениях  $r$  от 0 до 5 метров повышение температуры осуществляется до 10 °С; от 5 до 10 метров — до 5 °С (неравномерный нагрев).

Из рис. 3 видно, что наибольшая глубина разложения гидрата  $\text{CH}_4$  приходится на зону с большей температурой нагрева. Также в этой зоне наблюдается более

заметное повышение давления вследствие большего выделения метана из состава газогидрата. Из рис. 2 и 3 видно, что предложенные модель и алгоритм решения ее уравнений позволяют получать физически непротиворечивые результаты расчетов процессов, происходящих в замкнутой гидратонасыщенной залежи в случае нагрева верхней границы. Таким образом, используемый в работе программный продукт может быть применим для осуществления вычислительных экспериментов по изучению подобных процессов.

На рис. 4 приведены результаты расчетов гидратонасыщенности для случая равномерного нагрева гидратосодержащей залежи сверху с различными температурами ( $T_e = 5, 10$  и  $15$  °C).

Как было отмечено при описании рис. 2, при равномерном нагреве параметры процесса не изменяются вдоль координаты  $r$ , поэтому данный график представлен в одномерном виде. Из рис. 4 видно, что увеличение температуры нагрева верхней границы приводит к большей протяженности области, в которой гидрат разложился. Но при этом при повышении температуры с  $5$  до  $10$  °C глубина зоны, в которой газогидрат уже разложился, увеличивается с  $0,5$  до  $0,9$  м (т. е. на  $0,4$  м),

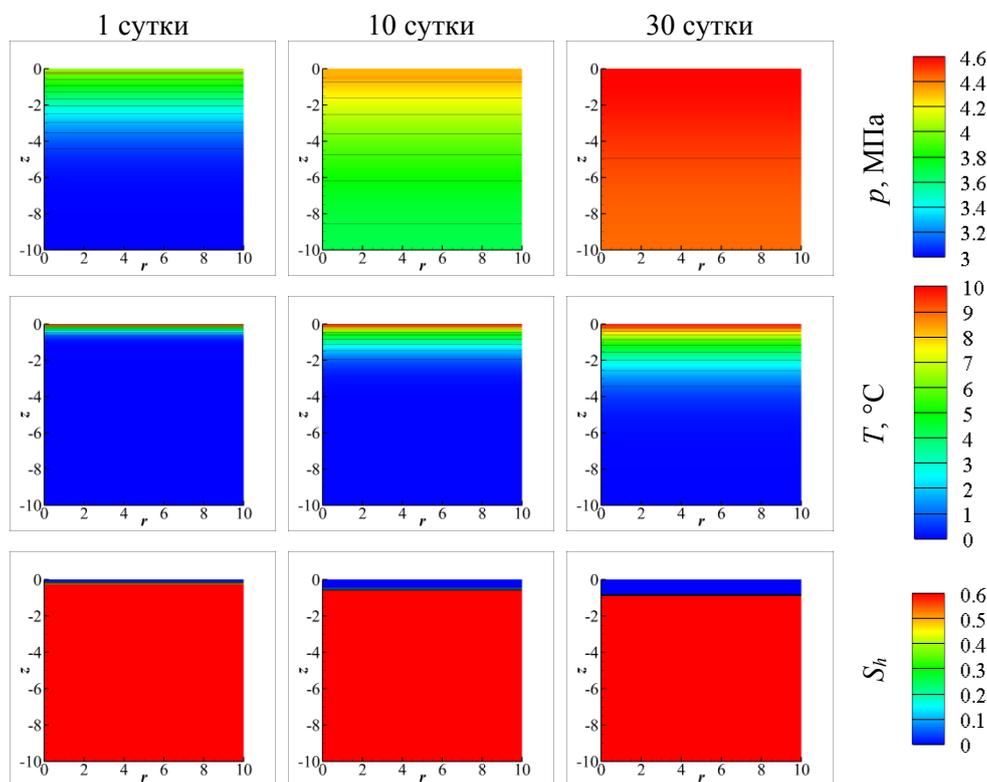


Рис. 2. Распределения давления ( $p$ ), температуры ( $T$ ) и гидратонасыщенности ( $S_h$ ) в различные моменты времени при равномерном нагреве сверху

Fig. 2. Distributions of pressure ( $p$ ), temperature ( $T$ ) and hydrate saturation ( $S_h$ ) at different times with uniform heating on upper boundary

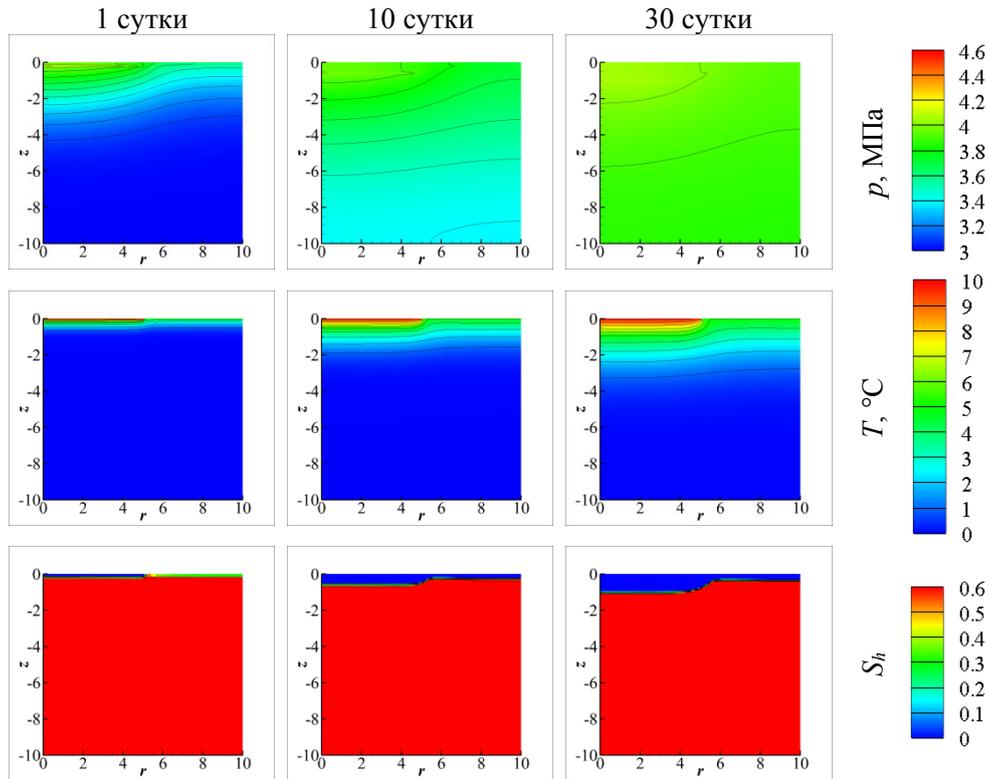


Рис. 3. Распределения давления ( $p$ ), температуры ( $T$ ) и гидратонасыщенности ( $S_h$ ) в различные моменты времени при неравномерном нагреве сверху

Fig. 3. Distributions of pressure ( $p$ ), temperature ( $T$ ) and hydrate saturation ( $S_h$ ) at different times with uneven heating on upper boundary

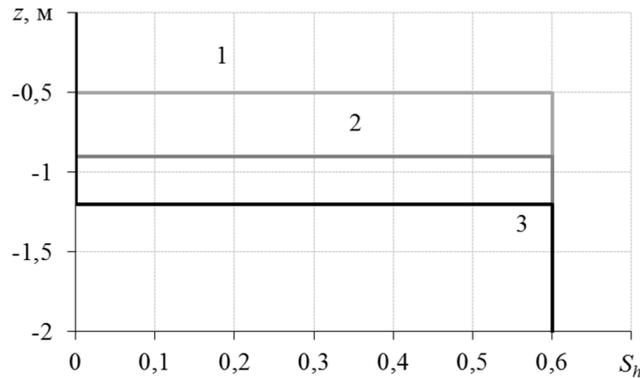


Рис. 4. Распределения по координате  $z$  гидратонасыщенности при различных температурах нагрева сверху на 30 сутки. Линии 1, 2 и 3 соответствуют  $T_e = 5, 10$  и  $15$  °C

Fig. 4. Distributions of hydrate saturation along the  $z$ -coordinate at different heating temperatures on upper boundary at the 30<sup>th</sup> day. Lines 1, 2 and 3 correspond to  $T_e = 5, 10$  and  $15$  °C

а при повышении температуры с 10 до 15 °С глубина этой зоны увеличивается с 0,9 до 1,2 м (уже на 0,3 м). На наш взгляд, такое снижение темпов прироста указанной зоны обусловлено возрастающим влиянием охлаждения пласта за счет поглощения скрытой теплоты разложения газового гидрата.

### Заключение

В работе представлена постановка задачи о нагреве верхней границы замкнутой области пористой среды, изначально содержащей метан и его гидрат. Задача рассматривается в двумерном приближении. В основе математической модели изучаемого процесса нагрева лежат уравнения сохранения масс, уравнения Дарси для движения газовой и жидкой фазы, уравнение состояния реального газа, а также уравнение сохранения энергии с учетом теплопроводности, конвекции, адиабатического охлаждения, эффекта Джоуля — Томсона и поглощения скрытой теплоты гидратообразования. Для расчета основных параметров рассматриваемого процесса был построен алгоритм решения поставленной задачи и разработан программный продукт для проведения численных экспериментов с целью установить особенности процесса нагрева замкнутой области пористой среды, насыщенной изначально метаном и его гидратом. Показано, что с ростом температуры нагрева верхней границы пласта глубина зоны, в которой гидрат метана уже разложился, увеличивается, но при этом темпы прироста этой зоны замедляются из-за возрастающей роли в тепломассобменных процессах такого фактора, как охлаждение пласта за счет поглощения скрытой теплоты диссоциации газового гидрата.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басниев К. С. Подземная гидромеханика / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. М.: Недра, 1993. 416 с.
2. Бондарев Э. А. Оценка возможности подземного хранения гидратов природного газа в зоне многолетней мерзлоты / Э. А. Бондарев, И. И. Рожин, В. В. Попов, К. К. Аргунова // Криосфера Земли. 2015. Том 19. № 4. С. 64-74.
3. Бородин С. Л. Современное состояние исследований, связанных с извлечением метана из гидратосодержащей пористой среды / С. Л. Бородин, Д. С. Бельских // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 4. С. 131-147. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-131-147
4. Васильев А. А. Содержание и эмиссия метана в доминантных ландшафтах типичной тундры Западного Ямала / А. А. Васильев, В. П. Мельников, П. Б. Семенов, Г. Е. Облогов, И. Д. Стрелецкая // Доклады Академии наук. 2019. Том 485. № 1. С. 88-92. DOI: 10.31857/S0869-5652485188-92
5. Киселев А. А. Метан в Российской Арктике: результаты наблюдений и расчетов / А. А. Киселев, А. И. Решетников // Проблемы Арктики и Антарктики. 2013. № 2 (96). С. 5-15.

6. Лобковский Л. И. Математическая модель осесимметричного квазистационарного тепломассопереноса в газогидратном пласте / Л. И. Лобковский, М. М. Рамазанов // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2017. № 4. С. 85-96. DOI: 10.7868/S0568528117040089
7. Лобковский Л. И. О процессах газовой выделении и деградации подводных многолетнемерзлых пород на шельфе моря Лаптевых / Л. И. Лобковский, С. Л. Никифоров, Н. Н. Дмитриевский, Н. В. Либина, И. П. Семилетов, Р. А. Ананьев, А. А. Мелузов, А. Г. Росляков // Океанология. 2015. Том 55. № 2. С. 312-320. DOI: 10.7868/S0030157415010128
8. Мусакаев Н. Г. Расчет параметров процесса нагнетания газа в насыщенный метаном и его гидратом пласт / Н. Г. Мусакаев, С. Л. Бородин, Д. С. Бельских // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 3. С. 165-178. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-3-165-178
9. Мусакаев Н. Г. Численное исследование процесса разложения газового гидрата при тепловом воздействии на гидратосодержащую область пористого пласта / Н. Г. Мусакаев, Д. С. Бельских // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. 2021. Том 163. Кн. 2. С. 153-166. DOI: 10.26907/2541-7746.2021.2.153-166
10. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. / Р. И. Нигматулин. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.
11. Шагапов В. Ш. Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа / В. Ш. Шагапов, Н. Г. Мусакаев. М.: Наука, 2016. 238 с.
12. Шагапов В. Ш. Нагрев пористой среды, частично заполненной газогидратом, при наличии непроницаемых границ / В. Ш. Шагапов, Л. А. Насырова // Теплофизика высоких температур. 1999. Том 37. № 5. С. 784-789.
13. Шагапов В. Ш. Особенности разложения газовых гидратов в пористых средах при нагнетании теплого газа / В. Ш. Шагапов, М. К. Хасанов, И. К. Гималтдинов, М. В. Столповский // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Том 20. № 3. С. 347-354.
14. Шагапов В. Ш. Повышение давления жидкости в замкнутом объеме при тепловом воздействии через стенки / В. Ш. Шагапов, Ю. А. Юмагулова // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Том 20. № 4. С. 505-512.
15. Шагапов В. Ш. Теоретическое моделирование процесса извлечения газа из пористого газогидратного пласта, частично насыщенного газом, с учетом теплового взаимодействия с окружающими породами / В. Ш. Шагапов, А. С. Чиглинцева, А. А. Русинов // Теоретические основы химической технологии. 2016. Том 50. № 4. С. 452-462. DOI: 10.7868/S004035711604014X
16. Шарафутдинов Р. Ф. Аналитическая модель нестационарного температурного поля в пласте с трещиной гидроразрыва / Р. Ф. Шарафутдинов, Ф. Ф. Давлетшин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 2 (26). С. 75-94. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-75-94
17. Шарафутдинов Р. Ф. Численное исследование неизотермической фильтрации сжимаемого флюида в низкопроницаемом пласте с трещиной гидроразрыва / Р. Ф. Шарафутдинов, Ф. Ф. Давлетшин // Прикладная механика и техническая физика. 2021. Том 62. № 2. С. 160-173. DOI: 10.15372/PMTF20210216

18. Ahmadi G. Numerical solution for natural gas production from methane hydrate dissociation / G. Ahmadi, C. Ji, D. H. Smith // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2004. Vol. 41. No. 4. Pp. 269-285. DOI: 10.1016/j.petrol.2003.09.004
19. Archer D. Methane hydrate stability and anthropogenic climate change / D. Archer // *Biogeosciences*. 2007. Vol. 4. Pp. 521-544. DOI: 10.5194/BG-4-521-2007
20. Davletshina M. R. Decomposition of methane hydrate with heat exposure / M. R. Davletshina, M. V. Stolpovskii, D. B. Solovov // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2019. Vol. 272. No. 3. Art. 032239. DOI: 10.1088/1755-1315/272/3/032239
21. Euskirchen E. S. Long-term release of carbon dioxide from Arctic tundra ecosystems in Alaska / E. S. Euskirchen, M. S. Bret-Harte, G. R. Shaver, C. W. Edgar, V. E. Romanovsky // *Ecosystems*. 2017. Vol. 20. Pp. 960-974. DOI: 10.1007/s10021-016-0085-9
22. Liu Y. Simulation of methane production from hydrates by depressurization and thermal stimulation / Y. Liu, M. Strumendo, H. Arastoopour // *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2009. Vol. 48. No. 5. Pp. 2451-2464. DOI: 10.1021/ie8005275
23. Makogon Y. F. Natural gas-hydrates — A potential energy source for the 21<sup>st</sup> century / Y. F. Makogon, S. A. Holditch, T. Y. Makogon // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2007. Vol. 56. Pp. 14-31. DOI: 10.1016/j.petrol.2005.10.009
24. Misyura S. Y. Studying the influence of key parameters on the methane hydrate dissociation in order to improve the storage efficiency // S. Y. Misyura, I. G. Donskoy, A. Y. Manakov, V. S. Morozova, P. A. Strizhak, S. S. Skiba, A. K. Sagidullin // *Journal of Energy Storage*. 2021. Vol. 44. Art. 103288. DOI: 10.1016/j.est.2021.103288
25. Musakaev N. G. Mathematical model and method for solving the problem of non-isothermal gas and liquid filtration flow during dissociation of gas hydrates / N. G. Musakaev, D. S. Belskikh, S. L. Borodin // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2021. Vol. 42. No. 9. Pp. 2198-2204. DOI: 10.1134/S1995080221090225
26. Musakaev N. G. On the issue of the solutions existence of the problem of gas hydrate dissociation in a porous medium with the formation of an extended region of phase transitions // N. G. Musakaev, M. K. Khasanov // *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1404. Art. 012034. DOI: 10.1088/1742-6596/1404/1/012034
27. Musakaev N. G. To the question of the interpolation of the phase equilibrium curves for the hydrates of methane and carbon dioxide / N. G. Musakaev, S. L. Borodin // *MATEC Web of Conferences*. 2017. Vol. 115. Art. 05002. DOI: 10.1051/mateconf/201711505002
28. Neumann R. B. Warming effects of spring rainfall increase methane emissions from thawing permafrost / R. B. Neumann, C. J. Moorberg, J. D. Lundquist, J. C. Turner, M. P. Waldrop, J. W. McFarland, E. S. Euskirchen, C. W. Edgar, M. R. Turetsky // *Geophysical Research Letters*. 2019. Vol. 46. No. 3. Pp. 1393-1401. DOI: 10.1029/2018GL081274
29. Xu W. Predicting the occurrence, distribution, and evolution of methane gas hydrate in porous marine sediments / W. Xu, C. Ruppel // *Journal of Geophysical Research*. 1999. Vol. 104. No. B3. Pp. 5081-5095. DOI: 10.1029/1998JB900092

Nail G. MUSAKAEV<sup>1</sup>  
Stanislav L. BORODIN<sup>2</sup>  
Denis S. BELSKIKH<sup>3</sup>

UDC 532.546, 536.71

**ALGORITHM FOR SOLVING THE PROBLEM  
OF METHANE HYDRATE DECOMPOSITION  
IN A CLOSED HYDRATE-CONTAINING REGION  
OF A POROUS MEDIUM\***

<sup>1</sup> Dr. Sci. (Phys.-Math.), Chief Researcher,  
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute  
of Theoretical and Applied Mechanics  
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences;  
Professor of the Department of Applied and Technical Physics,  
University of Tyumen  
musakaev@ikz.ru; ORCID: 0000-0002-8589-9793

<sup>2</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher,  
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute  
of Theoretical and Applied Mechanics  
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences  
s.l.borodin@yandex.ru; ORCID: 0000-0002-2850-5989

<sup>3</sup> Junior Researcher,  
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute  
of Theoretical and Applied Mechanics  
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences  
denisbelskikh@gmail.com; ORCID: 0000-0002-0813-5765

\* The research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. 121030500156-6).

**Citation:** Musakaev N. G., Borodin S. L., Belskikh D. S. 2022. "Algorithm for solving the problem of methane hydrate decomposition in a closed hydrate-containing region of a porous medium". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 40-57.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-40-57

**Abstract**

Russia has a law on limiting greenhouse gas emissions, signed by the President of the Russian Federation in July 2021. The list of greenhouse gasses includes methane, and its reserves in the form of gas hydrates largely prevail over the reserves of free methane. The formation of gas hydrates occurs at sufficiently low temperatures and high pressures. A significant part of the “sleeping giants”, as journalists dubbed the methane-containing deposits, are in the Arctic region, and they are very sensitive to warming. The release of this greenhouse potential would have very negative consequences for the Earth’s climate. Thus, it is necessary to study the process of gas hydrate decomposition under thermal impact on a hydrate-containing porous medium. It is worth noting the importance of theoretical research to solve this problem, which includes the construction of a mathematical model of the process under study, algorithmization, software implementation and computational experiments.

The paper presents a two-dimensional approximation of the formulated problem of heating at the upper boundary of the porous medium’s closed region containing methane and its hydrate initially. A mathematical model is presented, which is based on the mass conservation equations for methane, water and gas hydrate; Darcy’s law for the motion of the gas and liquid phases; the equation of a real gas state, the energy conservation equation considering thermal conductivity, convection, adiabatic cooling, the Joule-Thomson effect and absorption of latent heat during hydrate formation. An algorithm for the numerical implementation of the mathematical model is constructed and a computer code is developed to calculate main parameters of the process in the work, the computer program is updated to calculate the main parameters of the process researched in the article.

**Keywords**

Gas hydrates dissociation, thermal impact, algorithm of solution, mathematical model, porous medium.

**DOI:** 10.21684/2411-7978-2022-8-1-40-57

**REFERENCES**

1. Basniev K. S., Kochina I. N., Maksimov V. M. 1993. *Underground fluid mechanics*. Moscow: Nedra. 416 p. [In Russian]
2. Bondarev E. A., Rozhin I. I., Popov V. V., Argunova K. K. 2015. “Assessment of possibility of natural gas hydrates underground storage in permafrost regions”. *Earth’s Cryosphere*, vol. 19, no. 4, pp. 64-74. [In Russian]
3. Borodin S. L., Belskikh D. S. 2018. “The current state of researches related to the extraction of methane from a porous medium containing hydrate”. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 4, no. 4, pp. 131-147. [In Russian]. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-131-147
4. Vasilev A. A., Melnikov V. P., Semenov P. B., Oblogov G. E., Streletskaya I. D. 2019. “Methane concentration and emission in dominant landscapes of typical tundra of Western Yamal”. *Reports of the Academy of Sciences*, vol. 485, no 1, pp. 284-287. DOI: 10.1134/S1028334X19030085

5. Kiselev A. A. Reshetnikov A. I. 2013. "Methane in the Russian Arctic: Observation and calculation results". *Arctic and Antarctic Research*, no. 2 (96), pp. 5-15. [In Russian]
6. Lobkovskii L. I., Ramazanov M. M. 2017. "Mathematical model of axisymmetric quasi-steady-state heat and mass transfer in a gas hydrate reservoir". *Fluid Dynamics*, vol. 52, no. 4, pp. 536-546. DOI: 10.1134/S0015462817040081
7. Lobkovskiy L. I., Nikiforov S. L., Libina N. V., Ananiev R. A., Meluzov A. A., Roslyakov A. G., Dmitrevskiy N. N., Semiletov I. P. 2015. "Gas extraction and degradation of the submarine permafrost rocks on the Laptev Sea shelf". *Oceanology*, vol. 55, no. 2, pp. 283-290. DOI: 10.1134/S0001437015010129
8. Musakaev N. G., Borodin S. L., Belskikh D. S. 2018. "Calculation of the parameters for the process of gas injection into a reservoir saturated with methane and its hydrate". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 4, no. 3, pp. 165-178. [In Russian]. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-3-165-178
9. Musakaev N. G., Belskikh D. S. 2021. "Numerical study of the process of gas hydrate decomposition under the thermal impact on the hydrate-containing region of a porous formation". *Scientific notes of Kazan University. Series Physical and Mathematical Sciences*, vol. 163, no. 2, pp. 153-166. [In Russian]. DOI: 10.26907/2541-7746.2021.2.153-166
10. Nigmatulin R. I. 1987. *Dynamics of Multiphase Media: in 2 volumes. Volume 1*. Moscow: Nauka. [In Russian]
11. Shagapov V. S., Musakaev N. G. 2016. *Dynamics of Hydrate Formation and Decomposition in Gas Production, Transportation and Storage Systems*. Moscow: Nauka. 238 p. [In Russian]
12. Shagapov V. S., Nasyrova L. A. 1999. "Heating of a porous medium partially filled with gas hydrate in the presence of impermeable boundaries". *High Temperature*, vol. 37, no. 5, pp. 784-789. [In Russian]
13. Shagapov V. S., Khasanov M. K., Gimaltdinov I. K., Stolpovsky M. V. 2013. "The features of gas hydrate dissociation in porous media at warm gas injection". *Thermophysics and Aeromechanics*, vol. 20, no. 3, pp. 339-346. DOI: 10.1134/S0869864313030104 [In Russian]
14. Shagapov V. S., Yumagulova Y. A. 2013. "An increase of liquid pressure in enclosure under thermal effect through walls". *Thermophysics and Aeromechanics*, vol. 20, no. 4, pp. 495-502. DOI: 10.1134/S0869864313040124 [In Russian]
15. Shagapov V. S., Chiglintseva A. S., Rusinov A. A. 2016. "Theoretical modeling of gas extraction from a partially gas-saturated porous gas-hydrate reservoir with respect to thermal interactions with surrounding rocks". *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, vol. 50, no. 4, pp. 449-458. DOI: 10.1134/S004057951604045X [In Russian]
16. Sharafutdinov R. F., Davletshin F. F. 2021. "An analytical model of a non-stationary temperature field in a reservoir with a hydraulic fracturing". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 7, no. 2 (26), pp. 75-94. [In Russian]. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-75-94 [In Russian]
17. Sharafutdinov R. F., Davletshin F. F. 2021. "Numerical study of non-isothermal filtration of compressible fluid in a low-permeability reservoir with a hydraulic fracture". *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol. 62, no. 2, pp. 317-328. DOI: 10.1134/S0021894421020164
18. Ahmadi G., Ji C., Smith H. D. 2004. "Numerical solution for natural gas production from methane hydrate dissociation". *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 41, no. 4, pp. 269-285. DOI: 10.1016/j.profnurs.2003.09.004

19. Archer D. 2007. "Methane hydrate stability and anthropogenic climate change". *Biogeosciences*, vol. 4, pp. 521-544. DOI: 10.5194/BG-4-521-2007
20. Davletshina M. R., Stolpovskii M. V., Solovov D. B. 2019. "Decomposition of methane hydrate with heat exposure". *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 272, no. 3, art. 032239. DOI: 10.1088/1755-1315/272/3/032239
21. Euskirchen E. S., Bret-Harte M. S., Shaver G. R., Edgar C. W., Romanovsky V. E. 2017. "Long-term release of carbon dioxide from Arctic tundra ecosystems in Alaska". *Ecosystems*, vol. 20, pp. 960-974. DOI: 10.1007/s10021-016-0085-9
22. Liu Y., Strumendo M., Arastoopour H. 2009. "Simulation of methane production from hydrates by depressurization and thermal stimulation". *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 48, no. 5, pp. 2451-2464. DOI: 10.1021/ie8005275
23. Makogon Y. F., Holditch S. A., Makogon T. Y. 2007. "Natural gas-hydrates — A potential energy source for the 21<sup>st</sup> Century". *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 56, pp. 14-31. DOI: 10.1016/j.petrol.2005.10.009
24. Misyura S. Y., Donskoy I. G., Manakov A. Y., Morozova V. S., Strizhak P. A., Skiba S. S., Sagidullin A. K. 2021. "Studying the influence of key parameters on the methane hydrate dissociation in order to improve the storage efficiency". *Journal of Energy Storage*, vol. 44, art. 103288. DOI: 10.1016/j.est.2021.103288
25. Musakaev N. G., Belskikh D. S., Borodin S. L. 2021. "Mathematical model and method for solving the problem of non-isothermal gas and liquid filtration flow during dissociation of gas hydrates". *Lobachevskii Journal of Mathematics*, vol. 42, no. 9, pp. 2198-2204. DOI: 10.1134/S1995080221090225
26. Musakaev N. G., Khasanov M. K. 2019. "On the issue of the solutions existence of the problem of gas hydrate dissociation in a porous medium with the formation of an extended region of phase transitions". *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1404, art. 012034. DOI: 10.1088/1742-6596/1404/1/012034
27. Musakaev N. G., Borodin S. L. 2017. "To the question of the interpolation of the phase equilibrium curves for the hydrates of methane and carbon dioxide". *MATEC Web of Conferences*, vol. 115, art. 05002. DOI: 10.1051/mateconf/201711505002
28. Neumann R. B., Moorberg C. J., Lundquist J. D., Turner J. C., Waldrop M. P., McFarland J. W., Euskirchen E. S., Edgar C. W., Turetsky M. R. 2019. "Warming effects of spring rainfall increase methane emissions from thawing permafrost". *Geophysical Research Letters*, vol. 46, no. 3, pp. 1393-1401. DOI: 10.1029/2018GL081274
29. Xu W., Ruppel C. 1999. "Predicting the occurrence, distribution, and evolution of methane gas hydrate in porous marine sediments". *Journal of Geophysical Research*, vol. 104, no. B3, pp. 5081-5095. DOI: 10.1029/1998JB900092

## **МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ППАЗМЫ**

Иван Владимирович ВYДЫШ<sup>1</sup>

Константин Михайлович ФЕДОРОВ<sup>2</sup>

Денис Алексеевич АНУРЬЕВ<sup>3</sup>

УДК 532.546.2

### **СОПОСТАВЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОЛИМЕР-ДИСПЕРСНЫХ ОБРАБОТОК НАГНЕТАТЕЛЬНЫХ СКВАЖИН РАЗЛИЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ**

<sup>1</sup> специалист, Тюменский нефтяной научный центр  
vydysh3d@gmail.com

<sup>2</sup> доктор физико-математических наук,  
профессор, научный руководитель,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
k.m.fedorov@utmn.ru

<sup>3</sup> начальник экспертно-аналитического управления,  
Тюменский нефтяной научный центр  
daanuriev@tnnc.rosneft.ru

#### **Аннотация**

Статья посвящена сопоставлению эффективности полимер-дисперсных обработок нагнетательных скважин различной конструкции. В связи с широким применением

---

**Цитирование:** Выдыш И. В. Сопоставление эффективности полимер-дисперсных обработок нагнетательных скважин различной конструкции / И. В. Выдыш, К. М. Федоров, Д. А. Анурьев // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 58-74.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-58-74

---

заводнения нефтяных пластов использование технологий, позволяющих проводить контроль обводнения продукции, становится актуальной задачей. Контроль обводнения продукции достигается с применением технологий выравнивания профиля приемистости нагнетательных скважин. Закачка специальных составов позволяет перераспределить потоки в продуктивном интервале, что приводит к временному снижению обводненности окружающих добывающих скважин. Конструкции скважин определяют геометрию потока вблизи скважины или режим течения. Цель работы — анализ результатов перераспределения потоков в слоисто-неоднородном пласте вблизи цилиндрического ствола скважины и плоской трещины на примере полимер-дисперсного воздействия. Для решения задачи использовалась система уравнений «глубокого проникновения частиц», описывающая поведение взвешенных частиц в потоке и частиц, осажденных на скелете породы. Получено аналитическое решение задачи о радиальном течении при закачке суспензии в вертикальную нагнетательную скважину. Проводится сравнение полимер-дисперсного воздействия на вертикальную нагнетательную скважину при условии наличия трещины и при ее отсутствии. Установлено, что при радиальном течении вблизи вертикальной скважины частицы суспензии проникают в пористую среду значительно хуже, чем при линейном течении вблизи трещины. Введены и сопоставлены характеристики, определяющие эффективность контроля над обводненностью продукции с помощью технологий выравнивания профиля приемистости. Показано, что обработка полимер-дисперсной смесью скважин с трещинами более эффективна, чем обработка вертикальных скважин без трещины. Установлено, что при обработке вертикальных скважин при небольших объемах закачки суспензии наблюдается формирование суспензионных корок на входе в высокопроницаемые пропластки. Для линейных потоков вблизи трещин этот эффект проявляется при значительно больших объемах закачки суспензии.

#### Ключевые слова

Полимер-дисперсная обработка, конструкции скважин, динамика многофазных систем, осаждение частиц, модель глубокого проникновения частиц, метод характеристик, перераспределение потоков в призабойной зоне пласта.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-58-74

#### Введение

Широкое применение технологии заводнения нефтяных пластов приводит к значительному обводнению скважин на этапе падающей добычи. Для контроля обводнения продукции на российских месторождениях широко используются технологии выравнивания профиля приемистости (ВПП) нагнетательных скважин [19]. Перераспределение потоков в продуктивном интервале приводит к временному снижению обводненности окружающих добывающих скважин.

Для ВПП используются различные составы, которые в зависимости от механизма осадко-гелеобразования классифицируются на гелевые, полимер-дисперсные, осадкообразующие, термотропные [4]. К гелевым составам относятся композиции, в которых формируется перераспределяющий потоки гелевый экран

или барьер. Наиболее массовое применение нашли гелевые композиции на основе полимеров (частично гидролизованных полиакриламидов) и их сшивателей в объемные сетчатые структуры (поливалентные металлы) [16].

Осадкообразующие композиции также включают два реагента, которые в пластовых условиях реагируют между собой с образованием нерастворимых аморфных или кристаллических осадков. Примером является реагент на основе жидкого стекла или силикат натрия и карбоната кальция, в результате выпадает в осадок соль хлористого кальция [5].

Термотропные составы представляют собой особую группу реагентов, для которых реакция поликонденсации и образования геля начинается только при пластовой температуре. Химический механизм реакции может быть более сложным и многоступенчатым [1].

Полимер-дисперсные составы представляют собой композиции, содержащие в качестве основного технологического рабочего компонента тот или иной твердый дисперсный наполнитель, например глину, мел, древесную муку [6]. Раствор полимера удерживает суспензию во взвешенном состоянии, не допуская ее осаждения. Частицы суспензии проникают в пористую среду, закупоривая по мере продвижения часть наиболее больших поровых каналов. После того как концентрация частиц суспензии на входе в пласт становится равной значению пористости, начинается образование суспензионной корки на внешней поверхности скважины или трещины, через которые закачивается реагент [18].

В последнее время активно продвигается в практику применение так называемых гибких гелевых частиц промышленного производства (preformed particle gel) [7]. Применение этих систем позволяет размещать формируемый барьер на достаточно удаленном расстоянии от скважины; оценки показывают, что в этом случае эффективность снижения обводненности продукции выше, чем при традиционных воздействиях на призабойную зону скважин [15].

В качестве примера рассмотрим результаты применения технологии закачки суспензии глины и мела с объемной долей частиц 2-3%, стабилизированные водным раствором полиакриламида с концентрацией 0,25-0,5%. Было обработано 50 нагнетательных скважин путем закачки 400-2 000 м<sup>3</sup> суспензии (средний объем 1 100 м<sup>3</sup>, объем закачки на метр продуктивной толщины был примерно постоянный). Из общего числа обработок 45 показали положительный результат. Для данной системы разработки среднее количество реагирующих добывающих скважин составило 4, а среднее значение дополнительной добычи нефти — 2,16 тыс. тонн [3].

Прогнозирование применения технологий ВПП является важной задачей, решение которой позволит поднять эффективность контроля обводненности продукции. Применение технологий ВПП входит в план геолого-технических мероприятий на скважинах ежеквартально. Применение современных гидродинамических симуляторов разработки месторождений для рутинных расчетов практически невозможно, т. к. создание секторных моделей, их настройка и прогнозные расчеты требуют достаточно значительного времени и финансовых затрат для многочисленных прогнозных расчетов. Поэтому создание простых,

но эффективных моделей для описания процессов закачки осадко-гелеобразующих реагентов скважины с различной конструкцией является актуальной проблемой.

Конструкции скважин определяют геометрию потока вблизи скважины или режим течения. При анализе данных гидродинамических исследований скважин выделяют три режима течения [11]: радиальный режим вблизи вертикальной и горизонтальной скважины после кратковременного временного интервала нестационарного притока/оттока жидкости за счет влияния ствола скважины, линейный режим в начальный период притока/оттока жидкости из трещины, режим на промежуточных интервалах работы горизонтальной скважины. В более сложных ситуациях рассматривается сферический и билинейный режимы течения. Анализ временных интервалов закачки показывает, что для вертикальных и наклонных (с небольшим наклоном) скважин следует рассматривать радиальный режим при закачке реагентов. Для скважин с трещиной или несколькими трещинами основной линейный поток жидкости значительно превышает часть потока из самой скважины и измененный поток вблизи концов трещины, поэтому следует рассматривать линейный режим течения.

На примере закачки полимер-дисперсных систем в нагнетательные скважины анализируются результаты воздействия на перераспределение потоков в слоисто-неоднородном пласте вблизи цилиндрического ствола и плоской трещины. Такой анализ показывает реакцию скважины различной конструкции на ВПП воздействие.

## Методы

### Постановка задачи

Задача полимер-дисперсных обработок нагнетательных скважин с трещинами ГРП (линейным потоком в области обработки) была рассмотрена авторами в работах [12, 14, 17]. Для решения данной задачи использовалась модель глубокого проникновения частиц (deep bed migration) [20], описывающая поведение взвешенных частиц в потоке и частиц, осажденных на скелете породы. Характеристики перераспределения потоков рассмотрены на примере слоистого пласта с различными характеристиками без вертикальных перетоков. Система определяющих уравнений в  $i$ -м пропластке имеет вид:

$$\frac{\partial(\phi_i c_i)}{\partial t} + \operatorname{div}(U_i c_i) = -\lambda U_i c_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda U_i c_i, \quad (2)$$

$$U_i = -\frac{k_i}{\mu(1 + \beta \sigma_i)} \operatorname{grad}(P), \quad (3)$$

где  $\phi$  — пористость;  $c$  — массовая концентрация частиц в потоке;  $\sigma$  — объемное содержание захваченных в пористой среде частиц в единице объема породы;

$U$  — скорость фильтрации;  $k$  — коэффициент абсолютной проницаемости породы, индекс  $i$  характеризует  $i$ -й пропласток;  $\lambda$  — коэффициент фильтрации;  $\beta$  — коэффициент загрязнения;  $\mu$  — эффективная вязкость суспензии;  $t$  — время;  $P$  — поровое давление.

Уравнения (1), (2) описывают законы сохранения массы частиц в потоке и захваченных в пористой среде частиц при условии равенства плотности потока и частиц суспензии. В правой части этих уравнений отсутствует слагаемое, отвечающее за срыв частиц и вовлечение их обратно в поток. Это связано с тем, что полимер закрепляет захваченные частицы на матрице породы, играя роль «цемента» [9].

Уравнение (3) представляет обобщенный закон Дарси с учетом снижения проницаемости пористой среды за счет осажденных частиц.

В данной системе уравнений присутствуют два эмпирических параметра, которые описывают осаждение частиц и соответствующее снижение проницаемости:  $\lambda$  и  $\beta$  соответственно. Коэффициент загрязнения  $\beta$  определяется формой порового пространства и самих частиц, а коэффициент фильтрации  $\lambda$  — отношением среднего радиуса частиц к среднему радиусу пор [8, 10].

Как было отмечено во введении, в скважинах с различной геометрией выделяются два режима потока в призабойной зоне: линейный вблизи трещин и радиальный вблизи вертикальных, наклонных и горизонтальных скважин. В работе авторов [12] рассматривался линейный режим течения около скважин. Для выделения особенностей обработки скважин разной конструкции в данной работе дифференциальные уравнения в системе (1)-(2) решаются в радиальной системе координат.

Пусть пласт состоит из  $N$  пропластков с эффективной толщиной  $h_i$ , пористостью  $\phi_i$  и проницаемостью  $k_i$ , где  $i$  — номер пропластка. Перетоками между пропластками пренебрегается ввиду незначительного эффекта при закачке относительно небольших оторочек в пласт [13]. В радиальной одномерной системе координат система уравнений глубокого проникновения частиц (1)-(3) для  $i$ -го пропластка имеет вид:

$$h_i \left( \frac{\partial(\phi_i C_i + \sigma_i)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r U_i C_i)}{\partial r} \right) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda U_i C_i, \quad (5)$$

$$U_i = - \frac{k_i}{\mu(1 + \beta \sigma_i)} \frac{\partial P}{\partial r}. \quad (6)$$

Если пренебречь объемом удержанных частиц в суммарном уравнении сохранения массы (частиц и несущей водной фазы), можно получить, что общий поток в  $i$ -м пропластке падает по мере удаления от скважины:

$$U_i r = \text{const}. \quad (7)$$

Связь между общим расходом и потоком в  $i$ -м пропластке будет иметь вид:

$$2\pi h_i U_i r = \frac{k_i h_i}{\sum_j k_j h_j} Q, \quad (8)$$

где  $Q$  — полный расход суспензии, закачиваемой в пласт.

Введем безразмерные переменные и константы:

$$X = \frac{r^2 - r_w^2}{r_c^2 - r_w^2}, T = \frac{Qt}{\pi H (r_c^2 - r_w^2)}, \Lambda = \frac{\lambda \sqrt{r_c^2 - r_w^2}}{2}, V_i = \frac{k_i H}{\sum_j k_j h_j}, \quad (9)$$

где  $r_c$  — радиус контура питания;  $r_w$  — радиус скважины;  $H$  — эффективная мощность пласта;  $i$  и  $j$  — номера пропластков. С учетом (7)-(9) рассматриваемая система уравнений примет вид:

$$\frac{\partial c_i}{\partial T} + \frac{V_i}{\phi_i} \frac{\partial c_i}{\partial X} = - \frac{\Lambda V_i}{\phi_i \sqrt{X + \frac{r_w^2}{r_c^2 - r_w^2}}} c_i, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial T} = \frac{\Lambda V_i}{\sqrt{X + \frac{r_w^2}{r_c^2 - r_w^2}}} c_i. \quad (11)$$

Рассмотрим закачку оторочки полимера с постоянным расходом  $Q$  в течение времени  $t_0$ . Тогда объем закачиваемой суспензии равен  $V = Qt_0$ , относительный объем оторочки суспензии определяется следующей формулой:

$$T_0 = \frac{Qt_0}{\pi H (r_c^2 - r_w^2)}. \quad (12)$$

Граничные и начальные условия для сформулированной задачи будут иметь вид:

$$X = 0, T_0 > T > 0: Q = Q_0, c_i = c_0; \quad (13)$$

$$X = 0, T > T_0: Q = Q_1, c_i = 0; \quad (14)$$

$$X = 0, 0 < X < 1: c_i = 0, \sigma_i = 0; \quad (15)$$

где  $c_0$  — начальное содержание частиц в закачиваемом потоке;  $Q_0$  и  $Q_1$  — расходы жидкости соответственно при и после обработки скважины.

#### Аналитическое решение

Решение поставленной задачи (10), (11), (13)-(15) так же, как в работе [12], было получено методом характеристик [2].

В полученном решении объемное содержание взвешенных частиц в потоке и осажденных на скелете породы определяются следующими выражениями:

$$c_i = c_0 \exp \left( - \frac{2\Lambda}{\sqrt{r_c^2 - r_w^2}} \left( \sqrt{X(r_c^2 - r_w^2) + r_w^2} - r_w \right) \right), \quad (16)$$

$$\frac{(T - T_o)V_i}{\phi_i} < X < \frac{TV_i}{\phi_i},$$

$$\sigma_i = \frac{\Lambda V_i c_0}{\sqrt{X + \frac{r_w^2}{r_c^2 - r_w^2}}} \exp \left( - \frac{2\Lambda}{\sqrt{r_c^2 - r_w^2}} \left( \sqrt{X(r_c^2 - r_w^2) + r_w^2} - r_w \right) \right) \left( T - \frac{X\phi_i}{V_i} \right), \quad (17)$$

$$0 < X < \frac{TV_i}{\phi_i}.$$

После закачки оторочки суспензии и прокачки бесконечного объема воды устанавливается стационарное распределение концентрации осажденных частиц:

$$\sigma_i = \frac{\Lambda V_i c_0}{\sqrt{X + \frac{r_w^2}{r_c^2 - r_w^2}}} \exp \left( - \frac{2\Lambda}{\sqrt{r_c^2 - r_w^2}} \left( \sqrt{X(r_c^2 - r_w^2) + r_w^2} - r_w \right) \right) T_0, \quad (18)$$

$$X > 0.$$

Закачка суспензии в нагнетательную скважину проводится для того, чтобы перераспределить потоки между пропластками с низкой и высокой проницаемостью, т. е. выровнять скорости фильтрации в пропластках, а следовательно, и фронта вытеснения нефти водой. Скорости фильтрации на входе в пропластки до и после воздействия  $U_{i0}$  и  $U_{i1}$ , как и полные расходы  $Q_0$  и  $Q_1$ , определяются через перепады давления  $\Delta P_0$  и  $\Delta P_1$ :

$$U_{i0} = - \frac{k_i}{\mu} \frac{\Delta P_0}{\ln \left( \frac{r_c}{r_w} \right)} \frac{1}{r}, U_{i1} = - \frac{k_i}{\mu} \frac{\Delta P_1}{\ln \left( \frac{r_c}{r_w} \right)} \frac{1}{g_i(\sigma_i)r}, \quad (19)$$

$$Q_0 = - \frac{2\pi \sum_j k_j h_j}{\mu} \frac{\Delta P_0}{\ln \left( \frac{r_c}{r_w} \right)}, Q_1 = - \frac{2\pi \sum_j k_j h_j}{\mu} \frac{\Delta P_1}{\sum_j g_i(\sigma_i) \ln \left( \frac{r_c}{r_w} \right)}, \quad (20)$$

где  $g_i(\sigma_i)$  — интеграл, определяющий дополнительное гидравлическое сопротивление в зоне осажденных частиц:

$$g_i(\sigma_i) = \int_0^1 (1 + \beta\sigma_i)dX =$$

$$= 1 + \beta V_i C_0 T_0 \left( 1 - \exp \left( -\frac{2\Lambda}{\sqrt{r_c^2 - r_w^2}} (r_c - r_w) \right) \right). \quad (21)$$

Таким образом, дополнительное гидравлическое сопротивление, оказываемое осажденными частицами, зависит от параметров пропластка  $k_p$ ,  $h_p$ , суспензии  $\beta$ ,  $\lambda$  и закачиваемого реагента  $C_0$ ,  $T_0$ .

Согласно постулатам математической статистики, неоднородность перераспределения потоков в пласте может быть охарактеризована безразмерным среднеквадратичным отклонением проницаемости до  $S_{0d}$  и после  $S_{1d}$  воздействия:

$$S_{0d} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i \left( \frac{k_i}{k_a} - 1 \right)^2}, \quad (22)$$

$$S_{1d} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i \left( \frac{k_{i1}}{k_{a1}} - 1 \right)^2}, \quad (23)$$

где  $k_a$  и  $k_{a1}$  — средние значения проницаемости до и после воздействия, а проницаемость после обработки определяется формулой:

$$k_{i1} = \frac{k_i}{\int_0^1 (1 + \beta\sigma_i)dX}. \quad (24)$$

Разность этих среднеквадратичных отклонений вычисляется по формуле:

$$R_{10} = S_{0d} - S_{1d}. \quad (25)$$

Эта разность возрастает с увеличением объема закачки и является возможным критерием, характеризующим эффективности обработки скважины суспензией.

Отрицательный эффект от воздействия заключается в том, что снижается проницаемость и, следовательно, коэффициенты приемистости пропластков. Характеристикой этого эффекта является отношение суммарной приемистости после воздействия к приемистости до воздействия:

$$K_{10} = \frac{W_1}{W_0}, \quad (26)$$

где приемистость до воздействия и после воздействия характеризуется величинами:

$$W_0 = \sum_j k_j h_j, \quad (27)$$

$$W_1 = \sum_i k_{i1} h_i. \quad (28)$$

### Результаты и обсуждение

Рассматривался модельный пласт, состоящий из пяти изолированных пропластков с параметрами, приведенными в таблице 1. Этот же случай рассматривался для трещины ГРП в работе авторов [12]. Поток суспензии характеризовался следующими значениями фильтрационных параметров:  $\lambda = 4 \text{ м}^{-1}$ ,  $\beta = 25 \text{ 000}$ . Начальная концентрация суспензии была выбрана равной  $C_0 = 0,02$ , а для вязкости принималось значение  $\mu = 8 \text{ сПз}$ . Радиус контура питания составлял  $r_c = 500 \text{ м}$ , а радиус скважины —  $r_w = 0,1 \text{ м}$ .

Таблица 1

Параметры пропластков

Table 1

The interlayers parameters

Номер пропластка	$k_p, 10^{-15} \text{ м}^2$	$h_p, \text{ м}$	$\varnothing_i$
1	1 213	1,3	0,236
2	371	1,4	0,209
3	52	4,7	0,189
4	106	1,6	0,201
5	135	1,3	0,196

Распределение объемного содержания частиц, захваченных после обработки вертикальной скважины, в наиболее высокопроницаемом пропластке с проницаемостью 1 213 мД приведено на рис. 1. Для сравнения на том же рисунке построено распределение захваченных частиц вблизи трещины в высокопроницаемом пропластке, построенное по формулам, приведенным в работе [12].

Распределения представлены после закачки оторочки суспензии 1 300 м<sup>3</sup> в трещину длиной 100 м и 4 м<sup>3</sup> в вертикальную скважину. Как видно из рисунка, частицы вблизи трещины при линейном течении глубже проникают в призабойную зону, вблизи вертикальной скважины при радиальном течении частицы в большей мере захватываются непосредственно около скважины. Это связано с тем, что скорость осаждения частиц, определяемая формулой (2), после подстановки решения (16), (19) определяется выражением:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \frac{\lambda k_i \Delta P c_0 \exp(-\lambda(r - r_w))}{\mu \ln\left(\frac{r_c}{r_w}\right) r}. \quad (29)$$

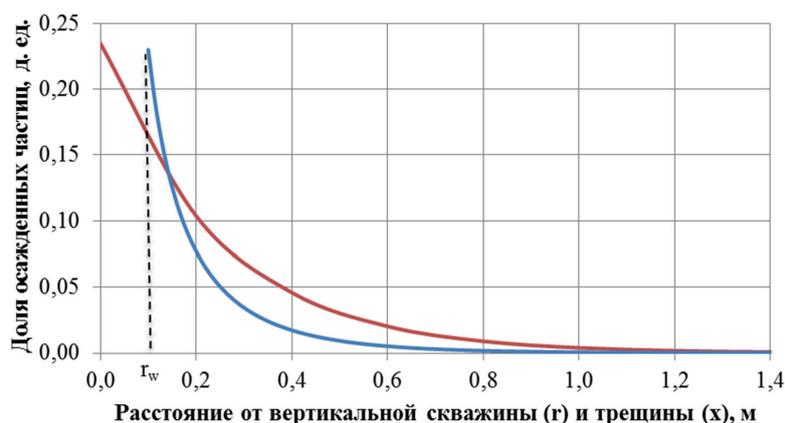


Рис. 1. Распределение осажденных частиц вблизи вертикальной скважины (синяя кривая) и трещины (красная кривая)

Fig. 1. Distribution of the deposited particles near a vertical well (blue curve) and a fracture (red curve)

Согласно решению, приведенному в [12], скорость осаждения вблизи трещины имеет вид:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \frac{\lambda k_i \Delta P c_0 \exp(-\lambda x)}{\mu L}. \quad (30)$$

Сопоставление решений (29) и (30) для высокопроницаемого пропластка (1 213 мД) приведено на рис. 2.

Данный рисунок показывает, что скорость осаждения вблизи трещины при линейном течении значительно ниже, чем вблизи вертикальной скважины при радиальном течении. Аналогичные зависимости можно построить и для других пропластков рассматриваемого пласта.

Это различие обуславливает более эффективное перераспределение потоков при линейном течении вблизи трещины. Согласно формулам (17) и (19), интегральный эффект перераспределения описывается решениями в каждом пропластке. Сопоставление коэффициента перераспределения, определяемого формулой (25), для линейного и радиального потоков в зависимости от объема оторочки суспензии, представлено на рис. 3. Достижение высокой эффективности при обработке нагнетательной скважины с трещиной наблюдается уже при 1 000–2 000 м<sup>3</sup> закачки суспензии. В то время как закачка даже больших объемов суспензии в вертикальную скважину не позволяет достичь тех же значений коэффициента перераспределения потоков.

Конечно же, это различие порождает и различное снижение коэффициента приемистости обрабатываемой скважины (рис. 4). Для нагнетательной скважины с трещиной при закачке 1 000 м<sup>3</sup> суспензии происходит снижение в два раза коэффициента приемистости, в то время как при обработке вертикальной скважины такое снижение наблюдается только при прокачке более 6 000 м<sup>3</sup> суспензии.

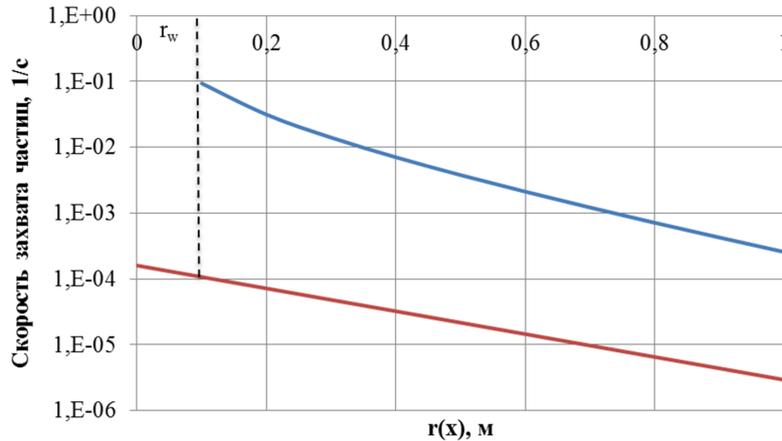


Рис. 2. Распределение скорости осаждения частиц вблизи вертикальной скважины (синяя кривая) и трещины (красная кривая) для решения, приведенного на рис. 1

Fig. 2. Distribution of the particle deposition rate near a vertical well (blue curve) and a fracture (red curve) for the solution shown in Fig. 1

Эти результаты получены в рамках сформулированной модели, однако, как отмечалось во введении, при достижении объемной доли захваченных частиц величины пористости наблюдается образование суспензионной корки на поверхности скважины или трещины. Примером могут служить глинистые корки на границе с пористым пластом при бурении скважины водным буровым раствором на основе глины.

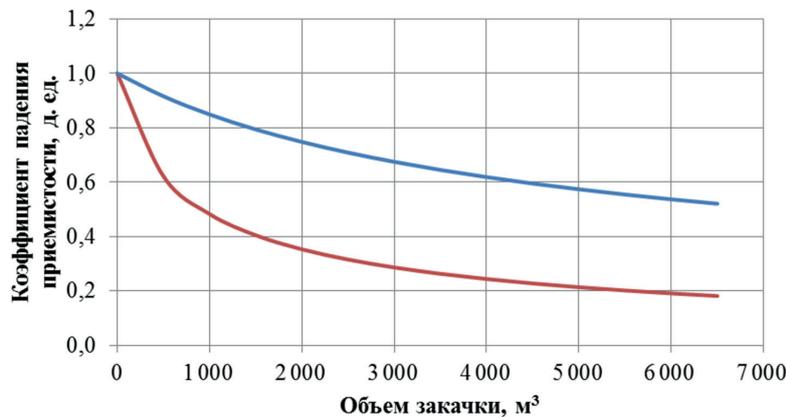


Рис. 3. Эффективность перераспределения потоков при линейном течении вблизи трещины (красная кривая) и радиальном около вертикальной скважины (синяя кривая) в зависимости от объема оторочки суспензии

Fig. 3. The dependence of flow diverting efficiency for linear flow near a fracture (red curve) and radial flow near a vertical well (blue curve) on the suspension slug volume

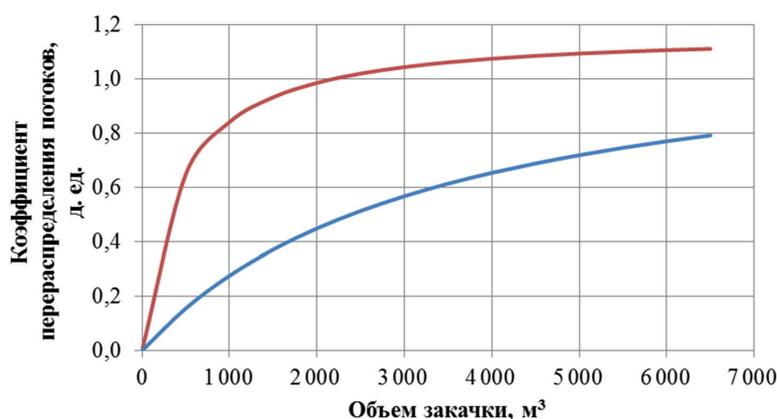


Рис. 4. Падение коэффициента приямности вертикальной скважины (синяя кривая) и скважины с трещиной (красная кривая) в зависимости от объема закачанной суспензии

Fig. 4. The dependence of injectivity coefficient drop for a vertical well (blue curve) and a well with a fracture (red curve) on the suspension slug volume

В силу различного осаждения частиц при линейном и радиальном потоках формирование суспензионной корки также значительно различается. Вблизи вертикальной скважины распределение частиц быстро убывает с расстоянием, а значение объемного содержания частиц на входе в пласт, наоборот, быстро возрастает, достигая значения пористости (рис. 1). Для радиального течения анализируемого решения в высокопроницаемом пропластке формирование корки начинается после прокачки уже  $4 \text{ м}^3$  суспензии. Блокирование всего продуктивного интервала достигается после формирования корки в низкопроницаемом пропластке после прокачки  $77 \text{ м}^3$  суспензии. Для линейного течения вблизи трещины данные события происходят значительно позднее. Из рис. 1 видно, что формирование корки в высокопроницаемом пропластке вблизи трещины наблюдается после прокачки  $1300 \text{ м}^3$  суспензии, полная блокировка продуктивного интервала происходит после закачки  $24300 \text{ м}^3$ .

В этих условиях уже при закачке реагента наблюдается перераспределение потоков между пропластками, в представленной модели в процессе закачки скорости фильтрации в пропластках не меняются, перераспределение потоков происходит только после обработки скважины. Данное ограничение модели позволяет рассчитывать прогноз воздействия только до наступления момента начала образования суспензионной корки, для расширения области прогноза необходимо включить учет частичной блокировки пропластков и перераспределения закачиваемых потоков.

## Выводы

1. Получено аналитическое решение задачи о радиальном течении при закачке суспензии в вертикальную нагнетательную скважину, вскрывающую слоисто-неоднородный пласт.

2. Полученное решение показало, что при радиальном течении вблизи вертикальной скважины частицы суспензии проникают в пористую среду значительно хуже, чем при линейном течении вблизи трещины. Установлено, что в рамках модели «глубокого проникновения» частиц в пористую среду причиной этого эффекта является меньшая скорость осаждения частиц при линейном течении.
3. Введены и сопоставлены для линейного и радиального течений характеристики, определяющие эффективность контроля за обводнением продукции с помощью технологий выравнивания профиля приемистости (ВПП).
4. Установленные особенности решения и введенные характеристики эффективности ВПП при линейном и радиальном течении показывают, что обработка скважин с трещинами полимер-дисперсной смесью более эффективна, чем обработка вертикальных скважин без ГРП.
5. Установлено, что при обработке вертикальных скважин при небольших объемах закачки суспензии наблюдается формирование суспензионных корок на входе в пласт. Корректный учет этого эффекта требует совершенствования модели «глубокого проникновения» суспензии в слоисто-неоднородную пористую среду. Для линейных потоков вблизи трещин этот эффект проявляется при значительно больших объемах закачки суспензии.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алтунина Л. К. Физико-химические методы повышения нефтеотдачи пластов / Л. К. Алтунина, В. А. Кувшинов // Вестник Санкт-Петербургского университета. 2013. № 4 (2). С. 46-76.
2. Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные функции / В. Я. Арсенин. М.: Наука, 1984. 432 с.
3. Емельянов Э. В. Опыт применения потокоотклоняющих технологий в условиях резкой неоднородности продуктивных горизонтов Усть-Тегусского месторождения / Э. В. Емельянов, Ю. В. Земцов, А. В. Дубровин // Нефтепромысловое дело. 2019. № 11. С. 76-82.
4. Земцов Ю. В. Современное состояние физико-химических методов увеличения нефтеотдачи (литературно-патентный обзор) / Ю. В. Земцов, В. В. Мазаев. Екатеринбург: Издательские решения, 2021. 240 с.
5. Таирова С. В. Гелеобразующие составы как метод повышения нефтеотдачи пластов / С. В. Таирова // Вестник недропользователя. 2001. № 8. С. 66-71.
6. Хисамов Р. С. Основы применения полимерно-суспензионных систем для повышения нефтеотдачи пластов / Р. С. Хисамов, А. А. Газизов, А. Ш. Газизов // Нефтяное хозяйство. 2002. № 83 (11). С. 52-56.
7. Baojun Bai. Preformed particle gel for conformance control: Transport mechanism through porous media / Baojun Bai, Yuzhang Liu, J.-P. Coste, Liangxiong Li // SPE Reservoir Evaluation & Engineering. 2007. Vol. 10. No. 2. Pp. 176-184. DOI: 10.2118/89468-PA

8. Bedrikovetsky P. Modified particle detachment model for colloidal transport in porous media / P. Bedrikovetsky, F. D. Siqueira, C. A. Furtado, A. L. S. de Souza // *Transport in Porous Media*. 2011. No. 86. Pp. 353-383. DOI: 10.1007/s11242-010-9626-4
9. Bedrikovetsky P. Particle detachment under velocity alternation during suspension transport in porous media / P. Bedrikovetsky, A. Zeinijahromi, F. D. Siqueira, C. A. Furtado, A. L. S. de Souza // *Transport in Porous Media*. 2011. No. 91. Pp. 173-197. DOI: 10.1007/s11242-011-9839-1
10. Bedrikovetsky P. Suspension flow in petroleum reservoirs: Fractional flow theory / P. Bedrikovetsky, P. Monteiro // *SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition (30 October — 1 November 2007, Jakarta, Indonesia)*. 2007. Paper SPE-110929-MS. DOI: 10.2118/110929-MS
11. Dake L. P. *Fundamentals of Reservoir Engineering* / L. P. Dake. Elsevier, 1983. 498 p.
12. Fedorov K. M. A theoretical analysis of profile conformance improvement due to suspension injection / K. M. Fedorov, A. Ya. Gilmanov, A. P. Shevelev, A. V. Kobyashev, D. A. Anuriev // *Mathematics*. 2021. No. 9. Pp. 17-27. DOI: 10.3390/math9151727
13. Fedorov K. M. Placement of gels in stratified reservoirs using a sequential injection technique / K. M. Fedorov, P. T. Zublov // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 1996. Vol. 15. No 1. Pp. 69-80. DOI: 10.1016/0920-4105(95)00061-5
14. Herzig J. P. Flow of suspensions through porous media — Application to deep filtration / J. P. Herzig, D. M. Leclerc, P. L. Goff // *Chemical*. 1970. No. 62. Pp. 8-35. DOI: 10.1021/ie50725a003
15. Jing Wang. Simulation of deformable preformed particle gel propagation in porous media / Jing Wang, Hui-Qing Liu, Hong-ling Zhang, K. Sepehrnoori // *AIChE Journal*. 2017. Vol. 63. No. 10. Pp. 4628-4641. DOI: 10.1002/aic.15793
16. Kabir A. Chemical water & gas shutoff technology — An overview / A. Kabir // *SPE Asia Pacific Improved Oil Recovery Conference (6-9 October 2001, Kuala Lumpur)*. 2001. Paper SPE-72119-MS. DOI: 10.2118/72119-ms
17. Logan J. D. *Transport Modeling in Hydrogeochemical Systems* / J. D. Logan. New York: Springer, 2001. Pp. 1-190.
18. Sacramento R. N. Deep bed and cake filtration of two-size particle suspension in porous media / R. N. Sacramento, Y. Yang, Z. You et al. // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2015. Vol. 126. Pp. 201-210. DOI: 10.1016/j.petrol.2014.12.001
19. Sydansk R. D. *Reservoir Conformance Improvement* / R. D. Sydansk, L. Romero-Zeron. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 2011. 138 p.
20. Vaz A. S. L. Well injectivity decline for nonlinear filtration of injected suspension: Semi-analytical model / A. S. L. Vaz, P. Bedrikovetsky, C. J. A. Furtado, A. L. S. de Souza // *Journal of Energy Resources Technology*. 2010. Vol. 132. No. 3. Paper 033301. DOI: 10.1115/1.4002242

Ivan V. VYDYSH<sup>1</sup>  
Konstantin M. FEDOROV<sup>2</sup>  
Denis A. ANURIEV<sup>3</sup>

UDC 532.546.2

## COMPARISON OF THE SUSPENSION STABILIZED BY POLYMER TREATMENT EFFICIENCY FOR INJECTION WELLS OF VARIOUS COMPLETIONS

- <sup>1</sup> Specialist, Tyumen Petroleum Research Center  
vydysh3d@gmail.com
- <sup>2</sup> Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Scientific Advisor,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
k.m.fedorov@utmn.ru
- <sup>3</sup> Head of the Expert and Analytical Department,  
Tyumen Petroleum Research Center  
daanuriev@tnnc.rosneft.ru

### Abstract

The paper is devoted to the comparison of the stabilized suspension by polymer treatment efficiency of injection wells of various completions. Due to the widespread application of oil reservoirs waterflooding technology, the water and conformance control becomes an urgent objective. Control of production water cut is achieved with the help of the diversion of the injectivity profile of injection wells. The injection of special compositions allows to divert flows in the production interval, which leads to a temporary decrease in the water content of the surrounding producing wells. Completion well determines the geometry of the flow near the well or the flow mode. The purpose of the research is to analyze the results of the flow diversion in a layered heterogeneous formation near a cylindrical borehole and a flat fracture for the example treatment technology of the stabilized suspension by polymer.

---

**Citation:** Vydyshe I. V., Fedorov K. M., Anuriev D. A. 2022. "Comparison of the suspension stabilized by polymer treatment efficiency for injection wells of various completions". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 58-74.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-58-74

---

To solve the problem, a system of equations of “deep bed migration model” was used, describing the behavior of suspended particles in the flow and particles trapped on the rock matrix. An analytical solution of the problem of radial flow during suspension injection into a vertical injection well is obtained. A comparison of the stabilized suspension by polymer treatment on a vertical injection well is carried out for linear flow near a fracture and radial flow near vertical well. It has been found that in the radial flow, suspension particles penetrate a porous medium much worse than with linear flow. Specific characteristics are introduced and compared providing the effectiveness of conformance control by alignment of the injectivity profile of injection wells. It is shown that the treatment by stabilized suspension by the polymer of wells with fractures is more effective than the treatment of vertical wells without fractures. It was found that when treatment of vertical wells with small volumes of suspension injection, the formation of suspension cake at the inlet to highly permeable inter-layers are observed. For linear flows near fractures, this effect is manifested at significantly large volumes of suspension injection.

### **Keywords**

Suspension stabilized by polymer treatment, well completion, dynamics of multiphase systems, particle deposition, deep bed migration model, method of characteristics, flow diversion in the near wellbore area of a reservoir.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-58-74**

### **REFERENCES**

1. Altunina L. K., Kuvshinov V. A. 2013. “Physical and chemical methods of enhanced oil recovery”. Saint-Petersburg University Herald, no. 4 (2), pp. 46-76. [In Russian]
2. Arsenin V. Ya. 1984. Methods of Mathematical Physics and Special Functions. Moscow: Nauka. 432 p. [In Russian]
3. Emelyanov E. V., Zemtsov Yu. V., Dubrovin A.V. 2019. “The experience of using flow-bending technologies in conditions of sharp heterogeneity of productive horizons of the Ust-Tegusskoye field”. Oilfield Business, no. 11, pp. 76-82. [In Russian]
4. Zemtsov Yu. V., Mazaev V. V. 2021. The Current State of Physico-Chemical Methods of Increasing Oil Recovery (Literary and Patent Review). Yekaterinburg: Publishing Solutions. 240 p. [In Russian]
5. Tairova S. V. 2001. “Gel-forming compositions as an enhanced oil recovery method”. Herald of the Subsurface, no. 8, pp. 66-71. [In Russian]
6. Khisamov R. S., Gazizov A. A., Gazizov A. Sh. 2002. “Fundamentals of polymer-suspension systems application for oil recovery enhancement”. Oil Industry, no. 83 (11), pp. 52-56. [In Russian]
7. Baojun Bai, Yuzhang Liu, Coste J.-P., Liangxiong Li. 2007. “Preformed particle gel for conformance control: Transport mechanism through porous media”. SPE Reservoir Evaluation and Engineering, vol. 10, no. 2, pp. 176-184. DOI: 10.2118/89468-PA
8. Bedrikovetsky P., Siqueira F. D., Furtado C. A., de Souza A. L. S. 2011. “Modified particle detachment model for colloidal transport in porous media”. Transport in Porous Media, no. 86, pp. 353-383. DOI: 10.1007/s11242-010-9626-4

9. Bedrikovetsky P., Zeinijahromi A., Siqueira F. D., Furtado C. A., de Souza A. L. S. 2011. "Particle detachment under velocity alternation during suspension transport in porous media". *Transport in Porous Media*, no. 91, pp. 173-197. DOI: 10.1007/s11242-011-9839-1
10. Bedrikovetsky P., Monteiro P. 2007. "Suspension flow in petroleum reservoirs: Fractional flow theory". *SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition (30 October — 1 November 2007, Jakarta, Indonesia)*. Paper SPE-110929-MS. DOI: 10.2118/110929-MS
11. Dake L. P. 1983. *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Elsevier. 498 p.
12. Fedorov K. M., Gilmanov A. Ya., Shevelev A. P., Kobyashev A. V., Anuriev D. A. 2021. "A theoretical analysis of profile conformance improvement due to suspension injection". *Mathematics*, no. 9, pp. 17-27. DOI: 10.3390/math9151727
13. Fedorov K. M., Zubkov P. T. 1996. "Placement of gels in stratified reservoirs using a sequential injection technique". *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 15, no. 1, pp. 69-80. DOI: 10.1016/0920-4105(95)00061-5
14. Herzig J. P., Leclerc D. M., Goff P. L. 1970. "Flow of suspensions through porous media — Application to deep filtration". *Chemical*, no. 62, pp. 8-35. DOI: 10.1021/ie50725a003
15. Jing Wang, Hui-Qing Liu, Hong-ling Zhang, Sepehrnoori K. 2017. "Simulation of deformable preformed particle gel propagation in porous media". *AIChE Journal*, vol. 63, no. 10, pp. 4628-4641. DOI: 10.1002/aic.15793
16. Kabir A. 2001. "Chemical water and gas shutoff technology — An overview". *SPE Asia Pacific Improved Oil Recovery Conference (6-9 October 2001, Kuala Lumpur)*. Paper SPE-72119-MS. DOI: 10.2118/72119-ms
17. Logan J. D. 2001. *Transport Modeling in Hydrogeochemical Systems*. New York: Springer. Pp. 1-190.
18. Sacramento R. N., Yang Y., You Z. et al. 2015. "Deep bed and cake filtration of two-size particle suspension in porous media". *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 126, pp. 201-210. DOI: 10.1016/j.petrol.2014.12.001
19. Sydansk R. D., Romero-Zeron L. 2011. *Reservoir Conformance Improvement*. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers. 138 p.
20. Vaz A. S. L., Bedrikovetsky P., Furtado C. J. A., de Souza A. L. S. 2010. "Well injectivity decline for nonlinear filtration of injected suspension: Semi-analytical model". *Journal of Energy Resources Technology*, vol. 132, no. 3, paper 033301. DOI: 10.1115/1.4002242

Ольга Александровна КУЗИНА<sup>1</sup>  
Игорь Романович ПОТОЧНЯК<sup>2</sup>  
Людмила Александровна ПУЛЬДАС<sup>3</sup>

УДК 532.546

**ОСОБЕННОСТИ МОДЕРНИЗАЦИИ ПЕТРОФИЗИЧЕСКОГО  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО КОМПЛЕКСА  
ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ВОЗМОЖНОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА  
СОВМЕСТНО С ВОДОНЕФТЯНЫМИ ФЛЮИДАМИ\***

<sup>1</sup> кандидат физико-математических наук, старший преподаватель  
кафедры прикладной и технической физики,  
Тюменский государственный университет  
o.a.kuzina@utmn.ru

<sup>2</sup> лаборант, лаборатория цифровых исследований  
в нефтегазовой отрасли, научно-образовательный центр  
развития научных компетенций,  
Тюменский индустриальный университет;  
ассистент кафедры прикладной и технической физики,  
Тюменский государственный университет  
i.r.potochnyak@utmn.ru; ORCID: 0000-0002-4263-711X

<sup>3</sup> кандидат технических наук,  
доцент кафедры теплогазоснабжения и вентиляции,  
Тюменский индустриальный университет  
puldasl@tyuiu.ru

---

\* Статья подготовлена в рамках технологического проекта «Цифровой керн», реализуемого в Западно-Сибирском межрегиональном научно-образовательном центре мирового уровня.

---

**Цитирование:** Кузина О. А. Особенности модернизации петрофизического исследовательского комплекса для осуществления возможности фильтрации газа совместно с водонефтяными флюидами / О. А. Кузина, И. Р. Поточняк, Л. А. Пульдас // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 75-87.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-75-87

---

**Аннотация**

Выполнена серия работ по модернизации отечественного автоматизированного программно-измерительного комплекса ПИК-ОФП/ЭП-3, предназначенного для нахождения функций относительных фазовых проницаемостей при двухфазной фильтрации «нефть — вода», с целью оснащения его дополнительно способностью фильтрации газа совместно с двумя флюидами.

Создание программно-измерительного комплекса, позволяющего исследовать трехфазную фильтрацию, является актуальной задачей комплексного анализа месторождения. Выпускаемые промышленностью комплексы с возможностью трехфазной фильтрации имеют высокую стоимость. В связи с этим имеется необходимость в создании конструктивно простого и малозатратного способа осуществления фильтрации газа, чему и посвящена данная работа.

С целью осуществления фильтрации газа в программно-измерительном комплексе в участок, предназначенный для создания пластового давления, вмонтирована промежуточная емкость из нержавеющей стали. Таким образом, часть газа с баллона идет на регулятор противодавления, тем самым формируя пластовое давление, и часть отводится в промежуточную емкость. Для регулировки расхода газа вмонтирован регулятор давления. В данном варианте подвод газа осуществляется непосредственно на торец кернодержателя параллельно с водонефтяной магистралью, таким образом флюиды и газ непосредственно смешиваются в теле кернодержателя.

Проведены методические опыты по фильтрации газожидкостной смеси с последующим определением объемного расхода газа с применением уравнения состояния реального газа. Проведен анализ возможности применения данной модернизации установки для дальнейшего изучения трехфазной или двухфазной фильтрации.

**Ключевые слова**

Трехфазная фильтрация, газожидкостная фильтрация, петрофизика, проницаемость, газ, модернизация, пластовые условия.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-75-87

**Введение**

При разработке нефтегазовых месторождений в продуктивных пластах может иметь место совместная фильтрация трех фаз в различных соотношениях. Детальное экспериментальное исследование процессов, происходящих при трехфазной фильтрации, имеет большое значение на всех этапах разработки месторождения. Высокую ценность имеют результаты исследования фильтрационных процессов, происходящих в пластовой трехфазной системе, которые с применением методов физического моделирования в дальнейшем используются для решения многих промышленных задач, имеющих большую практическую значимость, в частности, при прогнозировании продуктивности пласта, расчете конечной нефтеотдачи, а также для расчета и планирования технологических операций,

при гидродинамическом моделировании способов дальнейшей разработки нефтяных месторождений [9].

В настоящее время активно ведутся исследования в области трехфазной фильтрации, много работ посвящено изучению математических моделей и вычислительным алгоритмам для решения задач многомерной трехфазной фильтрации в пористой среде [5, 8, 10].

Для моделирования подобных процессов необходимо использование трехфазных диаграмм относительных проницаемостей. Самыми эффективными из существующих моделей течения двухкомпонентной смеси являются расчетно-экспериментальные методы [1, 4, 6], которые более корректно описывают процесс двухфазной фильтрации. Экспериментальное получение трехфазных диаграмм является намного более сложным и длительным процессом, чем измерение двухфазных относительных проницаемостей. Импортное оборудование для исследования трехфазного потока является очень дорогостоящим, и существуют явные проблемы, связанные с вопросом закупки. В связи с этим для решения данных вопросов возможно усовершенствование существующей установки и разработка эффективного метода расчета трехфазного потока.

За основу разработки взят автоматизированный программно-измерительный комплекс ПИК-ОФП/ЭП-3 [3], предназначенный для моделирования двухфазного потока через образцы керна в условиях повышенных давления и температуры. Образцы керна могут быть исследованы при поровом давлении до 350 атм и всестороннем давлении до 600 атм. Комплекс позволяет в пластовых условиях выполнять на образце электрорезистивные измерения насыщенности с одновременным измерением перепада давлений. Гидравлическая система комплекса позволяет создавать поток одновременно двух фаз через образцы керна. Расход и давление могут контролироваться и управляться компьютером. Комплекс позволяет определять двухфазные относительные проницаемости керна для компонент потока «жидкость — жидкость», остаточную нефтенасыщенность (коэффициент вытеснения), а также проводить исследовательские эксперименты по повышению нефтеотдачи пласта, испытанию керна на вторичное заводнение, испытаниям жидкостей для обработки скважин.

### **Основные особенности модернизации установки**

Была проведена серия работ по модернизации установки ПИК-ОФП/ЭП-3, предназначенной для построения кривых относительных фазовых проницаемостей, с целью оснащения ее способностью фильтрации газа совместно с другими флюидами через образец горной породы с последующим определением проницаемостей стационарным методом.

В базовом виде установка ПИК-ОФП/ЭП-3, упрощенная схема которой представлена на рис. 1, оснащена плунжерными насосами в количестве двух штук (для нефти и воды), объемный расход которых определяется путем выставления необходимого значения на управляющем компьютере. Горное давление устанавливается при помощи ручного гидравлического насоса закачкой в пространство между

манжетой кернодержателя и его корпусом. Пластовые значения температуры обеспечиваются за счет нагревательных пластин, охватывающих корпус кернодержателя, которые поддерживают заданную на компьютере температуру, для контроля которой вблизи манжеты установлена термопара, транслирующая ее в каждый момент времени в течение всего эксперимента. Рабочее давление (давление жидкости) обеспечивается регулятором противодействия, установленным на выходной трубомагистрали, принцип работы которого заключается в подводе газа необходимого давления на мембрану, которая, в свою очередь, блокирует фильтрацию жидкости через регулятор противодействия до тех пор, пока давление жидкости во всем тракте не выровняется с выставленным пластовым давлением.

Осуществляя фильтрацию жидкости через керн, дожидаются наступления стационарного режима: когда перепад давления на образце, измеряемый дифференциальным манометром, выйдет на плато.

С целью осуществления фильтрации газа в установке ПИК-ОФП/ЭП-3 в участок, который предназначен для создания пластового давления (гидравлические трубки, идущие от баллона с газом к регулятору противодействия), была вмонтирована промежуточная емкость из нержавеющей стали с полостью объемом 0,98 литров (рис. 2). Таким образом, часть газа с баллона идет на регулятор противодействия, тем самым формируя пластовое давление, а часть газа отводится в промежуточную емкость. Перед началом эксперимента этим трактам перекрывают сообщение между собой путем закрытия игольчатого крана. Лишнее давление в регуляторе противодействия затем сбрасывается согласно руководству по эксплуатации установки до необходимых значений.

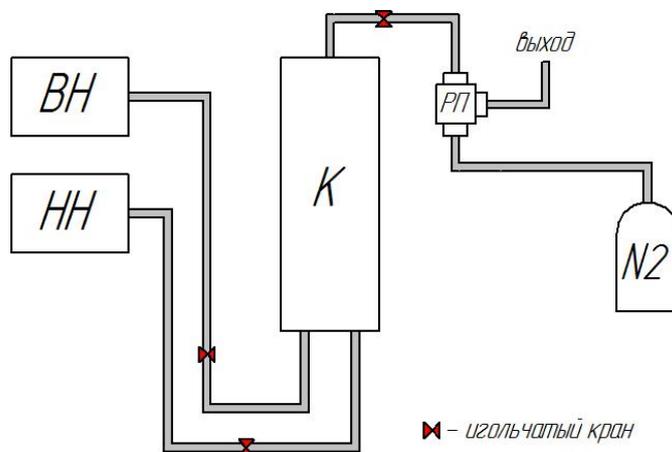


Рис. 1. Принципиальная схема работы установки ПИК-ОФП/ЭП-3:  
ВН — водяной насос; НН — нефтяной насос; К — кернодержатель;  
РП — регулятор противодействия;  
N2 — баллон с азотом

Fig. 1. Schematic diagram of the installation ПИК-ОФП/ЭП-3:  
ВН — water pump; НН — oil pump;  
К — core holder; РП — back pressure regulator; N2 — nitrogen cylinder

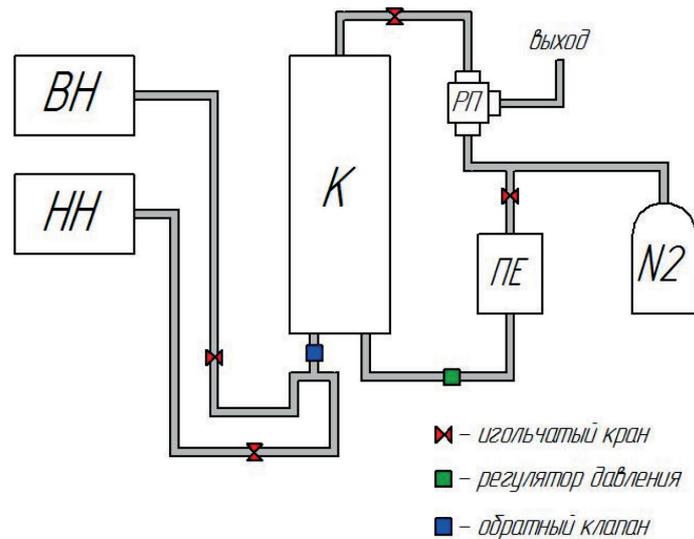


Рис. 2. Принципиальная схема модернизированной установки ПИК-ОФП/ЭП-3: ВН — водяной насос; НН — нефтяной насос; К — кернодержатель; ПЕ — промежуточная емкость; РП — регулятор противодавления; N2 — баллон с азотом

Fig. 2. Schematic diagram of the modernized plant PIK-OFP/EP-3: ВН — water pump; НН — oil pump; К — core holder; ПЕ — intermediate tank; РП — back pressure regulator; N2 — nitrogen cylinder

Для регулировки расхода газа в магистраль между промежуточной емкостью и кернодержателем был вмонтирован регулятор давления. Также, во избежание перетока газа в жидкостную линию и дальнейшего растворения, в нее был установлен обратный клапан.

В представленном варианте исполнения подвод газа осуществлялся непосредственно на торец кернодержателя параллельно с водонефтяной магистралью; таким образом, флюиды и газ смешивались непосредственно в теле кернодержателя.

#### Методические исследования параметров при фильтрации газожидкостной смеси на модернизированной установке ПИК-ОФП/ЭП-3

Для экспериментов был взят низкопроницаемый образец ядра карбонатного происхождения (проницаемостью меньше 1 мД). Подготовка образца сводилась к следующим этапам:

- 1) экстракция ядра;
- 2) насыщение моделью пластовой воды минерализации NaCl 30 г/л;
- 3) создание остаточной водонасыщенности методом центрифугирования;
- 4) прокачка пяти поровых объемов нефти через образец;
- 5) нефтывытеснение моделью пластовой воды не менее пяти поровых объемов.

Для испытания в кернодержатель помещался предварительно подготовленный образец при температуре 25 °С и горном давлении 200 атм. Для для оценки степени возможности определения проницаемости была осуществлена трехфазная фильтрация через образец горной породы. Сначала через керн с одинаковым расходом (0,03 мл/мин) происходила фильтрация нефти и воды до достижения стационарного процесса, после чего уже с помощью регулятора давления задавался расход газа. Как видно из рис. 3, после подачи газа (участок 2), перепад давления на образце вырос в несколько раз, колеблясь при этом в довольно широком диапазоне.

Следующим этапом была проведена двухфазная фильтрация газа и воды с последующим измерением расхода по газу (рис. 4).

Объемные расходы по воде  $Q_w$  и нефти  $Q_o$  определяются регулированием скорости плунжерного насоса, подающего флюид, а объемный расход газа вычисляется по формуле:

$$Q_g = G \cdot \frac{1}{\rho_{g \text{ ср}}}, \quad (1)$$

где  $G$  — массовый расход газа;  $\rho_{g \text{ ср}}$  — средняя плотность газа на режиме.

Массовый расход определяется как отношение массы вышедшего из промежуточной емкости газа ко времени, за которое произошло истечение газа:

$$G = \frac{m_{g1} - m_{g2}}{t_1 - t_2}, \quad (2)$$

где  $m_{g1}$ ,  $m_{g2}$  — массы газа в соответствующие моменты  $t_1$  и  $t_2$ .

Масса газа в свою очередь находится как:

$$m_{gi} = \rho_{gi} \cdot V, \quad (3)$$

где  $V = 0,98 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  — объем промежуточной емкости.

Средняя плотность газа определяется по формуле:

$$\rho_{g \text{ ср}} = \frac{2\rho_{g1} \cdot \rho_{g2}}{\rho_{g1} + \rho_{g2}}, \quad (4)$$

где  $\rho_{g1}$ ,  $\rho_{g2}$  — плотности газа в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , определяемые из уравнения состояния реального газа [2, 7]:

$$\frac{P}{\rho_g} = Z_g(P, T) \cdot \frac{R}{M} \cdot T, \quad (5)$$

где  $P$  — давление в системе;  $Z_g(P, T)$  — коэффициент сжимаемости газа;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $M = 0,028 \text{ кг/моль}$  — молярная масса азота;  $T = 293 \text{ К}$  — температура системы.

Затем производится расчет фазовых проницаемостей по закону Дарси:

$$k_i^* = \frac{Q_i \cdot \mu_i \cdot l}{F \cdot \Delta P}, \quad (6)$$

где  $k_i^*$  — фазовая проницаемость, мД;  $Q_i$  — расход  $i$ -й фазы, м<sup>3</sup>/с;  $\mu_i$  — динамическая вязкость  $i$ -й фазы, Па·с;  $l$  — расстояние между датчиками дифференциального

манометра, м;  $F$  — площадь сечения образца керна, м<sup>2</sup>;  $\Delta P$  — перепад давления на образце, Па.

Относительные фазовые проницаемости затем рассчитывают по формуле:

$$k_i = \frac{k_i^*}{k}, \quad (7)$$

где  $k_i$  — относительная фазовая проницаемость;  $k$  — абсолютная проницаемость, мД.

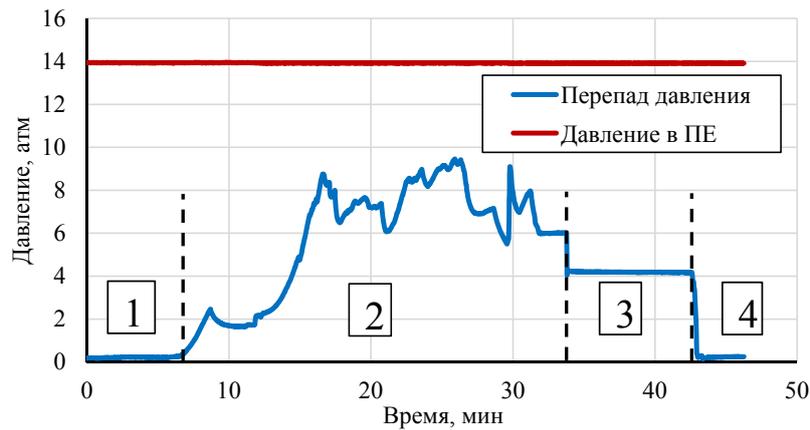


Рис. 3. График зависимости перепада давления от времени, разбитый на участки: 1 — фильтрация нефти и воды; 2 — фильтрация нефти, газа и воды; 3 — остановка фильтрации; 4 — фильтрация нефти и воды

Fig. 3. Graph of the dependence of the pressure drop on time, divided into sections: 1 — oil and water filtration; 2 — filtration of oil, gas and water; 3 — filtration stop; 4 — filtration of oil and water

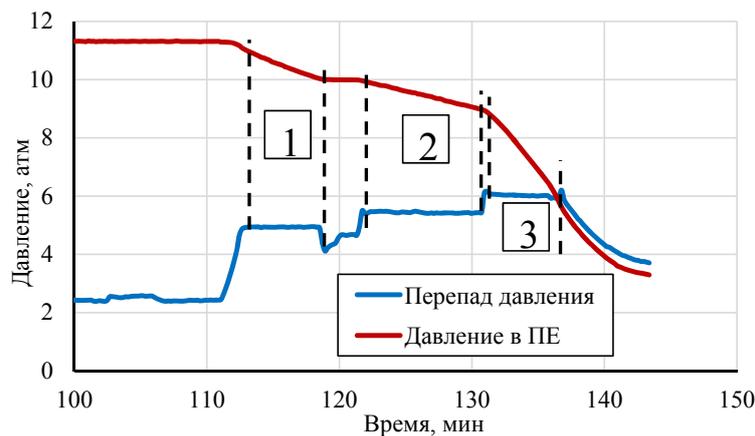


Рис. 4. Зависимость давления от времени (вода + газ)

Fig. 4. Pressure versus time (water + gas)

Таблица 1

Данные эксперимента

№ режима	$P_1$ , МПа	$P_2$ , МПа	$t_1$ , с	$t_2$ , с	$Q_1$ , мл/мин	$Q_2$ , мл/мин
1	1,108	1,018	7 122	7 411	18,08	0,25
2	0,980	0,909	7 760	8 144	11,62	0,35
3	0,873	0,681	8 253	8 469	69,08	0,15

Table 1

Experiment data

Фильтрация воды и газа проведена на трех ярко выраженных режимах (выделено цифрами на рис. 4). Для каждого режима с помощью уравнения состояния был рассчитан расход газа (данные представлены в таблице 1).

Как видно из таблицы 1, выставленный с помощью регулятора давления расход газа оказался много выше расхода воды. Следующим этапом фильтрация газа и воды была оставлена на более длительное время с очень низким расходом газа. Зависимость изменения давления газа в промежуточной емкости и перепада давления на образце от времени приведена на рис. 5.

В результате объемный расход газа оказался почти равным расходу жидкости (0,15), что свидетельствует о том, что с помощью регулятора давления можно производить фильтрацию флюида с газом, соблюдая при этом скоростные условия их течения в пласте. Также можно заметить, что расход газа в течение всего эксперимента был постоянен, что доказывает рис. 6, иллюстрирующий зависимость скорости падения давления от времени: абсолютное значение отклонения темпа падения давления на режиме не превышало 0,026 атм/с.

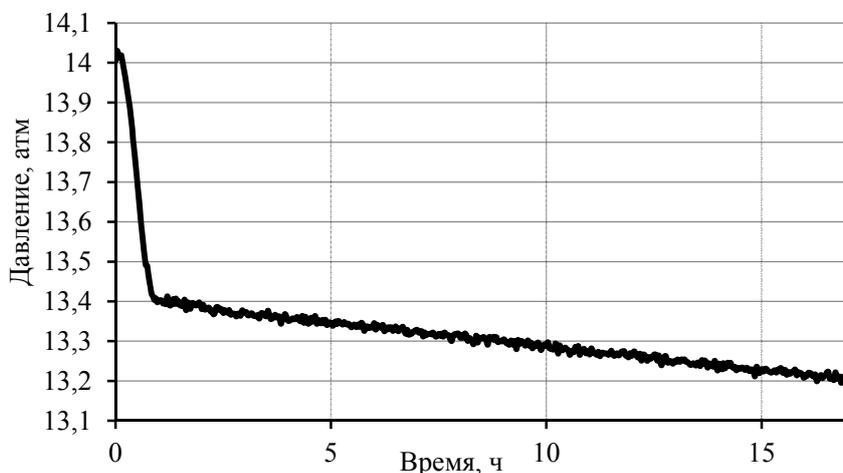


Рис. 5. Зависимость давления в промежуточной емкости от времени при фильтрации газожидкостной смеси

Fig. 5. The dependence of the pressure in the intermediate tank on time during the filtration of the gas-liquid mixture

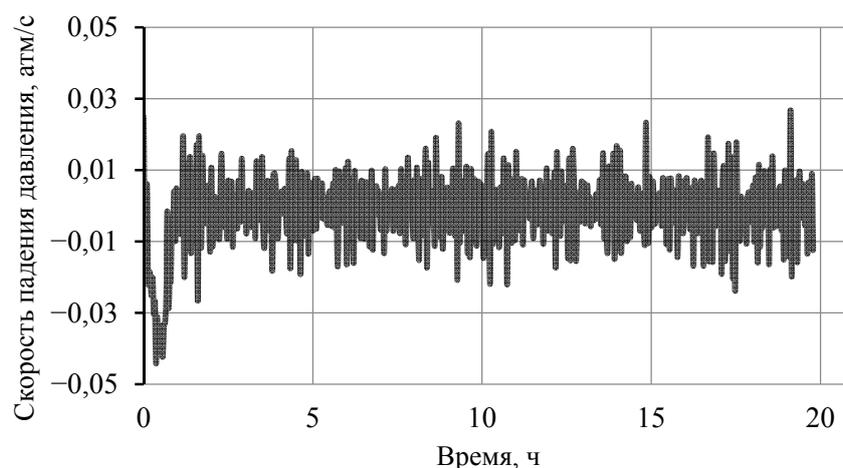


Рис. 6. Зависимость скорости падения давления в промежуточной емкости от времени

Fig. 6. The dependence of the rate of pressure drop in the intermediate tank on time

### Заключение

1. Создана установка для исследования трехфазной фильтрации на основе модернизации действующей установки двухфазной фильтрации. Установка позволяет дополнительно осуществлять фильтрацию газа как в качестве единственной движущейся среды в образце, так и совместно с другими пластовыми флюидами.
2. Для регулирования расхода по газу и измерения термобарических параметров газовой фазы используется дополнительная промежуточная емкость. Для повышения точности задания расхода газа необходимо установить соответствующий регулятор давления.
3. На модернизированной установке проведены методические эксперименты по фильтрации газожидкостной смеси, которые установили возможность определения скорости газовой фазы и линейность закона снижения давления в промежуточной емкости с течением времени.
4. Модернизированная установка позволяет проводить исследования трехфазных смесей в диапазоне горных давлений до 60 МПа и температур до 375 К.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алтунин А. Е. Расчетный метод получения ОФП на основе решения обобщенных уравнений Бернулли для системы поровых каналов / А. Е. Алтунин, С. В. Соколов, С. В. Степанов, Н. А. Черемисин, А. Б. Шабаров // Нефтепромышленное дело. 2013. № 8. С. 40-46.

2. Андрущенко А. И. Основы технической термодинамики реальных процессов / А. И. Андрущенко // М.: Высшая школа. 1967. 268 с.
3. Инструкция по эксплуатации автоматизированного программно-измерительного комплекса для петрофизического исследования кернов ПИК-ОФП/ЭП-3. Новосибирск: Геология, 2009. 43 с.
4. Кузина О. А. Расчетно-экспериментальный метод определения параметров фильтрации смеси «нефть — водный раствор поверхностно-активных веществ» / О. А. Кузина, А. Б. Шабаров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2020. Том 6. № 1 (21). С. 41-64. DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-1-41-64
5. Курбонов Н. М. Математическое моделирование задач многомерной трехфазной фильтрации / Н. М. Курбонов, К. А. Ибрагимова // Теоретическая и прикладная наука. 2019. № 12 (80). С. 435-440. DOI: 10.15863/TAS.2019.12.80.83
6. Максимов В. М. Обобщенный закон многофазной фильтрации и новые эффекты поверхностных явлений при двухфазных течениях в пористой среде // В. М. Максимов // Георесурсы. 2019. Том 21. № 1. С. 86-91. DOI: 10.18599/grs.2019.1.86-91
7. Матвеев А. Н. Молекулярная физика: учеб. пос. / А. Н. Матвеев. СПб.: Лань, 2010. 368 с.
8. Питюк Ю. А. Численное моделирование фильтрации водогазовой смеси в пористых средах / Ю. А. Питюк, А. А. Мусин, Л. А. Ковалева, Р. Р. Фахреева // Вестник Башкирского университета. 2019. Том 24. № 2. С. 295-300.
9. Рассохин С. Г. Экспериментальное исследование процессов трехфазной фильтрации в термобарических условиях аптских отложений / С. Г. Рассохин, В. М. Троицкий, А. В. Мизин, В. П. Ваньков // Научно-технический сборник «Вести газовой науки». 2010. № 1 (4). С. 167-178.
10. Шабаров А. Б. Методы определения функций относительной фазовой проницаемости в задачах многофазной фильтрации / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов, П. В. Марков, Н. В. Шаталова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 1. С. 79-109. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-1-79-109

**Olga A. KUZINA<sup>1</sup>**  
**Igor R. POTOCHNYAK<sup>2</sup>**  
**Lyudmila A. PULDAS<sup>3</sup>**

UDC 532.546

**FEATURES OF THE MODERNIZATION OF THE PETROPHYSICAL  
RESEARCH COMPLEX FOR THE IMPLEMENTATION  
OF THE POSSIBILITY OF GAS FILTRATION TOGETHER  
WITH WATER-OIL FLUIDS\***

<sup>1</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Lecturer,  
Department of Applied and Technical Physics,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
o.a.kuzina@utmn.ru

<sup>2</sup> Laboratory Assistant, Laboratory of Digital Research  
in the Oil and Gas Industry, Scientific and Educational Center  
for the Development of Scientific Competencies,  
Industrial University of Tyumen;  
Assistant Professor, Department of Applied and Technical Physics,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
i.r.potochnyak@utmn.ru; ORCID: 0000-0002-4263-711X

<sup>3</sup> Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor,  
Heat Gas Supply and Ventilation Department,  
Industrial University of Tyumen  
puldasl@tyuiu.ru

---

\* The article was prepared under the engineering project titled “Digital Core” being implemented at a world-level transregional West-Siberian Research and Educational Center.

---

**Citation:** Kuzina O. A., Potochnyak I. R., Puldal L. A. 2022. “Features of the modernization of the petrophysical research complex for the implementation of the possibility of gas filtration together with water-oil fluids”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 75-87.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-75-87

---

**Abstract**

A series of works was carried out to modernize the domestic automated software-measuring complex, designed to find the function of relative phase permeabilities in two-phase oil-water filtration, in order to equip it with the additional ability to filter gas together with two fluids.

The creation of a software-measuring complex that allows to study three-phase filtration is an urgent task of a complex analysis of a field. Complexes produced by the industry with the possibility of three-phase filtration have a high cost. In this regard, there is a need to create a structurally simple and low-cost method for gas filtration, which is the subject of this work.

In order to carry out gas filtration in the software-measuring complex, an intermediate stainless steel tank is installed in the area intended for creating reservoir pressure. Thus, part of the gas from the cylinder goes to the back pressure regulator, thereby forming reservoir pressure, and part is diverted to an intermediate reservoir. A pressure regulator is installed to regulate the gas flow. In this variant, gas is supplied directly to the end of the core holder in parallel with the water line, so fluids and gas are directly mixed in the body of the core holder.

Methodical experiments on filtration of a gas-liquid mixture with subsequent determination of the volumetric flow rate of gas using the equation of state of a real gas were carried out. An analysis was made of the possibility of using this modernization of the installation for further study of three-phase or two-phase filtration.

**Keywords**

Three-phase filtration, gas-liquid filtration, petrophysics, permeability, gas, modernization, reservoir conditions.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-75-87**

**REFERENCES**

1. Altunin A. E., Sokolov S. V., Stepanov S. V., Cheremisin N. A., Cheremisin A. B. 2013. "Calculation method for obtaining RPP based on solving generalized Bernoulli equations for a system of pore channels". Oilfield business, no. 8, pp. 40-46. [In Russian]
2. Andryushchenko A. I. 1967. Fundamentals of technical thermodynamics of real processes. Moscow: Higher School. 268 p. [In Russian]
3. Geologika. 2009. Operating Instructions for the Automated Software-Measuring Complex for Petrophysical Examination of Cores PIK-OFP/EP-3. Novosibirsk, 43 p. [In Russian]
4. Kuzina O. A., Shabarov A. B. 2020. "Calculation and experimental method for determining the filtration parameters of the mixture 'oil — aqueous solution of surfactants'". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 6, no. 1 (21), pp. 41-64. DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-1-41-64 [In Russian]
5. Kurbonov N. M., Ibragimova K. A. 2019. "Mathematical modeling of the problems of multidimensional three-phased filtration". Theoretical and Applied Science, no. 12 (80), pp. 435-440. DOI: 10.15863/TAS.2019.12.80.83 [In Russian]

6. Maksimov V. M. 2019. "Generalized law of multiphase filtration and new effects of surface phenomena at two-phase flows in a porous medium". *Georesources*, vol. 21, no. 1, pp. 86-91. DOI: 10.18599/grs.2019.1.86-91 [In Russian]
7. Matveev A. N. 2010. *Molecular Physics: textbook*. Saint-Petersburg: Lan. 368 p. [In Russian]
8. Pityuk Yu. A., Musin A. A., Kovaleva L. A., Fakhreeva R. R. 2019. "Numerical modeling of water-gas mixture filtration in porous media". *Bashkir University Herald*, vol. 24, no. 2, pp. 295-300. [In Russian]
9. Rassokhin S. G., Troitsky V. M., Mizin A. V., Vankov V. P. 2010. "Experimental study of three-phase filtration processes in thermobaric conditions of the Aptian deposits". *Scientific and Technical Collection of "Vesti gazovoy nauki"*, no. 1 (4). pp. 167-178. [In Russian]
10. Shabarov A. B., Shatalov A. V., Markov P. V., Shatalova N. V. 2018. "Relative Permeability Calculation Methods in Multiphase Filtration Problems". *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, vol. 4, no 1, pp. 79-109. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-1-79-109 [In Russian]

Александр Борисович ШАБАРОВ<sup>1</sup>  
Дмитрий Евгеньевич ИГОШИН<sup>2</sup>  
Полина Михайловна РОСТЕНКО<sup>3</sup>  
Анастасия Петровна САДЫКОВА<sup>4</sup>

УДК 532.546.3

## ЦИФРОВАЯ КЛАСТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ПОРОВОГО ПРОСТРАНСТВА ПРИ ТЕЧЕНИИ ТРЕХФАЗНОГО ПОТОКА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

<sup>1</sup> доктор технических наук,  
профессор кафедры прикладной и технической физики,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
kaf\_mms@utmn.ru; ORCID: 0000-0002-5374-8704

<sup>2</sup> кандидат физико-математических наук,  
начальник лаборатории физики пласта,  
корпоративный центр исследования пластовых систем (керна и флюиды),  
Газпром ВНИИГАЗ (г. Москва);  
доцент кафедры фундаментальной математики,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
d.e.igoshin@utmn.ru

<sup>3</sup> аспирант кафедры прикладной и технической физики,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
stud003991636@study.utmn.ru

<sup>4</sup> аспирант кафедры прикладной и технической физики,  
Физико-технический институт,  
Тюменский государственный университет  
stud0000217819@study.utmn.ru

**Цитирование:** Шабаров А. Б. Цифровая кластерная модель порового пространства при течении трехфазного потока в пористой среде / А. Б. Шабаров, Д. Е. Игошин, П. М. Ростенко, А. П. Садыкова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 88-108.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-88-108

### Аннотация

Работа посвящена одной из актуальных проблем нефтегазовой отрасли — изучению трехфазной фильтрации. Создание моделей порового пространства является важным этапом в исследовании течения нефтегазовых смесей для последующего определения фильтрационно-емкостных свойств пород-коллекторов. Целью исследования является разработка физико-математической модели пористой среды в масштабе образца керна. Представлена цифровая кластерная модель для расчета геометрических параметров порового пространства. Структура порового пространства кластерной модели основана на распределении пор по диаметрам, полученном из кривых капиллярного давления (ККД). В керне выделены кластеры, состоящие из большого канала ( $B$ ), по которому в четочном режиме движутся нефть, вода и газ, средних каналов ( $A$ ) с подвижными водой и газом и малых каналов ( $S$ ) с движущимся газом, а также перемычек между этими каналами. Разделение функции распределения пор по диаметрам на области, относящиеся к большим, средним и малым каналам, основано на эмпирически определенных соотношениях между числами каналов, через которые движутся в поровом пространстве флюиды в приведенных выше сочетаниях. При этом переход от физической модели керна к цифровой кластерной модели осуществляется с сохранением пористости, абсолютной проницаемости и с учетом извилистости каналов. Зависимость извилистости каналов от их диаметра принята по убывающему степенному закону. Представленная в работе модель опробована на двух примерах при различных значениях эффективной пористости и разном количестве интервалов функции распределения пор по диаметрам. В модели заложен потенциал для дальнейшего развития и расчета фильтрационного течения трехфазной смеси (нефть, газ и вода) в масштабе образца керна.

### Ключевые слова

Нефтегазовая смесь, трехфазная фильтрация, кластерная модель, цифровая модель керна, поровое пространство, пористость, проницаемость, кривые капиллярного давления, относительная фазовая проницаемость.

DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-88-108

### Введение

Нефтегазовые и нефтегазоконденсатные месторождения являются сложными природными комплексами, их свойства и характеристики имеют большое разнообразие. Движение многофазного потока продукции с высоким газовым фактором на таких месторождениях может привести к проблемам в системах добычи, сбора и подготовки продукции. Используемый метод стационарной фильтрации в экспериментах для определения ОФП при фильтрации флюидов приводит к существенным временным и материальным затратам. Отсутствие обобщенных опытных данных и методик расчета ОФП в зависимости от изменения концентраций в составе смеси делает актуальной по материальным и временным соображениям разработку физико-математической модели массопереноса

при фильтрационном течении нефтегазовой смеси, основанной на модели структуры порового пространства. Такая модель не ограничивается использованием в нефтегазовой промышленности: она также имеет самостоятельную научную ценность и может быть полезна исследователям, занимающимся разработкой гидродинамических моделей в области трехфазной фильтрации. Данная работа посвящена важному этапу изучения трехфазной фильтрации — разработке цифровой модели порового пространства, в котором происходит течение.

#### **Анализ литературы по проблеме моделирования течения смесей в поровом пространстве**

Достоверность прогнозных расчетов при добыче нефти и газа зависит от качества используемых гидродинамических моделей. Таким образом, возникает необходимость в разработке модели для расчета параметров трехфазной фильтрации в пористой среде и относительных фазовых проницаемостей (ОФП).

В статье предложена физико-математическая кластерная модель и метод расчета течения трехфазной смеси: нефти, воды и газа (газоконденсата) в поровом пространстве.

Особенности движения природных флюидов (нефти, воды и газа) подробно описаны в следующих источниках [6, 9, 13]. Известно, что поровое пространство — сложная нерегулярная система сообщающихся межзернистых пустот, поровые каналы которых сложно выделить. Кроме того, размеры пор в песчаных породах малы и обычно составляют единицы или десятки микрометров (мкм).

В работах [3, 4, 24, 27] представлены математические модели для трехфазной фильтрации при различных методиках расчетов и условиях.

Например, Ш. А. Гафаров и др. рассмотрели гравитационно-гидродинамический механизм фильтрации трехфазной смеси и сделали вывод, что «значения градиентов гравитационного давления при фильтрации пар флюидов „нефть — газ“ и „вода — газ“ на порядок выше, чем для пары „нефть — вода“» [4, с. 49]. В математической модели Р. Д. Каневской [10] для пластовой системы используются обширные сведения из геологии и геофизики, гидромеханики и теории упругости, физики пласта и химии, теории и практики разработки месторождений, математики, численных методов и программирования.

Наиболее часто употребляемой моделью является модель Стоуна [25], в которой ОФП нефти зависит от водо- и газонасыщенности, ОФП воды и газа — только от водонасыщенности и газонасыщенности соответственно. В работе [17] А. И. Фарухшин выяснил, что выбор типа модели Стоуна для трехфазной фильтрации должен основываться на соответствии расчетных значений ОФП. В свою очередь, И. В. Афанаскин и др. [2] описывают систему дифференциальных уравнений трехфазной фильтрации несмешивающихся флюидов (нефти, воды и газа). Рассматриваемая система включает в себя три уравнения сохранения количества основных компонентов, обобщенного закона Дарси (уравнения Маскета — Мереса [1, 12]), капиллярных и гравитационных сил при пренебрежении растворимостью газа в воде.

Анализ экспериментальных данных в работе [5] А. Т. Гаюбова показал, что «число Форхгеймера играет ключевую роль при описании течения флюидов в пористых средах. Использование числа Форхгеймера позволило получить универсальный закон течения флюидов в простой аналитической форме, которая может быть использована для любой геометрии течения» [5, с. 91].

В настоящее время развиваются научные направления, посвященные расчетно-экспериментальному определению ОФП. А. В. Шабаров, А. В. Шаталов, О. А. Кузина и др. [11, 18, 20, 21] описали физико-математическую кластерную четочную модель и метод расчета двухфазной изотермической фильтрации течения смеси «нефть — водный раствор поверхностно-активных веществ» в поровом пространстве горных пород. В указанных работах поровое пространство представляет собой квазиодномерную модель ядра длиной  $L_{CORE}$  и диаметром  $d_{CORE}$ , основанную на распределении пор по размерам из кривых капиллярного давления (ККД). Модель состоит из некоторого числа не связанных между собой кластеров. Каждый кластер является совокупностью криволинейных капиллярных каналов, имеющих диаметры переменного поперечного сечения. Он включает в себя один большой канал,  $\beta$  средних и  $\beta \cdot \beta_1$  малых каналов, соединенных перемычками. Согласно эмпирическим оценкам, координационные числа  $\beta, \beta_1$  расположены в диапазоне  $4 \div 12$  и могут уточняться при определении полной расчетной модели.

Первая статья, посвященная определению параметра проницаемости и его физическому значению в нефтяной отрасли, была опубликована в 1933 г. Вайкоффом и др. [28]. Численное определение проницаемостей горных пород на основе периодических моделей пористых сред представлено в работах Д. Е. Игошина [7, 8].

Валаванидис и Пайатакес провели серию экспериментальных исследований, в ходе которых предложили расчетный алгоритм (DeProF), который позволяет восстановить функции ОФП моделей пористой среды без использования «подстроечных параметров» [26].

Фэтт [23] доказал, что ОФП тесно связаны со строением сети пористой среды: относительные характеристики течения в средах с одинаковым распределением пор по диаметрам, являющиеся функциями структуры пор, есть идентичные между собой функции насыщенности. В серии расчетно-экспериментальных работ А. Б. Шабарова и др. [2, 18, 20, 21] приводится описание определения ОФП в лабораторных условиях при стационарной фильтрации [14].

С. В. Степановым и др. [15, 16] также построена модель порового пространства в виде пучка капилляров переменного сечения на основе ККД. В работе представлены расчеты четочного (капельного) течения на основе одномерного уравнения Навье — Стокса и кривые межфазного взаимодействия. Результаты численного исследования показали, что с ростом капиллярного числа уменьшается амплитуда данного взаимодействия [22].

В работах [11, 15] представлены расчеты геометрических параметров кластера. По уравнениям гидродинамики, данным в [19], выполнены расчеты потерь трения и местных сопротивлений.

А. Б. Шабаровым, С. В. Степановым и их соавторами впервые установлено, что при течении многофазных сред в поровых каналах возникают потери межфазного взаимодействия, в их работах также даны расчетные модели для определения функций межфазного взаимодействия [2, 15, 16, 18, 21].

Таким образом, проведенный анализ показал, что на сегодняшний день существует множество эмпирических способов расчета ОФП трехфазной фильтрации, но ни один из них не основан на полноценной гидродинамической модели.

### Модель порового пространства

*Постановка задачи. Основные положения и обозначения, принятые при моделировании*

Рассматривается модель зерна, состоящая из  $N_C$  числа кластеров, каждый из которых состоит из поровых каналов с одним большим ( $B$  — big), несколькими средними ( $A$  — average) и маленькими ( $S$  — small) диаметрами  $d_B$ ,  $d_A$ ,  $d_S$  соответственно. Между собой каналы соединены так называемыми перемычками.

Распределение пор по диаметрам определяется по экспериментальным данным из кривых ККД для «чистых» зернов. Суммарный объем «чистых»  $B$ -,  $A$ - и  $S$ -каналов из ККД определяется следующим образом:

$$V_{\text{ККД}} = (V_B + \beta V_A + \beta \beta_1 V_S) N_C, \quad (1)$$

где  $V_S = \frac{\pi d_S^2}{4} \tau_S L$ ,  $V_A = \frac{\pi d_A^2}{4} \tau_A L$ ,  $V_B = \frac{\pi d_B^2}{4} \tau_B L$  — объемы отдельных «чистых»  $B$ -,  $A$ - и  $S$ -каналов в кластере;  $L$  — длина образца зерна;  $\tau_B$ ,  $\tau_A$ ,  $\tau_S$  — коэффициенты извилистости;  $\beta = \beta_1 = 4 \div 12$  — идентификационные коэффициенты;  $N_C$  — число кластеров в образце.

Объем пор в кластере, связанных с продольными каналами, соответствует выражению  $V'_{\text{POR}} = V_{\text{ККД}} + V_{\text{PER}}$ , где  $V_{\text{PER}}$  — объем перемычек между каналами. Объем пор в части образца зерна, соответствующей кластеру с учетом пор, не связанных с торцевыми сечениями зерна, вычисляется как:

$$V_{\text{POR}} = V'_{\text{POR}} \cdot K_{is}, \quad (2)$$

где  $K_{is} = 1 \div 3$  — коэффициент изотропности, учитывающий объемы поперечных поровых каналов. Стоит отметить, что в первом приближении принимается  $\beta = \beta_1 = 8$  и  $K_{is} = 2$ ; это может уточняться минимизацией среднеквадратичных невязок экспериментальных и расчетных значений ОФП.

Согласно принятому допущению о существовании трех видов непересекающихся каналов в кластере, соединяющихся между собой перемычками, необходимо вычислить основные геометрические параметры каналов. Поскольку распределение пор по диаметрам определяется из данных лабораторных исследований зерна при снятии кривой капиллярного давления, то фундаментальным параметром кластерной модели является выражение (3) для получения диаметров  $S$ -,  $A$ - и  $B$ -каналов соответственно:

$$\begin{aligned}
 d_S &= \left( \frac{c}{N_S} \sum_{j=1}^{\text{length}(N_{d_{SA}})} \frac{N_j d_{j\_middle}^4}{\tau_j} \right)^{\frac{1}{4-q}}, \\
 d_A &= \left( \frac{c}{N_A} \sum_{j=\text{length}(N_{d_{SA}})+1}^{\text{length}(N_{d_{AB}})} \frac{N_j d_{j\_middle}^4}{\tau_j} \right)^{\frac{1}{4-q}}, \\
 d_B &= \left( \frac{c}{N_B} \sum_{j=\text{length}(N_{d_{AB}})+1}^{\text{length}(N)} \frac{N_j d_{j\_middle}^4}{\tau_j} \right)^{\frac{1}{4-q}},
 \end{aligned} \tag{3}$$

где  $d_{j\_middle}$  — характерный среднеплощадной диаметр каналов для  $j$ -сорта;  $N_j$  — количество каналов в диапазоне диаметров;  $\tau_j$  — коэффициент извилистости для  $j$ -сорта;  $c$  и  $q$  — эмпирические коэффициенты;  $d_{SA}$  и  $d_{AB}$  — граничные диаметры между  $S$ - и  $A$ -каналами и  $A$ - и  $B$ -каналами соответственно. Тогда количество  $B$ -,  $A$ - и  $S$ -каналов в образце зерна будут найдены следующим образом:

$$N_B = N_C, N_A = \beta N_B, N_B = \beta \beta_1 N_S. \tag{4}$$

Причем число кластеров в зерне определяется соотношением  $N_C = \frac{N_{CORE}}{1+\beta+\beta\beta_1}$ , где числа  $\beta = N_A/N_B$ ,  $\beta_1 = N_S/N_A$ .

Пусть коэффициент извилистости  $\tau$  связан с диаметром канала по убывающему степенному закону:

$$\tau = c d^q, \tag{5}$$

где  $c$  и  $q$  — эмпирические параметры.

Для перехода от модели образца зерна к модели кластера необходимо определить значения граничных диаметров между малыми и средними и средними и большими каналами. Используя принцип кусочно-линейной интерполяции, можно получить выражения для искомым параметров:

$$\begin{aligned}
 d_{SA} &= d_{j-1} + \frac{(d_j - d_{j-1})(N'_j - N_S)}{(N'_j - N'_{j-1})}, N' > N_S, \\
 d_{AB} &= d_{j-1} + \frac{(d_j - d_{j-1})(N'_j - N_S - N_A)}{(N'_j - N'_{j-1})}, N' > (N_S + N_A).
 \end{aligned} \tag{6}$$

Таким образом, система уравнений (1)-(6) описывает кластерную модель порового пространства.

### Расчет параметров порового пространства

По известным формулам из курса механики сплошной среды рассчитываются геометрические параметры керна:

$$F_{CORE} = \frac{\pi d_{CORE}^2}{4}, S_{PORE} = F_{CORE} m_{ef},$$

$$N_{CORE} = N_B + N_A + N_S = \sum_{j=1}^{N-1} N_j,$$

где  $F_{CORE}$  — площадь поперечного сечения керна;  $S_{CORE}$  — площадь пор в сечении керна;  $d_{CORE}$  — диаметр керна;  $N_{CORE}$  — число всех поровых каналов в образце керна;  $m_{ef}$  — эффективная пористость, найденная при вытеснении смачивающей фазы в эксперименте по определению ККД;  $N_j$  — количество каналов в диапазоне диаметров  $[d_j, d_{j+1}]$ ;  $N$  — количество диаметров (на 1 больше, чем диапазонов).  $N_j$  определяется из выражения:

$$N_j = \frac{4S_j}{\pi d_{j,middle}^2 \tau_j}.$$

Кроме того, накопленное число каналов (их сумма от левого края выборки) определяется по простой формуле:  $N' = \sum_{j=2}^{length(NN)} N_j$ , где  $NN$  — количество диаметров в выборке.

Коэффициенты извилистости для малых, средних и больших каналов рассчитываются из выражения (5) и имеют вид:

$$\tau_S = c d_S^q, \tau_A = c d_A^q, \tau_B = c d_B^q, \quad (7)$$

где эмпирические коэффициенты  $c$  и  $q$  определяются из соотношений:

$$c = \frac{\tau_1}{d_1^q} = \frac{\tau_{left}}{d_1^q}, q = -\frac{l}{2}, (q < 0), l = \frac{\lg \tau_1}{\lg \tau_2},$$

при этом  $d_2 = 100 \cdot d_1$ ,  $\tau_{left} = \tau_1 = \tau(d_1)$ ,  $\tau_{right} = \tau_2 = \tau(d_2)$ .

Из распределения пор по диаметрам  $d_j$  известна доля поровых каналов  $n_j$  в сечении пор  $j$ -сорта  $S_j$  и всех пор в керне  $S_{PORE}$ . Отсюда рассчитывается площадь сечения пор с диаметрами  $[d_j, d_{j+1}]$ ,  $j = \overline{1, N-1}$ , а именно:  $S_j = n_j S_{PORE}$ .

Характерные среднеплощадные диаметры каналов в диапазоне  $[d_j, d_{j+1}]$  определяются исходя из данных лабораторных исследований керна при снятии кривой капиллярного давления:

$$d_{j,middle} = \sqrt{\frac{d_j^2 + d_{j+1}^2}{2}}, j = \overline{1, N-1}. \quad (8)$$

Далее по формуле (6) определены граничные диаметры  $d_{SA}$  между малыми и средними и  $d_{AB}$  между средними и большими каналами. Таким образом, исходный диапазон диаметров  $[d_j, d_{j+1}]$ , в котором была обнаружена граница, делится на две части: левая часть принадлежит числу малых каналов, правая — числу средних (при нахождении границы между малыми и средними каналами); а также: левая часть принадлежит числу средних каналов, правая — числу больших каналов (при нахождении границы между средними и большими каналами). Поэтому к исходному набору диаметров добавляются два новых —  $d_{SA}$  и  $d_{AB}$ . Распределение числа каналов в диапазоне диаметров также делится, только уже в пропорциональной зависимости для  $d_{SA}$  и  $d_{AB}$  в том диапазоне диаметров, где они были определены:

$$proportion_{d_{SA}} = \frac{d_{SA} - d_{j-1}}{d_j - d_{j-1}},$$

$$proportion_{d_{AB}} = \frac{d_j - d_{AB}}{d_j - d_{j-1}}.$$

На данном этапе производится переход от модели ядра к цифровой кластерной модели. Новый диапазон диаметров  $[d_{j-1}, d_j]$  дополняется полученным граничным диаметром. Количество каналов  $N_j$  в этом диапазоне делится в рассчитанной пропорции. Затем пересчитываются среднеплощадные диаметры и коэффициенты извилистости.

Определив коэффициенты извилистости для малых, средних и больших каналов по формуле (7), можно рассчитать диаметры каналов согласно выражению (3). Из формулы (1) находятся объемы «чистых»  $B$ -,  $A$ - и  $S$ -каналов, а также полный объем перемычек в кластере по формуле:

$$V_{PER} = V_{PERA} + V_{PERS},$$

$$V_{PERA} = \beta V_A, V_{PERS} = \beta \beta_1 V_S.$$

Геометрические параметры кластера рассчитываются по следующим формулам:

$$V_C = \frac{V_{POR}}{m}, R_C = \sqrt{V_C / \pi L},$$

$$\tilde{L}_{PER} = \frac{R_C}{\sqrt{2}} \tau_S, n_{PER} = \frac{\tilde{L}_S}{\tilde{L}_{PER}},$$

где  $V_C$  — объем кластера;  $R_C$  — радиус кластера;  $\tilde{L}_{PER}$  — средняя длина перемычек;  $n_{PER}$  — характерное число рядов перемычек в ядре.

Предложенный выше алгоритм расчета может быть представлен в виде блок-схемы (рис. 1).



Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчета параметров порового пространства

Fig. 1. Block diagram of the algorithm for calculating the parameters of the pore space

### Особенности алгоритма расчета и компьютерной программы

С помощью предложенной модели был разработан программный код на языке программирования Python, в котором пользователь вводит ряд известных параметров: длину (м) и диаметр ядра (м); эффективную пористость; коэффициент изотропности; начальные коэффициенты извилистости; набор диаметров пор (мкм) и доли пор в диапазоне диаметров, полученные из ККД.

В таблице 1 приведены входные данные для двух экспериментов. В программе все данные по диаметрам переведены из микрометров в метры.

В ходе расчетно-экспериментального определения геометрических параметров порового пространства получено, что относительные погрешности эффективных диаметров и площадей сечения пор кластерной модели от модели образца ядра не превышают 5%. Сравнение моделей образца ядра и кластера по описанным критериям производилось согласно формулам (9) и (10).

$$d_{effectCORE} = \left( \frac{c}{N_{BAS}} \sum_{j=1}^{NN} \frac{N_{jCORE} d_{jmiddleCORE}^4}{\tau_j} \right)^{\frac{1}{4-q}},$$

$$d_{effectMODEL} = \left( \frac{c}{N_{BAS}} (N_S d_S^4 \tau_S + N_A d_A^4 \tau_A + N_B d_B^4 \tau_B) \right)^{\frac{1}{4-q}}, \quad (9)$$

$$S_{jCORE} = \frac{\pi}{4} d_{jmiddleCORE}^2 N_{jCORE},$$

$$S_{jMODEL} = \frac{\pi}{4} d_{jmiddleMODEL}^2 N_{jMODEL}.$$

Относительные погрешности по эффективным диаметрам и площадям сечения пор вычисляются по формулам:

$$\varepsilon_d = \frac{|d_{effectCORE} - d_{effectMODEL}|}{d_{effectCORE}} \cdot 100\%, \quad (10)$$

$$\varepsilon_S = \frac{|S_{jCORE} - S_{jMODEL}|}{S_{jCORE}} \cdot 100\%.$$

Отметим, что относительная погрешность эффективных диаметров и площадей сечения пор кластерной модели от модели образца ядра составляет  $\pm 5\%$ .

Полученные результаты расчетов представлены в таблице 2.

На рис. 2 и 3 показаны гистограммы распределения каналов по размерам, где даны 6 и 11 входных диаметров соответственно.

После определения граничных диаметров по формуле (6) получены новые распределения каналов в диапазоне диаметров на рис. 4 и 5, соответствующие экспериментальным данным.

На рис. 4 и 5 видно, что при переходе от исходной модели к кластерной распределение пор по диаметрам получило «уточнение» с помощью определения границ и стало иметь на два диапазона больше. Число каналов при этом не изменилось.

Таким образом, переход от начального дискретного распределения пор по диаметрам к цифровой кластерной модели, включающей только три сорта каналов, есть упрощение, необходимое для построения математической модели порового пространства и, как следствие, для расчета параметров при трехфазном течении жидкости. Такой переход приводит к огрублению исходных данных, но, как мы видим из апробации на двух выборках, не более 5%. Важно то, что разработанный алгоритм уже позволяет однозначно определить геометрические характеристики каналов.

Таблица 1

## Входные данные

Table 1

## Input data

Параметры		1-й эксперимент	2-й эксперимент
Длина керна, м	$L_{CORE}$	0,03	0,03
Диаметр керна, м	$d_{CORE}$	0,03	0,03
Пористость	$m$	0,2	0,25
Эффективная пористость	$m_{ef}$	0,1	0,2
Коэффициент изотропности	$K_{is}$	2	2
Коэффициент извилистости для левого диаметра выборки	$\tau_{left}$	3,1	3,1
Коэффициент извилистости для правого диаметра выборки	$\tau_{right}$	1,1	1,1
Распределение пор по диаметрам (из ККД)	$n_j$	[0,15; 0,2; 0,15; 0,3; 0,2]	[0,23; 0,21; 0,15; 0,08; 0,04; 0,03; 0,02; 0,013; 0,015; 0,212]
Диаметры пор в керне (из ККД), мкм	$d_j$	[1; 12; 20; 22; 27; 30]	[3,6; 4; 5; 6,4; 8; 10; 13; 16; 20; 25; 100]

Таблица 2

## Результаты расчетов

Table 2

## Calculation results

Параметры		1-й эксперимент	2-й эксперимент
Площадь поперечного сечения керна, м <sup>2</sup>	$F_{CORE}$	7,07E-04	7,07E-04
Площадь пор в сечении керна, м <sup>2</sup>	$S_{PORE}$	7,07E-05	1,41E-04
Число каналов в керне	$N_{CORE}$	201 582,7	2 026 605,7
Число кластеров	$N_C$	2 761,4	27 761,7
Число B-каналов	$N_B$	2 761,4	27 761,7
Число A-каналов	$N_A$	22 091,3	222 093,8
Число S-каналов	$N_S$	176 730,1	1 776 750,2
Число всех каналов	$N_{BAS}$	201 582,7	2 026 605,7

Окончание таблицы 2

Table 2 (end)

Параметры		1-й эксперимент	2-й эксперимент
Количество каналов в диапазоне диаметров $[d_j, d_{j+1}]$	$N_j$	[97 250,33; 40 105,13; 19 549,19; 29 526,28; 15 151,8]	[933 807,8; 626 252,54; 293 329,38; 103 587,47; 34 854,75; 16 849,69; 7 485,33; 3 309,92; 2 570,1; 4 558,74]
Граничный диаметр между $S$ - и $A$ -каналами, м	$d_{SA}$	2,36E-05	5,4e-06
Граничный диаметр между $A$ - и $B$ -каналами, м	$d_{AB}$	2,75E-05	1,18e-05
Диаметр $S$ -канала, м	$d_S$	1,65e-05	4,48e-06
Диаметр $A$ -канала, м	$d_A$	2,65e-05	7,01e-06
Диаметр $B$ -канала, м	$d_B$	2,88e-05	7,88e-05
Коэффициент извилистости $S$ -каналов	$\tau_S$	1,65	2,95
Коэффициент извилистости $A$ -каналов	$\tau_A$	1,48	2,67
Коэффициент извилистости $B$ -каналов	$\tau_B$	1,46	2,6
Геометрический объем $S$ -каналов в кластере, м <sup>3</sup>	$V_S$	1,06E-11	1,39E-12
Геометрический объем $A$ -каналов в кластере, м <sup>3</sup>	$V_A$	2,45E-11	3,09E-12
Геометрический объем $B$ -каналов в кластере, м <sup>3</sup>	$V_B$	2,84E-11	3,80E-12
Общий объем перемычек, м <sup>3</sup>	$V_{PER}$	8,76E-10	1,14E-10
Объем пор в кластере, м <sup>3</sup>	$V_{PORE}$	3,56E-09	4,63E-10
Объем кластера, м <sup>3</sup>	$V_C$	3,56E-08	2,32E-09
Радиус кластера, м	$R_C$	6,15E-04	1,57E-04
Средняя длина перемычек, м	$L_{PER}$	7,17E-04	3,27E-04
Относительная ошибка эффективных диаметров модели кластера и керна, %	$\varepsilon_d$	1,21%	1,31%
Относительная ошибка площадей сечения пор в кластере и керне, %	$\varepsilon_S$	3,79%	0,76%

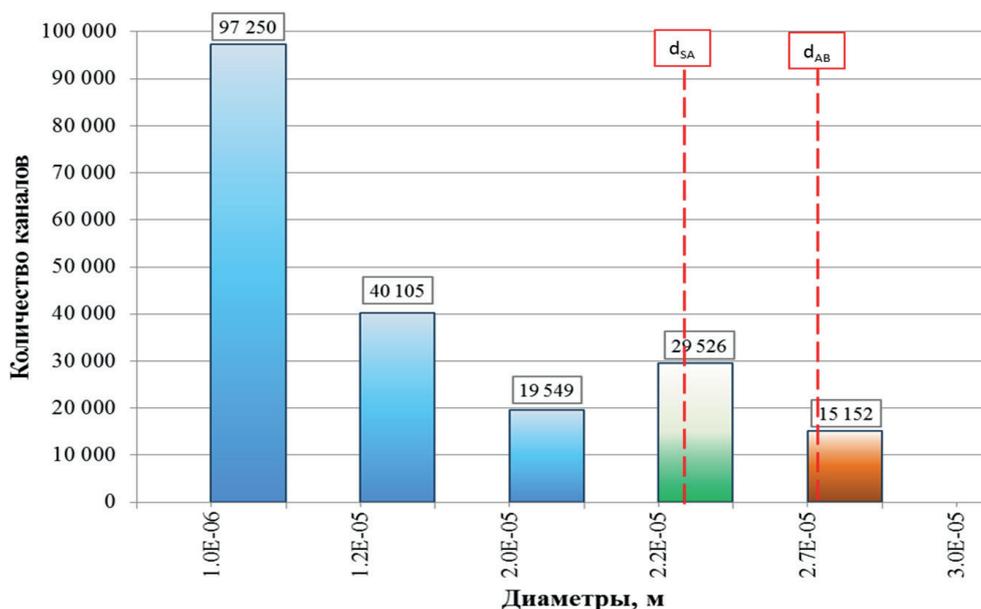


Рис. 2. Распределение каналов по диаметрам для 1-го эксперимента

Fig. 2. Distribution of channels by diameters for 1<sup>st</sup> experiment

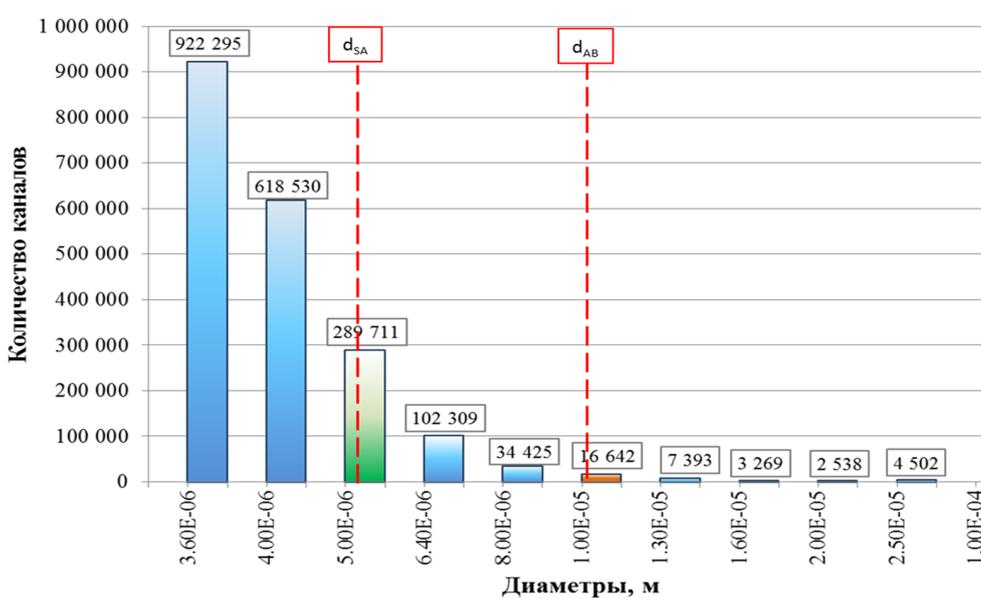


Рис. 3. Распределение каналов по диаметрам для 2-го эксперимента

Fig. 3. Distribution of channels by diameters for 2<sup>nd</sup> experiment

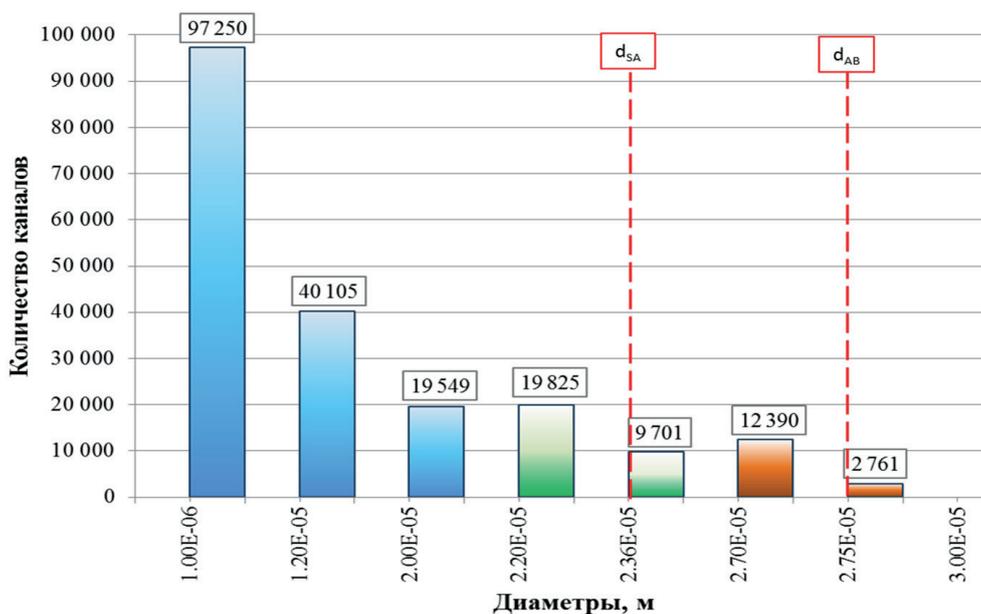


Рис. 4. Новое распределение каналов по диаметрам для 1-го эксперимента

Fig. 4. New distribution of channels by diameters for 1<sup>st</sup> experiment

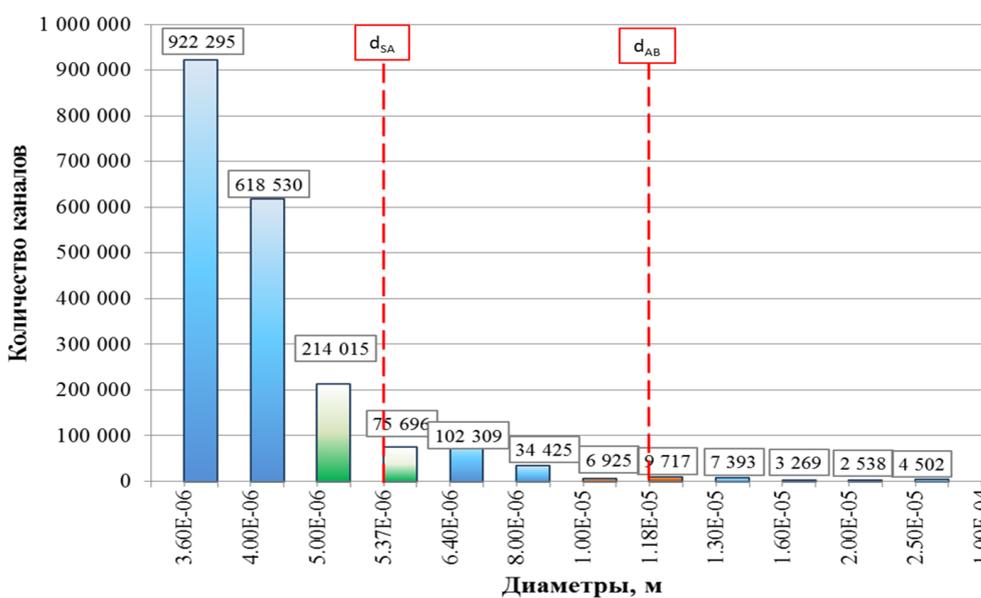


Рис. 5. Новое распределение каналов по диаметрам для 2-го эксперимента

Fig. 5. New distribution of channels by diameters for 2<sup>nd</sup> experiment

### Заключение

1. Проведен аналитический обзор работ по описанию двух- и трехфазных течений в поровых каналах и, в частности, по описанию различных подходов к определению параметров порового пространства. Анализ литературы показал, что на сегодняшний день отсутствуют способы определения ОФП, основанные на полноценной гидродинамической модели.
2. Построена сетевая модель порового пространства, основанная на распределении поровых каналов по диаметрам, найденным из кривых капиллярного давления с выделением кластеров, состоящих из  $B$ -канала (большого), по которому в четочном режиме движутся нефть, вода и газ,  $A$ -каналов (средних), по которым движутся вода и газ, и  $S$ -каналов (малых) с движущимся газом, а также перемычек между этими каналами.
3. Разработаны алгоритм и программа для расчета геометрических параметров кластерной сетевой модели ядра.
4. Выполнен численный эксперимент по определению геометрических параметров кластера (диаметры каналов, объемы, параметры кластера и др.).
5. Графически представлены распределения каналов по диаметрам.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 416 с.
2. Алтунин А. Е. Расчетный метод получения ОФП на основе решения обобщенных уравнений Бернулли для системы поровых каналов / А. Е. Алтунин, С. В. Соколов, С. В. Степанов, Н. А. Черемисин, А. Б. Шабаров // Нефтепромысловое дело. 2013. № 8. С. 40-46.
3. Афанаскин И. В. Суперэлементная модель трехфазной фильтрации нефти, газа и воды с учетом работы добывающих скважин при забойном (и пластовом) давлении ниже давления насыщения нефти газом / И. В. Афанаскин, С. Г. Вольпин, А. В. Королев, О. В. Ломакина, П. В. Ялов // Вестник кибернетики. 2018. № 1 (29). С. 9-19.
4. Гафаров Ш. А. Гравитационно-гидродинамический механизм фильтрации трехфазной смеси и повышение углеводородоотдачи пласта при создании подземных хранилищ газа в истощенных месторождениях нефти / Ш. А. Гафаров, Р. Р. Ибрагимов, А. Г. Латыпов, М. Ф. Каримов, Л. М. Муллагалиева // Нефтегазовое дело. Том 10. № 3. 2012. С. 45-49.
5. Гаюбов А. Т. Анализ влияния нелинейных эффектов на течение флюидов в пористых средах: дис. канд. техн. наук / А. Т. Гаюбов. М.: Рос. гос. ун-т нефти и газа (нац. исслед. ун-т) им. И. М. Губкина, 2021. 112 с.
6. Дмитриев Н. М. Подземная гидромеханика: пос. для семинарских занятий / Н. М. Дмитриев, В. В. Кадет. М.: Интерконтакт Наука, 2008. 174 с.
7. Игошин Д. Е. Численное исследование зависимости проницаемости от пористости среды, образованной каналами регулярной структуры / Д. Е. Игошин,

- Р. С. Сабуров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 1 (1). С. 84-90.
8. Игошин Д. Е. Численные и аналитические оценки проницаемости пористой среды, образованной каналами, имеющими вращательную симметрию / Д. Е. Игошин, А. Ю. Максимов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 3 (3). С. 112-121.
  9. Кадет В. В. Методы теории перколяции в подземной гидромеханике / В. В. Кадет. М.: ЦентрЛитНефтеГаз, Москва, 2008. 96 с.
  10. Каневская Р. Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов / Р. Д. Каневская. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 140 с.
  11. Кузина О. А. Расчетно-экспериментальный метод определения параметров фильтрации смеси «нефть — водный раствор поверхностно-активных веществ» / О. А. Кузина, А. Б. Шабаров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2020. Том 6. № 1 (21). С. 41-64. DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-1-41-64
  12. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет. М.; Ижевск: Регулярная и хаотичная динамика, 2004. 628 с.
  13. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. / Р. И. Нигматулин. М.: Наука, 1987. Ч. 2. 359 с.
  14. ОСТ 39-235-89. Нефть. Метод определения фазовых проницаемостей в лабораторных условиях при совместной стационарной фильтрации. М.: Типография ХОЗУ Миннефтепрома, 1989. 37 с.
  15. Степанов С. В. Вычислительная технология для определения функции межфазного взаимодействия на основе моделирования течения в капиллярном кластере / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров, Г. С. Бембель // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 1. С. 63-71. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-63-71
  16. Степанов С. В. Исследование динамических фазовых проницаемостей на основе численного моделирования двухфазного течения в поровых каналах / С. В. Степанов, А. Б. Шабаров, Г. С. Бембель, А. В. Шаталов // Материалы XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань, 2015. С. 3600-3601.
  17. Фарухшин А. И. Трехфазная фильтрация при водогазовом воздействии / А. И. Фарухшин // Форум молодых ученых. № 11 (51). 2020. С. 311-313.
  18. Шабаров А. Б. Геометрическая модель порового пространства для расчета фильтрации нефти и воды / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов // Теплофизика, теплотехника, гидрогазодинамика. Инновационные технологии. Тюмень: Изд-во Тюм. гос. ун-та, 2016. С. 172-183.
  19. Шабаров А. Б. Гидрогазодинамика: учеб. пос. / А. Б. Шабаров. 2-е изд., перераб. Тюмень: Изд-во Тюм. гос. ун-та, 2013. 460 с.
  20. Шабаров А. Б. Методы определения функций относительной фазовой проницаемости в задачах многофазной фильтрации / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов, П. В. Марков, Н. В. Шаталова // Вестник Тюменского государственного

- университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Том 4. № 1. С. 79-109. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-1-79-109
21. Шабаров А. Б. Потери давления при течении водонефтяной смеси в поровых каналах / А. Б. Шабаров, А. В. Шаталов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2016. Том 2. № 2. С. 50-72. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72
22. Al-Gharbi M. S. Dynamic Pore-Scale Modelling of Two-Phase Flow: The thesis for PhD degree / M. S. Al-Gharbi. London: Imperial College of the University of London, 2004. 154 p.
23. Fatt I. The network model of porous media. II. Dynamic properties of a single size tube network / I. Fatt // Transactions of the AIME. 1956. Vol. 207. Iss. 1. Pp. 160-181. DOI: 10.2118/574-G
24. Øren P. E. Digital core laboratory: Rock and flow properties derived from computer generated rocks / P. E. Øren, S. Bakke, H. G. Rueslåtten // Paper presented at the SCA2006-21 (Trondheim, Norway, 12-16 November, 2006). URL: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.465.4963&rep=rep1&type=pdf> (дата обращения: 18.03.2022).
25. Stone H. L. Probability model for estimating three-phase relative permeability / H. L. Stone // Journal of Petroleum Technology. 1970. Vol. 22. No. 2. Pp. 214-218. Paper SPE-2116-PA. DOI: 10.2118/2116-PA
26. Valavanides M. S. True-to-mechanism model of steady-state two-phase flow in porous media, using decomposition into prototype flows / M. S. Valavanides, A. C. Payatakes // Advances in Water Resources. 2001. Vol. 24, Iss. 3-4. Pp. 385-407. DOI: 10.1016/S0309-1708(00)00063-4
27. Van Dijke M. I. J. Pore-scale modelling of three-phase flow in mixed-wet porous media: Multiple displacement chains / M. I. J. van Dijke, K. S. Sorbie // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2003. Vol. 39. Iss. 3-4. Pp. 201-216. DOI: 10.1016/S0920-4105(03)00063-9
28. Wyckoff R. D. The measurement of the permeability of porous media for homogeneous fluids / R. D. Wyckoff, H. G. Botset, M. Muskat, D. W. Reed // Review of Scientific Instruments. 1933. Vol. 4. Pp. 394-405. DOI: 10.1063/1.1749155

**Alexander B. SHABAROV<sup>1</sup>**  
**Dmitry E. IGOSHIN<sup>2</sup>**  
**Polina M. ROSTENKO<sup>3</sup>**  
**Anastasia P. SADYKOVA<sup>4</sup>**

UDC 532.546.3

## **DIGITAL CLUSTER MODEL OF PORE SPACE AT FLOW OF THREE-PHASE FLOW IN POROUS MEDIUM**

<sup>1</sup> Dr. Sci. (Tech.), Professor,  
Professor, Department of Applied and Technical Physics,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
kaf\_mms@utmn.ru; ORCID: 0000-0002-5374-8704

<sup>2</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.),  
Head of the Reservoir Physics Laboratory,  
Corporate Center for the Study of Reservoir Systems (Core and Fluids),  
Gazprom VNIIGAZ (Moscow);  
Associate Professor, Department of Fundamental Mathematics,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
d.e.igoshin@utmn.ru

<sup>3</sup> Postgraduate Student,  
Department of Applied and Technical Physics,  
Institute of Physics and Technology, University of Tyumen  
stud003991636@study.utmn.ru

<sup>4</sup> Postgraduate Student,  
Department of Applied and Technical Physics,  
Institute of Physics and Technology,  
University of Tyumen  
stud0000217819@study.utmn.ru

---

**Citation:** Shabarov A. B., Igoshin D. E., Rostenko P. M., Sadykova A. P. 2022. "Digital cluster model of pore space at flow of three-phase flow in porous medium". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 88-108. DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-88-108

---

**Abstract**

The work is devoted to one of the urgent problems of the oil and gas industry — the study of three-phase filtration. The creation of pore space models is an important stage in the study of the flow of oil and gas mixtures for the subsequent determination of the filtration and reservoir properties of reservoir rocks. The aim of the study is to develop a physical and mathematical model of a porous medium on the scale of a core sample. A digital cluster model for calculating the geometric parameters of the pore space is presented. The structure of the pore space of the cluster model is based on the distribution of pores by diameters obtained from capillary pressure curves (KCD). The core contains clusters consisting of a big channel (*B*) through which oil, water and gas move in a clear mode, average channels (*A*) with moving water and gas and small channels (*S*) with moving gas, as well as bridges between these channels. The division of the pore diameter distribution function into regions related to big, average and small channels is based on empirically determined relationships between the numbers of channels through which fluids move in the pore space in the above combinations. At the same time, the transition from the physical core model to the digital cluster model is carried out with the preservation of porosity, absolute permeability and taking into account the tortuosity of the channels. The dependence of the tortuosity of channels on their diameter is assumed according to a decreasing power law. The model presented in this paper is tested on two examples at different values of effective porosity and the number of intervals of the pore distribution function by diameter. The model has the potential for further development and calculation of the filtration flow of a three-phase mixture (oil, gas and water) on the scale of a core sample.

**Keywords**

Oil and gas mixture, three-phase filtration, cluster model, digital core model, pore space, porosity, permeability, capillary pressure curves, relative phase permeability.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-88-108**

**REFERENCES**

1. Aziz H., Settari E. 2004. Mathematical modeling of formation systems. Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Research. 416 p. [In Russian]
2. Altunin A. E., Sokolov S. V., Stepanov S. V., Cheremisin N. A., Shabarov A. B. 2013. "The calculation method for obtaining the CRF based on the solution of the generalized Bernoulli equations for the pore channel system". Oil field case, no. 8, pp. 40-46. [In Russian]
3. Afanaskin I. V., Volpin S. G., Korolev A. V., Lomakina O. V., Yalov P. V. 2018. "Super-element model of three-phase filtration of oil, gas and water taking into account the operation of production wells at bottomhole (and formation) pressure below the pressure of oil saturation with gas". Cybernetics Herald, no. 1 (29), pp. 9-19. [In Russian]
4. Gafarov Sh. A., Ibragimov R. R., Latypov A. G., Karimov M. F., Mullagaliyeva L. M. 2012. "Gravitationally-the hydrodynamic mechanism of filtration of three-phase mix and increase in an hydrocarbon recovery of a reservoir during creation of underground gas storages in the exhausted oil fields". Oil and gas business, vol. 10, no. 3, pp. 45-49. [In Russian]

5. Gayubov A. T. 2021. "Analysis of the effect of nonlinear effects on the flow of fluids in porous media". Cand. Sci. (Tech.) diss. Moscow: Russian State University of Oil and Gas (National Research University) named after I. M. Gubkin. 112 p. [In Russian]
6. Dmitriev N. M., Kadet V. V. 2008. Underground hydromechanics. Manual for workshops. Moscow: Intercontact Science. 174 p. [In Russian]
7. Igoshin D. E., Saburov R. S. 2015. "Numerical research of permeability dependence of porosity in the media formed by regular structure channels". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no. 1 (1), pp. 84-90. [In Russian]
8. Igoshin D. E., Maksimov A. Yu. 2015. "Numerical and analytical estimates of permeability of porous medium formed by channels having rotational symmetry". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 1, no. 3 (3), pp. 112-121. [In Russian]
9. Cadet V. V. 2008. Methods of percolation theory in underground hydromechanics. Moscow: CenterLitNefteGas Publishing House. 96 p. [In Russian]
10. Kanevskaya R. D. 2002. Mathematical modeling of hydrodynamic processes of development of hydrocarbon deposits. Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Research. 140 p. [In Russian]
11. Kuzina O. A., Shabarov A. B. 2020. "Calculation and experimental method for determining the filtration parameters of the mixture 'oil — aqueous solution of surfactants'". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 6, no. 1 (21), pp. 41-64. DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-1-41-64 [In Russian]
12. Masket M. 2004. Flow of homogeneous liquids in a porous medium. Moscow; Izhevsk: Regular and Chaotic Dynamics. 628 p. [In Russian]
13. Nigmatulin R. I. 1987. Dynamics of Multiphase Media: in 2 parts. Part 2. Moscow: Science. 359 p. [In Russian]
14. OST 39-235-89 Oil. Method for determination of phase permeability in laboratory conditions at joint stationary filtration. Moscow: KOHZU Minneftprom Typography. 37 p. [In Russian]
15. Stepanov S. V., Shabarov A. B., Bembel G. S. 2016. "Computer technology for determination of interphase interaction function based on flow simulation in capillary cluster". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 1, pp. 63-71. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-1-63-71 [In Russian]
16. Stepanov S. V., Shabarov A. B., Bembel G. S., Shatalov A. V. 2015. "Study of dynamic phase permeability based on numerical modeling of two-phase flow in pore channels". Materials of the 11<sup>th</sup> All-Russian Congress on fundamental problems of theoretical and applied mechanics. Kazan. Pp. 3600-3601. [In Russian]
17. Farukhshin A.I. 2020. "Three-phase filtration at water-gas impact". Forum of Young Scientists, no. 11 (51), pp. 311-313. [In Russian]
18. Shabarov A. B., Shatalov A. V. 2016. "Geometric model of pore space for calculating oil and water filtration". 9<sup>th</sup> school-seminar of young scientists thermophysics, heat engineering, hydrogasodynamics. Innovative technologies: a collection of articles. Tyumen: Tyumen State University Publishing House. Pp. 172-183. [In Russian]
19. Shabarov A. B. 2013. Hydrogazodynamics: tutorial. 2<sup>nd</sup> ed., redesign. Tyumen: Tyumen State University Publishing House. 460 p. [In Russian]

20. Shabarov A. B., Shatalov A. V., Markov P. V., Shatalova N. V. 2018. "Relative Permeability Calculation Methods in Multiphase Filtration Problems". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 4, no 1, pp. 79-109. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-1-79-109 [In Russian]
21. Shabarov A. B., Shatalov A. V. 2016. "Pressure drops in water-oil mixture flow in porous channels". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 2, no 2, pp. 50-72. DOI: 10.21684/2411-7978-2016-2-2-50-72 [In Russian]
22. Al-Gharbi M. S. 2004. Dynamic Pore-Scale Modelling of Two-Phase Flow: The Thesis for PhD Degree. London: Imperial College of the University of London. 154 p.
23. Fatt I. 1956. "The network model of porous media. II. Dynamic properties of a single size tube network". Transactions of the AIME, vol. 207, iss. 1, pp. 160-181. DOI: 10.2118/574-G
24. Øren P. E., Bakke S., Rueslåtten H. G. 2006. "Digital core laboratory: Rock and flow properties derived from computer generated rocks". Paper presented at the SCA2006-21 (Trondheim, Norway). Accessed on 18 March 2022. <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.465.4963&rep=rep1&type=pdf>
25. Stone H. L. 1970. "Probability model for estimating three-phase relative permeability". Journal of Petroleum Technology, vol. 22, no. 2, pp. 214-218. Paper SPE-2116-PA. DOI: 10.2118/2116-PA
26. Valavanides M. S., Payatakes A. C. 2001. "True-to-mechanism model of steady-state two-phase flow in porous media, using decomposition into prototype flows". Advances in Water Resources, vol. 24, iss. 3-4, pp. 385-407. DOI: 10.1016/S0309-1708(00)00063-4
27. Van Dijke M. I. J., Sorbie K. S. 2003. "Pore-scale modelling of three-phase flow in mixed-wet porous media: Multiple displacement chains". Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 39, iss. 3-4, pp. 201-216. DOI: 10.1016/S0920-4105(03)00063-9
28. Wyckoff R. D., Botset H. G., Muskat M., Reed D. W. 1933. "The measurement of the permeability of porous media for homogeneous fluids". Review of Scientific Instruments, vol. 4, pp. 394-405. DOI: 10.1063/1.1749155

# **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

**Андрей Андреевич СИДОРОВ<sup>1</sup>**

УДК 550.8

## **ВАРИАЦИОННО-СЕТОЧНЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ЛИТОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КЛИНОФОРМНЫХ ОТЛОЖЕНИЙ**

<sup>1</sup> кандидат физико-математических наук,  
заведующий лабораторией математического моделирования,  
Научно-аналитический центр рационального недропользования  
им. В. И. Шпилемана (г. Тюмень)  
darth@cr.ru; ORCID: 0000-0002-8639-2644

### **Аннотация**

По мере выработки потенциала крупных месторождений углеводородов перспективы нефтегазоносности нередко связываются с залежами, образованными ловушками неструктурного типа, экранированными непроницаемыми слоями глин. Такой тип коллекторов характерен для ачимовских отложений Западно-Сибирского неокомского комплекса, сформированных в глубоководной морской обстановке. Для пластов клиноформного типа характерно неконформное залегание, а также сложное литологическое строение, обусловленное колебаниями уровня моря. Всё это ограничивает применение

---

**Цитирование:** Сидоров А. А. Вариационно-сеточный подход к построению литологических моделей клиноформных отложений / А. А. Сидоров // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 109-125.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-109-125

---

при построении цифровых литологических моделей интерполяционных и стохастических методов геокартирования и приводит к необходимости развития подходов, учитывающих физические основы процесса седиментации.

В статье предлагается подход, часто применяемый в задачах бассейнового моделирования, в которых формирование осадочной толщи представляется как результат диффузионного процесса. Рассматривается задача двухкомпонентной турбулентной диффузии с адвекцией в квазистационарной постановке. Коэффициенты диффузии, а также член уравнения, отвечающий за осаждение частиц, являются функциями глубины моря. Относительно толщины накопленных осадков записывается явная разностная схема, на каждом временном слое которой с помощью вариационно-сеточного метода картирования для концентрации взвешенных частиц решается стационарное уравнение диффузии.

В качестве тестового примера была сгенерирована карта поверхности морского дна и произведен расчет одного трансгрессивно-регрессивного цикла. В результате был получен характерный клиноциклит с песчанистыми прослоями в шельфовой части, песчано-алевролитовым телом на склоне морского дна и глинистой покрывкой, сформированной в период максимального затопления.

#### **Ключевые слова**

Геокартирование, бассейновое моделирование, вариационно-сеточный метод, сплайн-аппроксимация, литологическая модель, диффузия с адвекцией, осадконакопление, клиноформный комплекс.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-109-125**

#### **Введение**

Значительная часть месторождений углеводородов приурочена к коллекторам, сформированным в морской обстановке, представляющим собой шельф или глубоководную часть дна палеоморя. В Западной Сибири отложения этого типа характерны для неокомского клиноформного комплекса.

Построение структурно-литологической модели является базовым этапом как для оценки перспектив малоизученных территорий, так и для задач моделирования в границах месторождений с высокой степенью изученности. Исходной информацией для расчетов служат данные сейсморазведки и геофизических исследований скважин (ГИС). Результаты сейсмической корреляции определяют структурно-геологический каркас: сейсмические границы, разделяющие породы с контрастными акустическими свойствами, как правило, соотносятся со стратиграфическим расчленением осадочного чехла. Данные интерпретации ГИС и анализа керна наиболее точно характеризуют литологические свойства пород осадочного чехла, но дают знания об их локальном распределении. Задача литолого-структурного моделирования заключается в распространении «точечной» информации на весь изучаемый объем.

Для областей с высокой плотностью бурения и сейсмической изученности проблема построения адекватной структурно-литологической модели носит чисто технический характер. Однако интерес с точки зрения выявления потенциальных перспектив нефтегазоносности чаще всего представляют собой участки с существенно меньшей плотностью исходных данных. Действительно, проведение дорогостоящей 3D-сейморазведки и бурение дополнительных разведочных скважин в зонах, перспективность которых не подтверждена, экономически нецелесообразно. При этом отложения клиноформного типа характеризуются сложным строением, обусловленным соответствующими условиями седиментации. Кровли и подошвы пластов залегают неконформно, а литологические свойства изохронного слоя, т. е. отложений, сформированных в одно геологическое время, обладают выраженной зональной неоднородностью.

Клиноформные отложения Западной Сибири в подавляющей мере сложены из терригенных пород, т. е. осадков, привнесенных реками с континентальной части или попавших в море в результате размыва берегов [1, 2]. В результате волновой активности и воздействия течений взвешенные частицы распределяются в морской толще и, по мере снижения турбулентного обмена между поверхностью моря и дном, постепенно оседают, формируя осадочный слой. При этом преимущественно на шельфе оседает более тяжелая песчаная фракция, на склоне морского дна и у его подножья оседают глинистые частицы и илы. Эвстатические колебания уровня моря приводят к изменению положения и конфигурации береговой линии и, как результат, к смене общей картины распределения осадков. При низком уровне моря вследствие размыва шельфа происходит снос песчаного материала в более глубоководную часть, а при высоком уровне над шельфом и склоном формируется глинистая покрывка.

Учет при формировании модели условий седиментации, а также физических основ процесса переноса и накопления осадков позволит повысить достоверность и улучшить прогнозирующие свойства структурно-литологических моделей. Из этого следует актуальность разработки новых и совершенствования имеющихся методов построения литологических моделей, опирающихся на данные геологоразведочных работ с учетом физических законов формирования осадочной толщи.

### **Методы исследования**

В настоящее время выделяются три группы методов, используемых в построении структурно-литологических моделей. К первой относятся различного вида интерполяционные подходы, восстанавливающие поле некоторого численного параметра (коэффициента песчаности, глинистости) по данным точечных наблюдений. Это широко распространенные методы скользящего среднего, обратных расстояний, минимума кривизны, кригинга и т. д. Наибольшую популярность из перечисленных приобрел метод кригинга [9] и различные его модификации, поскольку он учитывает случайную природу моделируемого процесса и через вариограммы дает возможность использовать априорные сведения относительно

статистических характеристик картируемого параметра. Однако построение вариограмм, которые бы соответствовали данным точек наблюдения, требует высокой плотности исходной информации, что не всегда возможно. При малой плотности данных обычно используют вариограммы стандартного вида, что делает решение задачи довольно формальным. Более того, метод предполагает, что дисперсия и математическое ожидание моделируемого параметра постоянны, в противном случае возникает дополнительная задача выделения для набора данных трендовой составляющей.

Для иллюстрации случайного характера распределения литологических параметров широкое применение нашли стохастические подходы. Среди них выделяются пиксельные методы, когда для каждой ячейки модельной области рассчитывается вероятность принадлежности к одному из нескольких дискретных литологических типов [14]. Объектные методы оперируют набором образов типичных геологических тел (русла, линзы) и масштабируют их на исходные данные [10]. Эти методы позволяют получить на выходе правдоподобную литологическую модель, но, поскольку они не учитывают физической природы картируемого параметра, прогнозирующая способность такой модели вызывает много вопросов.

К третьей группе относятся методы, основанные на учете истории геологического развития региона и физических законов формирования осадочного чехла, носящие обобщенное название *бассейновое моделирование*. Оно включает в себя широкий спектр задач от заполнения бассейна осадками до вопросов термической истории, выполнения условий созревания органического вещества, миграции и накопления углеводородов.

Модели седиментационного заполнения берут начало в задачах, решающих вопросы современной истории формирования слоя донных осадков морей под воздействием притока рек и волновой активности [7]. Но в данном случае математический аппарат, описывающий процессы турбулентной диффузии с адвекцией, оседание твердых частиц, эрозию, движение оползневых потоков, применяется для времен геологического масштаба.

Моделирование формирования осадочной толщи, реализованное в продукте Dionisos [12], основано на решении задачи массопереноса, где для  $i$ -го компонента взвешенной в потоке твердой фракции записывается закон сохранения с эмпирическим уравнением связи для потока вещества.

$$\begin{aligned}\vec{q}_i &= -c_i(K_g^i + K_w^i q_w)\vec{\nabla}Z, \\ \frac{\partial(Zc_i)}{\partial t} &= \text{div}(\vec{q}_i),\end{aligned}\tag{1}$$

где  $Z$  — глубина моря (превышение земной поверхности);  $q_i$  — поток  $i$ -го компонента;  $c_i$  — его объемная доля;  $K_g^i$  — коэффициент диффузии для компонента, иллюстрирующий диссипацию рельефа за счет гравитационных сил;  $K_w^i$  — коэффициент диффузии для гидродинамических процессов;  $q_w$  — безразмерный расход жидкости. Коэффициенты диффузии, помимо размера зерен взвешенного осадка, являются функциями рельефа дна, а также других параметров.

Система уравнения (1) описывает процесс седиментации как перемещение осадков под действием гравитационных сил в направлении увеличения глубины бассейна. Нетрудно заметить, что рельеф дна служит основным фактором, регулирующим формирование осадочной толщи, и это является существенным упрощением.

Другой подход заключается в том, что осадочный материал рассматривается в виде взвеси частиц в некотором активном слое жидкости толщиной  $\delta$ . В этом случае закон сохранения записывается в виде [11]:

$$\frac{\partial(\delta c_i)}{\partial t} + \text{div}(\delta c_i \vec{v}) = F_e - F_d, \quad (2)$$

где  $\vec{v}$  — скорость потока жидкости, а  $F_e, F_d$  — функции эрозии и осаждения для соответствующей компоненты. Отрыв частиц от дна и нахождение их во взвешенном состоянии происходит за счет процессов турбулентного перемешивания, интенсивность которых зависит от множества факторов: глубины, волновой активности, скорости течений в толще воды и пр. Распределение концентраций частиц регулируется уравнением турбулентной диффузии, а изменение рельефа дна определяется правой частью уравнения (2), т. е. соотношением процессов эрозии и осаждения. Эта модель является более строгой с точки зрения соответствия реальным физическим процессам, но одновременно и более сложной, т. к. включает дополнительные эмпирические соотношения для функций эрозии и осаждения.

Процесс моделирования, описанный в [12], разбивается на два этапа. На первом происходит оценка основных параметров, необходимых для прямого моделирования, таких как область накопления осадков, поток осадков на границе области моделирования, безразмерный расход воды, коэффициенты диффузии. На втором происходит тонкая подстройка параметров с целью минимизации отклонений от стратиграфической модели, полученной по данным бурения. Подстройка осуществляется за счет варьирования местоположения и интенсивности источников осадочного материала, расхода воды, корректировки кривой эвстатических колебаний уровня моря и т. д.

Решение прямой задачи с адаптацией параметров модели к исходным данным при условии соответствия физической постановки процессам, имевшим место в реальности, обладает бесспорным достоинством, которое заключается в возможности обоснованного прогноза литологических свойств пород вне точек наблюдения. Однако реальные процессы формирования отложений довольно сложны: они нестационарны, нелинейны, их описание требует большого числа настроечных параметров. В свою очередь, упрощенные модели (1) хуже адаптируются к большому числу исходных данных.

Из сказанного выше следует, что актуальной задачей остается разработка подходов, сочетающих достоинства интерполяционных методов (в смысле прямого использования нерегулярно расположенных исходных данных) и методов физического моделирования.

Вариационно-сеточный метод картирования, реализованный в программе GST [5], зарекомендовал себя как надежное средство построения двумерных

цифровых моделей полей геологических и физических параметров [3, 4]. Его суть заключается в минимизации функционала следующего вида:

$$F = \rho \|L\langle U \rangle - z\|^2 + \beta \|A\langle U \rangle - B\langle G \rangle\|^2. \quad (3)$$

В данном случае  $U$  — поле картируемого параметра, представленное в виде функции двух пространственных переменных. Слагаемое при весовом коэффициенте  $\rho$  отвечает за соответствие картируемого поля исходным данным ( $z$ ) в заданных точках. Второе слагаемое при весовом коэффициенте  $\beta$  определяет пространственное распределение  $U$  вне точек наблюдения;  $G$  — некоторая известная функция пространственных переменных, которая связана с искомым полем  $U$  соотношением, определяемым операторами  $A, B$ . В терминах, принятых в математической геологии, функция  $G$  называется *косвенной информацией*. Линейные дифференциальные операторы  $L, A, B$  имеют вид:

$$L = A = B = a_0 + a_1 \frac{\partial}{\partial x} + a_2 \frac{\partial}{\partial y} + a_3 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a_4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + a_5 \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

где коэффициенты  $a_i$  в общем случае зависят от пространственных координат. В качестве базисных функций для аппроксимации решения  $U$  применяются бикубические  $B$ -сплайны, позволяющие свести задачу (3) к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с сильно разреженной матрицей.

Решение вариационной задачи (3) соответствует минимуму суммарной невязки, складывающейся из отклонений искомой функции  $U$  от исходных данных в отдельных точках и некоторого «глобального» условия, заданного для области картирования целиком, определяемого слагаемым при весовом коэффициенте  $\beta$ .

Изучение возможностей вариационно-сеточного метода [6] показало его применимость для получения приближенного решения дифференциальных уравнений в частных производных. Здесь вид уравнения определяется коэффициентами оператора  $A$ , слагаемое  $B\langle G \rangle$  описывает правую часть уравнения, тип граничных условий задается оператором  $L$ .

Данный подход тестировался сравнением с частными решениями уравнения Пуассона, стационарного уравнения Шредингера, а также с решениями нестационарного одномерного уравнения теплопроводности. Граничные условия задавались в виде точек исходных данных, расположенных по контуру области моделирования. Тесты показали высокую эффективность подхода: в частности, относительное отклонение численного решения уравнения Пуассона от аналитического имеет порядок  $10^{-5}$ .

Вариационно-сеточный метод позволяет дополнить задачу сплайн-аппроксимации элементами физического моделирования, заключающегося введением в функционал (3) дифференциальных уравнений, описывающих соответствующий процесс. Для получения физически обоснованного распределения литологических параметров сформулируем диффузионную модель осадконакопления с перечисленными ниже допущениями:

- 1) процесс седиментации происходит в морской обстановке; перенос осадков осуществляется в некотором слое жидкости за счет процесса турбулентной диффузии с адвекцией, а также под воздействием гравитационных сил;

- 2) при выполнении определенных условий происходит осаждение частиц, что приводит к изменению геометрии морского дна;
- 3) отрыв осажденных частиц от дна в толщу воды не рассматривается;
- 4) задача турбулентной диффузии формулируется в квазистационарной постановке. Принимается, что скорость установления поля концентрации взвешенных частиц существенно выше скорости накопления осадков;
- 5) в качестве примера рассматривается двухкомпонентная модель для песчаной и глинистой фракций.

Квазистационарное уравнение диффузии для  $i$ -й фракции запишем в виде:

$$\vec{v} \vec{\nabla} c_i - \nabla (D_i \vec{\nabla} c_i) = -F_D^i. \quad (4)$$

В данном случае все обозначения соответствуют тем, что даны в уравнениях (1) и (2). Для упрощения предполагается, что взвешенные частицы находятся в активном слое жидкости постоянной толщины. Коэффициент диффузии  $D_i$  зависит от интенсивности турбулентного обмена в толще воды. Существует ряд эмпирических формул, определяющих вид коэффициента турбулентной диффузии, часто он выражается в виде экспоненциальной зависимости от глубины моря  $Z$  [13].

$$D_i = D_0^i e^{-a_i Z} = D_0^i p_F^i. \quad (5)$$

Константы  $D_0^i$ ,  $a_i$  являются настроечными параметрами как для фракции, так и для конкретного бассейна. При малых глубинах, когда волновая активность достигает дна, коэффициент турбулентной диффузии максимален, с увеличением глубины он приближается к нулю.

Экспоненциальная зависимость может быть обоснована формулой Аррениуса для коэффициента молекулярной диффузии, где атому для перемещения в новое положение необходимо преодолеть потенциальный барьер, определяемый энергией активации  $E_a$ :  $D = D_0 e^{-E_a/kT}$ , где  $kT$  — энергия тепловых колебаний частиц. Для процесса турбулентной диффузии аналогом температуры служит интенсивность турбулентного обмена между поверхностью моря и дном, а экспоненциальная часть формулы определяет вероятность  $p_F^i$  нахождения частиц во взвешенном состоянии. Отношение энергии «активации» к энергии воздействия волн является возрастающей функцией глубины, и если ограничиться ее линейным приближением, то можно получить формулу (5). Количество осажденного вещества, определяемое правой частью уравнения (4), очевидно, должно быть пропорционально его концентрации в слое воды.

$$F_D^i = c_i p_D^i, \quad (6)$$

где  $p_D^i$  — функция, характеризующая вероятность осаждения взвешенных частиц. Исходя из вышесказанного, условие осаждения выполняется, когда не могут быть выполнены условия нахождения частиц во взвешенном состоянии.

$$p_D^i = 1 - p_F^i = 1 - e^{-a_i Z}. \quad (7)$$

Подставляя (5)-(7) в (4) и замыкая систему выражениями для скорости приращения мощности осадков ( $H$ ) и глубины бассейна, запишем:

$$\frac{\partial c_i}{\partial x} \left( v_x - \frac{\partial D_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial c_i}{\partial y} \left( v_y - \frac{\partial D_i}{\partial y} \right) - D_i \left( \frac{\partial^2 c_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_i}{\partial y^2} \right) = -c_i p_D^i,$$

$$D_i = D_0^i e^{-a_i Z},$$

$$p_D^i = 1 - e^{-a_i Z}, \quad (8)$$

$$\frac{dH}{dt} = \sum_{i=1}^2 d_i c_i (1 - e^{-a_i Z}),$$

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{dH}{dt} + L'(t).$$

Дополнительные константы  $d_i$  отражают особенности упаковки и степень уплотнения осадочного вещества. Скорость изменения глубины бассейна складывается из скорости седиментации и скорости эвстатических колебаний уровня моря  $L'(t)$ .

Для численного решения задачи (8) строится явная разностная схема по времени. На каждом временном шаге решается стационарное уравнение диффузии и определяется приращение мощности осадков. Коэффициенты диффузии и функция вероятности осаждения вычисляются на основе глубины моря, рассчитанного на предыдущем временном шаге. Для уравнения диффузии формулируется вариационная задача (3), в которой коэффициенты оператора  $A$  определяются как  $a_0 = p_D^i$ ,  $a_1 = v_x - (\partial D_i / \partial x)$ ,  $a_2 = v_y - (\partial D_i / \partial y)$ ,  $a_4 = 0$ ,  $a_3 = a_5 = -D_i$ . На начальный момент времени задается исходная палеоповерхность дна моря ( $Z_{(t=0)} = Z_0(x, y)$ ), накопленная мощность  $H_{(t=0)} = 0$ , уровень моря  $L_{(t=0)} = 0$ . В качестве граничных условий задаются значения концентрации взвешенных частиц у береговой линии и  $(\partial c_i / \partial n) = 0$  на остальных внешних границах модельной области ( $\vec{n}$ ) (вектор нормали к границе).

## Результаты

На текущем этапе производилось исключительно прямое моделирование — решение краевой задачи для уравнения диффузии с известными граничными условиями и параметрами процесса.

Как видно из системы уравнений (8), глубина моря на момент формирования отложений является основным фактором, регулирующим интенсивность переноса осадков. Оценка этого важнейшего параметра, например, для баженовского и неокомского палеоморей по территории Западно-Сибирской НГП существенно разнятся в зависимости от методов исследований [2]. Максимальные значения глубин, полученные по данным стратиграфического строения неокомской толщи, составляют 800-1 100 м. Однако по результатам палеонтологических исследований наиболее погруженные участки ограничены глубиной 200-300 м.

Для иллюстративного примера была сгенерирована модельная поверхность, соответствующая палеоповерхности морского дна. На рис. 1 приведена карта глубин палеоморя на момент начала численного эксперимента. В мелководной шельфовой части глубины составляют 10-50 м, у подножья склона они возрастают до 100 м; угол падения поверхности не превышает 0,5 градуса.

Дискретизация системы (8) по времени осуществлялась из расчета, чтобы за один временной шаг приращение мощности осадков оставалось в пределах 1 м, что обеспечивает малое изменение коэффициентов уравнений. Уравнения диффузии решались для области размером  $400 \times 250$  км с шагом сетки сплайнов 2 км. Граничное значение объемной концентрации на береговой линии для каждой из фракций задавалось постоянным числом, а соотношение глинистого вещества к песчаному составляло 1/2. Скорость морских течений  $v$  в целях минимизации числа входных параметров была принята равной 0.

На рис. 2 в виде субширотного разреза показаны результаты моделирования. Заливка мощности накопленных осадков соответствует относительному содержанию песчаной фракции и выделяет три литологических типа: песчаники (содержание песчаной фракции более 70%), глины (содержание песчаной фракции менее 20%) и алевролиты (20-70%). Процесс седиментации проходит в три стадии, которые характеризуются разной динамикой изменения уровня моря. Во время первой стадии, когда уровень моря медленно понижается на 8 м от своего начального значения, формируется слой с песчаным пропластком в верхней части, алевролитовой серединой и глинистым основанием. Слой песчаников простирается от береговой линии до кромки шельфа; так же с востока на запад постепенно продвигается береговая линия. Вторая стадия накопления, ограниченная на рис. 2 двумя белыми границами, происходит в ходе быстрого понижения уровня моря еще на 25 м. На этом этапе формируется песчано-алевролитовое тело в середине и нижней части склона, а глины откладываются западнее. В начале третьей стадии происходит быстрая трансгрессия, т. е. повышение

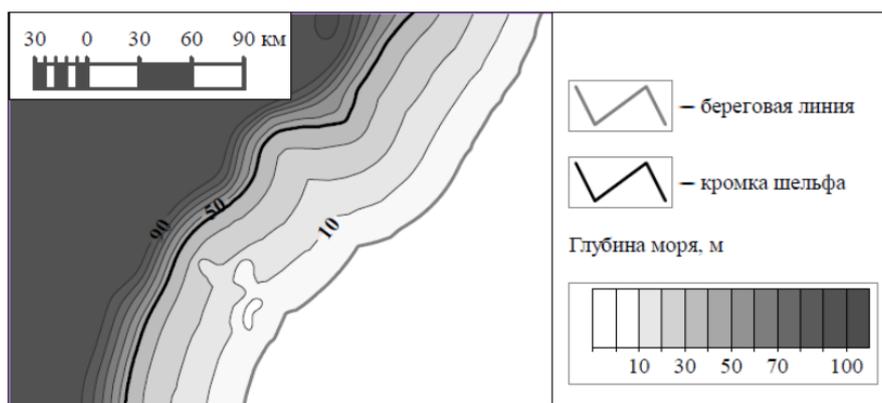


Рис. 1. Карта глубин морского дна на начальный момент времени

Fig. 1. Seabed elevation map at the initial moment of time

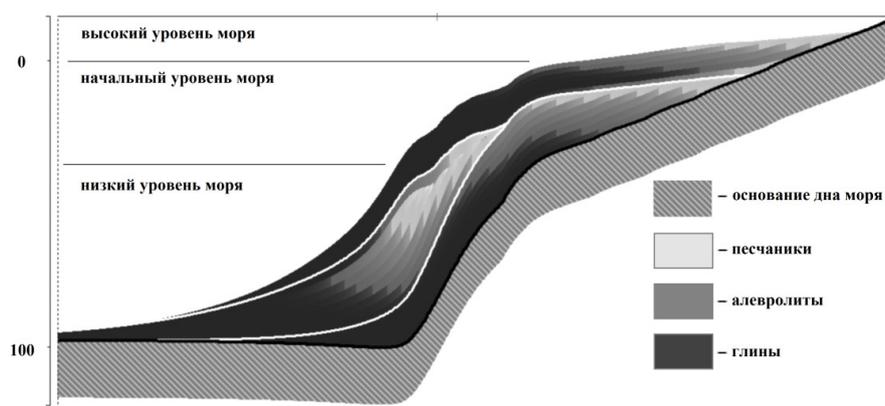


Рис. 2. Распределение литологических типов в сформированной осадочной толще

Fig. 2. Distribution of lithological types in the accumulated deposit

на 45 м относительно низшего положения уровня моря. Береговая линия вновь смещается на восток, а над шельфом и склоновой частью формируется постепенно истончающаяся в обоих направлениях глинистая покрывка.

Полученное в результате моделирования распределение литологических свойств является характерным для клиноциклитов, т. е. геологических тел, образовавшихся в ходе одного трансгрессивно-регрессивного цикла. Осредненное распределение песчаной фракции в накопленной осадочной толще показано на рис. 3. Картина иллюстрирует четкую зональность распределения литологических свойств: высокие значения песчаности в восточной части, закономерное ее понижение по мере удаления от береговой линии и появление песчано-алевролитового тела на склоне морского дна.

### Обсуждение

Предложенная модель довольно проста: в ней рассматривается перенос взвешенных осадков только за счет турбулентной диффузии и адвекции без учета транспорта вещества под действием силы тяжести в более погруженные участки бассейна. Это упрощение было принято, т. к. цель моделирования заключалась в получении принципиальной, качественной картины распределения литологических свойств с использованием минимального числа входных параметров. Очевидно, что при моделировании осадконакопления в бассейнах со сложным рельефом дна и значительными углами падения станет необходим учет «гравитационного» потока.

Изменение глубины бассейна в предложенной модели происходило только за счет эвстатических колебаний моря и по мере роста толщины отложений. Процессы прогибания фундамента под весом осадков, а также уплотнения отложений не учитывались. Однако они, согласно [2], вносят существенный вклад в формирование, например, неокомского клиноформного комплекса в Западно-Сибирской

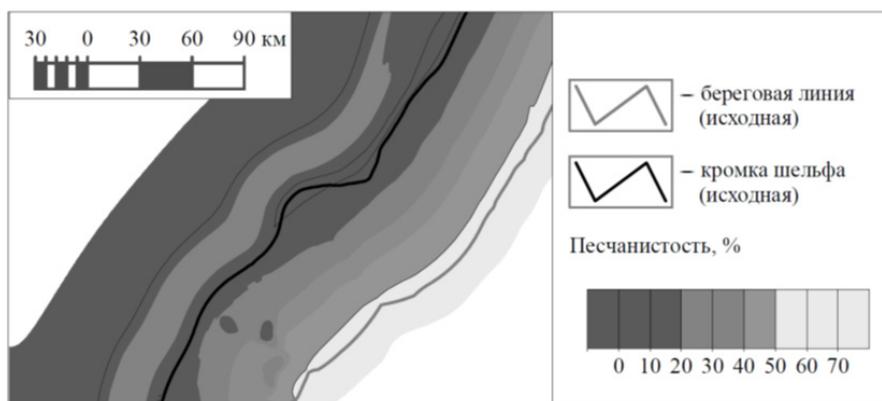


Рис. 3. Процентное содержание песчаной фракции в накопленной осадочной толще

Fig. 3. Sandstone ratio in the accumulated deposit

нефтегазоносной провинции. При средней скорости накопления мезозойских отложений 30 м/млн лет, скорость прогибания фундамента оценивается в 10 м/млн лет. В результате неокомский комплекс толщиной более километра смог сформироваться в бассейне, глубина которого не превышала 250 м.

В приведенном примере расчеты проводились для песчаной и глинистой фракций с заданными параметрами диффузии, которые зависят от размера зерен. В реальности осадочные породы характеризуются определенным распределением зерен по размерам, и при проведении практических вычислений целесообразно вводить большее число фракций.

Прямое моделирование, представленное выше, дает наглядную, хотя и упрощенную иллюстрацию процесса формирования осадочной толщи. Оно имеет самостоятельную ценность с точки зрения проверки гипотез и наработки научной интуиции, однако трудноприменимо для решения практических задач, т. к. ни граничные условия, ни коэффициенты диффузии, ни глубины бассейна доподлинно не известны.

Сиквенс-стратиграфический анализ [1, 8] исходной геофизической информации позволяет выделить на каротажных кривых интервалы, соответствующие различным состояниям уровня моря: низкое стояние, трансгрессия, высокое стояние, стадия понижения уровня (регрессия). На основе этого разбиения возможно выделение изохронных интервалов, т. е. слоев, сформированных в одно геологическое время. Корректность этого анализа и синхронизация его результатов с кривой эвстатических колебаний является необходимым условием достоверности дальнейших расчетов, т. к. конфигурация морского дна есть первостепенный фактор, определяющий распределение осадочного материала.

Следующая стадия заключается в восстановлении литологических свойств одного изохронного слоя по скважинным данным с учетом модельных представлений о физических основах процесса переноса осадков. На этом этапе

предлагается использовать вариационно-сеточный метод. При выборе этого подхода решение краевой задачи, например для уравнения диффузии, является частным случаем задачи геокартирования. При расположении точек исходных данных, определяющих значения или потоки искомого поля, на границе области моделирования решение задачи картирования в вариационной постановке приближается к решению соответствующей краевой задачи. Если точки исходных данных расположены нерегулярно, то, помимо необходимости оценки параметров модели, т. е. коэффициентов дифференциальных операторов ( $L, A, B$ ), возникает задача стабилизации решения в области экстраполяции, которая решается за счет использования различной дополнительной информации.

Вариационно-сеточный подход дает широкие возможности для комбинирования исходных данных, представляющих собой значения, дифференциальные и интегральные характеристики картируемого поля. Дальнейшее развитие применения этого подхода к задачам бассейнового моделирования заключается в выработке технологии использования стабилизирующей решение дополнительной геологической информации, а также в оценке коэффициентов дифференциальных операторов ( $L, A, B$ ).

Необходимо отметить, что осадконакопление является результатом не только диффузионных процессов. В ходе колебаний уровня моря береговая линия перемещается, и отложения, оказавшиеся в континентальных условиях, подвергаются эрозии. В морской толще могут иметь место оползневые явления, приводящие к соскальзыванию накопленного осадочного материала с кромки шельфа к подножию клиноформы. Эти аспекты очень важны и являются темой для отдельного исследования.

### **Заключение**

Осадочные толщи, сформированные в результате сноса терригенного материала с континентальной части в море, в общем случае неконформны ни подстилающим, ни вышележащим геологическим границам и обладают выраженной зональностью литологических свойств. Это осложняет применение привычных интерполяционных или стохастических методов геологического картирования и делает актуальной разработку подходов, учитывающих физические основы процесса седиментации.

Двухкомпонентная диффузионная модель сформулирована в квазистатической постановке. Статическое уравнение диффузии для каждого временного слоя решается с использованием вариационно-сеточного метода картопостроения, реализованного в программе GST. Особенность подхода заключается в том, что в рамках обобщенной сплайн-аппроксимационной постановки на регулярной прямоугольной сетке сплайнов выполняется приближенное решение краевой задачи внутри области, ограниченной береговой линией сложной формы. Имея минимальное число настроечных параметров, модель качественно иллюстрирует процесс заполнения бассейна осадками и картину распределения литологических свойств.

Дальнейшее развитие метода предполагает разработку алгоритмов оценки параметров модели (коэффициентов диффузии, глубины моря, граничных условий) с использованием результатов интерпретации каротажных кривых скважин, а также переход от решения краевых задач к задачам восстановления поля литологических свойств по разрозненным нерегулярным данным с учетом уравнений переноса и с использованием преимуществ вариационно-сеточного подхода. Учет процессов эрозии накопленной толщи осадков, оползневых явлений также остается актуальной задачей и требует отдельного рассмотрения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Закревский К. Е. Геологическое моделирование клиноформ неокома Западной Сибири / К. Е. Закревский, Н. В. Нассонова // Тверь: ГЕРС, 2012. 80 с.
2. Конторович В. А. Модель формирования неокомского клиноформного комплекса Западно-Сибирской нефтегазоносной провинции с учетом изостазии / В. А. Конторович, В. В. Лапковский, Б. В. Лунев // Геология нефти и газа. 2014. № 1. С. 65-72.
3. Плавник А. Г. Геокартирование на основе сплайн-аппроксимационного подхода / А. Г. Плавник, А. Н. Сидоров, А. А. Сидоров, Э. С. Торопов. Тюмень: Тюм. индустр. ун-т, 2021. 189 с.
4. Плавник А. Г. К оценке достоверности картирования свойств геологических объектов в рамках сплайн-аппроксимационного подхода / А. Г. Плавник, А. Н. Сидоров // Сибирский журнал индустриальной математики. 2012. Том 15. № 1 (49). С. 66-76.
5. Свидетельство о регистрации программы GST в Реестре программ для ЭВМ Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам № 2005612939 / А. Н. Сидоров, А. Г. Плавник, А. А. Сидоров и др. 2005.
6. Сидоров А. Н. Решение дифференциальных уравнений в частных производных методами сплайн-аппроксимации / А. Н. Сидоров, А. Г. Плавник // Труды Международной конференции по вычислительной математике МКВМ-2004 / под ред. Г. А. Михайлова, В. П. Ильина, Ю. М. Лаевского. Новосибирск: Ин-т вычислит. математики и математ. геофизики СО РАН, 2004. Ч. 2. С. 648-652.
7. Сорокина В. В. Математическое моделирование терригенного осадконакопления в Азовском море / В. В. Сорокина, С. В. Бердников // Океанология. 2008. № 48 (3). С. 456-466.
8. Catuneanu O. Principles of Sequence Stratigraphy / O. Catuneanu. Amsterdam: Department of Earth and Atmospheric Sciences University of Alberta, 2006. 375 p.
9. Cressie N. The origins of kriging / N. Cressie // Mathematical Geology. 1990. Vol. 22. No. 3. Pp. 239-252. DOI: 10.1007/BF00889887
10. Holden L. Modeling of fluvial reservoirs with object models / L. Holden, R. Hauge, Ø. Skare, A. Skorstad // Mathematical Geology. 1998. Vol. 30. Pp. 473-496. DOI: 10.1023/A:1021769526425
11. Hutton E. W. H. Sedflux 2.0: An advanced process-response model that generates three-dimensional stratigraphy / E. W. H. Hutton, J. P. M. Syvitski // Computers and Geosciences. 2008. Vol. 34. Iss. 10. Pp. 1319-1337. DOI: 10.1016/j.cageo.2008.02.013

12. Joseph Ph. Deep-water sedimentation in the Alpine Foreland Basin of SE France: New perspectives on the Grès d'Annot and related systems — an introduction / Ph. Joseph, S. A. Lomas // Geological Society, London, Special Publications. 2004. Vol. 221. Pp. 1-16. DOI: 10.1144/GSL.SP.2004.221.01.01
13. Kaufman P. Depth-dependent diffusion algorithm for simulation of sedimentation in shallow marine depositional systems / P. Kaufman, J. P. Grotzinger, D. S. McCormick // Kansas Geological Survey. 1991. No. 233. Pp. 489-508. URL: <https://www.kgs.ku.edu/Publications/Bulletins/233/Kaufman/kaufman.pdf>
14. Marinoni O. Improving geological models using a combined ordinary-indicator kriging approach / O. Marinoni // Engineering Geology. 2003. Vol. 69. Iss. 1-2. Pp. 37-45. DOI: 10.1016/S0013-7952(02)00246-6

Andrey A. SIDOROV<sup>1</sup>

UDC 550.8

**VARIATIONAL GRIDDING APPROACH  
TO THE LITHOLOGICAL MODELING  
OF CLINOFORM-TYPE DEPOSITS**

<sup>1</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.),  
Chief of Laboratory of the Mathematical Modeling,  
V. I. Shpilman Research and Analytical Centre  
for the Rational Use of the Subsoil (Tyumen)  
darth@cr.ru; ORCID: 0000-0002-8639-2644

**Abstract**

With the depletion of large oilfields, prospects are associated with non-structural deposits, bounded by impermeable mudstone layers. Reservoir of this type is typical for the Achimov deposits of the West Siberian Neocomian complex, formed in a deep-sea marine conditions. The clinoform type horizons are characterized by nonconformal bedding, as well as a complex lithological structure caused by sea level fluctuations. These features limit the applying of interpolation and stochastic mapping methods for lithological modeling and make it relevant to develop approaches that take into account the physical principles of the sedimentation process.

The article proposes an approach that is often used in basin modeling, in which the sedimentation is presented as the result of a diffusion process. The problem of two-component turbulent diffusion with advection in a quasi-stationary formulation is considered. The diffusion coefficients, as well as the equation term responsible for sediment deposition, are functions of the sea depth. An explicit difference scheme is written for the thickness of accumulated deposits. A stationary diffusion equation is solved on each time layer using the variational gridding method for the concentration of each component.

As a test example, a map of the seabed surface was generated and one transgressive-regressive cycle was simulated. As a result, a typical clinocyclite was obtained. It contains sandstone

---

**Citation:** Sidorov A. A. 2022. "Variational gridding approach to the lithological modeling of clinoform-type deposits". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 109-125.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-109-125

layers on the shelf, a sandy-siltstone body on the seabed slope and a shale topset bed formed during the maximum flooding period.

### **Keywords**

Geological mapping, basin modeling, variational gridding method, spline approximation, lithological model, diffusion with advection, sedimentation, clinoform-type deposit.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-109-125**

### **REFERENCES**

1. Zakrevskiy K. E., Nassonova N. V. 2012. Geological modeling of Neocomian clinoforms of Western Siberia. Tver: GERS. 80 p. [In Russian]
2. Kontorovich V. A., Lapkovskiy V. V., Lunev B. V. 2014. "Model of the formation of the Neocomian clinoform complex of the West Siberian oil and gas province, taking into account isostasy". *Geology of oil and gas*, no. 1, pp. 65-72. [In Russian]
3. Plavnik A. G., Sidorov A. N., Sidorov A. A., Toropov E. S. 2021. Geological mapping based on the spline-approximation approach. Tyumen: Tyumen Industrial University. 189 p. [In Russian]
4. Plavnik A.G., Sidorov A. N. 2012. "To assess the reliability of mapping the properties of geological objects in the framework of the spline-approximation approach". *Siberian Journal of Industrial Mathematics*, vol. 15, no. 1 (49), pp. 66-76. [In Russian]
5. Sidorov A. N., Plavnik A. G., Sidorov A. A. et al. (ed.). 2005. Certificate of registration of the GST program in the Register of computer programs of the Federal Service for Intellectual Property, Patents and Trademarks No. 2005612939. [In Russian]
6. Sidorov A.N., Plavnik A. G. 2004. "Solving partial differential equations using spline approximation methods". *Proceedings of the International Conference on Computational Mathematics ICVM-2004*. Edited by G. A. Mikhaylov, V. P. Ilyin and Yu. M. Laevskiy. Novosibirsk: Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS. Part. 2, pp. 648-652. [In Russian]
7. Sorokina V. V., Berdnikov S. V. 2008. "Mathematical modeling of terrigenous sedimentation in the Sea of Azov". *Oceanology*, vol. 48 (3), pp. 456-466. [In Russian]
8. Catuneanu O. 2006. *Principles of Sequence Stratigraphy*. Amsterdam: Department of Earth and Atmospheric Sciences University of Alberta. 375 p.
9. Cressie N. 1990. "The origins of kriging". *Mathematical Geology*, vol. 22, no. 3, pp. 239-252. DOI: 10.1007/BF00889887
10. Holden L., Hauge R., Skare Ø., Skorstad A. 1998. "Modeling of fluvial reservoirs with object models". *Mathematical Geology*, vol. 30, pp. 473-496. DOI: 10.1023/A:1021769526425
11. Hutton E. W. H., Syvitski J. P. M. 2008. "Sedflux 2.0: An advanced process-response model that generates three-dimensional stratigraphy". *Computers and Geosciences*, vol. 34, iss. 10, pp. 1319-1337. DOI: 10.1016/j.cageo.2008.02.013
12. Joseph Ph., Lomas S. A. 2004. "Deep-water sedimentation in the Alpine Foreland Basin of SE France: New perspectives on the Grès d'Annot and related systems — an introduction". *Geological Society, London, Special Publications*, vol. 221, pp. 1-16. DOI: 10.1144/GSL.SP.2004.221.01.01

13. Kaufman P., Grotzinger J. P., McCormick D. S. 1991. "Depth-dependent diffusion algorithm for simulation of sedimentation in shallow marine depositional systems". Kansas Geological Survey, no. 233, pp. 489-508. <https://www.kgs.ku.edu/Publications/Bulletins/233/Kaufman/kaufman.pdf>
14. Marinoni O. 2003. "Improving geological models using a combined ordinary-indicator kriging approach". *Engineering Geology*, vol. 69, iss. 1-2, pp. 37-45.  
DOI: 10.1016/S0013-7952(02)00246-6

Людмила Борисовна СЕНКЕВИЧ<sup>1</sup>  
Марат Асхатович САБИТОВ<sup>2</sup>

УДК 004.94

## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ РАБОТЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СЕРВЕРА С ОТКАЗАМИ В СРЕДЕ ANYLOGIC

<sup>1</sup> кандидат педагогических наук,  
доцент кафедры кибернетических систем,  
Тюменский индустриальный университет  
lyudmila1@yandex.ru

<sup>2</sup> магистрант кафедры кибернетических систем,  
Тюменский индустриальный университет  
sabitov.m.a@yandex.ru

### Аннотация

Современные научные исследования всё чаще обращаются к проблеме обработки больших массивов данных. Широкое распространение клиент-серверной технологии взаимодействия и облачных вычислений в настоящий момент времени поднимает вопросы эффективности работы параллельного сервера, а также возможности прогнозировать результаты в зависимости от степени загрузки и характеристик оборудования.

В данной статье производится имитационное моделирование параллельного сервера с отказами в среде AnyLogic, а затем производится многомерная оптимизация методом взвешенной суммы. В рамках исследования построена имитационная модель системы массового обслуживания с отказами, содержащая имитатор работы сервера, терминалы, имитатор отказов и сегменты сбора статистики. Используемая модель параллельного сервера является абстрактной и достаточно обобщенной, что позволяет конкретизировать ее путем введения дополнительных зависимостей и уточнения характеристик. Эксперимент с оптимальными параметрами позволил получить следующий выигрыш

---

**Цитирование:** Сенкевич Л. Б. Имитационное моделирование и оптимизация работы параллельного сервера с отказами в среде AnyLogic / Л. Б. Сенкевич, М. А. Сабитов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 126-143.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-126-143

в показателях эффективности системы: параметр загрузки процессора (по памяти) — 7%; параметр загрузки процессора (по коэффициенту загрузки) — 8%; вероятность простоя терминалов — 5,7%; частота отказов основного компьютера — в 36 раз меньше начальной конфигурации; число прерванных программ — на 7 меньше. При этом необходимо отметить, что общее количество выполненных запросов осталось на том же уровне (462-465, т. к. интенсивность терминалов не варьировалась).

Поскольку оптимизация стохастических моделей основывается на использовании случайных величин, была применена встроенная возможность переменного количества (от 5 до 10) репликаций («прогонов») с доверительной вероятностью 95% и уровнем ошибок 0,5. Полученные результаты позволяют говорить о возможности дальнейшего исследования модели и ее развития в среде AnyLogic.

### **Ключевые слова**

Имитационное моделирование, система массового обслуживания, стохастическая модель, параллельный сервер, многомерная оптимизация, метод взвешенной суммы, AnyLogic.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-126-143**

### **Введение**

Научные исследования на текущий момент всё в большей степени обращаются к вычислительному эксперименту взамен эксперимента натурального, учитывая выигрыш в стоимости, безопасности, широком охвате диапазонов влияющих факторов. Такие эксперименты, отражая стремления к большей точности и адекватности получаемых результатов, становятся всё более требовательными к программному обеспечению и аппаратной составляющей вычислительных систем. На волне такого интереса всё большее распространение получают облачные вычисления на сервере, центры обработки данных, а также суперкомпьютерные системы, которые предоставляют по предварительной договоренности доступ научным группам к вычислительным ресурсам конкретной системы. Поскольку один сервер/суперкомпьютер способен решать параллельно несколько задач, таким образом, возникает ряд взаимодействий типа «клиент — сервер», которые могут перекрываться во времени и существенным способом влиять на качество предоставляемых сервером/суперкомпьютером услуг. Следовательно, работа параллельного сервера требует анализа, направленного на поиск возможных проблем в предоставлении услуг и в целом на выявление наилучшего режима его использования. Под параллельным сервером будем рассматривать вычислительную систему, которая передает каждый запрос отдельному потоку/процессу, после чего он немедленно ожидает следующего входящего запроса [7].

Для описания данного взаимодействия необходимо формализовать понятия клиента, сервера и их взаимоотношений. Можно обратиться к следующей, достаточно абстрактной и редуцированной формулировке задачи, которую, однако, при необходимости несложно расширить на случай конкретного взаимодействия. К серверу подключено четыре клиента, с которых осуществляется решение

задачи. Клиент может использовать только четыре типа операций: операции редактирования, трансляции, планирования и решения. Такое ограничение количества базовых операций возможно, и у него существуют реальные аналоги в существующих информационных системах. Например, при работе с базой данных на языке SQL можно выделить широко известную формулировку CRUD, где рассматриваются также четыре типа операций: Insert, Select, Update, Delete. Этим же методам соответствуют определенные методы протокола HTTP. Далее необходимо отметить, что операции различаются по потреблению ресурсов вычислительной системы: в данном случае таким ресурсом будет считаться оперативная память. Так как взаимодействие клиентов с сервером не является детерминированным, то возможно статистическое представление, в котором задачи поступают согласно закону распределения дискретной случайной величины. Внося неопределенность в работу самого сервера, время выполнения каждой задачи также можно рассматривать как случайную величину; помимо этого, можно ввести в рассмотрение вероятность отказа сервера, указав при этом на наличие сервера резервного. Восстановление сервера занимает также неопределенное время, в течение которого всю работу выполняет резервный сервер. После восстановления основного сервера резервный сервер отключается, и основной сервер продолжает работу с очередной программы. В случае сбоя вычисления производятся по резервному каналу.

Такая модель представляет собой типичную систему массового обслуживания [1]. Системы массового обслуживания можно рассматривать как динамические системы с дискретными событиями. Такие модели могут приближенно описывать поведение многих реальных систем, например, функционирование компьютерных и коммуникационных сетей, а также производственные системы и системы транспортные. В связи с тем, что состояние такой модели изменяется в дискретные моменты времени, эволюция модели представляется в виде последовательности скачков; при этом ввиду использования различных вероятностных распределений в описании эффективности модели чаще всего используются моменты случайных величин. Такое поведение в корне отличается от моделей с непрерывным изменением состояния. Следует отметить, что формулировка задачи не включает в себя детализацию процесса параллельной обработки запросов (с помощью множества потоков или процессов). Для создания подобной модели удобно воспользоваться программой AnyLogic, которая также предоставляет встроенные инструменты для анализа и оптимизации построенных дискретно-событийных имитационных моделей [3].

### Методы

Решение поставленной задачи может быть представлено как разработка и организация взаимодействия трех имитационных блоков:

- клиенты,
- имитатор работы сервера,
- имитатор отказов сервера.

Данное решение является предпочтительным по следующим причинам:

- клиенты (пользователи, терминалы) осуществляют выработку запросов независимо друг от друга;
- сервер обрабатывает запросы в зависимости от их порядка и количества свободной оперативной памяти;
- отказы происходят в согласии с заданной функцией вероятности и выражаются в переключении основной линии обработки запросов на резервную.

Таким образом, необходимо разработать каждый блок в отдельности и организовать взаимодействие между этими блоками в соответствии с выданным вариантом.

Модель клиента удобнее всего представить как генератор агентов, где каждый агент представляет собой запрос. Понятие «агент» в данном контексте следует рассматривать как автономный самостоятельный элемент вычислительной модели, имеющий заданные свойства, состояния и поведение. Взаимодействие агентов между собой позволяет описать систему в русле концепции агентного моделирования, а не системной динамики. По мере генерации каждому агенту-запросу (TermTask) присваивается метка клиента-источника, которая представляет собой целочисленный атрибут. Агент TermTask имеет, кроме того, атрибут *type*, который представляет собой тип запроса (редактирование, трансляция, планирование, решение). Типы запроса определяются согласно дискретному равномерному распределению для интервала  $[\min, \max]$ , где как  $\min$ , так и  $\max$  входят в интервал значений.

Каждый тип запроса потребляет конкретное количество оперативной памяти. Определим следующие значения для каждого типа: планирование — 100%, решение — 50%, трансляция — 33%, редактирование — 25%. В таком случае оперативную память сервера можно рассматривать в виде некоторого хранилища ресурсов, которые захватываются и освобождаются агентами-запросами. Тогда, установив предельную планку в 120 ресурсов, определим потребление в зависимости от типа запроса в условных единицах: планирование — 120, решение — 60, трансляция — 40, редактирование — 30.

Захватившие ресурсы агенты поступают в очередь по правилу FIFO (в порядке поступления в очередь — по умолчанию). Очередь моделирует блок *queue*, максимальная длина очереди задана равной 4. Нужно отметить, что величина очереди не зависит от количества клиентов и определяется сугубо на основании технических характеристик сервера. В данном случае выбранное значение соответствует максимальному количеству агентов-запросов, которые могут захватить имеющиеся ресурсы системы массового обслуживания (память).

Обработка запросов может вестись на двух серверах — основном и резервном, поэтому необходим переключатель потоков запросов *selectOutput*, срабатывающий при выполнении логического условия от имитатора отказов. Сама обработка запроса имитируется блоком *delay*, который задает задержку агента-запроса в блоке обработки. После обработки запроса необходимо освободить занятые ранее ресурсы — этим занимается блок *release*.

Имитатор отказов реализован в виде отдельного сегмента модели, основной задачей которого является определение состояния основного сервера (работа/отказ/восстановление). Данная функциональность реализована с помощью двух последовательно соединенных блоков задержки, один из которых реализует интервал до отказа в виде равномерно распределенной случайной величины на интервале от 300 до 350 с (используется встроенная функция `uniform`, которая генерирует непрерывную случайную величину, равномерно распределенную на интервале  $[min, max)$ , верхняя граница интервала не включена). Второй блок задержки реализует время восстановления с помощью уже упомянутой функции `uniform`, но на интервале от 160 до 300 с.

Кроме того, создана булева переменная  $A$ , которая отвечает за индикацию состояния отказа. По умолчанию переменная  $A$  равна `false` (первоначально основной компьютер находится в работоспособном состоянии), при выходе из блока `delay01` — `true` (наступил отказ), при выходе из блока `delay02` снова меняется на `false` (отказ был устранен).

Необходимо учесть еще одну особенность работы резервного канала: если сбой происходит во время вычисления, то запасной сервер запускается за 2 с и вычисляет с самого начала — следовательно, необходимо отслеживать состояние сервера (обрабатывает запрос или нет), а сам обрабатываемый запрос, если таковой имеется на момент отказа, отправлять на резервный сервер. После восстановления основного компьютера резервный компьютер отключается, и основной компьютер продолжает работу с очередной программы — значит, резервный канал завершает обработку последней поступившей заявки (до момента восстановления основного компьютера) и больше запросов не принимает.

Для включения данной особенности в имитационную модель было принято решение использовать дополнительное действие при выходе из блока `delay01`: прерывание задержки (обработки) всех агентов основным сервером функцией `stopDelayForAll()`.

Это соответствует ситуации, когда поломка произошла во время обработки запроса — тогда запрос должен быть перенаправлен на другой, резервный сервер. При этом должна быть выполнена еще одна условность: время включения резервного сервера в этом случае составит 2 с. Захваченные ресурсы перемещаются вместе с агентом-запросом. Ветвление, связанное с выполнением условий перехода обслуживания на различные серверы (произошел ли отказ основного сервера, выполнено ли было его восстановление), было организовано с помощью блоков `selectOutput`, установленных после буфера запросов терминалов и после блока  $C_1$ .

При входе в блок `delay`, учитывающий задержку на запуск резервного сервера, было установлено действие, связанное с инкрементированием переменной  $B$ : эта переменная имеет целочисленное значение и вводится для учета количества прерванных программ.

Итоговая схема имитационной модели представлена на рис. 1.

Теперь необходимо смоделировать работу системы. Моделирование необходимо для определения количественных и качественных характеристик работы системы, таких как:

- а) параметр загрузки сервера — может быть выражен двумя способами: средним объемом потребляемой памяти (исходное количество памяти равно 120 у. е.) за время моделирования или коэффициентом загрузки;
- б) вероятность простоя клиентов — выражаются через долю времени, когда ни один клиент не выполняет запрос;
- в) частота одновременного выполнения операции трансляции с трех клиентов — выражается через долю указанной комбинации выполняемых программ в общем объеме имевших место комбинаций;
- г) частота отказов основного сервера — представляет собой отношение числа отказов основного сервера к времени моделирования  $\Delta t$ ;
- д) число прерванных программ — определяется по значению переменной  $B$  после выполнения имитации;
- е) функцию распределения времени вычисления одной программы.

Пункт (а) имеет два типа трактовки, первая из которых может быть визуализирована гистограммой с аргументом `resourcePool.idle()`, а вторая опирается на коэффициент загрузки.

Пункт (в) можно конкретизировать следующим образом: поскольку поступление запросов определяется наличием свободных ресурсов, а поступление трех трансляций блокирует оставшийся терминал, можно измерять время, когда в очереди содержится три запроса и ни одного в обработке или два запроса в очереди

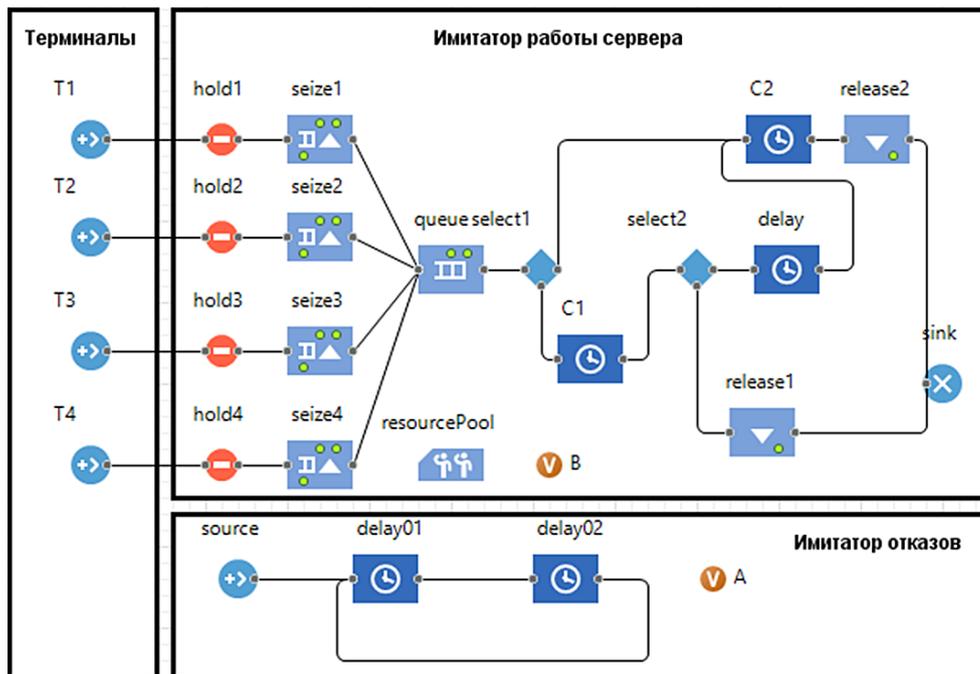


Рис. 1. Полученная имитационная модель в AnyLogic

Fig. 1. The resulting simulation model in AnyLogic

и один в обработке, но при этом свободных ресурсов нет. Доля измеренного таким способом времени от общего времени имитации составит искомую величину. Измерение данного параметра будем проводить, используя дополнительную переменную  $B_2$  (по умолчанию равна 0), которая увеличивается на единицу при входе запроса на трансляцию в блок очереди queue и уменьшается на единицу при входе запроса на трансляцию в блок sink. Если  $B_2 = 3$ , то в специально выделенном сегменте снимается блокировка счетчика — замеряется искомое время.

С одной стороны, систему можно рассматривать как оборудование с определенным коэффициентом использования, или коэффициентом загрузки, обычно обозначаемым  $\rho$  и определяемым как

$$\rho = \lambda/\mu, \quad (1)$$

где  $\lambda$  — интенсивность входящего потока,  $\mu$  — интенсивность потока обслуживания [6].

С другой стороны, используя определения интенсивности входящего потока и потока обслуживания, можно получить альтернативное выражение коэффициента загрузки:

$$\rho = t_s/t_a, \quad (2)$$

где  $t_a$  и  $t_s$  есть средний временной интервал между требованиями входящего потока и среднее время обслуживания в канале соответственно. Таким образом, коэффициент использования оборудования можно трактовать как отношение нагрузки на оборудование к максимальной нагрузке, которую может выдержать это оборудование, или отношение времени занятости оборудования к общему времени его функционирования. Параметр  $t_s$  можно определить из постановки задачи — это математическое ожидание времени обработки запроса. Вторым параметром —  $t_a$  — есть отношение времени моделирования к количеству обработанных запросов.

Пункт (е) выбивается из всего ряда, т. к. требует учета времени нахождения каждого агента-запроса в системе с момента его генерации клиентом до удаления из модели. Для определения данного параметра будут использоваться блоки TimeMeasureStart на выходе каждого терминала и TimeMeasureEnd перед блоком sink. Здесь удобнее всего параметризовать TimeMeasureEnd на прием агентов от блоков TimeMeasureStart.

AnyLogic предоставляет пользователю удобные средства для сбора статистики по работе блоков диаграммы процесса. Объекты EnterpriseLibrary самостоятельно производят сбор основной статистики. Для улучшения визуального восприятия динамики загрузки сервера можно воспользоваться автоматически обновляемым графиком зависимости рассматриваемого параметра от времени. Доли каждого типа задач, выполненных сервером, можно визуализировать с помощью круговой диаграммы. Для визуализации функции распределения удобнее всего использовать гистограмму.

Кроме того, средства визуализации позволяют в режиме реального времени отображать текущее использование памяти, средний процент ее использования, а также доли каждого типа обработанных запросов в их общей массе с помощью круговой диаграммы. Общий вид имитационной модели с элементами анализа представлен на рис. 2.

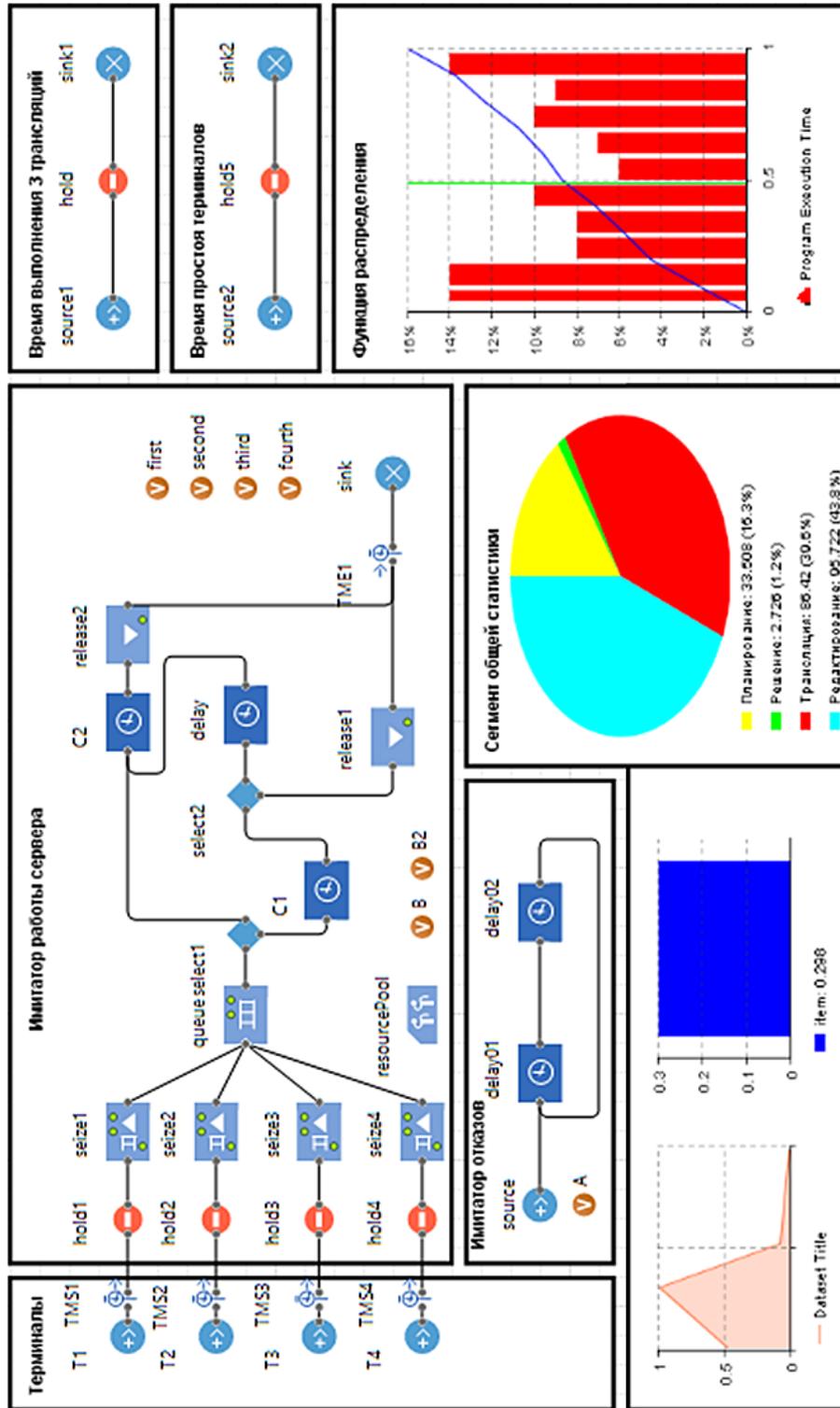


Fig. 2. Simulation model in AnyLogic with analysis segments

Рис. 2. Имитационная модель в AnyLogic с сегментами анализа

## Результаты

Для проведения моделирования был создан эксперимент, имитирующий работу системы в течение 5 ч (18 000 с). Функция распределения остается приближенно экспоненциальной, хотя равномерное распределение времени обработки запроса вносит смещение в работу системы. Ключевые результаты эксперимента отражены в таблице 1.

Среда AnyLogic предоставляет достаточно мощные средства оптимизации построенных имитационных моделей [4]. Таким образом, полученная модель может быть изменена «на месте» без необходимости импорта в другую вычислительную среду.

В представленной модели системы массового обслуживания можно выделить семь параметров, влияющих на качество работы системы в целом (таблица 2). Для каждого параметра определен диапазон варьирования и начальное значение.

Оптимизируемые параметры можно определить на основе таблицы 1, при этом можно воспользоваться следующими соображениями:

- параметр загрузки процессора (в эксперименте будет оцениваться только загрузка по памяти) может достигать величины 60% без повышения вероятности преждевременного отказа. Конечно, существует и другой подход, согласно которому параметр загрузки процессора может определяться динамически для увеличения времени работы системы до отказа, но в данном случае такая зависимость не является целевой;
- вероятность простоя терминалов является нежелательным свойством, т. к. определяет время, в течение которого система работает без полезной нагрузки. Регулировать загрузку терминалов можно при централизованном распределении времени обращения каждого клиента (или процесса)

Таблица 1

Результаты моделирования работы параллельного сервера

Table 1

Simulation results of parallel server operation

Параметр	Значение
Параметр загрузки процессора (по памяти)	14%
Параметр загрузки процессора (по коэффициенту загрузки)	26%
Вероятность простоя терминалов	6%
Частота одновременного выполнения трансляции с трех терминалов	0
Частота отказов основного компьютера	0,0018
Число прерванных программ	8
Функция распределения	Экспоненциальное распределение

к вычислительным ресурсам — это типичный пример создания кажущейся параллельной обработки нескольких задач одним вычислительным ядром, свойственный, например, для языка JavaScript (Event Loop). Таким образом, сервер напрямую не контактирует с терминалом, но с его моделью, которая является связующим звеном между клиентской частью и серверной;

- частота отказов основного сервера зависит только от блока имитации отказа, при этом она изначально задана, а сам сервер может быть восстановлен за конечное время;
- число прерванных программ необходимо минимизировать. Это количество напрямую зависит от числа отказов и загрузки сервера, поэтому выражает определенный компромисс между указанными характеристиками;
- частота одновременного выполнения трансляции с трех терминалов не является характеристикой, подлежащей оптимизации, однако нужно оценивать математическое ожидание времени нахождения заявки в системе: его необходимо минимизировать;
- система должна быть в состоянии обработать как можно больше запросов.

Таким образом, стоит задача многокритериальной оптимизации, для которой необходимо разработать соответствующую целевую функцию. Важно отметить,

Таблица 2

**Параметры, влияющие на работу системы**

Table 2

**Parameters affecting system performance**

Параметр	Описание	Начальное значение	min	max
$P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}$	$1/t$ , где $t$ — время между прибытиями запросов	0,00625	0,005	0,025
$P_2$	среднеквадратическое отклонение времени выполнения программы	0,9	0,1	2,0
$P_3$	математическое ожидание выполнения программы	10	5	15
$P_4$	левая граница времени отказа сервера	300	300	300
$P_5$	правая граница времени отказа сервера	350	350	350
$P_6$	левая граница времени восстановления сервера	160	50	250
$P_7$	правая граница времени восстановления сервера	300	300	300
$P_8$	количество у. е. памяти (меняется дискретно — по 20 ед. в большую сторону)	120	120	180

что, исходя из перечисленного выше, можно воспользоваться концепцией оптимальности по Парето, согласно которой набор решений представляет собой оптимальные компромиссы между конфликтующими целевыми критериями, таким образом, в каждом решении нет преобладающего критерия. Следовательно, ни один целевой критерий не может быть улучшен без ухудшения одного или нескольких других целевых критериев. Для получения целевой функции можно воспользоваться методами скаляризации, которые сводят многокритериальную оптимизацию к оптимизации одной скалярной целевой функцией. Часто пользуются простейшим видом целевой функции, а именно взвешенной суммой — объединением всех критериев в одну функцию приспособленности с использованием линейного соотношения:

$$F(\bar{f}(\bar{x})) = w_1 f_1(\bar{x}) + \dots + w_r f_r(\bar{x}), \quad (3)$$

где  $f_i(x)$  —  $i$ -й критерий,  $w_i$  — вес  $i$ -го критерия. При этом важно ранжировать критерии по значимости [9]. Следует отметить, что недостатком метода взвешенных сумм в случае выпуклого множества значений целевых функций является невозможность охватить все оптимальные по Парето точки из множества Парето-фронта [5].

Другим возможным вариантом является метод  $\varepsilon$ -ограничений. В методе  $\varepsilon$ -ограничений в качестве скалярного критерия оптимальности используется самый важный из частных критериев оптимальности, а остальные частные критерии учитываются с помощью ограничений типа неравенств [10].

В данном случае удобнее всего воспользоваться смешанным определением целевой функции. Очевидно, самым значимым критерием для конечного пользователя является время осуществления запроса, которое напрямую связано с количеством выполненных программ за всё время моделирования. Выражая данный параметр в виде количества выполненных программ и вычитая штраф за прерванные программы, получаем прототип искомой целевой функции, которую необходимо максимизировать. Остальные важные критерии введены в виде ограничений на целевую функцию — это ограничение на количество задействованных системой единиц памяти (до 60%) и ограничение на время простоя терминалов (до 10%). Были выделены также несколько уровней штрафов в зависимости от того, насколько допустимыми являются прерванные программы. Общая характеристика условной оптимизации представлена в таблице 3.

Встроенный в AnyLogic оптимизатор OptQuest позволяет решать задачи многокритериальной оптимизации при заданных ограничениях. Так как оптимизация стохастических моделей имеет дело с варьирующимися значениями величин, для каждой итерации процесса применяется заранее заданное число репликаций, или «прогонов», по результатам которых и строятся результаты итерации. Функционирование системы массового обслуживания во время оптимизационных экспериментов можно анализировать в режиме реального времени с помощью описанного ранее сегмента сбора статистики (рис. 3).

Таблица 3

Характеристика условной оптимизации целевой функции

Table 3

Characteristic of conditional optimization of the objective function

№	Штраф за прерванную программу	Ограничение на простой терминалов, %	Ограничение на использование памяти, %
1	10	до 10	до 60
2	50	до 10	до 60
3	100	до 10	до 60
4	150	до 10	до 60
5	250	до 10	до 60

Задачи динамической стохастической оптимизации основываются на том условии, что решение каждой итерации должно быть получено в результате обработки доступной информации в соответствующий момент времени. Репрезентативность текущих данных можно повысить, увеличив количество репликаций. Следует, однако, учитывать, что данное решение повысит нагрузку на вычислительную систему.

Довольно гибким вариантом решения указанной проблемы является переменное количество репликаций, зависящее от особенностей решаемой задачи. Надо понимать, что в таком случае всегда будет реализовано заданное минимальное количество репликаций. Остальные репликации (вплоть до максимального ограничения) будут выполнены при отсутствии хотя бы одного из следующих условий:

- доверительный интервал для всех репликаций в рамках текущей итерации достаточно мал, чтобы попасть в интервал, заданный степенью доверия;
- значение целевой функции в текущей репликации существенно отстоит от текущего лучшего значения, следовательно, оптимальное решение найдено быть не может [8].

Проведенные оптимизационные эксперименты показали следующие особенности поведения системы:

- дополнительная память выделяется по максимуму — это ускоряет прием новых запросов;
- время выполнения программы достигает промежуточного, а не минимального значения, как это можно было бы ожидать; то же самое касается среднеквадратичного отклонения: оптимизатор находит компромисс между количеством выполненных программ и временем простоя терминалов;
- левая граница времени восстановления системы сдвигается не к минимальному, а к максимальному значению: второй сервер не подвержен риску отказа по условию.

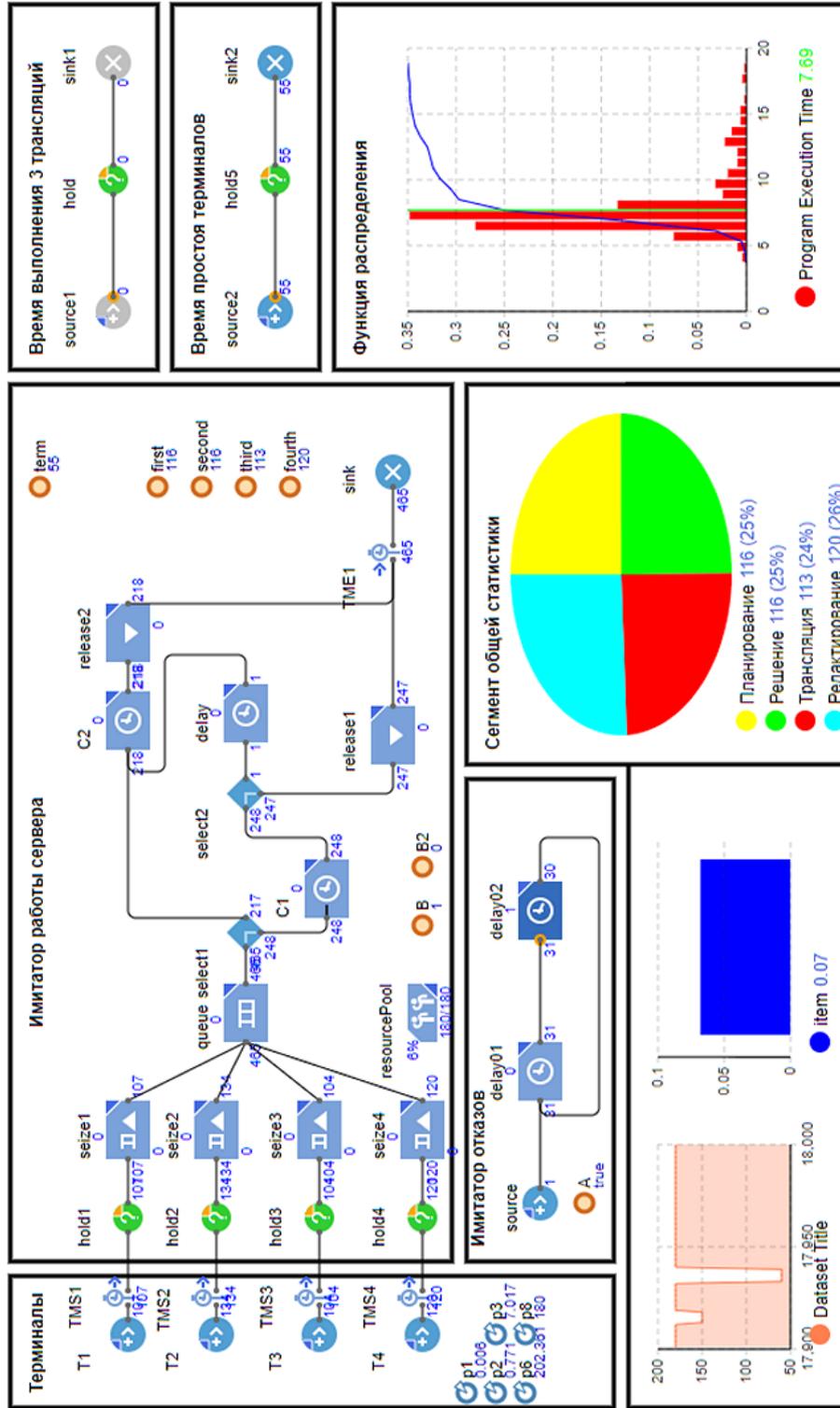


Fig. 3. Real-time model analysis

Рис. 3. Анализ модели в режиме реального времени

## Обсуждение

Результаты оптимизационных экспериментов позволяют сделать следующие предположения относительно построенной модели:

- использование модели клиента, ограничивающей обращения к серверу, позволяет довольно гибко подстраивать работу сервера под поступающую нагрузку;
- смещение границ времени восстановления демонстрирует выполнение принципа оптимальности по Парето: выигрыш по одним критериям осуществляется за счет ухудшения других.

Учитывая, что система должна быть готова работать в условиях высокой нагрузки, можно ужесточить ограничение простоя терминалов до 1,5% от общего времени моделирования, а время между прибытиями запросов оставим первоначальным — 160 с. Количество итераций для поиска оптимума оставим равным 250 у. е., а штраф за прерывание программ установим в 150 у. е. Результат оптимизации показан в виде графика (рис. 4), который наглядно демонстрирует стохастическую природу модели и скачкообразные переходы из одного состояния целевой функции в другое. Уменьшенное количество репликаций хотя и повышает погрешность расчетов, помогает сократить вычислительную сложность оптимизации и ускорить процесс получения результата. Полученный в результате данного оптимизационного эксперимента выигрыш в показателях отражен в таблице 4.

Согласно приведенным в таблице 4 данным, оптимизация модели дает существенный результат. Важно выделить тот факт, что текущая модель является достаточно абстрактной, отражающей логику клиент-серверного взаимодействия с ограничением на количество и типы операций, а также ограничением по памяти сервера. Дополнительно могут быть введены ограничения на количество процессоров, предел времени ожидания ответа от сервера и т. д. Следует также отметить, что использование среды AnyLogic не накладывает существенных

### SMO : Optimization1

	Текущее	Лучшее
Итерация:	250	193
Репликации:	5	5
Функционал:	315	315
Параметры	Copy best	
p1	0.006	0.006
p2	0.77	0.771
p3	7.018	7.017
p6	202.361	202.361
p8	180	180

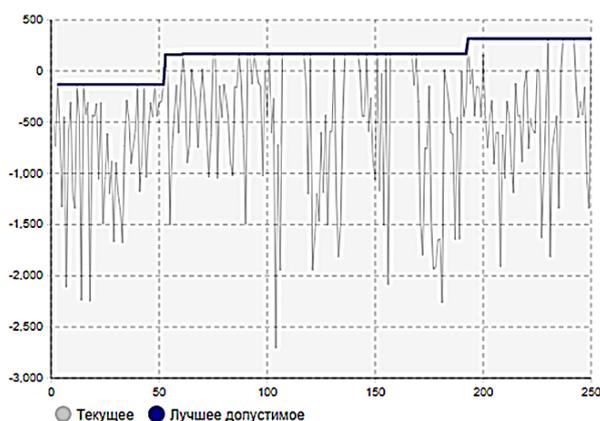


Рис. 4. Оптимизация при ужесточенных условиях

Fig. 4. Optimization under tough conditions

Таблица 4

**Характеристика условной  
оптимизации целевой функции**

Table 4

**Characteristic of conditional  
optimization of the objective function**

Параметр	До оптимизации	После оптимизации
Параметр загрузки процессора (по памяти)	14%	7%
Параметр загрузки сервера (по коэффициенту загрузки)	26%	18%
Вероятность простоя терминалов	6%	0,3%
Частота одновременного выполнения трансляции с трех терминалов	0	0
Частота отказов основного компьютера	0,00180	0,00005
Число прерванных программ	8	1

ограничений на природу и масштаб описываемых процессов [2], поэтому детализация модели и добавление новых зависимостей остается на усмотрение исследователя. В целом можно выделить следующие уточнения, которые помогут сделать полученную модель более полной и достоверной:

- введение функциональной зависимости между коэффициентом загрузки сервера и частотой отказов. Такая зависимость будет отражать ресурс используемого оборудования максимальным количеством отказов, основываясь на положениях теории надежности;
- введение зависимости между границами восстановления, а также внешними факторами. Время восстановления системы может зависеть как от порядкового номера отказа, так и от сложности самого сервера, причин отказа и множества других факторов, которые здесь трудно было бы перечислить;
- динамическое изменение частоты и порядка поступления запросов разных типов от разных клиентов. Так, в полученной модели все запросы генерируются со случайным типом без учета их возможной логической последовательности, когда, например, при создании пустой базы данных операции чтения для нее являются лишними смысла. Конечно, такое уточнение должно быть основано на специфике решаемых задач;
- динамическое увеличение количества клиентов и анализ эффективности функционирования сервера в новых условиях. В реальности количество клиентов сервера может постепенно наращиваться, что потребует либо изменения конфигурации самого сервера, либо способа взаимодействия сервера с клиентами. Учитывая, что на такого рода модернизацию будут направлены конкретные финансовые затраты, можно будет выявить пороговое значение клиентов, при котором будет обеспечено заранее обозначенное качество обслуживания;

- разделение каждого типа решаемых задач на микрозадачи. Конечный список микрозадач может использоваться для имитации выполнения задач с помощью технологий OpenMP или MPI, выделения последовательной и параллельной части программ, вычисления показателей, необходимых для оценки эффективности распараллеливания по законам Амдала и Густафсона.

Так или иначе любая модель предусматривает некоторую степень редукции и отражает лишь те черты оригинала, которые наиболее существенны в конкретном исследовании.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кислицын Е. В. Моделирование систем: дискретно-событийный подход / Е. В. Кислицын, В. К. Першин. Екатеринбург: Урал. гос. экон. ун-т, 2013. 101 с.
2. Макаров В. Л. Разработка цифровых двойников для производственных предприятий / В. Л. Макаров, А. Р. Бахтизин, Г. Л. Бекларян // Бизнес-информатика. 2019. № 13 (4). С. 7-16.
3. Обухов П. А. Исследование эффективности работы сетевых серверов в среде имитационного моделирования AnyLogic / П. А. Обухов, А. Б. Николаев, А. В. Остроух // Международный журнал экспериментального образования. 2015. № 3-3. С. 338-342.
4. Оптимизационный эксперимент. URL: <https://help.anylogic.ru/index.jsp?topic=%2Fcom.anylogic.help%2Fhtml%2Fexperiments%2Foptimization-experiment.html> (дата обращения: 11.10.2021).
5. Ржевский С. В. Исследование операций / С. В. Ржевский. СПб.: Лань, 2013. 480 с.
6. Ротт А. Р. Моделирование и расчеты производственно-технических систем / А. Р. Ротт. Йошкар-Ола: Мар. гос. техн. ун-т, 2010. 224 с.
7. Стин ван М. Распределенные системы / ван М. Стин, Э. С. Таненбаум; пер. с англ. В. А. Яроцкого. М.: ДМК Пресс, 2021. 584 с.
8. Эксперимент Монте-Карло. URL: <https://help.anylogic.ru/index.jsp?topic=%2Fcom.anylogic.help%2Fhtml%2Fexperiments%2Fmonte-carlo-experiment.html> (дата обращения: 11.10.2021).
9. Arora R. Optimization: Algorithms and Applications / R. Arora. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2015. 466 p.
10. Luc D. T. Multiobjective Linear Programming: An Introduction / D. T. Luc. London: Springer, 2016. XII, 325 p. DOI: 10.1007/978-3-319-21091-9

**Lyudmila B. SENKEVICH<sup>1</sup>**

**Marat A. SABITOV<sup>2</sup>**

UDC 004.94

## **SIMULATION MODELING AND OPTIMIZATION OF THE OPERATION OF A PARALLEL SERVER WITH FAILURES IN ANYLOGIC**

<sup>1</sup> Cand. Sci. (Ped.), Associate Professor,  
Department of Cybernetic Systems,  
Tyumen Industrial University  
lyudmila1@yandex.ru

<sup>2</sup> Master Student,  
Department of Cybernetic Systems,  
Tyumen Industrial University  
sabitov.m.a@yandex.ru

### **Abstract**

Modern scientific research is increasingly raising issues of the processing of large amounts of data. The widespread use of client-server interaction technology and cloud computing at the moment raises questions about the efficiency of a parallel server, as well as the ability to predict results depending on the degree of load and characteristics of the equipment.

This article simulates a parallel server with failures in the AnyLogic environment, and then performs multidimensional optimization by the weighted sum method. As part of the study, a simulation model of a queuing system with failures was built. It contains a server simulator, terminals, a failure simulator and statistics collection segments. The used parallel server model is abstract and rather generalized and makes it possible to concretize it by introducing additional dependencies and refining characteristics. The experiment with optimal parameters allowed to obtain the following gain in system efficiency indicators: processor load parameter (by memory) — a gain of 7%; processor load parameter (by load factor) — a gain of 8%; probability of terminal downtime — a gain of 5.7%; the failure rate of the main computer — 36 times less

---

**Citation:** Senkevich L. B., Sabitov M. A. 2022. “Simulation modeling and optimization of the operation of a parallel server with failures in AnyLogic”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 126-143.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-126-143

than the initial configuration; the number of interrupted programs — 7 less. In addition, it should be noted that the total number of completed requests remained at the same level — 462-465, for the reason that the intensity of the terminals did not vary.

Since the results of replications (“runs”) are unique and the values of the optimized function vary for different replications, the built-in possibility of a variable number of replications (from 5 to 10) with a confidence probability of 95% and an error level of 0.5 was used. The obtained results suggest the possibility of further research of the model and its development in the AnyLogic environment.

### **Keywords**

Simulation modeling, queuing system, stochastic model, parallel server, multidimensional optimization, weighted sum method, AnyLogic.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-126-143**

### **REFERENCES**

1. Kislitsyn E. V., Pershin V. K. 2013. System modeling: discrete-event approach. Ekaterinburg: USUE. 101 p. [In Russian]
2. Makarov V. L., Bakhtizin A. R., Beklaryan G. L. 2019. “Development of digital twins for manufacturing enterprises”. *BusinessInformatics*, no. 13 (4), pp. 7-16. [In Russian]
3. Obukhov P. A., Nikolaev A. B., Ostroukh A. V. 2015. “Study of the efficiency of network servers in the AnyLogic simulation environment”. *International Journal of Experimental Education*, no. 3-3, pp. 338-342. [In Russian]
4. Optimization experiment. Accessed on 11 October 2021. <https://help.anylogic.ru/index.jsp?topic=%2Fcom.anylogic.help%2Fhtml%2Fexperiments%2Foptimization-experiment.html> [In Russian]
5. Rzhavskiy S. V. 2013. *Operation Research*. Saint-Petersburg: Lan. 480 p. [In Russian]
6. Rott A. R. 2010. *Modeling and calculations of production and technical systems*. Yoshkar-Ola: Volga State University of Technology. 224 p. [In Russian]
7. Steen van M., Tanenbaum A. S. 2021. *Distributed systems*. Moscow: DMK Press. 584 p. [In Russian]
8. The Monte Carlo Experiment. Accessed on 11 October 2021. <https://help.anylogic.ru/index.jsp?topic=%2Fcom.anylogic.help%2Fhtml%2Fexperiments%2Fmonte-carlo-experiment.html> [In Russian]
9. Arora R. 2015. *Optimization: algorithms and applications*. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC. 466 p.
10. Luc D. T. 2016. *Multiobjective linear programming: an introduction*. London: Springer. XII, 325 p. DOI: 10.1007/978-3-319-21091-9

Роман Валерьевич АНДРОНОВ<sup>1</sup>  
Евгений Эдуардович ЛЕВЕРЕНЦ<sup>2</sup>  
Татьяна Владимировна МАЛЫЦЕВА<sup>3</sup>

УДК 519.872.6

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ ГОРОДСКИХ УЛИЦ С АДАПТИВНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ

<sup>1</sup> кандидат технических наук,  
доцент кафедры автомобильных дорог и аэродромов,  
Тюменский индустриальный университет  
aroma7777@mail.ru; ORCID: 0000-0001-6574-8456

<sup>2</sup> старший преподаватель кафедры строительной механики,  
Тюменский индустриальный университет  
leverentsee@tyuiu.ru; ORCID: 0000-0001-6574-8456

<sup>3</sup> доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры строительной механики,  
Тюменский индустриальный университет  
maltsevatv@tyuiu.ru; ORCID: 0000-0002-0274-0673

### Аннотация

Внедрение систем автоматизированного регулирования дорожного движения на улично-дорожной сети позволит повысить эффективность ее работы. Это приведет к увеличению пропускной способности и улучшению равномерности параметров дорожного движения. Уменьшится количество остановок, торможений, износ ходовой части автомобилей, расход моторного масла и топлива, снизится экологическая нагрузка на окружающую среду.

Моделирование работы транспортных пересечений является одной из актуальных задач при исследовании функционирования городской улично-дорожной сети. Метод

---

**Цитирование:** Андронов Р. В. Моделирование транспортных пересечений городских улиц с адаптивным регулированием дорожного движения / Р. В. Андронов, Е. Э. Леверенц, Т. В. Мальцева // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Том 8. № 1 (29). С. 144-160.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-144-160

моделирования используется как для последующей оптимизации дорожного движения, так и при обосновании работ, связанных с совершенствованием, реконструкцией и увеличением пропускной способности пересечений улиц.

Современные методики и программы транспортного моделирования позволяют смоделировать дорожное движение через участки улично-дорожной сети и спрогнозировать результаты моделирования на требуемый период времени (несколько лет). Это необходимо для технико-экономического обоснования мероприятий по оптимизации дорожного движения с индивидуальным гибким подходом к каждому транспортному узлу вместо использования общих рекомендаций нормативных документов, во многих случаях не учитывающих индивидуальный характер работы каждого элемента улично-дорожной сети.

В статье предлагается модель работы транспортного пересечения, в том числе с адаптивным управлением, опирающаяся на результаты экспериментальных исследований и учитывающая неравномерность пропускной способности по каждому светофорному циклу. Применительно к транспортному пересечению на показатель неравномерности пропускной способности влияют способы пропуска пешеходов (в отдельной фазе или нет) и возможности совершения поворотных маневров автомобилями. Всё вышеизложенное также влияет на общую величину пропускной способности пересечения, безопасность движения, длину очереди и величину задержек транспортных средств на пересечении. Введение параметра неравномерности пропускной способности позволит точнее прогнозировать величину транспортных задержек и очередей.

Предложенная модель может быть использована для задач организации и управления дорожным движением и при обосновании мероприятий по совершенствованию улично-дорожной сети крупных и крупнейших городов, принятию решения по переустройству транспортного пересечения или строительству развязки в разных уровнях.

#### **Ключевые слова**

Математическая модель, регулируемые пересечения, адаптивное регулирование, автоматизированная система управления дорожным движением, транспортные потоки, задержки и очереди транспортных средств, метод Монте-Карло.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-144-160**

#### **Введение**

Моделирование транспортного пересечения должно учитывать характеристики транспортного потока, параметры пересечения, количество и сложность совершения маневров транспортных средств на пересечении. Для назначения характеристик светофорного регулирования эти параметры определяются натурными замерами при помощи полевых исследований или при использовании камер и детекторов проезда автомобилей на самих пересечениях. Для составления модели работы пересечения эти данные являются опорным фундаментом моделирования. После задания всех исходных параметров можно проигрывать большое количество розыгрышей модели с различными изменениями в самом пересечении

и в транспортном потоке, проходящем через него, с получением результатов необходимой достоверности (метод Монте-Карло). И там, где у пересечения набор параметров является постоянной величиной, у транспортного потока, наоборот, количество подходящих автомобилей является случайной величиной; характер подхода автомобилей тоже может быть разным в зависимости от времени суток, погодных условий, близости смежных транспортных пересечений.

Построение модели пересечения позволяет проводить численные эксперименты по изменению характера дорожного движения [2, 3], конфигурации пересечения и по режимам регулирования на них. Актуальность моделирования заключается в сложности проведения натурального эксперимента [8], т. к. для него потребуется полное возведение пересечения и пропуск потоков движения по нему. Что, во-первых, является дорогостоящим мероприятием, а во-вторых, не представляет полной картины формирования транспортного потока на нем.

Поэтому моделирование пересечений позволит оценить как уже работающее пересечение, так и эффективность планировочных решений и мероприятий по организации дорожного движения.

### Постановка задачи

Задача заключается в построении модели транспортного пересечения с использованием адаптивного управления дорожным движением.

Для задания транспортного потока, подходящего к пересечению, требуется знать интенсивность движения автомобилей, но одного этого параметра будет недостаточно, т. к. автомобили подходят к пересечению неравномерно [1]: это напрямую влияет на пропускную способность пересечения, что, в свою очередь, ведет к увеличению заторных явлений [3] и снижает безопасность движения на пересечении [11].

Пусть  $X$  — входящий поток автомобилей — случайная величина. Подсчет количества автомобилей велся по 5-секундным интервалам. На основании теории транспортных потоков и произведенного натурального эксперимента входящий поток описывается законом Пуассона, авт./с:

$$X = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

где  $n$  — количество событий;  $\lambda t$  — средняя интенсивность входящего потока за время  $t$ .

В рассматриваемой модели вводится понятие единичного времени, равного 5 с. Указанный промежуток (5 с) взят как интервал времени для переключения сигналов светофора, принятый в системе автоматизированного управления дорожным движением «Спектр-2.0» (так называемое «экипажное время»). Этот интервал появился исходя из необходимого интервала времени для движущегося автомобиля. При среднем пути торможения в 50 м время достижения полной остановки будет равно 5 с.

За  $Y$  был взят исходящий поток. Количество исходящих со стоп-линии пересечения автомобилей также считается по 5-секундным интервалам, которые складываются в фазы.

Исходящий поток  $Y$  (пропускная способность) — случайная величина, изменяемая по закону нормального распределения (авт./с). Нормальный закон позволяет исключить маловероятные события на проезжей части, такие как дорожно-транспортные происшествия, работу муниципальных служб, движение тихоходных транспортных средств.

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-a}{\sigma}\right)^2}, \quad (2)$$

где  $\sigma$  — среднеквадратичное отклонение;  $a$  — математическое ожидание случайной величины.

Для описания неравномерности пропускной способности параметр  $\sigma$  будем рассматривать в виде функции, зависящей от следующих факторов: количества полос движения, сложности пересечения, фактической пропускной способности.

Входящий поток — это автомобили, подходящие к стоп-линии, а исходящий поток — автомобили, уходящие со стоп-линии. Такое уточнение необходимо для моделирования входящего потока, проходящего через пересечение.

Для оценки неравномерности пропускной способности предложено определять среднеквадратичное отклонение в виде линейной зависимости:

$$\sigma = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3, \quad (3)$$

где  $x_1$  — число полос движения;  $x_2$  — сложность пересечения;  $x_3$  — фактическая пропускная способность, авт./фаза. Постоянные  $a_0, a_1, a_2, a_3$  — размерные константы, определяемые регрессионным анализом. Переменные  $x_1, x_2, x_3$  являются переменными одного порядка.

Тип пересечения выбирается относительно количества маневров, совершаемых на пересечении. Рассмотрим классификацию, используемую в модели для анализа сложности узлов улично-дорожной сети:

- $x_2 = 1$  — пересечения, у которых поворачивающие направления и движение пешеходов запрещены или выделены в отдельные фазы. Нет помех для беспрепятственного проезда пересечения;
- $x_2 = 2$  — пересечения, у которых только поворачивающие налево направления выделены в отдельные фазы или запрещены. Правоповорачивающий поток движется с конфликтом с движением пешеходов;
- $x_2 = 3$  — пересечения, у которых движение пешеходов и/или левое поворачивающее направление осуществляется в общем потоке с конфликтом с дорожным движением по встречной полосе.

Коэффициенты  $a_i, i = 0, \dots, 3$  определялись по результатам натурного эксперимента с применением метода наименьших квадратов и проверялись на значимость. Интервальные оценки получены по критерию Стьюдента с доверительной вероятностью 95%. Значения коэффициентов и полученный доверительный интервал приведены в таблице 1.

Анализируя данные в таблице 1, видим, что коэффициенты модели  $a_0$  и  $a_1$  статистически незначимы, поэтому в дальнейших расчетах ими можно пренебречь.

Пересчет коэффициентов  $a_2, a_3$  при том же уровне значимости показали снижение относительной погрешности до 41 и 22% (таблица 2).

Чтобы в модели учесть сложность пересечения  $x_2$ , рассмотрим способ логарифмического нормирования  $x_2 = \log(i)$  ( $i = 1; 2; 3$ ), вместо линейной функции  $\sigma = a_2 x_2 + a_3 x_3$  рассмотрим комбинацию двух функций: логарифмической и линейной —  $\sigma = a_2 \ln(i) + a_3 y$ .

Отметим, что первая сложность пересечения соответствует беспрепятственному проезду по пересечению, оказывая малое влияние на однородность пропускной способности, и это не влияет на величину среднего квадратичного отклонения. Введенный в формулу логарифм позволяет минимизировать это влияние на пересечениях первой сложности и увеличить его на пересечениях второй и третьей сложностей.

Не учитывая влияние коэффициентов, показавших низкую значимость, получаем выражение:

$$\sigma = 1,76 \ln i + 0,099 y, \quad (4)$$

где  $i = 1; 2; 3$  — сложность пересечения;  $y = M(Y)$  — средняя пропускная способность.

Таблица 1

Проверка статистической значимости коэффициентов  $a_0, a_1, a_2, a_3$

Table 1

Checking the statistical significance of the coefficients  $a_0, a_1, a_2, a_3$

Коэффициент модели	Значение коэффициента	Доверительный интервал	Относительное значение доверительного интервала, %
$a_0$	-2,279271	$\pm 2,500355$	-110
$a_1$	0,2511102	$\pm 0,822893$	328
$a_2$	1,2288108	$\pm 0,680347$	55
$a_3$	0,114471	$\pm 0,062684$	55

Таблица 2

Проверка статистической значимости коэффициентов  $a_2, a_3$  линейной функции

Table 2

Checking the statistical significance of the coefficients  $a_2, a_3$  of a linear function

Коэффициент модели	Значение коэффициента	Доверительный интервал	Относительное значение доверительного интервала, %
$a_2$	0,726188	$\pm 0,295074$	41
$a_3$	0,084321	$\pm 0,018403$	22

Таблица 3

Проверка статистической значимости коэффициентов  $a_2, a_3$

Table 3

Checking the statistical significance of the coefficients  $a_2, a_3$

Коэффициент модели	Значение коэффициента	Доверительный интервал	Относительное значение доверительного интервала, %
$a_2$	1,764473	$\pm 0,631099$	36
$a_3$	0,099352	$\pm 0,013336$	13

Введение функции логарифма позволило повысить точность коэффициентов (таблица 3) и точность среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  (рис. 1-3). Точность расчета среднеквадратичного отклонения для первого типа пересечения увеличилась на 6%, для второго типа — на 4%, для третьего типа — на 5%.

Таким образом, для пересечения с беспрепятственным проездом — пересечения первого типа сложности — модель среднеквадратичного отклонения будет иметь следующий вид:

$$\sigma = 0,099 y. \tag{5}$$

Для разной интенсивности однородность пропускной способности будет меняться: чем больше интенсивность дорожного движения, тем меньше однородность пропускной способности пересечения (рис. 1).

Для пересечения второго типа сложности среднеквадратичное отклонение будет описываться формулой:

$$\sigma = 1,22 + 0,099 y. \tag{6}$$

Визуализация результатов показана на рис. 2.

Для пересечений с максимальным количеством маневров (для третьего типа пересечения) среднеквадратичное отклонение описывается зависимостью:

$$\sigma = 1,93 + 0,099 y, \tag{7}$$

что представлено на рис. 3.

Запишем общую формулу для определения среднеквадратичного отклонения на всех типах пересечений:

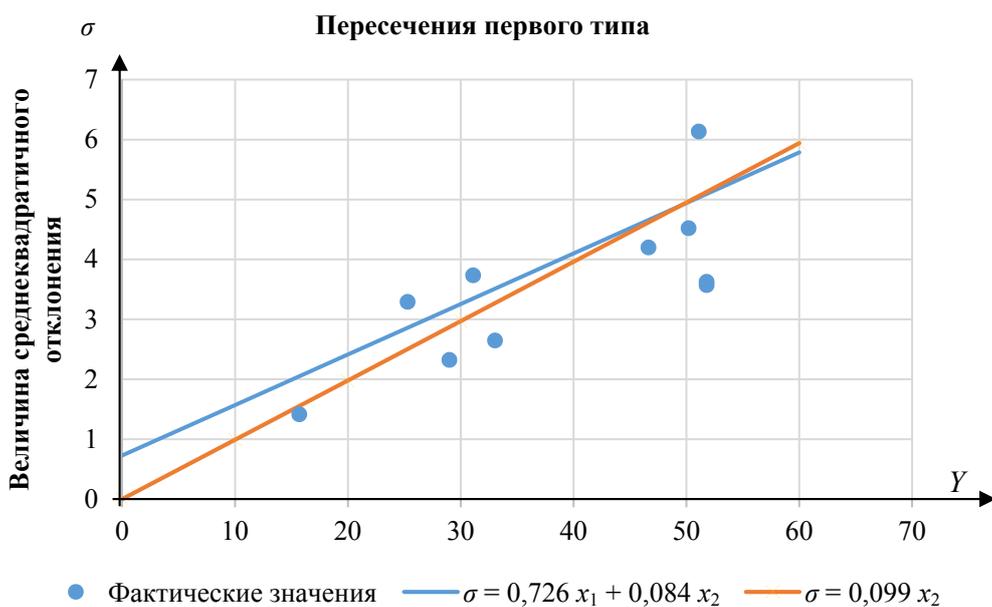
$$\sigma_i = a_i + a_3 y. \tag{8}$$

Из этого следует, что параметры пересечения определяются по комбинации двух функций: линейной и логарифмической. Для различных пересечений были получены закономерности среднеквадратичного отклонения, в которых параметры определялись из эксперимента.

Перейдем к среднеквадратичному отклонению  $\hat{\sigma}$  для единичного времени:

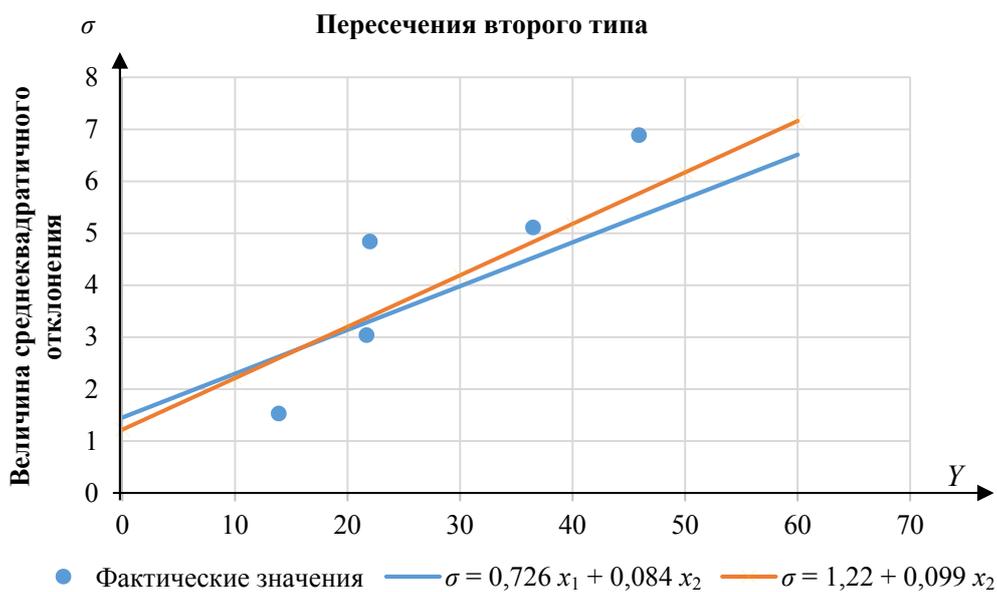
$$\hat{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \tag{9}$$

где  $n$  — количество единичных интервалов времени в промежутке  $t$ .



*Рис. 1.* Величина отклонения пропускной способности от интенсивности дорожного движения на пересечении первого типа сложности

*Fig. 1.* The value of the deviation of throughput from traffic intensity at the intersection of the first type of complexity



*Рис. 2.* Величина отклонения пропускной способности от интенсивности дорожного движения на пересечении второго типа сложности

*Fig. 2.* The value of the deviation of throughput from traffic intensity at the intersection of the second type of complexity

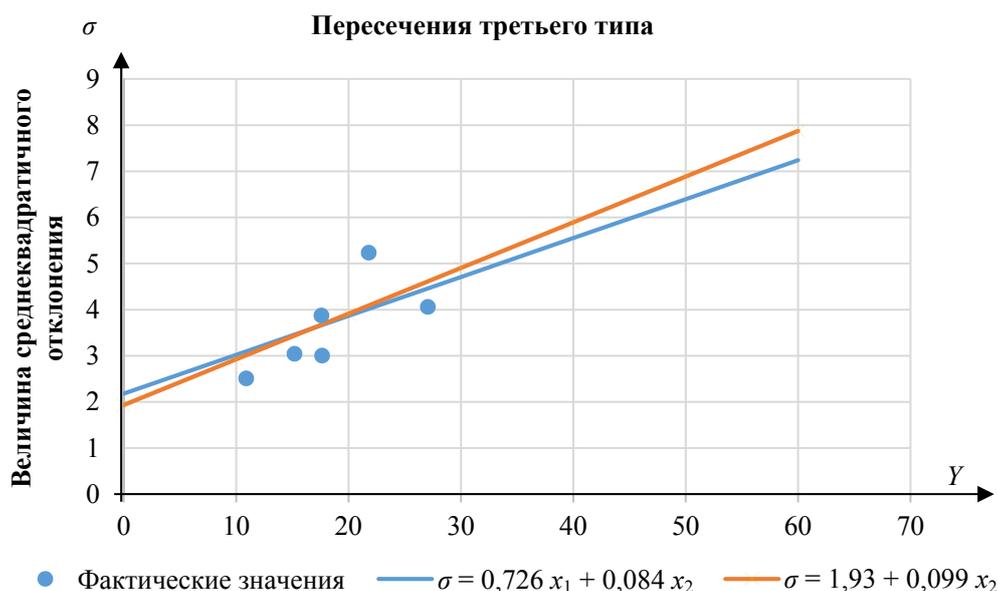


Рис. 3. Величина отклонения пропускной способности от интенсивности дорожного движения на пересечении третьего типа сложности

Fig. 3. The value of the deviation of throughput from traffic intensity at the intersection of the third type of complexity

Аналогичным образом моделируется транспортный поток для смежного направления. Режим светофорного регулирования позволит пропускать каждое из направлений в отведенную для него фазу. Продолжительность разрешающей фазы будет корректировать пропускную способность пересечения уже во времени (чем дольше горит зеленый свет, тем больше автомобилей проедет через стоп-линию направления). Продолжительность светофорного цикла является ограничением величины входящих в него фаз. Попеременно пропускаемые потоки автомобилей смежных направлений будут проезжать на зеленый свет и тормозить на красный, формируя автомобильные очереди. Растущие или убывающие длины очередей будут показывать эффективность работы всего транспортного пересечения (чем очереди меньше, тем эффективнее транспортное пересечение).

Для увеличения эффективности транспортного пересечения необходимо увеличить его пропускную способность. В результате увеличения пропускной способности больше автомобилей будут проходить через пересечение в единицу времени. И, рассматривая вопрос в статическом виде, единственным решением видится увеличение поперечного сечения смежных улиц, т. е. изменение геометрических характеристик транспортного пересечения. Но это однобокий и экстенсивный подход. Альтернативой ему является предложение увеличить время разрешающей фазы светофора. Но всё предложенное выше не может решить жесткий режим регулирования, а т. к. поток движется неравномерно, то и изменять длину фазы придется в динамическом режиме. В этом случае применение находит адаптивная

система регулирования дорожного движения: она позволяет в режиме реального времени подстраиваться под поток автомобилей, увеличивая или уменьшая разрешающую фазу для автомобильного потока.

Автоматизированная система регулирования дорожного движения позволяет оставлять неизменными геометрические характеристики пересечения, но перераспределяет запас времени, заложенный в длину светофорного цикла между автомобильными потоками. Для большего автомобильного потока отводится большая разрешающая фаза, для меньшего — меньшая [7]. Но автомобильный поток не имеет характерных точек начала и конца, поэтому их нужно задать параметром переключения фазы. При появлении разрыва в потоке происходит переключение фазы, за разрыв в потоке берется интервал более 5 с, в течение которого по данному направлению не подъезжают автомобили. Алгоритм поиска «разрыва потока» лежит в основе многих систем адаптивного регулирования дорожного движения, таких как СПЕКТР 2.0, SCOOT, УТОPIA [10].

Внедрение системы адаптивного регулирования позволяет повысить пропускную способность транспортного пересечения, не меняя его геометрические характеристики. Для демонстрации эффективности подобного решения также можно использовать моделирование транспортных пересечений, где будут сравниваться способы регулирования.

### Методы

При решении задач статьи используются методы статистического моделирования (метод Монте-Карло), регрессионного анализа.

Сравнение вариантов происходит исходя из представленной модели, многократно проигранной в программном комплексе, который в первом приближении будет иметь вид двух несвязанных блоков, моделирующих разные типы регулирования дорожного движения. Этот комплекс представлен на рис. 4.



Рис. 4. Алгоритм взаимодействия исполняющих блоков регулирования дорожного движения

Fig. 4. Algorithm for the interaction of executing traffic control units

Как было сказано выше, при любом способе регулирования дорожного движения будут появляться очереди автомобилей после переключения светофорных фаз. Выделим накопление очереди в отдельное условие:

$$q(x, y) = \begin{cases} x = f^{-1}(r, \lambda), \\ y = F^{-1}(s, a, \sigma), \end{cases} \quad (10)$$

где  $s, r$  — генераторы случайных чисел;  $\lambda$  — интенсивность подхода автомобилей к стоп-линии;  $a$  — математическое ожидание ухода со стоп-линии автомобилей за  $t_{\text{ед}}$  (пропускная способность на данный момент);  $\sigma$  — среднеквадратичное отклонение пропускной способности за  $t_{\text{ед}}$ ;  $x$  — подходящее число автомобилей за  $t_{\text{ед}}$ ;  $y$  — уходящее со стоп-линии количество автомобилей за  $t_{\text{ед}}$ ;  $f^{-1}$  и  $F^{-1}$  — функции случайной величины по принятому в модели закону распределения в зависимости от генерируемых равномерно распределенных случайных величин: от генератора  $r$  — на отрезке  $[0; 1)$ , от генератора  $s$  — на отрезке  $(0; 1)$ ;  $q$  — накопленная очередь за  $t_{\text{ед}}$ .

При выполнении условия

$$q + x - y = 0 \quad (11)$$

фаза светофора меняется, при наличии пешеходного движения в цикле переключения осуществляется на него.

Таким образом, математическая модель движения транспортных потоков через регулируемое пересечение представлена системой уравнений (1)-(3), (10), (11).

Для моделирования адаптивного регулирования дорожного движения требуется задать изменяемый параметр: это будет длина разрешающей фазы светофора. Для переключения фазы требуется разрыв в потоке. Алгоритм работы адаптивного регулирования показан на рис. 5, где  $t_{\text{ед}}$  — интервал, равный 5 с;  $x_i$  — пропускная способность, авт./с;  $i$  — сложность пересечения;  $\lambda_i$  — интенсивность движения, авт./с;  $S$  — общее количество  $t_{\text{ед}}$  в фазе  $S \leq T_{\text{max}}/t_{\text{ед}}$ ;  $r$  — случайная величина;  $a$  — математическое ожидание ухода автомобилей за единичное время;  $\sigma_b$  — среднеквадратичное отклонение пропускной способности за  $t_{\text{ед}}$ ;  $t_{\text{зел}}$  — максимальная продолжительность разрешающей фазы (зеленого света светофора);  $q$  — размер очереди за  $t_{\text{ед}}$ ;  $q_{\text{cp}}$  — средняя величина очереди за период  $S$ ;  $t_{\text{cp}}$  — средняя задержка 1 автомобиля за 1 с.

## Результаты

Результаты моделирования сравниваются по достижению заданного числа итераций. По предложенному алгоритму проводится расчет длины автомобильной очереди на пересечении при разных режимах регулирования (рис. 5). Сравнение осуществляется по сводным ведомостям, в которых хранится вся информация о работе транспортного пересечения.

На примере пересечения двух тюменских улиц — Тимофея Чаркова и Верхне-тарманской [4] — проводилось сравнение по основным показателям эффективности работы транспортного пересечения. На рис. 6 представлено сравнение по средневзвешенной задержке на пересечении.

Также сравнение проводилось по средней длине очереди автомобилей, скопившейся при переключении светофорных фаз (рис. 7).

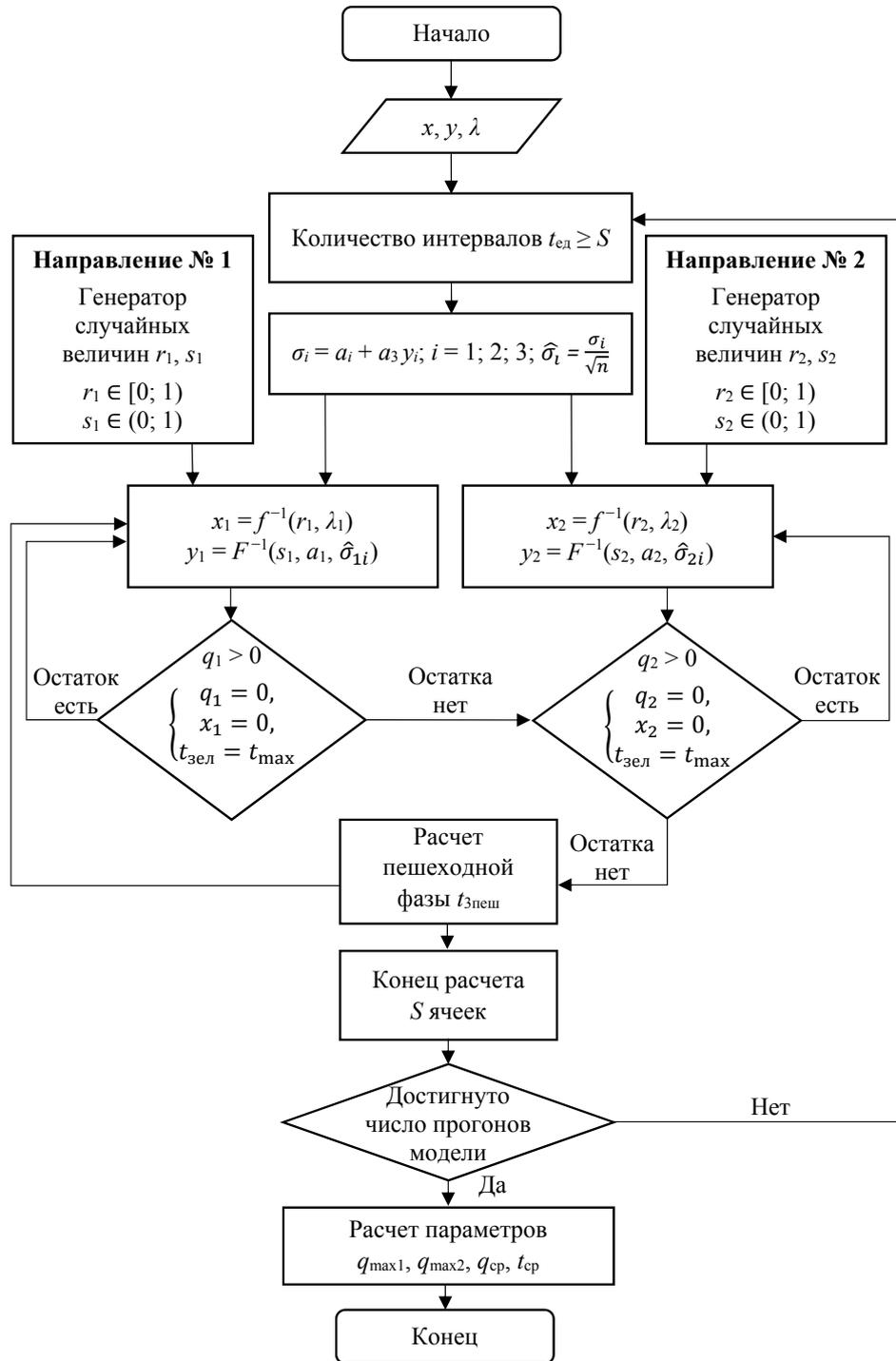


Рис. 5. Алгоритм адаптивного регулирования дорожного движения

Fig. 5. Algorithm for adaptive traffic control

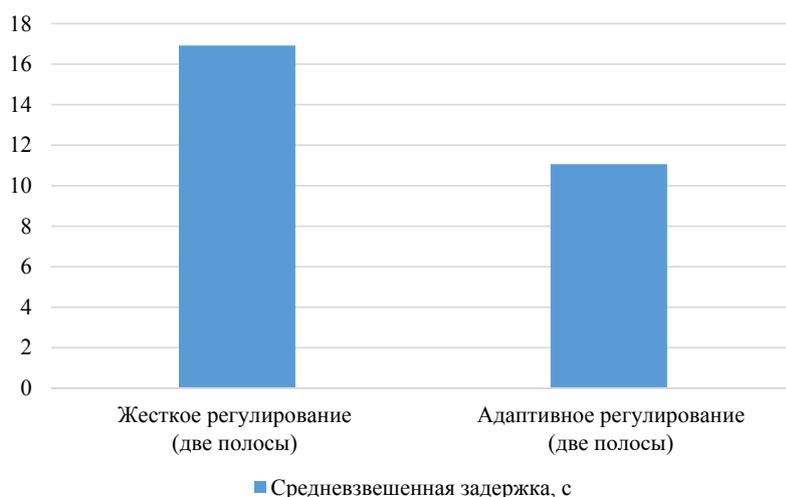


Рис. 6. Сравнение по средневзвешенной задержке автомобилей по обоим направлениям

Fig. 6. Comparison by weighted average delay of vehicles in both directions

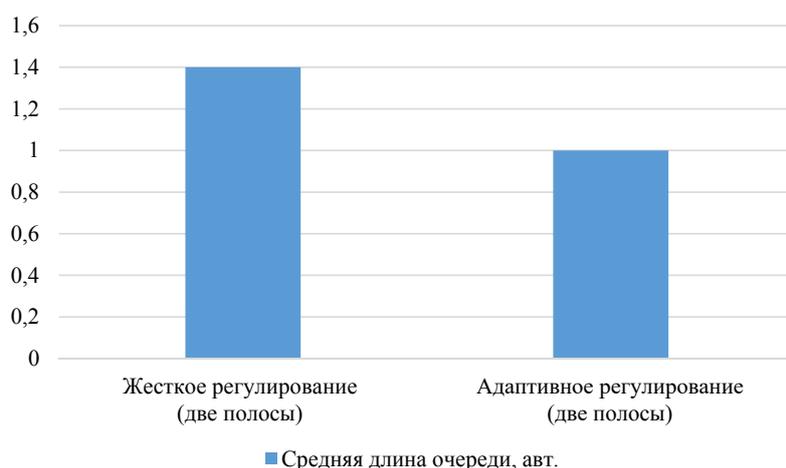


Рис. 7. Сравнение по средней накопленной длине очереди

Fig. 7. Comparison by the average accumulated queue length

### Обсуждение

Полученные результаты позволяют сравнить режимы регулирования транспортного пересечения [6]. По результатам сравнения осуществляется выбор наиболее эффективного режима регулирования. Но даже если оба предложенных режима регулирования не являются оптимальными для рассматриваемого участка, на основании полученных данных можно выстроить стратегию совершенствования узла более радикальными способами (увеличение количества полос движения, устройство развязки в разных уровнях и др.).

Существующие программные продукты, применяемые в смежной сфере, работают без учета специфики климатических зон и сложившегося характера дорожного движения. Такие программные комплексы, как Vissim и AnyLogic, имеют закрытый программный код, и внесение необходимых корректировок не представляется возможным. Также имеются региональные особенности движения по всему миру, что создает сложности для составления единой модели движения транспортных потоков [5, 9]. Такой подход позволяет делать укрупненные расчеты для составления общей картины и визуализировать движение автомобильных потоков. На уровне отдельных транспортных пересечений долговременный прогноз будет неточным, и отсутствие учета региональной специфики помешает в построении стратегии развития улично-дорожной сети.

Разработанные модели транспортных пересечений или участков улично-дорожных сетей на данный момент широко представлены как в Российской Федерации, так и за рубежом. Основой разработки модели являются программные инструменты Vissum, AniLogic. Они имеют закрытый программный код, зависимость от удаленного администратора, ограниченность лицензии на площадь сети моделирования, возможный санкционный запрет, поэтому возникают сложности их применения. В плане развития собственных систем моделирования улично-дорожной сети подход использования зарубежных ПО не представляется оптимальным.

### **Заключение**

На основании анализа полученных данных можно сделать следующие выводы:

1. В виде линейной функции построена математическая модель, описывающая неравномерность фактической пропускной способности регулируемого пересечения от схемы организации и условий дорожного движения.
2. В параметрах модели значимыми параметрами, влияющими на неравномерность, являются: сложность пересечения по способу организации движения и фактическая пропускная способность за время цикла/фазы светофорного регулирования.
3. Предложенная модель может быть использована при оптимизации организации дорожного движения на улично-дорожной сети с дальнейшей целью снижения нестабильности потока, приводящей к увеличению длины очередей, увеличению задержек и снижению безопасности дорожного движения, т. к. проводится анализ жесткого и адаптивного режимов регулирования транспортного пересечения.
4. Предложенную модель можно использовать в имитационных моделях работы регулируемого пересечения, вычисляемых по методу Монте-Карло, для адаптации эталонной модели работы пересечения к реальным условиям движения.
5. Программная реализация модели может быть использована для моделирования реальных узлов на улично-дорожной сети с целью оптимизации управления движением или планирования мер по реконструкции (совершенствованию) пересечения.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Андронов Р. В. Влияние организации движения на регулируемом пересечении на равномерность пропускной способности / Р. В. Андронов, Е. Э. Леверенц, Д. А. Гензе, Е. Н. Легостаева // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 6 (83). С. 179-185.
2. Андронов Р. В. Моделирование очередей на регулируемых пересечениях улично-дорожной сети крупного города в условиях плотного транспортного потока: дис. канд. техн. наук / Р. В. Андронов. Тюмень, 2007. 187 с.
3. Андронов Р. В. Понятие затора и формирование очередей на регулируемом пересечении в условиях плотного транспортного потока / Р. В. Андронов, Б. П. Елькин, Д. А. Гензе // Научно-технический вестник Поволжья. 2015. № 1. С. 39-41.
4. Андронов Р. В. Применение статистического моделирования для оценки эффективности адаптивного регулирования и реконструкции пересечений улично-дорожной сети / Р. В. Андронов, Е. Э. Леверенц // Архитектура, строительство, транспорт. 2021. № 3. С. 40-49.
5. Тестешев А. М. Дистанционный мониторинг транспортных потоков г. Тюмени при различных состояниях дорожного покрытия на основе спутникового наблюдения / А. М. Тестешев, А. А. Тестешев, И. Е. Лощина // Актуальные проблемы архитектуры, строительства, энергоэффективности и экологии — 2016: сб. материалов международной научно-практической конференции: в 3 томах (Тюмень, 27-29 апреля 2016 г.). Тюмень: Тюм. индустр. ун-т, 2016. Том 1. С. 167-173.
6. El Zarwi F. A discrete choice framework for modeling and forecasting the adoption and diffusion of new transportation services / F. El Zarwi, A. Viji, J. L. Walker // Transportation Research Part C: Emerging Technologies. 2017. Vol. 79. Pp. 207-223. DOI: 10.1016/j.trc.2017.03.004
7. Hongsheng Qi. Monte Carlo Tree Search-based intersection signal optimization model with channelized section spillover / Hongsheng Qi, Xianbiao Hu // Transportation Research Part C: Emerging Technologies. 2019. Vol. 106. Pp. 281-302. DOI: 10.1016/j.trc.2019.07.017
8. Lidén T. An optimization model for integrated planning of railway traffic and network maintenance / T. Lidén, M. Joborn // Transportation Research Part C: Emerging Technologies. 2017. Vol. 74. Pp. 327-347. DOI: 10.1016/J.TRC.2016.11.016
9. Nyantakyi E. K. Synchronization of signalised intersections: A case study of three major intersections on the 24<sup>th</sup> February Road, Kumasi, Ghana / E. K. Nyantakyi, C. A. Adams, J. K. Borkloe, D. Pobee // International Journal of Engineering Research and Applications. 2013. Vol. 3. Iss. 4. Pp. 2566-2590.
10. Seunghyeon Lee. Integrated deep learning and stochastic car-following model for traffic dynamics on multi-lane freeways / Seunghyeon Lee, Dong Ngoduy, M. Keyvan-Ekbatani // Transportation Research Part C: Emerging Technologies. 2019. Vol. 106. Pp. 360-377. DOI: 10.1016/j.trc.2019.07.023
11. Tiancheng Ruan. Stability of heterogeneous traffic considering impacts of platoon management with multiple time delays / Tiancheng Ruan, Linjie Zhou, Hao Wang // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2021. Vol. 583. P. 126294. DOI: 10.1016/j.physa.2021.126294

**Roman V. ANDRONOV**<sup>1</sup>  
**Evgeniy E. LEVERENTS**<sup>2</sup>  
**Tatyana V. MALTSEVA**<sup>3</sup>

UDC 519.872.6

## MODELING TRANSPORT INTERSECTIONS OF CITY STREETS WITH ADAPTIVE TRAFFIC CONTROL

<sup>1</sup> Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor,  
Department of Automobile Roads and Airfields,  
Tyumen Industrial University  
aroma77777@mail.ru; ORCID: 0000-0001-6574-8456

<sup>2</sup> Senior Lecturer, Department of Structural Mechanics,  
Tyumen Industrial University  
leverentsee@tyuiu.ru; ORCID: 0000-0001-6574-8456

<sup>3</sup> Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor,  
Department of Structural Mechanics,  
Tyumen Industrial University  
maltsevatv@tyuiu.ru; ORCID: 0000-0002-0274-0673

### Abstract

The introduction of automated traffic control systems on the road network will improve the efficiency of its work. This will lead to an increase in throughput and improve the uniformity of traffic parameters. The number of stops, braking, wear of the undercarriage of cars, consumption of engine oil, fuel will decrease, and the environmental burden on the environment will be reduced.

Modeling transport intersections is one of the fundamental methods for studying the functioning of the road network. This method is used in all types of work related to the improvement, modification, reconstruction, and expansion of the road network. Modern techniques for modeling traffic intersections allow recreating the movement of all road users through them, and predicting the results for many years to come, considering changes in both external factors (number of users for crossing) and internal (crossing configuration).

---

**Citation:** Andronov R. V., Leverents E. E., Maltseva T. V. 2022. "Modeling transport intersections of city streets with adaptive traffic control". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 8, no. 1 (29), pp. 144-160.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-144-160

To evaluate the efficiency of the intersection, the initial data are taken from field observations. These include a random value of the traffic flow; pedestrian flows; traffic light cycle length; proximity to other intersections; the length of the transport queue when a permissive traffic light signal is given. The analysis of the obtained data makes it possible to assess the current situation on the road network and does not allow to make a forecast for the future when the parameters of the transport intersection change. This is where intersection modeling comes in handy. The intersection model allows predicting the operation of a traffic intersection, considering changes in both the entire road network and particular changes in the traffic intersection itself.

The article proposes a transport intersection model based on experimental data obtained during a full-scale experiment, as well as taking into account the uneven throughput. In relation to a traffic intersection, the capacity unevenness index affects the overall capacity of the intersection, traffic safety through the intersection, the magnitude of traffic delays, the magnitude of traffic losses, and the number of maneuvers in the stream. In addition, the introduction of the non-uniformity parameter will make it possible to predict the magnitude of transport delays and queues more accurately.

The proposed model can be used to create a set of measures to improve the road network of large and major cities, a decision to rebuild a transport intersection, or build an interchange in its place.

### **Keywords**

Mathematical model, controlled intersections, adaptive control, automated traffic control system, traffic flows, delays and queues of vehicles, Monte-Carlo method.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-1-144-160**

### **REFERENCES**

1. Andronov R. V., Leverents E. E., Genze D. A., Legostaeva E. N. 2020. "Influence of the organization of traffic at the controlled intersection on the uniformity of traffic capacity". *Bulletin of Civil Engineers*, no. 6 (83), pp. 179-185. [In Russian]
2. Andronov R. V. 2007. "Modeling queues at controlled intersections of the road network of a large city in a dense traffic flow". *Cand. Sci. (Tech.) diss. Tyumen*. 187 p. [In Russian]
3. Andronov R. V., Elkin B. P., Genze D. A. 2015. "The concept of congestion and the formation of queues at a controlled intersection in a dense traffic flow". *Scientific and technical bulletin of the Volga region*, no. 1, pp. 39-41. [In Russian]
4. Andronov R. V., Leverents E. E. 2021. "Application of statistical modeling to assess the effectiveness of adaptive regulation and reconstruction of intersections of the street-road network". *Architecture, construction, transport*, no. 3, pp. 40-49. [In Russian]
5. Testeshev A. M., Testeshev A. A., Loshchinina I. E. 2016. "Remote monitoring of traffic flows in Tyumen under various conditions of the road surface on the basis of satellite observation". *Actual problems of architecture, construction, energy efficiency and ecology — 2016: Collection of materials of the international scientific and practical conference: in 3 volumes (Tyumen, 27-29 April 2016)*, vol. 1, pp. 167-173. [In Russian]

6. El Zarwi F., Vij A., Walker J. L. 2017. "A discrete choice framework for modeling and forecasting the adoption and diffusion of new transportation services". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 79, pp. 207-223. DOI: 10.1016/j.trc.2017.03.004
7. Hongsheng Qi, Xianbiao Hu. 2019. "Monte Carlo Tree Search-based intersection signal optimization model with channelized section spillover". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 106, pp. 281-302. DOI: 10.1016/j.trc.2019.07.017
8. Lidén T., Joborn M. 2017. "An optimization model for integrated planning of railway traffic and network maintenance". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 74, pp. 327-347. DOI: 10.1016/J.TRC.2016.11.016
9. Nyantakyi E. K., Adams C. A., Borkloe J. K., Pobee D. 2013. "Synchronization of signalised intersections: A case study of three major intersections on the 24<sup>th</sup> February Road, Kumasi, Ghana". *International Journal of Engineering Research and Applications*, vol. 3, iss. 4, pp. 2566-2590. [In Russian]
10. Seunghyeon Lee, Dong Ngoduy, Keyvan-Ekbatani M. 2019. "Integrated deep learning and stochastic car-following model for traffic dynamics on multi-lane freeways". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 106, pp. 360-377. DOI: 10.1016/j.trc.2019.07.023
11. Tiancheng Ruan, Linjie Zhou, Hao Wang. 2021. "Stability of heterogeneous traffic considering impacts of platoon management with multiple time delays". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 583, p. 126294. DOI: 10.1016/j.physa.2021.126294

**СОДЕРЖАНИЕ ЗА 2021 ГОД**

Том 7. № 1 (25)

**ТЕПЛОФИЗИКА  
И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ  
ТЕПЛОТЕХНИКА**

Гордин М. В., Гуров В. И.,  
Варюхин А. Н., Гелиев А. В.,  
Щербакова Е. В.

Водород — ноль углеродного следа....10

Батищева К. А., Вымпина Ю. Н.,  
Орлова Е. Г.

Влияние лазерной  
обработки поверхности  
алюминиево-магниевого сплава  
на «самосборку» наночастиц  
при испарении капель  
коллоидных растворов.....26

Маллабоев У. М., Новоселов В. И.,  
Зайцева О. С.

Молекулярные механизмы  
диэлектрической поляризации  
высокополярного  
жидкого кристалла .....44

Исламова А. Г., Феоктистов Д. В.,  
Орлова Е. Г.

Влияние шероховатости  
на поверхностную энергию  
и смачиваемость поверхностей  
меди и стали .....60

Григорьев Б. В., Шастунова У. Ю.

Повышение надежности  
системы подогрева мазута  
на Тюменской ТЭЦ-2.....79

**МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ,  
ГАЗА И ПЛАЗМЫ**

Степанов С. В., Шабаров А. Б.

К вопросу о наличии  
закономерностей между функцией  
межфазного взаимодействия  
и фильтрационно-емкостными  
свойствами .....92

Басинский К. Ю., Звонарев Д. С.

Влияние неоднородности жидкости  
на волновое движение ..... 112

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ,  
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ  
И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ.  
ИНФОРМАЦИОННЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ**

Шляпкин А. С., Татосов А. В.

Численная и программная реализация  
одномерной математической модели  
гидроразрыва пласта..... 126

Бранд А. Э., [Кутрунов В. Н.],  
Якубовский Ю. Е.

Оценка связи между уровнем  
инновационности и процессом  
распространения поколений  
промышленного изделия ..... 146

Вершинин В. Е., Никулин С. Г.,  
Ступников А. А.

Разработка промыслового мобильного  
эталоны 2-го разряда как инструмента  
поверки установок измерения  
скважинной продукции..... 163

Кассем С. А., Ибрагим А. Х. А.,  
Хасан А. М., Логачева А. Г.

Прогнозирование электропотребления  
предприятия с применением  
искусственных нейронных сетей ..... 177

Том 7. № 2 (26)

**ТЕПЛОФИЗИКА  
И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ  
ТЕПЛОТЕХНИКА**Аль-Музайкер М. Я., Флягин В. М.,  
Обайд Обайд Г. Л., Иванова Н. А.**Исследование переноса микрочастиц  
в тонком слое жидкости под действием  
градиента температуры ..... 10**Гильманов А. Я., Федоров К. М.,  
Шевелёв А. П.**Анализ тепловых полей на первичной  
стадии процесса парогравитационного  
дренажа ..... 27**

Бородина К. А.

**Анализ поведения пленки бинарного  
гомогенного раствора при тепловом  
воздействии ..... 43**Зинуров В. Э., Дмитриев А. В.,  
Шарипов И. И., Галимова А. Р.**Экспериментальное исследование  
теплообмена от парогазовой смеси  
при передаче тепла через ребристую  
поверхность ..... 60**Шарафутдинов Р. Ф., Давлетшин Ф. Ф.  
**Аналитическая модель нестационарного  
температурного поля в пласте  
с трещиной гидроразрыва ..... 75****МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ,  
ГАЗА И ПЛАЗМЫ**Филиппов А. И., Ахметова О. В.,  
Ковальский А. А., Зеленова М. А.**Моделирование полей давления  
в нефтеносном пласте с учетом  
изменения уровня жидкости  
в скважине ..... 95**Косяков В. П., Легостаев Д. Ю.,  
Мусакаев Э. Н.**Задача совместного использования  
теории фильтрации и элементов  
машинного обучения для решения  
обратной задачи восстановления  
гидропроводности нефтяного  
месторождения ..... 113**

Кислицын А. А., Липатов Н. В.

**Воздействие воды и CO<sub>2</sub>  
на механические свойства  
низкопроницаемых  
горных пород ..... 130****МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ,  
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ  
И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ.  
ИНФОРМАЦИОННЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ**

Куликова И. В.

**Моделирование синтеза  
нечетких регуляторов типа  
Такаги — Сугено — Канга  
в некоторых системах  
управления ..... 147**

Еремеева Н. И.

**Численное моделирование влияния  
карантинных мер на динамику  
эпидемиологического процесса  
на основе SEIRD-модели ..... 170**

Ромазанов А. Р., Захарова И. Г.

**Метод исследования влияния  
тепловой инерции на температуру  
в помещении ..... 188**

Бранд А. Э., Якубовский Ю. Е.

**Математическое моделирование  
распространения поколений  
промышленных изделий  
на конкурентном рынке ..... 206**

Бусыгин А. Н., Бобылев А. Н.,  
Губин А. А., Писарев А. Д.,  
Удовиченко С. Ю.

**Численное моделирование  
и экспериментальное  
исследование аппаратной  
импульсной нейросети  
с мемристорными синапсами .....223**

Том 7. № 3 (27)

### **ТЕПЛОФИЗИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА**

Давлетшин Ф. Ф., Шарафутдинов Р. Ф.  
**Исследование нестационарного  
температурного поля  
в пласте с трещиной  
гидроразрыва на основе  
аналитической модели .....8**

Рамазанов А. Ш., Исламов Д. Ф.  
**Аналитическая модель  
конвективного восстановления  
температуры в остановленной  
скважине .....25**

Половникова Л. Б., Половников Б. Д.  
**Повышение энергоэффективности  
и энергосбережения  
на Пургазовской промплощадке  
ООО «Газпром трансгаз Сургут».....41**

Антонова Е. О., Рыдалина Н. В.,  
Степанов О. А., Аксенов Б. Г.  
**Изучение влияния температуры  
теплоносителя в системе  
теплоснабжения на температуру  
воздуха в помещении .....53**

### **МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ**

Гильманов А. Я., Деменчук М. А.,  
Шевелёв А. П.  
**Определение параметров  
установки с селективными  
мембранами .....71**

Семихина Л. П., Коровин Д. Д.  
**Влияние энтропии  
на зависимость вязкости  
наножидкостей от температуры  
и скорости сдвига .....89**

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Бекман А. Д.  
**Новый метод разделения  
добычи и закачки  
в совместных скважинах  
с помощью модифицированной  
модели CRM ..... 106**

Никашкин А. М., Климов А. А.  
**Применение многомерной  
детерминированно-статистической  
численной модели корреляции  
для уточнения строения горизонта  
АС11 Западно-Камынского  
месторождения..... 123**

Шейнкман В. С., Симонов О. А.,  
Ерина Ю. Ю.  
**Численное моделирование  
термолюминесценции кварцевой  
частицы ..... 136**

Гаврилова Н. М., Плотоненко Ю. А.,  
Ступников А. А.  
**Разработка интеллектуального  
программного обеспечения  
для исследования распараллеливания  
вычислений** ..... 152

Том 7. № 4 (28)

### ТЕПЛОФИЗИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА

Ковалева Л. А., Зиннатуллин Р. Р.,  
Мухарямова Г. И.  
**Исследования влияния  
высокочастотного,  
сверхвысокочастотного  
электромагнитного  
и теплового видов воздействия  
на свойства Ярегской  
и Девонской нефтей** ..... 10

Вакулин А. А., Шабаров А. Б.,  
Вакулин А. А.  
**Остывание нефти при останове  
нефтепровода в промороженном  
грунте** ..... 27

Иванова Е. А., Мещеулов Н. В.  
**Исследование пространственного  
теплопереноса в угловом  
фрагменте наружного  
ограждения с коннекторами** ..... 46

Созонов М. В., Бусыгин А. Н.,  
Бобылев А. Н., Кислицын А. А.  
**Теплофизическая модель  
мемристорно-диодного  
микрочипа** ..... 62

Семихина Л. П., Коровин Д. Д.  
**Низкочастотные диэлектрические  
параметры водных объектов  
в электрических полях различной  
напряженности** ..... 79

### МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

Загоровский М. А., Степанов С. В.,  
Гильманов Я. И., Загоровский А. А.,  
Зайцев А. И.  
**Особенности физического  
и математического моделирования  
фильтрации нефти и воды  
при разных давлениях обжима** ..... 93

Клюев Д. С., Иванова Н. А.  
**О колебательной неустойчивости  
в системе двух несмешивающихся  
жидкостей при локальном нагреве  
межфазной границы** ..... 111

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Юшков А. Ю., Глумов Д. Н.,  
Магизов Б. Р., Шахов А. А.  
**Метод итерационного поиска  
оптимального варианта  
разработки месторождения** ..... 124

Холкина Ю. Д., Кузив К. Б.,  
Лознюк О. А., Архипов Ю. А.  
**Оптимизация наземной инфраструктуры  
крупного газового промысла с помощью  
интегрированного моделирования** ..... 147

Бекман А. Д., Зеленин Д. В. <b>Использование расширенной SRMP-модели для картирования пластового давления.....</b>	163
Дьячков С. М., Ядрышникова О. А., Поляков Д. В., Девятка Н. П., Чермянин П. И., Дмитриевский М. В. <b>Автоматическое определение породы по фотографиям керна современными методами машинного обучения .....</b>	181

## CONTENTS FOR 2021

Vol. 7. No. 1 (25)

**THERMAL PHYSICS  
AND THERMOLOGY**Gordin M. V., Gurov V. I.,  
Varyukhin A. N., Geliev A. V.,  
Shcherbakova E. V.**Hydrogen — zero carbon footprint**.....10Batishcheva K. A., Vympina Yu. N.,  
Orlova E. G.**The influence of laser treatment  
of aluminum-magnesium alloy surface  
on the “self-assembly” of nanoparticles  
during the evaporation of colloidal  
solution**.....26Mallaboev U. M., Novoselov V. I.,  
Zaitseva O. S.**Molecular mechanisms of highly polar  
liquid crystal dielectric polarization**.....44Islamova A. G., Feoktistov D. V.,  
Orlova E. G.**Influence of the copper  
and steel surfaces' roughness  
on surface energy  
and wettability**.....60

Grigoriev B. V., Shastunova U. Yu.,

**Improving the reliability  
of the fuel oil heating system  
at the Tyumen TETs-2**.....79**FLUID, PLAZMA,  
AND GAS MECHANICS**

Stepanov S. V., Shabarov A. B.

**Towards the presence  
of regularities  
between the function  
of interfacial interaction  
and the filtration  
capacity properties**.....92

Basinsky K. Yu., Zvonarev D. S.

**Fluid inhomogeneity  
influencing wave motion**..... 112**MATHEMATICAL MODELING,  
NUMERICAL METHODS  
AND SOFTWARE SYSTEMS.  
INFORMATION TECHNOLOGIES**

Shlyapkin A. S., Tatosov A. V.

**Numerical and program  
implementation  
of a one-dimensional  
mathematical model  
of hydraulic fracturing**..... 126Brand A. E., Kutrunov V. N.,  
Yakubovskiy Yu. E.**Assessment of the relationship  
between the innovation level  
and the process  
of distributing generations  
of an industrial product**..... 146Vershinin V. E., Nikulin S. G.,  
Stupnikov A. A.**Development of a field  
mobile standard  
of the 2<sup>nd</sup> category as a tool  
for verifying well production  
measuring equipment**..... 163

Kassem S. A., Ebrahim A. H. A.,  
Khasan A. M., Logacheva A. G.  
**Forecasting electric consumption  
of the enterprise using artificial  
neural networks.....**177

Vol. 7. No. 2 (26)

**THERMAL PHYSICS  
AND THERMOLOGY**

Al-Muzaiqer M. Y., Flyagin V. M.,  
Obaid Obaid G. L., Ivanova N. A.  
**Experimental study of the transfer  
of microparticles in a thin liquid  
layer under the influence  
of a temperature gradient.....**10

Gilmanov A. Ya., Fedorov K. M.,  
Shevelev A. P.  
**The analysis of thermal fields  
at the primary stage  
of the steam-assisted gravity  
drainage process.....**27

Borodina K. A.  
**The analysis of the binary  
homogeneous solution film  
behavior under thermal action .....**43

Zinurov V. E., Dmitriev A. V.,  
Sharipov I. I., Galimova A. R.  
**Experimental study of heat exchange  
from a steam-gas mixture during heat  
transfer through a ribbed surface .....**60

Sharafutdinov R. F., Davletshin F. F.  
**An analytical model of a non-stationary  
temperature field in a reservoir  
with a hydraulic fracturing.....**75

**FLUID, PLAZMA,  
AND GAS MECHANICS**

Filippov A. I., Akhmetova O. V.,  
Kovalskiy A. A., Zelenova M. A.  
**Modeling pressure fields  
in a petroleum reservoir  
taking into account the change  
of liquid level in the well.....**95

Kosyakov V. P., Legostaev D. Yu.,  
Musakaev E. N.  
**The problem of the combined use  
of filtration theory  
and machine learning elements  
for solving the inverse problem  
of restoring the hydraulic  
conductivity of an oil field .....**113

Kislitsyn A. A., Lipatov N. V.  
**Impact of water and CO<sub>2</sub>  
on the mechanical properties  
of low permeable rocks.....**130

**MATHEMATICAL MODELING,  
NUMERICAL METHODS  
AND SOFTWARE SYSTEMS.  
INFORMATION TECHNOLOGIES**

Kulikova I. V.  
**Modeling the synthesis  
of Takagi — Sugeno — Kang  
fuzzy controllers  
in some control systems .....**147

Eremeeva N. I.  
**Numerical modeling  
of the impact  
of quarantine measures  
on the dynamics  
of the epidemiological process  
based on the SEIRD model.....**170

Romazanov A. R., Zakharova I. G. <b>Method for studying the influence of thermal inertia on the room temperature</b> .....188	Antonova E. O., Rydalina N. V., Stepanov O. A., Aksenov B. G. <b>Study of the heat-carrying fluid temperature influence in the heat supply system on the indoor air temperature</b> .....53
Brand A. E., Yakubovskiy Yu. E. <b>Mathematical modeling of the spreading of generations of industrial products in a competitive market</b> .....206	<b>FLUID, PLAZMA, AND GAS MECHANICS</b>
Busygin A. N., Bobylev A. N., Gubin A. A., Pisarev A. D., Udovichenko S. Yu. <b>Numerical simulation and experimental study of a hardware pulse neural network with memristor synapses</b> .....223	Gilmanov A. Ya., Demenchuk M. A., Shevelev A. P. <b>Determination of unit parameters with selective membranes</b> .....71
<b>Vol. 7. No. 3 (27)</b>	Semikhina L. P., Korovin D. D. <b>Entropy influence on the dependence of the nanofluids viscosity on temperature and shear rate</b> .....89
<b>THERMAL PHYSICS AND THERMOLOGY</b>	<b>MATHEMATICAL MODELING, NUMERICAL METHODS AND SOFTWARE SYSTEMS. INFORMATION TECHNOLOGIES</b>
Davletshin F. F., Sharafutdinov R. F. <b>Investigation of the non-stationary temperature field in a reservoir with a hydraulic fracturing based on an analytical model</b> .....8	Beckman A. D. <b>New method for splitting production and injection in joint wells using modified CRM model</b> ..... 106
Ramazanov A. Sh., Islamov D. F. <b>Analytical model of convective temperature recovery in shut-in well</b> .....25	Nikashkin A. M., Klimov A. A. <b>Application of a multidimensional deterministic-statistical numerical correlation model to refine the structure of the AS11 horizon of the Zapadno-Kamynskoye field</b> ..... 123
Polovnikova L. B., Polovnikov B. D. <b>Improving energy efficiency and energy saving at the Purtazovskaya industrial site of LLC “Gazprom Transgaz Surgut”</b> .....41	Sheinkman V. S., Simonov O. A., Erina Yu. Yu. <b>Numerical simulation of thermoluminescence quartz particle</b> ..... 136

Gavrilova N. M., Plotonenko Yu. A., Stupnikov A. A. <b>Developing intelligent software for computing parallelization research</b> .....152	Semikhina L. P., Korovin D. D. <b>Low-frequency dielectric parameters of water bodies in electric fields of various intensity</b> .....79
<b>Vol. 7. No. 4 (28)</b>	<b>FLUID, PLAZMA, AND GAS MECHANICS</b>
<b>THERMAL PHYSICS AND THERMOLOGY</b>	Zagorovskiy M. A., Stepanov S. V., Gilmanov Ya. I., Zagorovskiy A. A., Zaitsev A. I. <b>Features of physical and mathematical modeling of oil and water filtration at different crimping pressures</b> .....93
Kovaleva L. A., Zinnatullin R. R., Mukharyamova G. I. <b>Research on the influence of high-frequency, super-high-frequency electromagnetic and thermal effects on the properties of Yaregskaya and Devonian petroleum</b> .....10	Klyuev D. S., Ivanova N. A. <b>On oscillatory instability in a system of two immiscible liquids upon local heating of the interface</b> ..... 111
Vakulin A. A., Schabarov A. B., Vakulin A. A. <b>Cooling down of oil when the pipeline stops in frozen soil</b> .....27	<b>MATHEMATICAL MODELING, NUMERICAL METHODS AND SOFTWARE SYSTEMS. INFORMATION TECHNOLOGIES</b>
Ivanova E. A., Mescheulov N. V. <b>Study of spatial heat transfer in a corner fragment of an external fence with connectors</b> .....46	Yushkov A. Yu., Glumov D. N., Magizov B. R., Shakhov A. A. <b>The method of iterative search for the optimal field development option</b> ..... 124
Sozonov M. V., Busygin A. N., Bobylev A. N., Kislitsyn A. A. <b>Thermophysical model of a memristor-diode microchip</b> .....62	Kholkina Yu. D., Kuziv K. B., Loznuk O. A., Arkhipov Yu. A. <b>Optimizing onshore infrastructure for large gas field using integrated modeling</b> .....147

Bekman A. D., Zelenin D. V. <b>Application of advanced CRMP for reservoir pressure mapping</b> .....	163
Dyachkov S. M., Yadryshnikova O. A., Polyakov D. V., Devyatka N. P., Chermyanin P. I., Dmitrievskiy M. V. <b>Automatic rock identification from core photos using modern machine learning methods</b> .....	181

Научное издание

ВЕСТНИК  
ТЮМЕНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ. НЕФТЬ, ГАЗ, ЭНЕРГЕТИКА  
2022. Том 8. № 1 (29)

Редактор	<i>Т. П. Сербин</i>
Перевод	<i>М. О. Сафонова</i>
Компьютерная верстка	<i>Т. П. Сербин</i>
Дизайн обложки	<i>Е. Г. Шмакова</i>
Печать	<i>А. Е. Котлярова, А. В. Башкиров, В. В. Торопов</i>



Дата выхода в свет 30.03.2022  
Формат 70×108/16  
Бумага Xerox Perfect Print  
Обложка Stromcard LI  
Гарнитура Times New Roman  
Печать электрографическая  
15,1 усл. печ. л., 12,1 уч.-изд. л.  
Тираж 500 экз. Заказ № 126

Центр научных периодических изданий  
625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а  
тел./факс: +7 (3452) 59-74-32  
vestnik-energy-r@utmn.ru

Отпечатано в Издательстве ТюмГУ  
625003, г. Тюмень, ул. Ленина, 25