

ВЕСТНИК

ТЮМЕНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Физико-математическое моделирование.

Нефть, газ, энергетика

Журнал основан в 1998 г.
Выходит 4 раза в год

Том 10. № 3 (39)

2024

Vol. 10. No. 3 (39)

TYUMEN STATE
UNIVERSITY

HERALD

Physical and Mathematical Modeling.

Oil, Gas, Energy

Founded in 1998
A quarterly journal

Издание включено в Перечень рецензируемых научных изданий,
в которых должны быть опубликованы основные научные результаты
диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук



Главный редактор

А. Б. Шабаров, Тюмень, Россия

Заместители главного редактора

*О. В. Ахметова, Стерлитамак, Россия
С. И. Грачев, Тюмень, Россия
А. А. Губайдуллин, Тюмень, Россия
А. А. Захаров, Тюмень, Россия
А. А. Кислицын, Тюмень, Россия*

Ответственный секретарь

А. П. Садыкова, Тюмень, Россия

Редакционная коллегия

*А. А. Афанасьев, Москва, Россия
С. П. Баутин, Екатеринбург, Россия
Г. Л. Бровко, Москва, Россия
А. А. Вакулин, Тюмень, Россия
Н. А. Гумеров, Колледж-Парк, Мэриленд, США
В. И. Гуров, Москва, Россия
Б. С. Добронец, Красноярск, Россия
С. В. Костюченко, Тюмень, Россия
С. И. Лежнин, Новосибирск, Россия
Е. А. Новиков, Красноярск, Россия
О. А. Степанов, Тюмень, Россия
С. В. Степанов, Тюмень, Россия
А. В. Стрекалов, Тюмень, Россия
А. В. Татосов, Тюмень, Россия
С. Ю. Удовиченко, Тюмень, Россия
Ю. В. Шорников, Новосибирск, Россия
Д. И. Эскин, Москва, Россия
В. В. Ягов, Москва, Россия*

Редакционный совет

*И. Ш. Ахатов, Сколково, Россия, США
А. Ю. Вараксин, Москва, Россия
Г. Г. Гилаев, Краснодар, Россия
Д. А. Губайдуллин, Казань, Россия
Зыонг Нгок Хай, Ханой, Вьетнам
А. Г. Ивашико, Тюмень, Россия
К. К. Нанди, Силигури, Индия
Р. И. Нигматулин, Москва, Россия
А. И. Фляровский, Вроцлав, Польша
В. М. Фомин, Новосибирск, Россия
В. В. Шайдуров, Красноярск, Россия*

ISSN 2411-7978 (Print)
ISSN 2500-3526 (Online)

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-72159 выдано 29 декабря 2017 г. (ранее: ПИ № ФС77-60410 от 29 декабря 2014 г.) Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Учредитель

ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет»

Издатель/редакция/типография

ТюмГУ-Press
625003, г. Тюмень, ул. Володарского, 6
+7 (3452) 59-75-34, 59-74-81

Прием статей

vestnik-energy-r@utmn.ru
Публикация статей для авторов бесплатна

Журнал распространяется

В открытом доступе <http://www.elibrary.ru>
<http://vestnik.utmn.ru>
По подписке Каталог Российской прессы (индекс ПА230)

Editor-in-chief

A. B. Shabarov, Tyumen, Russia

Deputy editors-in-chief

O. V. Akhmetova, Sterlitamak, Russia

S. I. Grachev, Tyumen, Russia

A. A. Gubaidullin, Tyumen, Russia

A. A. Zakharov, Tyumen, Russia

A. A. Kisilitsin, Tyumen, Russia

Executive secretary

A. P. Sadykova, Tyumen, Russia

Editorial board

A. A. Afanasyev, Moscow, Russia

S. P. Bautin, Yekaterinburg, Russia

G. L. Brovko, Moscow, Russia

A. A. Vakulin, Tyumen, Russia

N. A. Gumerov, College Park, Maryland, USA

V. I. Gurov, Moscow, Russia

B. S. Dobronets, Krasnoyarsk, Russia

S. V. Kostyuchenko, Tyumen, Russia

S. I. Lezhnin, Novosibirsk, Russia

E. A. Novikov, Krasnoyarsk, Russia

O. A. Stepanov, Tyumen, Russia

S. V. Stepanov, Tyumen, Russia

A. V. Strekalov, Tyumen, Russia

A. V. Tatosov, Tyumen, Russia

S. Yu. Udovichenko, Tyumen, Russia

Yu. V. Shornikov, Novosibirsk, Russia

D. I. Eskin, Moscow, Russia

V. V. Yagov, Moscow, Russia

Editorial council

I. Sh. Akhatov, Skolkovo, Russia, USA

A. Yu. Varaksin, Moscow, Russia

G. G. Gilae, Krasnodar, Russia

D. A. Gubaidullin, Kazan, Russia

Duong Ngoc Hai, Hanoi, Vietnam

A. G. Ivashko, Tyumen, Russia

K. K. Nandi, Siliguri, India

R. I. Nigmatulin, Moscow, Russia

A. I. Filarowski, Wrocław, Poland

V. M. Fomin, Novosibirsk, Russia

V. V. Shaidurov, Krasnoyarsk, Russia

ISSN 2411-7978 (Print)

ISSN 2500-3526 (Online)

Founded by

University of Tyumen

Published, edited and printed by

UTMN-Press

6 Volodarskogo St., Tyumen, 625003, Russia

+7 (3452) 59-75-34, 59-74-81

For article submission

vestnik-energy-r@utmn.ru

No publication charges

The journal is distributed

Accessed at

<http://www.elibrary.ru>

<http://vestnik.utmn.ru>

Subscription to

Russian Post catalogue (No. IIA230)

Содержание

Теплофизика и теоретическая теплотехника

- 6 Проект реактора для синтеза наноструктурных волокон из попутного нефтяного газа
Хлопотова Е. А., Кислицын А. А.
- 24 Об одной методике определения влагосодержания природного газа в трубопроводных системах
Паранук А. А., Дунаев В. И., Приходько М. Г.
- 37 Нестационарная модель массопереноса кислородных вакансий и захваченных электронов для определения влияния температуры на электрофизические свойства металлооксидного мемристора
Бусыгин А. Н., Габдулин Б. Х., Удовиченко С. Ю., Шулаев Н. А., Писарев А. Д., Ибрагим А. Х. А.

Механика жидкости, газа и плазмы

- 50 Эволюция метки трассера в нефтяных пластах с трещиной гидроразрыва
Филиппов А. И., Давлетбаев А. Я., Гареев Р. Р.
- 71 Численное исследование механической устойчивости течения в условиях естественной конвекции
Томчик П. И., Зубков П. Т., Кислицын А. А.

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Информационные технологии

- 88 Моделирование изгиба композитных конструкций стеновых панелей
Якубовский Ю. Е., Донкова И. А.

Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений

- 102 Повышение эффективности моделирования притока к газоконденсатным горизонтальным скважинам при помощи инструмента определения профиля притока
Васильев Б. А., Мусакаев Н. Г.
- 117 Обоснование граничных значений функций относительных фазовых проницаемостей системы «нефть — вода» с использованием эмпирических моделей
Загоровский М. А., Шабаров А. Б.
- 135 Применение характеристик вытеснения нефти водой при разработке нефтяных залежей
Андреев В. А., Мулявин С. Ф., Бяков А. В., Ведменский А. М., Стещенко И. Г., Баженова О. А.

Contents

Thermal physics and thermology

- 6 The design of a reactor for synthesis of nanostructured fibers from associated petroleum gas
Khlopotova, E. A., & Kislitsin, A. A.
- 24 A method for determining the moisture content of natural gas in pipeline systems
Paranuk, A. A., Dunaev, V. I., & Prikhodko, M. G.
- 37 A nonstationary model of mass transfer of oxygen vacancies and trapped electrons for determination of temperature influence on properties of a metal oxide memristor
Busygin, A. N., Gabdulin, B. H., Udovichenko, S. Yu., Shulaev, N. A., Pisarev, A. D., & Ebrahim, A. H. A.

Fluid, plazma, and gas mechanics

- 50 Evolution of tracer mark in oil reservoirs with hydraulic fracture
Filippov, A. I., Davletbaev, A. Ya., & Gareev, R. R.
- 71 Numerical study of the mechanical stability of the flow under the conditions of natural convection
Tomchik, P. I., Zubkov, P. T., & Kislitsin, A. A.

Mathematical modeling, numerical methods, and software systems. Information technologies

- 88 Modeling bending of wall panel multilayer structures
Yakubovskiy, Yu. E., & Donkova, I. A.

Development and operation of oil and gas fields

- 102 Improving the efficiency of modeling inflow to gas-condensate horizontal wells using an inflow profiling tool
Vasiliev, B. L., & Musakaev, N. G.
- 117 Estimating of the boundary values of the relative phase permeability functions of the oil-water system by using empirical correlations
Zagorovskiy, M. A., & Shabarov, A. B.
- 135 Application of the properties of oil displacement by water in the development of oil deposits
Andreev, V. A., Mulyavin, S. F., Bjakov, A. V., Vedmenskiy, A. M., Steshenko, I. G., & Bazhenova, O. A.

Проект реактора для синтеза наноструктурных волокон из попутного нефтяного газа

Екатерина Андреевна Хлопотова^{1,2✉}, Анатолий Александрович Кислицын¹

¹ Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

² Газпромнефть НТЦ, Тюмень, Россия

Контакт для переписки: [katya.hlopotova@gmail.com](mailto:katy.a.hlopotova@gmail.com)✉

Аннотация. В статье обоснована актуальность разработки Тюменским государственным университетом проекта мобильного реактора, предназначенного для утилизации попутного нефтяного газа. Показано, что в результате сжигания попутного нефтяного газа в факелах наносится непоправимый вред экологии. Но для того, чтобы переработка попутного нефтяного газа, добываемого на небольших месторождениях, была экономически выгодной, получаемые продукты должны иметь большую добавочную стоимость. Такими продуктами могут быть наноматериалы, например углеродное нановолокно. Выполнен обзор опубликованных конструкций реакторов и сформулированы критерии, которым они должны удовлетворять. Показано, что ни один из реакторов не соответствует всем необходимым условиям, поэтому был выбран вариант, наиболее близкий к решению проблемы. Приведена подходящая для реализации проекта система уравнений химической кинетики процесса переработки попутного нефтяного газа в наноструктурное волокно. Намечен план дальнейшей работы, включающий: исследование возможностей увеличения выхода целевых продуктов за счет оптимизации подбора термодинамических параметров; разработку математической модели реактора, учитывающей процессы переноса массы и тепла, а также изменение состава исходного вещества; определение оптимальных условий процесса синтеза углеродного нановолокна и разработку практических рекомендаций по достижению и поддержанию этих условий.

Ключевые слова: химический реактор, попутный нефтяной газ, наноструктурные волокна, каталитические методы, осаждение

Цитирование: Хлопотова Е. А., Кислицын А. А. 2024. Проект реактора для синтеза наноструктурных волокон из попутного нефтяного газа // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 3 (39). С. 6–23. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-6-23>

Поступила 06.03.2024; одобрена 11.09.2024; принята 02.10.2024

The design of a reactor for synthesis of nanostructured fibers from associated petroleum gas

Ekaterina A. Khlopotova^{1,2✉}, Anatoliy A. Kislitsin¹

¹ University of Tyumen, Tyumen, Russia

² Gazpromneft Science and Technology Center, Tyumen, Russia

Corresponding author: katya.hlopotova@gmail.com[✉]

Abstract. This article shows the relevance of designing a mobile-but-new reactor for the utilization of associated petroleum gas, as associated petroleum gas flaring causes irreparable environmental damage. Yet for the processing of associated gas extracted from small fields to be economically profitable, the resulting products must have a large added value. Such products can be nanomaterials, such as carbon nanofiber. Based on the review of published reactor designs, the satisfaction criteria are formulated. The results show no reactors satisfying all the necessary conditions, so the option closest to solving the problem was chosen. A suitable system of equations for the chemical kinetics of the processing associated petroleum gas into nanostructured fiber has been formulated. Further work has been outlined, which includes a) the study on the possibilities of increasing the yield of target products by optimizing the selection of thermodynamic properties; b) the development of a mathematical model of the reactor which considers mass and heat transfer, as well as changing the composition of the starting material; c) determining the optimal conditions of the carbon nanofiber synthesis process and developing practical recommendations for achieving and maintaining these conditions.

Keywords: chemical reactor, associated petroleum gas, nanostructured fibers, catalytic methods, deposition

Citation: Khlopotova, E. A., & Kislitsin, A. A. (2024). The design of a reactor for synthesis of nanostructured fibers from associated petroleum gas. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(3), 6–23. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-6-23>

Received Mar. 6, 2024; Reviewed Sep. 11, 2024; Accepted Oct. 2, 2024

Введение

Актуальность проблемы утилизации попутного нефтяного газа

Попутный нефтяной газ (ПНГ) — это природная смесь углеводородных (метан, этан и др.) и неуглеводородных газов (CO₂, сероводород и др.), растворенных в нефти, находящейся

в пласте под давлением. В англоязычной литературе обычно используется термин associated petroleum gas (APG) [Кирюшин и др., 2013; Дементьев, Попов, 2022].

В процессе нефтедобычи в результате снижения давления происходит выделение этих газов, причем количество выделяемого ПНГ сильно зависит от свойств конкретного месторождения. Отношение объема газа (V_g), выделившегося при нормальных условиях, к объему нефти (V_n) называется газовым фактором (ГФ):

$$\text{ГФ} = V_g / V_n. \quad (1)$$

На большинстве нефтяных месторождений Западной Сибири значения ГФ находятся в пределах от 35 до 100 [Зозуля и др., 2006]. На месторождениях других регионов ГФ достигает значения 800 и более [Кирюшин и др., 2013].

В 1940–1960-х гг. условия, в которых жил СССР, требовали выполнения планов по добыче нефти «любой ценой», а ПНГ приходилось сжигать в факелах из-за отсутствия возможностей для его переработки. В это время в США и Канаде полезно использовали почти весь ПНГ, тогда как в СССР перерабатывали только 10% от общего объема добычи [Кирюшин и др., 2013]. В 1970-х гг. после принятия программы развития нефтехимии в СССР началось создание газохимических комплексов для переработки ПНГ. В 1980 г., как показано на рис. 1, перерабатывалось уже 64% ПНГ, а в 1990 г. — 80%. Ставилась задача довести использование ПНГ до уровня 90%, но из-за начавшихся экономических реформ она не была осуществлена. Более того, после 2000 г. использование ПНГ в нашей стране снизилось примерно до 75%, и с тех пор Россия, как показано на рис. 2, уверенно держит мировой антирекорд по объемам сжигания газа [Кирюшин и др., 2013]. В большинстве своем причинами таких низких показателей являются следующие факторы: удаленность месторождений от точек сдачи сухого отбензиненного газа (СОГ), большое содержание примесей в ПНГ (что осложняет подготовку и переработку), отсутствие рентабельной технологии. Для стимулирования решения проблемы сжигания газа правительством России было подписано постановление, устанавливающее целевой показатель сжигания на факельных установках (ФУ) не более 5% от объема добычи ПНГ. Президент В. В. Путин на Комиссии по вопросам стратегии развития ТЭК и экологической безопасности 23 октября 2012 г. заявил:

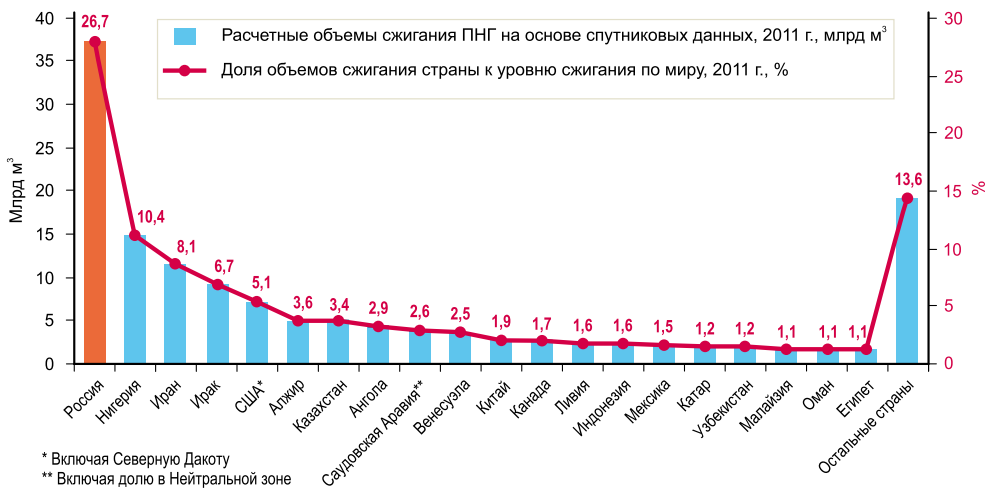
«... по-прежнему, несмотря на уже принимаемые меры, значительная часть этого ресурса используется нерационально, имею в виду попутный газ. Около четверти добываемых объемов просто сжигается в факелах. 24,6 процента, или 16,2 миллиарда кубических метров. Страшно сказать, это больше, чем потребление некоторых европейских стран в год» [Кирюшин и др., 2013].

Необходимо отметить, что в последние годы крупные нефтедобывающие компании озаботились проблемой утилизации ПНГ, и появилась положительная динамика увеличения его полезного использования. В России лидером по наименьшему сжиганию ПНГ в факелах является компания «Сургутнефтегаз», которая достигла требуемого законом минимума использования добытого ПНГ 95%. Но ни одна компания пока не достигла 100% полезного использования ПНГ [Борщенко и др., 2023, с. 195].



Рис. 1. Официальная статистика извлечения и сжигания ПНГ на факелах в СССР и России в 1980–2012 гг. [Кирюшин и др., 2013, с. 20]

Fig. 1. The official statistics of APG extraction and flaring in the USSR and Russia in 1980–2012 [Kiryushin et al., 2013, p. 20]



* Включая Северную Дакоту
 ** Включая долю в Нейтральной зоне

Рис. 2. Факельное сжигание ПНГ в отдельных странах к общемировому уровню в 2011 г. [Кирюшин и др., 2013, с. 17]

Fig. 2. APG flaring in several countries to the global level in 2011 [Kiryushin et al., 2013, p. 17]

Сжигание газа на ФУ — наихудший способ утилизации, т. к. кроме упущенной выгоды он влечет за собой серьезные экологические проблемы. Выбросы CO₂ (парниковый газ — продукт сжигания ПНГ) на различных стадиях технологического цикла подготовки и переработки нефти оценивается в 1,8 млрд т на месторождениях в России за 2019 г. [Хлопотова, 2022а]. Но кроме углекислого газа при сжигании в атмосферу попадают и гораздо более вредные вещества — окись углерода, окислы азота, сероуглерод и др., —

которые при миграции парниковых газов в атмосфере и выпадении осадков попадают в почву, водные источники, что наносит огромный вред растениям, живым организмам и людям [Кирюшин и др., 2013].

Последствия сжигания ПНГ для экологии видны даже из космоса. На космических снимках территорий нефтяных месторождений вокруг горящих факелов видны участки аэрозольного загрязнения, тепловых аномалий, уничтожения и деградации растительности, накопления остатков продуктов сгорания. В радиусе до 10 км от ФУ (в зависимости от мощности) можно наблюдать результат пагубного воздействия на окружающую среду: наблюдается сокращение лесов, учащаются случаи пожаров, фиксируются различные повреждения растений и почвы химической природы, снижается численность популяций животных, птиц, насекомых [Алтунина и др., 2014].

Существует, по крайней мере, три более разумных способа утилизации ПНГ: закачка в нефтеносные пласты для повышения нефтеотдачи, сжигание как топливо для выработки электроэнергии, использование в качестве сырья для нефтехимии.

Закачка ПНГ в пласт успешно используется некоторыми нефтедобывающими компаниями, т. к. это дает значительное (на 10–19%) увеличение коэффициента вытеснения по сравнению с заводнением и позволяет получить конечную нефтеотдачу на уровне 70–80%. Однако в России этот способ использования ПНГ широкого распространения пока не получил. Его главный недостаток — агрессивное воздействие ПНГ на металлическое оборудование систем поддержания пластового давления, снижающее срок его службы [Бичурин, 2015]. Другим недостатком является малый охват воздействия на пласт из-за большой разницы вязкости нефти и газа. Для повышения эффективности этого воздействия приходится применять сложную методику последовательной раздельной закачки оторочек газа каждой из ступеней при двухступенчатой сепарации [Пятибратов и др., 2014].

Природный газ, благодаря высокому содержанию метана (от 92 до 98%), в настоящее время является наилучшим топливом, удовлетворяющим самым жестким экологическим требованиям. В табл. 1 приведен состав ПНГ некоторых месторождений Западной Сибири. Видно, что метана в ПНГ значительно меньше, чем в природном газе, а других углеводородных компонентов, наоборот, значительно больше; также присутствуют неуглеводородные компоненты (CO_2 , N_2). Поэтому ПНГ, по сравнению с природным газом, далеко не лучший вид топлива, и его сжигание для выработки электроэнергии с точки зрения экологии мало отличается от сжигания на факеле [Кирюшин и др., 2013]. Чтобы превратить ПНГ в экологически безопасное топливо, надо выделить из него СОГ [Нагорнов, Шейкина, 2022]. Оставшаяся смесь, называемая широкой фракцией легких углеводородов, является ценнейшим сырьем для нефтехимии [Андрейкина, 2005; Агауров, Гунбин, 2018].

Наиболее рациональный вариант использования ПНГ — это пиролиз, в результате чего происходит его дегидрирование и полимеризация — превращение в полиэтилен, полипропилен, синтетический каучук и т. д. [Кирюшин и др., 2013]. Однако данный вариант редко является рентабельным в связи с высокими затратами на предварительную подготовку газа и его транспортировку до нефтехимического завода.

Таблица 1. Состав ПНГ некоторых месторождений Западной Сибири, мас. % [Зозуля и др., 2006; Алтунина и др., 2014]

Table 1. APG composition of fields in Western Siberia, wt. % [Zozulya et al., 2006; Altunina et al., 2014]

Месторождения	CO ₂	N ₂	CH ₄	C ₂ H ₆	C ₃ H ₈	C ₄ H ₁₀	C ₅ H ₁₂
Бавлинское	0,40	8,40	35,00	20,70	19,90	9,80	5,60
Ватинское	0,51	3,09	58,78	12,03	15,75	6,72	3,12
Ромашкинское	1,50	8,00	38,80	19,10	17,80	8,00	6,80
Самотлорское	0,67	3,02	59,53	6,21	15,78	10,54	4,25
Советское	0,48	2,02	57,30	6,10	13,70	18,90	1,50

Цель и задачи проекта

Цель работы, которую ведет Тюменский государственный университет, — создать проект мобильного реактора, предназначенного для экономически выгодной переработки ПНГ, добываемого на небольших месторождениях, в наноструктурное волокно.

Дальнейший план работ предполагает решение следующих задач:

- 1) изучить термодинамику каталитического синтеза углеродных наноматериалов (УНМ) и, в частности, углеродных нановолокон (УНВ) из ПНГ; исследовать возможность увеличения выхода целевых продуктов за счет оптимизации подбора термодинамических параметров;
- 2) разработать математическую модель реактора для синтеза УНВ, учитывающую процессы переноса массы и тепла, а также изменение состава исходного вещества;
- 3) с помощью методов математического моделирования определить оптимальные с точки зрения выхода целевого продукта условия процесса синтеза УНВ и разработать на их основе практические рекомендации по достижению и поддержанию этих условий;
- 4) провести лабораторные исследования;
- 5) оценить финансово-экономическую эффективность применения реактора на небольших месторождениях.

На конференциях в Москве и Томске были представлены доклады с краткими предварительными результатами выполнения первой из перечисленных выше задач [Хлопотова, 2022а, б]. В настоящей статье мы предлагаем подробное изложение этих результатов.

Обзор технологий переработки ПНГ в наноструктурные материалы

Технологии использования ПНГ

В качестве наиболее перспективных вариантов использования ПНГ небольших месторождений чаще всего рассматриваются технологии конверсии в малотоннажную наукоемкую продукцию с высокой добавленной стоимостью — углеродные наноструктуры, в том числе углеродные нанотрубки и наноструктурные волокна. Наиболее эффективный

метод такой конверсии — каталитический пиролиз [Дементьев, Попов, 2022], который основан на высокотемпературной эндотермической реакции разложения метана в реакторе с помощью катализатора и дальнейшем формировании нановолокон [Бабаев и др., 2019]; его основное преимущество заключается в том, что процесс синтеза УНМ происходит с минимальными выбросами в атмосферу. Реакторы, в которых производится синтез наноматериалов, можно разделить на два типа по способу подачи катализатора: непрерывный и периодический.

Технология каталитического пиролиза не ограничена исходным сырьем (т. е. ПНГ), вместо него могут быть использованы различные потоки технологической линии подготовки нефти, которые обычно поступают в утилизацию на факельной установке, — это легкие углеводороды, газы выветривания и др.

Метод извлечения наноструктурных волокон из углеродосодержащего газа не нов, однако данная технология пока не имеет промышленной реализации. В России многослойные углеродные нанотрубки и УНВ из попутного нефтяного газа, сжигаемого в настоящее время, синтезируют в Российском химико-технологическом университете им. Д. И. Менделеева, Институте катализа им. Г. К. Борескова СО РАН и некоторых других НИИ. Основная проблема, с которой сталкиваются исследователи данной темы, конструктора и испытатели стендов, — перемешивание объема катализатора с газом.

Исследования, проводимые по изучению каталитического пиролиза и углеродных наноструктурных материалов, выполняются на основе метана, этана, пропана [Pinilla и др., 2009], этилена [Malaika, Kozłowski, 2009], пропилена, метанола [Awad и др., 2017]. Реже для исследований используют диоксид углерода и сероводорода [Muradov, 1998]. В таком случае экспериментально доказана возможность синтеза углеродных наноматериалов различной морфологии в контролируемых условиях; основными рычагами управления синтезом являются катализаторы, конструкция реактора и условия проведения процесса — температура, давление.

Анализ табл. 2 позволяет сделать вывод, что, изменяя тип катализатора, его концентрацию и температурные условия, можно получать углеродные материалы различной морфологии.

Таблица 2. Вариации получения УНМ различной морфологии при комбинации параметров «тип катализатора — вес — температура реакции»

Table 2. The variations in the production of CNMs of different morphologies with a combination of parameters: catalyst type–weight–reaction temperature

Катализатор	Температура реакции, °С	Вес катализатора, г	Получаемые УНМ
Ni/SiO ₂	750	1,000	УНТ и УНВ
Ni-Cu/SiO ₂	750	1,000	УНТ
Ni-Cu/цеолит	550	0,015	УНТ
NiAl/ММОа	700	0,050	УНТ
Ni/MgO	900	1,000	УНТ
Ni/цеолит	700	0,500	УНТ
Ni/AlSb	700	0,500	графен
Ni/Al ₂ O ₃	650	0,300	УНТ

Существующие конструкции установок для синтеза наноструктурных материалов

1. *Экспериментальная установка, разработанная в Сибирском федеральном университете (СФУ) [Muradov, 1998; Fidalgo и др., 2012].* В качестве сырья для синтеза наноструктурных материалов в данных работах использовался углеродосодержащий газ — метан (CH_4). В качестве катализатора использовались различные комбинации Ni, Cu, Al_2O_3 , SiO_2 . Температурный диапазон реакций составлял от 550 до 650 ± 20 °С. Установка была оборудована: реактором; насосом, используемым для ввода газа в объем реактора; системой теплообменных аппаратов; аппаратами воздушного охлаждения; линией утилизации — отстойником с насосным оборудованием для откачки. Описывалось решение проблемы перемешивания исходного вещества с объемом катализатора. Продуктом работы установки являлся водород и наноструктурные материалы — углеродные нановолокна от 100 до 10 нм, находившиеся на частицах катализатора. Выход этих продуктов происходил в диапазоне от 2–5 до 452 г/час.
2. *Конструкция установки и результаты лабораторных исследований, проведенных в Либерецком техническом университете (Чехия) [Pinilla и др., 2009; Kostakova и др., 2012].* Приводилась установка для производства углеродных наноструктур методом CVD. В качестве подложки с катализатором использовались материалы без обработки: базальтовые породы, металлические пластины и металлические проволоки. В качестве металлического катализатора использовался никелированный металл. Исходным сырьем являлся природный газ. Температурный диапазон реакций — от 830 до 1 120 °С. Оценивалось влияние температурных и скоростных режимов, а также время реакции на протекание процесса образования наноструктурных волокон. Подложка с частицами металлического катализатора помещалась в кварцевую трубку внутри печи реактора для непосредственного произведения процесса CVD. Затем кварцевая трубка закрывалась, и начинался этап продувки системы. Когда температура достигала требуемой величины, прекращалась подача азота и подавался природный газ. По истечении необходимого времени вместо природного газа снова подавался азот и т. д. Структуры, синтезированные на разных подложках, различались толщиной и формой. Были получены многостенные углеродные нанотрубки высокого качества — тонкие, длинные, относительно большого количества, без примесей на подложках из специальных проводок при температуре синтеза около 900 °С и расходе газа 40 мл/мин. Главное экспериментальное достижение работы: авторы обнаружили, что использование достаточно простого CVD-устройства в сочетании с природным газом и применением описанных необработанных подложек позволяет получить различные типы наноструктур, в том числе углеродные многослойные нанотрубки с достаточно хорошей однородностью.

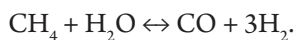
3. *Плазмохимический реактор циклического сжатия, созданный в Новосибирском государственном университете для переработки ПНГ и других легких углеводородов в наноматериалы* [Ездин и др., 2013; Зарвин и др., 2016]. Основным элементом реактора являлась пара «поршень — цилиндр» с поверхностями, выдерживающими термоциклирование с рабочей температурой в зоне реакции более 2 000 К. Опубликован ряд статей с результатами исследований на этом реакторе. Описан синтез углеродных нанопорошков при сжатии прекурсоров (метан, этилен, ацетилен) в атмосфере буферных одноатомных газов (аргон, гелий, неон) [Ездин и др., 2022б; Ezdin и др., 2022]. Представлены результаты синтеза наночастиц кремния, полученных пиролизом моносилана в атмосфере аргона [Ездин и др., 2022а]. Изучено влияние давления в реакторе и соотношения прекурсора и буферного газа на состав и структуру продуктов пиролиза; показано, что метод циклического сжатия позволяет получать наноматериалы необходимой структуры для практического использования [Васильев и др., 2023; Ezdin и др., 2023].
4. *Реактор для синтеза УНВ и результаты экспериментов, проведенных в институте катализа им. Г. К. Борескова СО РАН* [Мишаков и др., 2008а, б; Попов и др., 2020]. И. В. Мишаков и др. [2008б] подробно описали конструкцию реактора для синтеза УНВ, а также результаты лабораторных исследований по определению технологических параметров для получения таких продуктов. В качестве сырья ими использовался природный газ с содержанием метана ~92% и пропан-бутановая смесь. А. А. Попов и др. [2020] исследовали свойства и эффективность пористых кобальт-платиновых и никель-платиновых катализаторов и методику их получения. И. В. Мишаков и др. [2008а] привели и обсудили результаты экспериментов по каталитическому получению УНВ с помощью различных комбинаций этих катализаторов. В работе проводились опыты на двух исходных продуктах с использованием разных катализаторов. В случае синтеза УНМ из природного газа методом соосаждения были получены нанонити коаксиально-конической структуры. Выход углеродного продукта составил 35 г на 1 г катализатора при продолжительности процесса 4 ч. В случае синтеза УНМ из пропан-бутановой смеси были получены нити столчатой морфологии. Выход продукта — 30 г на 1 г катализатора при продолжительности процесса 3,5 ч.
5. *Экспериментальная установка для переработки ПНГ методом пиролиза, разработанная в СФУ* [Коленчуков и др., 2021]. Представлена конструкция установки и приведены результаты экспериментальных исследований получения УНВ и водорода. Цель этих работ заключалась в усовершенствовании технологии получения материалов для осуществления перехода от лабораторных опытов к промышленным масштабам. Основной проблемой было увеличение объема фазы катализатора за счет роста наноструктурных материалов на нем (в случае реализации на стационарных реакторах). Предложен и опробован метод эффективного извлечения наноматериалов, который заключался в особом

конструкторском исполнении, а именно: реакторный аппарат был представлен в виде емкости с горловиной и хвостовиком. Такая конструкция позволила производить вращение аппарата под небольшим углом относительно рамы для более равномерного перемешивания исходного газа и катализатора. Катализатор загружался внутрь печи с последующим вращением и нагревом в потоке инертного газа до 500 °С. Затем температура повышалась до температуры реакции с углеродом, и в камеру подавалось исходное сырье.

6. *Конструкция установки и результаты лабораторных исследований, проведенных в Томском государственном университете [Жерлицын и др., 2010].* Рассматривалась технология конверсии метана с использованием электромагнитного излучения сверхвысокочастотного диапазона, изучалось влияние СВЧ-поля на процесс конверсии. Исследования проводились для трех групп катализаторов: распределенные металлические катализаторы (Ni, Cu, Fe), массивные металлы, углеродсодержащие объекты. Исходное сырье — природный газ с содержанием метана порядка 95%. Температурный диапазон реакций — от 560 до 450 °С. Процесс синтеза в данной установке осуществлялся следующим образом. Металлический катализатор нагревался с помощью СВЧ-энергии в потоке инертного газа до ~560 °С. В реактор подавался природный газ с температурой ~30 °С. За счет теплопереноса происходило охлаждение катализатора до значения 450 °С. Особенностью установки являлись невысокие температуры, т. к. нагрев катализатора происходил за счет СВЧ-разряда. Результатом экспериментов стали углеродные наноструктурные материалы: нанотрубки, фуллерены, аморфный углерод. Проведенные эксперименты показали влияние совместного действия катализатора и СВЧ-разряда на степень конверсии природного газа и выход продуктов; показатели повышались в сравнении с традиционными методами. Кроме того, были проведены исследования по влиянию катализатора на морфологию углеродных структур, получаемых в процессе конверсии.

Результаты обзора конструкций экспериментальных установок

Возвращаясь к сформулированной выше первой задаче начального этапа проекта, будем рассматривать процесс конверсии метана водяным паром, который протекает по следующему уравнению обратимой реакции:



В дальнейшем рассматривается процесс конверсии на катализаторе, в связи с чем количество стадий разложения увеличивается. Процесс конверсии в присутствии катализатора включает следующие стадии: диффузию углерода к поверхности катализатора, адсорбцию реагирующих веществ на поверхности катализатора, их химическое взаимодействие с образованием конечных продуктов, десорбцию продуктов реакции с поверхности катализатора.

Наиболее распространенная реакция [Ненаглядкин, 2005] осаждения наноструктурных материалов в присутствии катализатора из газовой фазы описана следующей кинетической схемой:

- «1. $Kt + CH_4 = [CH_3 - Kt] + H$
2. $[CH_3 - Kt] + H = [CH_2 - Kt] + H_2$
3. $[CH_2 - Kt] + H = [CH - Kt] + H_2$
4. $[CH - Kt] + H = [C - Kt] + H_2$
5. $[C - Kt] = C_{НВ} + Kt$
6. $[C - Kt] = [C_A - Kt]$
7. $Kt + H_2 = [H - Kt] + H$
8. $[H - Kt] + H = Kt + H_2$

Под обозначением Kt в приведенной схеме подразумевается один активный центр на поверхности катализатора, на который может адсорбироваться одна молекула газофазного компонента» [Скичко и др., 2012, с. 94].

Итак, для моделирования и оптимизации процесса переработки ПНГ в УНВ выбрана конструкция каталитического реактора поточного типа. Производитель установки — Rexo Engineering. Выбор реактора основывался на нескольких критериях:

- в открытом доступе имеется информация о конструкции, составе, рабочих параметрах, а при необходимости данные можно уточнить у производителя;
- производитель установки имеет опыт производства поточных реакторов;
- рабочие условия и исполнение реактора подходят для протекания реакции образования УНВ из газовой фазы;
- возможно осуществить лабораторные исследования на оборудовании при успешном проведении моделирования.

Характеристики реактора представлены в табл. 3. Внешний вид реактора показан на рис. 3, а технологическая схема — на рис. 4.

Таблица 3. Характеристики реактора

Table 3. The reactor properties

Элемент реактора	Характеристика	Показатель	
Реакторный модуль	объем реактора	30 л	
	рабочая температура	до 950 °С	
	рабочее давление	до 10 бар	
	материал реактора и линий		нержавеющая сталь SS316
			Hastelloy C-276 Inconel 600 кварцевое стекло
Нагреватель	—	электрический	
Модуль подачи газов	регулятор расхода газа	100 мл/мин...50 л/мин	



Рис. 3. Внешний вид реактора для пиролиза ПНГ

Fig. 3. The external view of the reactor for APG pyrolysis

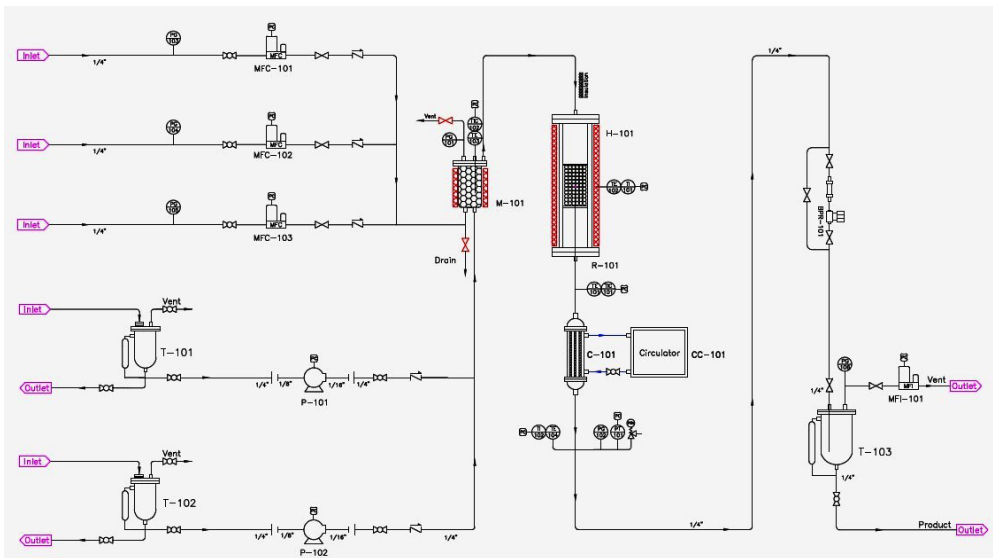


Рис. 4. Технологическая схема реактора

Fig. 4. The reactor's technological diagram

Заключение

Обоснована актуальность создания проекта мобильного реактора, предназначенного для переработки ПНГ в наноструктурное волокно. Показано, что для небольших месторождений данный способ утилизации ПНГ — наилучший как с точки зрения экологии, так и с точки зрения экономики.

Выполнен обзор опубликованных конструкций реакторов и выбран вариант, наиболее близкий к решению поставленной проблемы. Сформулированы критерии, на которых был основан выбор реактора.

Приведена подходящая для реализации проекта система уравнений химической кинетики процесса переработки ПНГ в наноструктурное волокно.

Намечен план дальнейшей работы над созданием проекта мобильного реактора, пригодного для экономически выгодной и не вредящей экологии утилизации ПНГ небольших месторождений.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Агауров С. Ю., Гунбин И. Л. 2018. Нетрадиционная утилизация ПНГ. Переработка попутного газа в естественные компоненты нефти // *Деловой журнал «Neftegaz.RU»*. № 4 (76). С. 44–47.
- Алтунина Л. К., Сваровская Л. И., Яценко И. Г., Алексеева М. Н. 2014. Загрязнение окружающей среды при сжигании попутного нефтяного газа на территории нефтедобывающих предприятий // *Химия в интересах устойчивого развития*. Том 22. № 3. С. 217–222.
- Андрейкина Л. В. 2005. Состав, свойства и переработка попутных газов нефтяных месторождений Западной Сибири: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Уфа: Уфим. гос. нефтяной техн. ун-т. 21 с.
- Бабаев А. А., Зобов М. Е., Теруков Е. И., Ткачев А. Г. 2019. Получение и характеристика углеродных нановолокон // *Вестник Дагестанского государственного университета*. Серия 1: Естественные науки. Том 34. № 1. С. 7–14. <https://doi.org/10.21779/2542-0321-2019-34-1-7-14>
- Бичурин А. А. 2015. Утилизация попутного нефтяного газа путем закачки водогазовой смеси в пласт // *Инженерная практика*. № 06–07. С. 121–132.
- Борщенко С. Д., Кобзева Д. Д., Кондакова В. В. 2023. Эколого-экономическое обоснование проекта по утилизации попутного нефтяного газа ПАО «Славнефть» // *Экономические системы*. Том 16. № 1. С. 190–201. <https://doi.org/10.29030/2309-2076-2023-16-1-190-201>
- Васильев С. А., Ездин Б. С., Яньшолэ Л. В., Пахаруков Ю. В., Каляда В. В., Шабиев Ф. К. 2023. Особенности пиролиза ацетилена в атмосфере инертных газов в реакторе циклического сжатия // *Письма в Журнал технической физики*. Том 49. № 4. С. 31–34. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2023.04.54524.19436>
- Дементьев К. И., Попов А. Ю. 2022. Переработка углеводородного сырья // *Энциклопедия технологий 2.0: Химический комплекс* / глав. ред. Д. О. Скобелев. М.; СПб.: Реноме. С. 139–254.
- Ездин Б. С., Никифоров А. А., Зарвин А. Е., Каляда В. В., Ходаков М. Д. 2013. Использование реактора сжатия для переработки попутного нефтяного газа // *Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии*. № 1 (12). С. 207–209.
- Ездин Б. С., Каляда В. В., Васильев С. А., Шабиев Ф. К., Пахаруков Ю. В., Сафаргалиев Р. Ф. 2022а. Исследование термодинамических условий для пиролиза моносилана в циклическом реакторе сжатия // *Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика*. Том 8. № 4 (32). С. 8–20. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2022-8-4-8-20>

- Ездин Б. С., Васильев С. А., Яценко Д. А., Федоров В. Е., Иванова М. Н., Каляда В. В., Пахаруков Ю. В., Шабиев Ф. К., Зарвин А. Е. 2022б. Синтез углеродных наночастиц в реакторе сжатия в атмосфере буферных газов // Сибирский физический журнал. Том 17. № 3. С. 29–46. <https://doi.org/10.25205/2541-9447-2022-17-3-29-46>
- Жерлицын А. Г., Сидорова О. И., Шиян В. П., Медведев Ю. В., Галанов С. И. 2010. Получение углеродного наноматериала и водорода из природного газа под действием сверхвысокочастотного излучения // Газохимия. № 6 (16). С. 39–43. <https://cyberleninka.ru/article/n/poluchenie-uglerodnogo-nanomateriala-i-vodoroda-iz-prirodnogo-gaza-pod-deystviem-sverhvysokochastotnogo-izlucheniya> (дата обращения: 21.02.2022).
- Зарвин А. Е., Каляда В. В., Яскин А. С., Ходаков М. Д., Коробейщиков Н. Г., Художитков В. Э., Мадирбаев В. Ж., Ездин Б. С. 2016. Экспериментальная установка для плазмохимических исследований // Приборы и техника эксперимента. № 6. С. 50–56. <https://doi.org/10.7868/S0032816216060136>
- Зозуля Г. П., Кузнецов Н. П., Ягафаров А. К. 2006. Физика нефтегазового пласта. Тюмень: ТюмГНГУ. 252 с.
- Кирюшин П. А., Книжников А. Ю., Кочи К. В., Пузанова Т. А., Уваров С. А. 2013. Попутный нефтяной газ в России: «Сжигать нельзя, перерабатывать!» Аналитический доклад об экономических и экологических издержках сжигания попутного нефтяного газа в России. М.: Всемирный фонд дикой природы (WWF). 88 с.
- Коленчуков О. А., Петровский Э. А., Смирнов Н. А. 2021. Технология получения углеродных наноматериалов методом пиролиза // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. № 4 (148). С. 95–108. <https://doi.org/10.31660/0445-0108-2021-4-95-108>
- Мишаков И. В., Буянов Р. А., Зайковский В. И., Стрельцов И. А., Ведагин А. А. 2008а. Каталитическое получение углеродных наноразмерных структур перистой морфологии по механизму карбидного цикла // Кинетика и катализ. Том 49. № 6. С. 916–921.
- Мишаков И. В., Буянов Р. А., Чесноков В. В., Стрельцов И. А., Ведагин А. А. 2008б. Технология получения углеродных наноразмерных нитей по механизму карбидного цикла // Катализ в промышленности. № 2. С. 26–31.
- Нагорнов М. П., Шейкина М. А. 2022. Попутный нефтяной газ как ценное сырье нефтедобычи // Материалы 49-й Всерос. науч.-техн. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов с международным участием, посвященной 90-летию Башкирской нефти. С. 84–88.
- Ненаглядкин И. С. 2005. Математическое моделирование и оптимизация процесса получения углеродных нанотрубок (нановолокон): дис. ... канд. техн. наук. М.: Рос. хим.-технол. ун-т им. Д. И. Менделеева. 174 с.
- Попов А. А., Шубин Ю. В., Бауман Ю. В., Плюсин П. Е., Шарфутдинов М. Р., Мишаков И. В. 2020. Синтез и исследование катализаторов на основе пористых сплавов Co-Pt, Ni-Pt для получения углеродных наноструктурированных волокон // Перспективные технологии и материалы: материалы науч.-практ. конф. с международным участием. С. 110–113.
- Пятибратов П. В., Быкадоров А. В., Жуга Е. С. 2014. Повышение эффективности закачки попутного нефтяного газа в условиях системы подготовки нефти с двухступенчатой сепарацией // Территория Нефтегаз. № 11. С. 42–46.
- Скичко Е. А., Кручинин К. В., Раков Э. Г., Кольцова Э. М. 2012. Разработка программного комплекса для моделирования кинетики синтеза и структуры углеродных нанотрубок,

- нановолокон // Известия высших учебных заведений. Серия: Химия и химическая технология. Том 55. № 2. С. 93–97.
- Хлопотова Е. А. 2022а. Извлечение наноструктурных волокон из нефтяного газа методом каталитического пиролиза // Нефть и газ — 2022: тезисы докладов 76-й Международ. молодеж. науч. конф. С. 150–151.
- Хлопотова Е. А. 2022б. Повышение эффективности разработки месторождений за счет монетизации наноструктурных материалов, извлеченных из углеводородных газов методом каталитического пиролиза // Технологии обустройства нефтяных, газовых и газоконденсатных месторождений: сб. тр. V науч.-техн. конф. Томск: Томский науч.-исслед. и проектный ин-т нефти и газа. С. 71–73.
- Awad A., Salam A., Abdullah B. 2017. Hydrogen production by decomposition of methane and methanol mixture over Ni-Pd/Al₂O₃ // Journal of the Japan Institute of Energy. Vol. 96. No. 10. Pp. 445–450.
- Ezdin B., Pakharukov Yu., Kalyada V., Shabiev F., Zarvin A., Yatsenko D., Safargaliev R., Ichshenko A., Volodin V. 2022. The novel method of synthesis of nanostructured materials for the enhancing recovery in oil displacement technologies // Catalysis Today. Vol. 397–399. Pp. 249–256. <https://doi.org/10.1016/j.cattod.2021.09.024>
- Ezdin B., Vasiljev S., Yatsenko D., Fedorov V., Ivanova M., Kalyada V., Pakharukov Yu., Shabiev F., Zarvin A. 2023. Synthesis of carbon nanoparticles in a compression reactor in atmosphere of buffer gases // Technical Physics. Vol. 68. No. 1. Pp. 18–26. <https://doi.org/10.1134/S1063784223010024>
- Fidalgo B., Muradov N., Menéndez J. A. 2012. Effect of H₂S on carbon-catalyzed methane decomposition and CO₂ reforming reactions // International Journal of Hydrogen Energy. Vol. 37. No. 19. Pp. 14187–14194. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2012.07.090>
- Kostakova E., Gregr J., Meszaros L., Chotebor M., Nagy Z. K., Pokorny P., Lukas D. 2012. Laboratory synthesis of carbon nanostructured materials using natural gas // Materials Letters. Vol. 79. Pp. 35–38. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2012.03.101>
- Malaika A., Kozłowski M. 2009. Influence of ethylene on carbon-catalysed decomposition of methane // International Journal of Hydrogen Energy. Vol. 34. No. 6. Pp. 2600–2605. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2009.01.052>
- Muradov N. Z. 1998. CO₂-free production of hydrogen by catalytic pyrolysis of hydrocarbon fuel // Energy & Fuels. Vol. 12. No. 1. Pp. 41–48. <https://doi.org/10.1021/ef9701145>
- Pinilla J. L., Suelves I., Lázaro M. J., Moliner R. 2009. Influence on hydrogen production of the minor components of natural gas during its decomposition using carbonaceous catalysts // Journal of Power Sources. Vol. 192. No. 1. Pp. 100–106. <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2008.12.074>

References

- Agaurov, S. Yu., & Gunbin, I. L. (2018). Unconventional utilization of associated petroleum gas. Processing of associated gas into natural components of oil. *Business Magazine "Neftegaz.RU"*, (4), 44–47. [In Russian]
- Altunina, L. K., Svarovskaya, L. I., Yashchenko, I. G., & Alekseeva, M. N. (2014). Environmental pollution when burning associated petroleum gas on the territory of oil producing enterprises.

- Khimiya v interesakh ustoychivogo razvitiya*, 22(3), 217–222. [In Russian] (English version: *Chemistry for Sustainable Development*, 22(3), 213–218)
- Andrejkina, L. V. (2005). *Composition, Properties and Processing of Associated Gases from Oil Fields in Western Siberia* [Cand. Sci. (Tech.) dissertation abstract, Ufa State Petroleum Technological University]. [In Russian]
- Babaev, A. A., Zobov, M. E., Terukov, E. I., & Tkachev, A. G. (2019). Production and characterization of carbon nanofibers. *Herald of Dagestan State University. Series 1: Natural Sciences*, 34(1), 7–14. <https://doi.org/10.21779/2542-0321-2019-34-1-7-14> [In Russian]
- Bichurin, A. A. (2015). Utilization of associated petroleum gas by injecting a water-gas mixture into the formation. *Inzhenernaya praktika*, (06–07), 121–132. [In Russian]
- Borschenko, S. D., Kobzeva, D. D., & Kondakova, V. V. (2023). Ecological and economic justification of the associated petroleum gas utilization project of PJSC “Slavneft”. *Economic Systems*, 16(1), 190–201. <https://doi.org/10.29030/2309-2076-2023-16-1-190-201> [In Russian]
- Vasiljev, S. A., Ezdin, B. S., Yanshole, L. V., Pakharukov, Yu. V., Kalyada, V. V., & Shabiev, F. K. (2023). The features of acetylene pyrolysis in an atmosphere of inert gases in a cyclic compression reactor. *Technical Physics Letters*, 49(4), 31–34. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2023.04.54524.19436> [In Russian]
- Dementiev, K. I., & Popov, A. Yu. (2022). Processing of hydrocarbon raw materials. In D. O. Skobelev (Ed.), *Encyclopedia of Technologies 2.0: Chemical Complex* (pp. 139–254). Renome. [In Russian]
- Ezdin, B. S., Nikiforov, A. A., Zarvin, A. E., Kalyada, V. V., & Khodakov, M. D. (2013). Use of the compression reactor to process the associated gas. *Modern Science: Researches, Ideas, Results, Technologies*, (1), 207–209. [In Russian]
- Ezdin, B. S., Kalyada, V. V., Vasiljev, S. A., Shabiev, F. K., Pakharukov, Yu. V., & Safargaliev, R. F. (2022a). Research on the thermodynamic conditions for the pyrolysis of monosilane in a cyclic compression reactor. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 8(4), 8–20. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2022-8-4-8-20> [In Russian]
- Ezdin, B. S., Vasiljev, S. A., Yatsenko, D. A., Fedorov, V. E., Ivanova, M. N., Kalyada, V. V., Pakharukov, Yu. V., Shabiev, F. K., & Zarvin, A. E. (2022b). The synthesis of carbon nanoparticles in a compression reactor in the atmosphere of buffer gases. *Siberian Journal of Physics*, 17(3), 29–46. <https://doi.org/10.25205/2541-9447-2022-17-3-29-46> [In Russian]
- Zherlitsyn, A. G., Sidorova, O. I., Shiyani, V. P., Medvedev, Yu. V., & Galanov, S. I. (2010). Obtaining carbon nanomaterial and hydrogen from natural gas under the influence of microwave radiation. *Gazokhimiya*, (6), 39–43. Retrieved Feb. 21, 2022, from <https://cyberleninka.ru/article/n/poluchenie-uglerodnogo-nanomateriala-i-vodoroda-iz-prirodnogo-gaza-pod-deystviem-sverhvysochastotnogo-izlucheniya> [In Russian]
- Zarvin, A. E., Kalyada, V. V., Yaskin, A. S., Khodakov, M. D., Korobeishchikov, N. G., Khudozhnikov, V. E., Madirbaev, V. Z., & Ezdin, B. S. (2016). An experimental apparatus for plasma-chemical studies. *Pribory i tekhnika eksperimenta*, (6), 50–56. <https://doi.org/10.7868/S0032816216060136> [In Russian] (English version: *Instruments and Experimental Techniques*, 59(6), 822–828. <https://doi.org/10.1134/S0020441216060117>)
- Zozulya, G. P., Kuznetsov, N. P., & Yagafarov, A. K. (2006). *Physics of Oil and Gas Reservoir*. Tyumen State Oil and Gas University. [In Russian]

- Kiryushin, P. A., Knizhnikov, A. Yu., Kochi, K. V., Puzyanova, T. A., & Uvarov, S. A. (2013). *Associated Petroleum Gas in Russia: "No Burning, Recycle!" Analytical Report on the Economic and Environmental Costs of Flaring Associated Petroleum Gas in Russia*. World Wildlife Fund (WWF). [In Russian]
- Kolenchukov, O. A., Petrovsky, E. A., & Smirnov, N. A. (2021). Technology for the production of carbon nanomaterials by pyrolysis. *Oil and Gas Studies*, (4), 95–108. <https://doi.org/10.31660/0445-0108-2021-4-95-108> [In Russian]
- Mishakov, I. V., Buyanov, R. A., Zaikovskii, V. I., Streltsov, I. A., & Vedyagin, A. A. (2008a). Catalytic synthesis of nanosized feathery carbon structures via the carbide cycle mechanism. *Kinetika i kataliz*, 49(6), 916–921. [In Russian] (English version: *Kinetics and Catalysis*, 49(6), 868–872. <https://doi.org/10.1134/S0023158408060116>)
- Mishakov, I. V., Buyanov, R. A., Chesnokov, V. V., Streltsov, I. A., & Vedyagin, A. A. (2008b). Production of nano-size carbon filaments by carbide cycle mechanism. *Kataliz v promyshlennosti*, (2), 26–31. [In Russian]
- Nagornov, M. P., & Sheikina, M. A. (2022). Associated petroleum gas as a valuable raw material of oil production. In *Proceedings of the 49th All-Russian Research and Technical Conference for Young Researchers, Postgraduates, and Students, on the 90th Anniversary of Bashkir Oil* (pp. 84–88). [In Russian]
- Nenaglyadkin, I. S. (2005). *Mathematical Modeling and Optimization of Obtaining Carbon Nanotubes (Nanofibers)* [Cand. Sci. (Tech.) dissertation, D. I. Mendeleev Russian University of Chemical Technology]. [In Russian]
- Popov, A. A., Shubin, Yu. V., Bauman, Yu. V., Plyusnin, P. E., Sharafutdinov, M. R., & Mishakov, I. V. (2020). Synthesis and study of catalysts based on Co-Pt, Ni-Pt porous alloys for the preparation of carbon nanostructured fibers. In *Advanced Technologies and Materials: Proceedings of Research Conference* (pp. 110–113). [In Russian]
- Pyatibratov, P. V., Bykadorov, A. V., & Zhuga, Ye. S. (2014). Efficiency enhancement of associated petroleum gas injection in the conditions of the oil treatment system with two-stage separation. *Territory "Neftegaz"*, (11), 42–46. [In Russian]
- Skichko, E. A., Kruchinin, K. V., Rakov, E. G., & Koltsova, E. M. (2012). Development of program complex for modeling synthesis kinetics and structure of carbon nanotubes, nanofibers. *ChemChemTech (=Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Khimiya i Khimicheskaya Tekhnologiya)*, 55(2), 93–97. [In Russian]
- Khlopotova, E. A. (2022a). Extraction of nanostructured fibers from petroleum gas by catalytic pyrolysis. In *Oil and Gas — 2022: Proceedings of the 76th International Young Researchers' Conference* (pp. 150–151). [In Russian]
- Khlopotova, E. A. (2022b). Improving the efficiency of field development through the monetization of nanostructured materials extracted from hydrocarbon gases by catalytic pyrolysis. In *Technologies for the Development of Oil, Gas, and Gas-Condensate Fields: Proceedings of the 5th Research and Technical Conference* (pp. 71–73). Tomsk State University. [In Russian]
- Awad, A., Salam, A., & Abdullah, B. (2017). Hydrogen production by decomposition of methane and methanol mixture over Ni-Pd/Al₂O₃. *Journal of the Japan Institute of Energy*, 96(10), 445–450.
- Ezdin, B., Pakharukov, Yu., Kalyada, V., Shabiev, F., Zarvin, A., Yatsenko, D., Safargaliev, R., Ichshenko, A., & Volodin, V. (2022). The novel method of synthesis of nanostructured materials for the enhancing recovery in oil displacement technologies. *Catalysis Today*, 397–399, 249–256. <https://doi.org/10.1016/j.cattod.2021.09.024>

- Ezdin, B., Vasiljev, S., Yatsenko, D., Fedorov, V., Ivanova, M., Kalyada, V., Pakharukov, Yu., Shabiev, F., & Zarvin, A. (2023). Synthesis of carbon nanoparticles in a compression reactor in atmosphere of buffer gases. *Technical Physics*, 68(1), 18–26. <https://doi.org/10.1134/S1063784223010024>
- Fidalgo, B., Muradov, N., & Menéndez, J. A. (2012). Effect of H₂S on carbon-catalyzed methane decomposition and CO₂ reforming reactions. *International Journal of Hydrogen Energy*, 37(19), 14187–14194. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2012.07.090>
- Kostakova, E., Gregr, J., Meszaros, L., Chotebor, M., Nagy, Z. K., Pokorny, P., & Lukas, D. (2012). Laboratory synthesis of carbon nanostructured materials using natural gas. *Materials Letters*, 79, 35–38. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2012.03.101>
- Malaika, A., & Kozłowski, M. (2009). Influence of ethylene on carbon-catalysed decomposition of methane. *International Journal of Hydrogen Energy*, 34(6), 2600–2605. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2009.01.052>
- Muradov, N. Z. (1998). CO₂-free production of hydrogen by catalytic pyrolysis of hydrocarbon fuel. *Energy & Fuels*, 12(1), 41–48. <https://doi.org/10.1021/ef9701145>
- Pinilla, J. L., Suelves, I., Lázaro, M. J., & Moliner, R. (2009). Influence on hydrogen production of the minor components of natural gas during its decomposition using carbonaceous catalysts. *Journal of Power Sources*, 192(1), 100–106. <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2008.12.074>

Информация об авторах

Екатерина Андреевна Хлопотова, аспирант кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; руководитель направления, Газпромнефть НТЦ, Тюмень, Россия
katya.hlopotova@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0007-8525-1800>

Анатолий Александрович Кислицын, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.a.kislitsyn@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3863-0510>

Information about the authors

Ekaterina A. Khlopotova, Postgraduate Student, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Technical Manager, Gazpromneft Science and Technology Center, Tyumen, Russia
katya.hlopotova@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0007-8525-1800>

Anatoliy A. Kislitsin, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia
a.a.kislitsyn@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3863-0510>

Об одной методике определения влагосодержания природного газа в трубопроводных системах

Арамбий Асланович Паранук[✉], Владислав Игоревич Дунаев,
Марина Геннадьевна Приходько

Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия
Контакт для переписки: rambi.paranuk@gmail.com[✉]

Аннотация. В данной исследовательской работе описывается методика определения влагосодержания природного газа в технологических и магистральных трубопроводах различного диаметра. В работе приводится оригинальное эмпирическое уравнение для определения количества влаги, содержащейся в единичном объеме природного газа. Уравнение позволяет определить влагу с учетом ее молярной доли в исследуемом природном газе, а также учитывает соотношение молекулярных масс природного газа и воды.

Для повышения точности предложенного уравнения молярную долю воды в газе определяют именно в начале исследуемого участка газопровода путем прямого измерения по ГОСТ 34807—2021.

Распределение температуры и давления по длине газопровода определяется по авторской математической модели, которая была опробована и подтверждена экспериментально на различных трубопроводах.

Кроме этого, предложенный множитель в уравнении влагосодержания позволяет определять тип фазового состояния природного газа, а также может являться косвенным признаком возможного образования газовых гидратов. При сравнении с прямыми измерениями, полученными с действующих газопроводов, модифицированная формула имеет меньшую погрешность, чем классическое уравнение, что подтверждается графиками, приведенными в данной работе.

Ключевые слова: влагосодержание, молярная доля воды, молекулярная масса, технологические трубопроводы, ингибитор, точка росы, массовая концентрация, Hygrovision-mini, математическая модель

Цитирование: Паранук А. А., Дунаев В. И., Приходько М. Г. 2024. Об одной методике определения влагосодержания природного газа в трубопроводных системах // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 3 (39). С. 24–36. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-24-36>

Поступила 25.04.2024; одобрена 20.09.2024; принята 02.10.2024

A method for determining the moisture content of natural gas in pipeline systems

Arambiy A. Paranuk[✉], Vladislav I. Dunaev, Marina G. Prikhodko

Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia

Corresponding author: rambi.paranuk@gmail.com[✉]

Abstract. This research describes the methodology for determining the moisture content of natural gas in process and main pipelines of various diameters. The work provides an original empirical equation for determining the amount of moisture contained in a unit volume of natural gas. The equation allows you to determine the moisture in natural gas, taking into account the molar fraction of water in the natural gas under study and also the ratio of the molecular masses of natural gas and water. To increase the accuracy of the proposed equation, the molar fraction of water in the gas is determined precisely at the beginning of the gas pipeline section under study, by direct measurement according to the GOST 34807—2021.

The distribution of temperature and pressure along the length of the gas pipeline is determined using the mathematical model, tested and proven experimentally on various pipelines.

In addition, the proposed multiplier in the moisture content equation makes it possible to determine the type of phase state of natural gas, and can also be an indirect sign of the possible formation of gas hydrates. When compared with direct measurements obtained from existing gas pipelines, the modified formula has a smaller error compared to the classical equation, which is confirmed by the graphs presented in the work.

Keywords: moisture content, molar fraction of water, molecular weight, process pipelines, inhibitor, dew point, mass concentration, Hygrovision-mini, mathematical model

Citation: Paranuk, A. A., Dunaev, V. I., & Prikhodko, M. G. (2024). A method for determining the moisture content of natural gas in pipeline systems. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(3), 24–36. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-24-36>

Received Apr. 25, 2024; Reviewed Sep. 20, 2024; Accepted Oct. 2, 2024

Введение

Природный газ, транспортируемый по трубопроводам, имеет определенный состав и параметры (давление, температура, температура точки росы по воде, температура точки росы по углеводородам, массовая концентрация механических примесей, молярная доля диоксида углерода, массовая концентрация сероводорода, высшее число Воббе). Эти параметры соответствуют ГОСТ 5542—2022¹. Опыт эксплуатации показывает, что не на всех установках подготовки газа к транспорту существует возможность получения соответствующих параметров природного газа согласно ГОСТ. Большинство установок подготовки газа не позволяют достичь требуемых показателей по причине износа основного оборудования, изменения компонентного состава газа за период эксплуатации, а также из-за применения дополнительных реагентов для поддержания дебита скважины на нужном уровне.

Длительный срок эксплуатации основного фонда скважин, разработанных на территории РФ, приближается к отметкам 15–20 лет, и большинство из них требуют глубокой модернизации основного вспомогательного оборудования и, соответственно, капитальных финансовых затрат.

Установлено [Бекиров, Шаталов, 1986; Алиев и др., 1988], что основной проблемой предприятий транспорта природного газа является плохое качество подготовки газа к транспорту, что затрудняет эксплуатацию оборудования в осенне-зимний период.

Данная проблема возникает в результате образования техногенных гидратов природного газа в полости трубопровода вследствие плохой осушки газа, приводящей к авариям и аварийным ситуациям на трубопроводах [Макогон, 1985; Бекиров, Шаталов, 1986; Алиев и др., 1988].

Методы

В целях предупреждения и ликвидации образования газовых гидратов в основном применяют метанол как один из самых распространенных ингибиторов. Повсеместное использование метанола обусловлено его доступностью, отлаженной технологией его подачи в полость газопровода, а также ценой [Бухгалтер, 1986].

Зачастую на предприятиях трубопроводного транспорта при подаче ингибитора используют сезонные технологические карты подачи ингибитора или графики заливки

¹ ГОСТ 5542—2022. Газ природный промышленного и коммунально-бытового назначения. Технические условия. М.: Российский институт стандартизации, 2022. 10 с.

метанола, которые утверждены главным инженером. На наш взгляд, этот подход нерационален, т. к. приводит к перерасходу метанола [Макогон, 1985; Бекиров, Шаталов, 1986; Алиев и др., 1988].

Закачка метанола производится в соответствии с СТО Газпром 2-3.5-454-2010ⁱ (п. 6.1.2), при условии невыполнения требований — с СТО Газпром 089-2010ⁱⁱ (п. 4.1, табл. 1ⁱⁱⁱ) на основании паспорта качества газа согласно ГОСТ 5542—2022.

Для определения распределения температуры и давления по длине газопровода воспользуемся следующей математической моделью [Рид и др., 1982; Бондарев, Воеводин, 2017; Паранук и др., 2021]:

$$P' = \frac{1}{\Delta}(B_1 A_{22} - B_2 A_{12}), T' = \frac{1}{\Delta}(A_{11} B_2 - A_{21} B_1), \quad (1)$$

где

$$\Delta = A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21},$$

$$A_{11} = 1 + (\alpha - 1) \frac{\rho V^2}{P}, A_{12} = (\beta + 1) \frac{\rho V^2}{T},$$

$$B_1 = -\rho g h' - \frac{\lambda \rho V^2}{d \cdot 2},$$

$$A_{21} = \alpha \frac{RTZ}{\mu P} + (\alpha - 1) \frac{V^2}{P}, A_{22} = (\beta + 1) \left(\frac{RZ}{\mu} + \frac{V^2}{T} \right) + c_V,$$

$$B_2 = -g h' - \frac{\pi d k}{Q} (T - T_s),$$

$$\alpha = \frac{P}{P_* Z} \frac{0,4278 \left(\frac{T_*}{T} \right)^{2,5} - \left(\frac{Z}{(Z - \gamma)^2} + \frac{\delta}{(Z + \gamma)^2} \right) \cdot 0,0867 \frac{T_*}{T}}{\frac{1}{Z - \gamma} - \frac{Z}{(Z - \gamma)^2} + \frac{\delta}{(Z + \gamma)^2} - 1},$$

$$\beta = \frac{P}{P_* Z} \frac{\left(\frac{Z}{(Z - \gamma)^2} + \frac{\delta}{(Z + \gamma)^2} \right) \cdot 0,0867 \frac{T_*}{T} - \frac{2,5}{Z + \gamma} 0,4278 \left(\frac{T_*}{T} \right)^{2,5}}{\frac{1}{Z - \gamma} - \frac{Z}{(Z - \gamma)^2} + \frac{\delta}{(Z + \gamma)^2} - 1},$$

ⁱ СТО Газпром 2-3.5-454-2010. Правила эксплуатации магистральных газопроводов. М.: Газпром, 2010. 229 с.

ⁱⁱ СТО Газпром 089-2010. Газ горючий природный, поставляемый и транспортируемый по магистральным газопроводам. Технические условия. М.: Газпром, 2011. 12 с.

ⁱⁱⁱ При абсолютном давлении 3,92 МПа температура точки росы газа по воде (ТТР_в) в зимний период для умеренного климата не должна превышать -10°C , а для холодного -20°C .

где g — ускорение свободного падения; λ — коэффициент гидравлического трения; d — диаметр трубы; α, β — безразмерные коэффициенты; R — универсальная газовая постоянная; μ — молярная масса газа; Z — коэффициент сжимаемости газа; k — коэффициент теплоотдачи; T_s — температура окружающей среды; Q — массовый расход газа; T_* — критическая температура газа; P_* — критическое давление газа; C_v — удельная по массе теплоемкость газа при постоянном объеме; V — скорость природного газа; h — высота горизонтальной оси газопровода [Рид и др., 1982; Бондарев, Воеводин, 2017; Паранук и др., 2021].

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (1) позволяет при соответствующих начальных условиях вычислить давление и температуру в каждом сечении газопровода. Далее данная система дифференциальных уравнений решается методом Рунге — Кутты [Паранук и др., 2021].

Результаты

Получены эмпирические данные по определению влагосодержания на пяти разных трубопроводах. Для этого использовался переносной прибор определения влагосодержания природного газа *Hugrovision-mini*. Он предназначен для измерения точки росыⁱ и температуры конденсации углеводородовⁱⁱ в природном газе.

По результатам прямых измерений построены эмпирические кривые влагосодержания природного газа по длине газопровода. Построены кривые влагосодержания природного газа с использованием классической и модифицированной формул. Осуществлено сравнение классической и предложенной теоретической формулы с результатами прямых измерений.

Для проведения расчетов были получены данные с 10 участков существующих газопроводов (по ГОСТ Р 53763—2009ⁱⁱⁱ и СТО Газпром 089-2010).

В рамках данного исследования по разработке методики определения влажности природного газа в трубопроводных системах были обследованы трубопроводы, представленные в табл. 1.

Исследование проводилось в течение трех месяцев на действующих газопроводах сменным персоналом по обслуживанию газопровода. Молярная доля воды в газе определялась непосредственно в начале исследуемого участка трубопровода посредством прямого измерения согласно ГОСТ 34807—2021^{iv}. Результаты замеров, включая программу для их обработки, приведены в ранее опубликованных источниках [Паранук, 2024; Паранук и др., 2024].

ⁱ Температура точки росы по воде ($T_{ТР_в}$) в соответствии с ГОСТ Р 53763—2009 и СТО Газпром 089-2010.

ⁱⁱ Температура точки росы по углеводородам ($T_{ТР_{ув}}$) в соответствии с ГОСТ Р 53763—2009 и СТО Газпром 089-2010.

ⁱⁱⁱ ГОСТ Р 53763—2009. Газы горючие природные. Определение температуры точки росы по воде. М.: Стандартинформ, 2019. 37 с.

^{iv} ГОСТ 34807—2021. Газ природный. Методы расчета температуры точки росы по воде и массовой концентрации водяных паров. М.: Российский институт стандартизации, 2022. 71 с.

Для теоретического определения влагосодержания природного газа по длине трубопровода воспользуемся авторским уравнением, которое имеет вид [Паранук, 2024; Паранук и др., 2024]:

$$W(x) = \left(Y_w \cdot \frac{M_g}{M_w} \right) \cdot \left(\frac{0.457}{P(x)} \cdot \exp^{0.0735T(x) - 0.00027T(x)^2} + 0.0418 \cdot \exp^{0.0547T(x) - 0.00027T(x)^2} \right). \quad (2)$$

В выражении (2) обозначено: W — влажность газа, г/м³; x — сечение трубопровода, м; $P(x)$ — давление в сечении трубопровода, МПа; $T(x)$ — температура в сечении трубопровода, °С; Y_w — молярная доля воды в газе, определенная согласно ГОСТ 34807—2021; M_g — молекулярная масса газа, г/моль; M_w — молекулярная масса воды, г/моль.

Предложенное уравнение отличается от классического (модифицированной формулы Бюкачека) [Дегтярев, Бухгалтер, 1976; Макогон, 1985; Мустафин и др., 2002; Запорожец, Шостак, 2014; Паранук, Никулин, 2014] множителем $(Y_w \cdot (M_g/M_w))$, который позволяет учитывать долю от общего влагосодержания, поступающего из скважины газа в трубопровод, в зависимости от типа фазового состояния.

Гомогенной системе соответствует $(Y_w \cdot (M_g/M_w)) < 1$, при переходе из гомогенной в гетерогенную $(Y_w \cdot (M_g/M_w)) = 1$, при гетерогенной системе $(Y_w \cdot (M_g/M_w)) > 1$. Таким образом, классическая формула соответствует переходному режиму из гомогенной в гетерогенную систему, также в ней не учитывается компонентный состав природного газа.

Для определения молекулярной массы природного газа воспользуемся выражением:

$$M_g = \sum y_i \cdot M_i. \quad (3)$$

В выражении (3) обозначено: y_i — мольная доля или массовая доля i компонента в природном газе; M_i — молекулярная масса i компонента.

В предложенной математической модели определения влагосодержания поведение газа подчинено законам идеального газа, и его компоненты не вступают в реакцию.

Отметим, что для конкретных газовых смесей с содержанием кислых компонентов может потребоваться корректировка эмпирического коэффициента Y_w путем прямого измерения.

Для проверки предложенной методики определения влагосодержания природного газа проведено сравнение модифицированного и классического уравнения [Дегтярев, Бухгалтер, 1976; Макогон, 1985; Мустафин и др., 2002; Запорожец, Шостак, 2014; Паранук, Никулин, 2014] с практическими данными, полученными с газопроводов. Подробная методика определения влагосодержания газопроводов была представлена ранее [Паранук и др., 2024].

На приведенных рис. 1–5 введены обозначения: W_1 — соответствует модифицированной формуле, г/м³; W_2 — соответствует классической формуле, г/м³ [Дегтярев, Бухгалтер, 1976; Макогон, 1985; Мустафин и др., 2002; Запорожец, Шостак, 2014; Паранук, Никулин, 2014]; W_3 — соответствует данным, полученным непосредственно с газопроводов, г/м³.

Таблица 1. Исходные данные для расчета влагосодержания природного газа
Table 1. Initial data for calculating the moisture content of natural gas

Исходные данные	МГ «Александровская — Ленинградская» (участок «Тихорецк — Кропоткин»)	МГ «Акса́й — Таганрог», 1 нитка	Газопровод-отвод к ГРС «Горняцкий»	Газопровод-отвод к ГРС «Пос. Октябрьский»	Газопровод-отвод к ГРС «Волгодонск»
Длина рассматриваемого участка (L), км	196	22	33,54	17,6	46,59
Количество точек замера	10	10	10	10	10
Давление в начале участка, МПа	4,6	5,8	3,4	4,2	3,75
Расход природного газа, млн м ³ /сут	12	16,7	0,3	0,52	0,352
Коэффициент гидравлического сопротивления (λ)	0,0002	0,00025	0,00035	0,00021	0,00028
Температура в начале участка газопровода, °С	20	25	18	19,5	23,21
Диаметр газопровода, м	0,4	0,7	0,3	0,4	0,3
Температура окружающей среды, °С	5	8	6	7	4
Коэффициент теплопередачи, Вт/(м ² · °С)	1,4	1,2	1,43	1,38	1,43
Относительная плотность по воздуху, кг/м ³	0,531	0,54	0,694	0,624	0,709
Молярная доля воды в природном газе	1,2	0,84	0,92	1	1,3

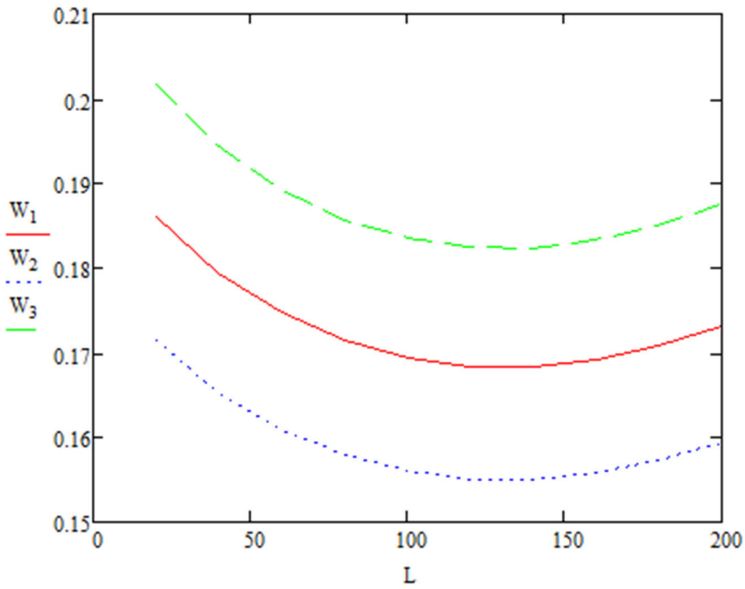


Рис. 1. Распределение влагосодержания для МГ «Александровская — Ленинградская», Ду 400 ($L = 196$ км, степень сжатия $Z_0 = 1,2$)

Fig. 1. Moisture content distribution for the Alexandrovskaya — Leningradskaya main gas pipeline, DN 400 ($L = 196$ km, compression ratio $Z_0 = 1.2$)

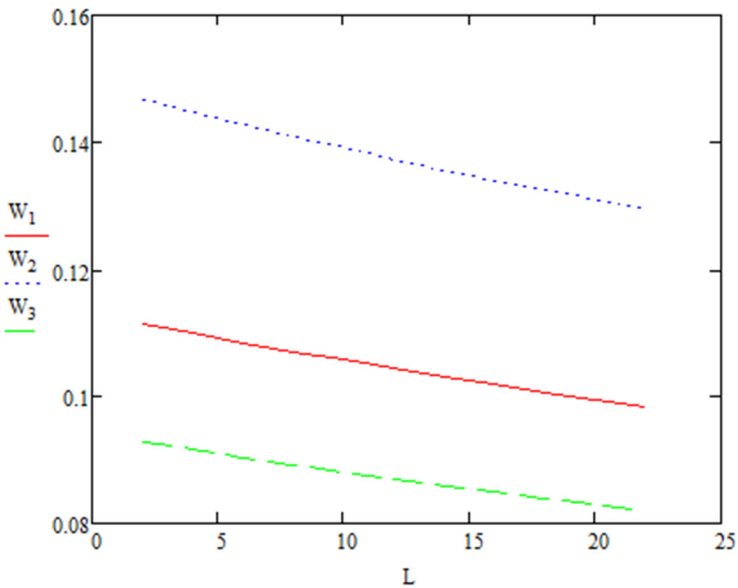


Рис. 2. Распределение влагосодержания для газопровода «Аксай — Таганрог», 1 нитка, Ду 700 ($L = 22$ км, степень сжатия $Z_0 = 1,1$)

Fig. 2. Moisture content distribution for the Aksai — Taganrog gas pipeline, 1 thread, DN 700 ($L = 22$ km, compression ratio $Z_0 = 1.1$)

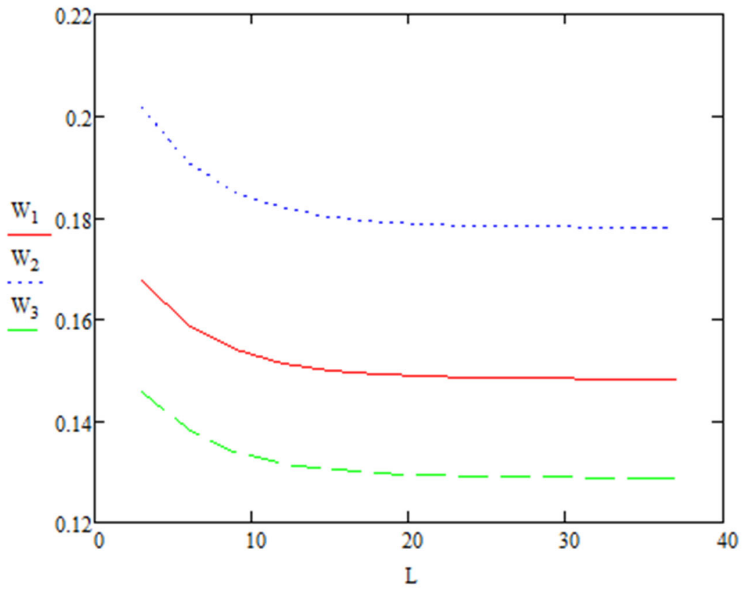


Рис. 3. Распределение влагосодержания для газопровода-отвода к ГРС «Горняцкий», Ду 300 ($L = 33,54$ км, степень сжатия $Z_0 = 1,1$)

Fig. 3. Distribution of moisture content for the gas pipeline outlet to the Gornyatsky gas station, DN 300 ($L = 33.54$ km, compression ratio $Z_0 = 1.1$)

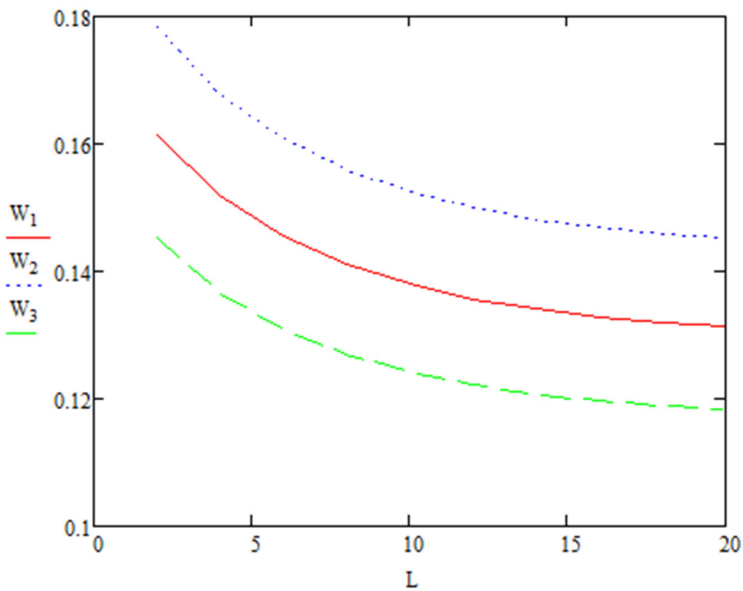


Рис. 4. Распределение влагосодержания для газопровода-отвода к ГРС «Пос. Октябрьский», Ду 400 ($L = 17,6$ км, степень сжатия $Z_0 = 1,1$)

Fig. 4. Distribution of moisture content for the gas pipeline outlet to the Oktyabrsky Settlement gas station, DN 400 ($L = 17.6$ km, compression ratio $Z_0 = 1.1$)

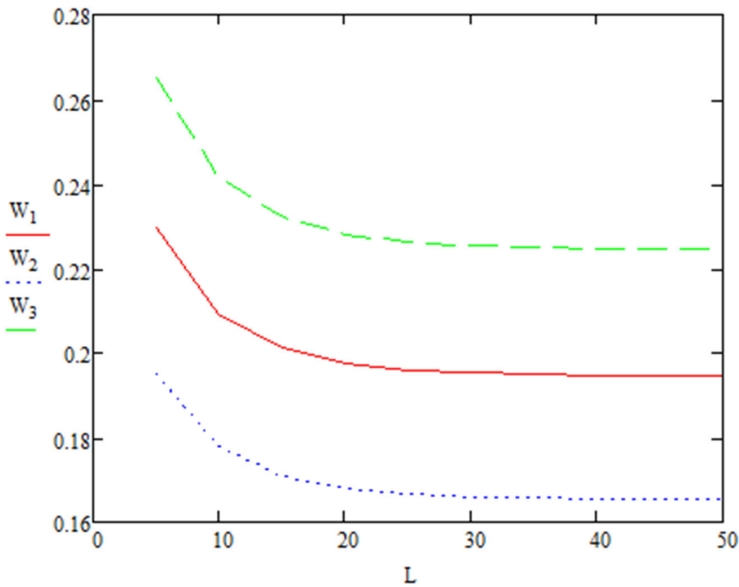


Рис. 5. Распределение влагосодержания для газопровода-отвода к ГРС «Волгодонск», Ду 300 ($L = 46,59$ км, степень сжатия $Z_0 = 1,1$)

Fig. 5. Distribution of moisture content for the gas pipeline branch to the Volgodonsk gas station, DN 300 ($L = 46.59$ km, compression ratio $Z_0 = 1.1$)

Обсуждение

В результате исследования установлено соответствие предложенной модели с работами других авторов [Макогон, 1985; Мустафин и др., 2002; Запорожец, Шостак, 2014], в частности с модификацией формулы Бюкачека. Полученные результаты позволяют утверждать, что модифицированное уравнение имеет большую точность в сравнении с прямыми измерениями при определении влажности природного газа, что подтверждается рис. 1–5.

Кроме этого, множитель в уравнении влагосодержания позволяет определить тип фазового состояния природного газа (гомогенная или гетерогенная система). Множитель также может являться косвенным признаком образования гидратов природного газа при соответствующих термобарических условиях.

Заключение

Таким образом, в данной работе предложено модифицированное уравнение определения влагосодержания природного газа, которое позволяет определять влагу в единичном объеме природного газа с высокой точностью. Из графиков (рис. 1–5) установлено распределение влагосодержания по длине участка трубопровода; также можно утверждать, что множитель в модифицированной формуле свидетельствует о фазовом состоянии потока природного газа. Установлено, что распределение влаги по длине

газопровода имеет минимальные и максимальные значения влаги при условии, что в газопровод не поступает дополнительная влага от внешних источников.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Алиев Р. А., Белоусов В. Д., Немудров А. Г., Юфин В. А., Яковлев Е. И. 1988. Трубопроводный транспорт нефти и газа: учеб. для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Недра. 368 с.
- Бекиров Т. М., Шаталов А. Т. 1986. Сбор и подготовка к транспорту природных газов. М.: Недра. 261 с.
- Бондарев Э. А., Воеводин А. Ф. 2017. Решение задач трубной гидравлики в системах добычи и транспорта природного газа. Новосибирск: Изд-во СО РАН. 208 с.
- Бухгалтер Э. Б. 1986. Метанол и его использование в газовой промышленности. М.: Недра. 238 с.
- Дегтярев Б. В., Бухгалтер Э. Б. 1976. Борьба с гидратами при эксплуатации газовых скважин в северных условиях. М.: Недра. 197 с.
- Запорожец Е. П., Шостак Н. А. 2014. Гидраты. Краснодар: Издательский Дом — Юг. 458 с.
- Макогон Ю. Ф. 1985. Газовые гидраты, предупреждение их образования и использование. М.: Недра. 232 с.
- Мустафин Ф. М., Коновалов Н. И., Гильметдинов Р. Ф. и др. 2002. Машины и оборудование газонефтепроводов: учеб. пос. для вузов. Уфа: Монография. 383 с.
- Паранук А. А., Никулин А. В. 2014. Разработка программы для расчета влагоемкости газа в программе Борланд Делфи 7.0 // Экспозиция Нефть Газ. № 1 (33). С. 49–50.
- Паранук А. А., Бунякин А. В., Шиян С. И. 2021. Разработка метаматематической модели расчета образования гидратов в трубопроводе с учетом изменения температуры // Нефтегазовое дело. Том 19. № 4. С. 107–114. <https://doi.org/10.17122/ngdelo-2021-4-107-114>
- Паранук А. А., Терещенко И. А., Приходько М. Г., Меретуков М. А., Кохужева Р. Б. 2024. Разработка программы на языке С++ для определения влагосодержания в газопроводах // Перспективы науки. № 1 (172). С. 108–112.
- Паранук А. А. 2024. Программа для расчета влагосодержания природного газа: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2024617096 РФ / правообладатель Кубанский государственный технологический университет. № 2024615215; заявл. 15.03.2024; опублик. 28.03.2024.
- Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. 1982. Свойство газов и жидкостей: справ. пос. / пер. с англ. под. ред. Б. И. Соколова. 3-е изд. Л.: Химия, Ленингр. отд-ние. 592 с.

References

- Aliiev, R. A., Belousov, V. D., Nemudrov, A. G., Yufin, V. A., & Yakovlev, E. I. (1988). *Pipeline Transport of Oil and Gas* (2nd ed.). Nedra. [In Russian]
- Bekirov, T. M., & Shatalov, A. T. (1986). *Collection and Preparation for Transport of Natural Gases*. Nedra. [In Russian]
- Bondarev, E. A., & Voevodin, A. F. (2017). *Solving Problems of Pipe Hydraulics in Natural Gas Production and Transportation Systems*. Publishing House of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences. [In Russian]
- Buhgalter, E. B. (1986). *Methanol and Its Use in the Gas Industry*. Nedra. [In Russian]

- Degtyarev, B. V., & Buhgalter, E. B. (1976). *Fighting Hydrates During the Operation of Gas Wells in Northern Conditions*. Nedra. [In Russian]
- Zaporozhets, E. P., & Shostak, N. A. (2014). *Hydrates*. Publishing House — South. [In Russian]
- Makogon, Yu. F. (1985). *Gas Hydrates: Prevention of Their Formation and Applications*. Nedra. [In Russian]
- Mustafin, F. M., Konovalov, N. I., Gilmetdinov, R. F., et al. (2002). *Machinery and Equipment for Gas and Oil Pipelines*. Monograph. [In Russian]
- Paranuk, A. A., & Nikulin, A. V. (2014). Development program for the calculation of gas moisture capacity in Borland Delphi 7.0. *Exposition Oil & Gas*, (1), 49–50. [In Russian]
- Paranuk, A. A., Bunyakin, A. V., & Shiyani, S. I. (2021). Development of a mathematical model for calculating hydrate formation in a pipeline taking into account temperature change. *Petroleum Engineering*, 19(4), 107–114. <https://doi.org/10.17122/ngdelo-2021-4-107-114> [In Russian]
- Paranuk, A. A., Tereshchenko, I. A., Prikhodko, M. G., Meretukov, M. A., & Kochuzheva, R. B. (2024). Development of a program in C++ for determining moisture content in gas pipelines. *Science Prospects*, (1), 108–112. [In Russian]
- Paranuk, A. A. (2024). *Program for Calculating Natural Moisture Content* (R.F. Certificate No. 2024617096). Kuban State Technological University. [In Russian]
- Reid, R. C., Prausnitz, J. M., & Sherwood, T. K. (1982). *The Properties of Gases and Liquids* (B. I. Sokolova, Ed.; 3rd ed.). Khimiya, Leningradskoye otdelenie. [In Russian] (Originally published in 1977 by McGraw-Hill)

Информация об авторах

Арамбий Асланович Паранук, кандидат технических наук, доцент кафедры газонефте-транспортных систем и оборудования нефтяной и газовой промышленности, Институт нефти, газа и энергетики, Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия
rambi.paranuk@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-2443-683X>

Владислав Игоревич Дунаев, доктор физико-математических наук, профессор кафедры газонефетранспортных систем и оборудования нефтяной и газовой промышленности, Институт нефти, газа и энергетики, Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия
dunayev1964@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4166-6808>

Марина Геннадьевна Приходько, старший преподаватель кафедры газонефетранспортных систем и оборудования нефтяной и газовой промышленности, Институт нефти, газа и энергетики, Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия
anigram-m03@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7844-0415>

Information about the authors

Arambiy A. Paranuk, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor, Department of Gas and Oil Transportation Systems and Equipment of the Oil and Gas Industry, Institute of Oil, Gas and Power Engineering, Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia
rambi.paranuk@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-2443-683X>

Vladislav I. Dunaev, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Gas and Oil Transportation Systems and Equipment of the Oil and Gas Industry, Institute of Oil, Gas and Power Engineering, Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia
dunayev1964@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4166-6808>

Marina G. Prikhodko, Senior Lecturer, Department of Gas and Oil Transportation Systems and Equipment of the Oil and Gas Industry, Institute of Oil, Gas and Power Engineering, Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia
aniram-m03@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7844-0415>

Нестационарная модель массопереноса кислородных вакансий и захваченных электронов для определения влияния температуры на электрофизические свойства металлооксидного мемристора

Александр Николаевич Бусыгин[✉], Бауржан Хайрулович Габдулин,
Сергей Юрьевич Удовиченко, Никита Анатольевич Шулаев,
Александр Дмитриевич Писарев, Абдулла Хайдар Абдо Ибрагим

Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
Контакт для переписки: a.n.busygin@utmn.ru[✉]

Аннотация. Предложена нестационарная одномерная физико-математическая модель массопереноса кислородных вакансий и захваченных электронов при постоянном электрическом поле, которая позволяет точнее определить влияния температуры на электрофизические свойства металлооксидного мемристора по сравнению со стационарной моделью. В отличие от известных моделей, она содержит нестационарные уравнения непрерывности для концентрации захваченных электронов и их плотности тока и соответствующие граничные условия. Разработанная модель позволяет корректно учесть переходные процессы, которые происходят в условиях построения вольт-амперной характеристики мемристора при разных скоростях изменения напряжения во времени. Расчетные значения концентраций вакансий кислорода различаются для нестационарной и известной стационарной модели. В первом случае также наблюдается сильная зависимость профиля концентрации вакансий кислорода от температуры активного слоя мемристора. Существенные отличия распределений концентраций вакансий по толщине пленки наблюдаются при температуре пленки, равной 600 К. Показано, что нестационарная модель точнее воспроизводит экспериментальную вольт-амперную характеристику изготовленного мемристора. Она позволяет оценить время установления стационарного распределения концентрации зарядов и анализировать процесс резистивного переключения при разной скорости изменения напряжения на мемристоре. Представленная модель востребована при численном моделировании процессов

обработки сигналов в больших мемристорных массивах, используемых в нейроморфных устройствах.

Ключевые слова: одномерная модель, нестационарный тепло- и массоперенос, оксид металла, кислородные вакансии, захваченные электроны, вольт-амперная характеристика, мемристор, температура оксидного слоя

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (№ FEWZ-2024-0020).

Цитирование: Бусыгин А. Н., Габдулин Б. Х., Удовиченко С. Ю., Шулаев Н. А., Писарев А. Д., Ибрагим А. Х. А. 2024. Нестационарная модель массопереноса кислородных вакансий и захваченных электронов для определения влияния температуры на электрофизические свойства металлооксидного мемристора // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 3 (39). С. 37–49. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-37-49>

Поступила 17.07.2024; одобрена 20.09.2024; принята 02.10.2024

A nonstationary model of mass transfer of oxygen vacancies and trapped electrons for determination of temperature influence on properties of a metal oxide memristor

Alexander N. Busygin , **Baurzhan H. Gabdulin**, **Sergey Yu. Udovichenko**, **Nikita A. Shulaev**, **Alexander D. Pisarev**, **Abdulla H. A. Ebrahim**

University of Tyumen, Tyumen, Russia
Corresponding author: a.n.busygin@utmn.ru 

Abstract. A non-stationary one-dimensional physico-mathematical model of the mass transfer of oxygen vacancies and trapped electrons under a constant electric field is presented. The model provides a more accurate determination of the temperature effect on the electrophysical properties of a metal oxide memristor in comparison with the stationary model. Unlike the known models, the new one includes non-stationary continuity equations for the concentrations and current density of trapped electrons. The developed model correctly considers transient processes that occur under the conditions of measuring the current-voltage characteristic of the memristor at different voltage sweep rates. The obtained profiles of vacancy concentrations

using the developed non-stationary and known stationary models are quantitatively different and have a strong dependence on the temperature of the active layer of the memristor. Significant differences in the distribution of vacancy concentrations across the film thickness are observed at a film temperature of 600 K. The results show that the non-stationary model more accurately reproduces the experimental current-voltage characteristic of the manufactured memristor, allowing to estimate the switching time to a stable state and to analyze the process of resistive switching of the memristor at different voltage sweep rates. The developed model is helpful in numerical simulation of signal processing routines in large memristor arrays used in neuromorphic devices.

Keywords: one-dimensional model, nonstationary heat and mass transfer, metal oxide, oxygen vacancies, trapped electrons, current-voltage characteristic, memristor, oxide layer temperature

Acknowledgements: the research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. FEWZ-2024-0020).

Citation: Busygin, A. N., Gabdulin, B. H., Udovichenko, S. Yu., Shulaev, N. A., Pisarev, A. D., & Ebrahim, A. H. A. (2024). A nonstationary model of mass transfer of oxygen vacancies and trapped electrons for determination of temperature influence on properties of a metal oxide memristor. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(3), 37–49. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-37-49>

Received Jul. 17, 2024; Reviewed Sep. 20, 2024; Accepted Oct. 2, 2024

Введение

В ряде работ [Larentis и др., 2012; Kim и др., 2013, 2014; Basnet и др., 2020; Parit и др., 2021] предложены физико-математические модели массопереноса зарядов в металлооксидных мемристорах. В этих моделях концентрация кислородных вакансий рассчитывается с помощью нестационарного уравнения непрерывности, а плотность тока — с помощью стационарного уравнения непрерывности. При этом в них не учитывается нестационарный процесс переноса в электрическом поле захваченных в ловушки (кислородные вакансии) электронов. Кроме этого, в этих моделях вместо уравнения Пуассона для электрического поля использовано уравнение Лапласа, обоснованием применимости которого является малая электропроводность диэлектрического оксида металла.

Использование рядом авторов [Larentis и др., 2012; Kim и др., 2013; Dirkmann и др., 2018; Basnet и др., 2020; Parit и др., 2021] стационарного уравнения непрерывности плотности тока электронов является необоснованным. Это обстоятельство не позволяет корректно учесть переходные процессы, которые происходят в условиях построения вольт-амперной характеристики (ВАХ) мемристора при различных скоростях развертки напряжения во времени.

В статье А. А. Чернова [Chernov и др., 2017] сформулирована достаточно полная модель массопереноса зарядов в структуре «металл — оксид — металл». Однако модель не учитывает диффузию вакансий и ионов кислорода, вызванную градиентом их концентрации в активном слое мемристора.

Ранее А. Х. А. Ибрагим, С. Ю. Удовиченко, А. Н. Бусыгин и др. [Ибрагим, Удовиченко, 2020; Ибрагим и др., 2022; Busygin и др., 2023] на основе системы уравнений массопереноса А. А. Чернова [Chernov и др., 2017] предложили менее сложную стационарную модель эффекта резистивного переключения в мемристоре на основе системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Модель учитывала наличие градиента концентрации ионов и вакансий кислорода в оксидном слое.

Другими авторами [Sato и др., 2007; Kim и др., 2013; Mazady, Anwar, 2014; Graves и др., 2017; Pahinkar и др., 2020; Patil и др., 2020; Shen и др., 2021] исследовано влияние эффектов массопереноса на профиль концентрации вакансий кислорода.

Целью настоящей работы является развитие физико-математической модели массопереноса при транспорте зарядов в постоянном электрическом поле металлооксидного мемристора [Ибрагим и др., 2022]. Модель дополнена нестационарными уравнениями непрерывности концентрации и плотности тока электронов, она позволяет точнее определить влияние температуры на электрофизические свойства металлооксидного мемристора.

Нестационарная система уравнений модели

Система нестационарных уравнений массопереноса зарядов в постоянном электрическом поле оксидного слоя мемристора имеет вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \vec{\nabla}(D\vec{\nabla}N - N\vec{V}_E) + (N_{\max} - N)f_0 \exp\left(-\frac{W_g - \sqrt{\frac{q^3 E}{\pi \epsilon \epsilon_0}}}{kT}\right) - NN_{ox} V_{Eox} \frac{q}{4\epsilon \epsilon_0 E}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_t}{\partial t} = -s\vec{\nabla}\left(n_t\left(1 - \frac{n_t}{N}\right)v_{tun}\frac{\vec{E}}{E}\right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial(n + n_t)}{\partial t} = -\frac{1}{e}\vec{\nabla}\vec{j}, \quad \vec{j} = esn_t\left(1 - \frac{n_t}{N}\right)v_{tun}\frac{\vec{E}}{E}, \quad (3)$$

$$\vec{\nabla}\vec{E} = 0, \quad (4)$$

где второй член уравнения (1) отвечает за генерацию пар ион-вакансий кислорода, третий член — за скорость их рекомбинации; N , n_t — концентрация вакансий кислорода и захваченных электронов. Нестационарные уравнения для электронов (2) и (3)

получены в работе Д. Р. Исламова и др. [Islamov и др., 2017]. Остальные обозначения в уравнениях такие же, как в статье А. Х. А. Ибрагима и др. [2022].

Рассматривается одномерное движение зарядов в оксиде металла под действием электрического поля, приложенного между двумя плоскими электродами.

Граничными условиями для уравнения непрерывности концентрации вакансий кислорода (1) являются непрозрачная граница вблизи одного электрода и фиксированная концентрация вблизи другого электрода:

$$\left(D \frac{\partial N}{\partial z} - NV_E \right) \Big|_{z=0} = 0, \quad N|_{z=d} = N_{\max} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right), \quad (5)$$

где z — вертикальная координата, отсчитываемая относительно поверхности одного из электродов.

Вблизи электрода с низким потенциалом граничное условие для уравнения непрерывности концентрации захваченных электронов (2) имеет вид:

$$\left. \frac{\partial n_t}{\partial t} \right|_{z=0} = v_{inj}(N - n_t) - v_{ion}n_t - s \frac{\partial}{\partial z} \left(n_t \left(1 - \frac{n_t}{N} \right) P_{tun} \right), \quad (6)$$

первый и второй члены в котором описаны А. А. Пильником и др. [Pil'nik и др., 2020], а третий — А. А. Черновым [Chernov и др., 2017].

Граничное условие для уравнения непрерывности концентрации захваченных электронов (2) вблизи электрода с высоким потенциалом аналогично условию (6), в последнем члене правой части которого необходимо изменить знак на противоположный.

Уравнения модели решались с применением метода конечных разностей на равномерной пространственной сетке. Шаг во времени также фиксирован.

Процедура расчета ВАХ мемристора является циклической и включает расчет профилей концентрации вакансий и ионов кислорода, концентрации захваченных электронов, определение плотности тока захваченных электронов по формуле (3) на границе активного слоя и заземленного электрода.

Численный расчет уравнений модели проводился для оксида тантала. Соответствующие константы взяты из работы А. Н. Бусыгина и др. [Busygin и др., 2023].

Результаты численного моделирования и обсуждение

Расчетные профили концентрации вакансий кислорода по толщине активного слоя мемристора различаются для стационарного [Busygin и др., 2023] и нестационарного случая массопереноса (рис. 1).

Видно, что полученные профили концентраций вакансий с помощью разработанной нестационарной и известной [Busygin и др., 2023] стационарной модели количественно отличаются. Для оксида металла с большей толщиной это различие более существенное.

Из рис. 2 следует, что с ростом времени нестационарный профиль концентрации вакансий перемещается в сторону отрицательно заряженного электрода мемристора и за 91 мкс достигает фронта стационарного профиля.

Общий вид профиля концентрации вакансий по толщине слоя в закрытом и открытом состоянии мемристора на рис. 2 аналогичен соответствующему профилю, полученному М. Номаном и др. [Noman и др., 2011].

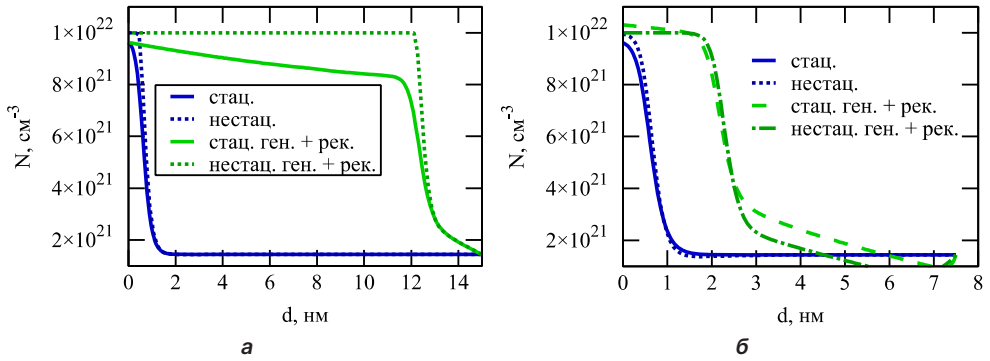


Рис. 1. Распределение концентрации вакансий по толщине оксидного слоя: а — при $d = 15$ нм, $U = 3$ В; б — при $d = 7,5$ нм, $U = 1,5$ В

Fig. 1. Vacancy concentration distribution over oxide layer: а — $d = 15$ nm, $U = 3$ V; б — $d = 7.5$ nm, $U = 1.5$ V

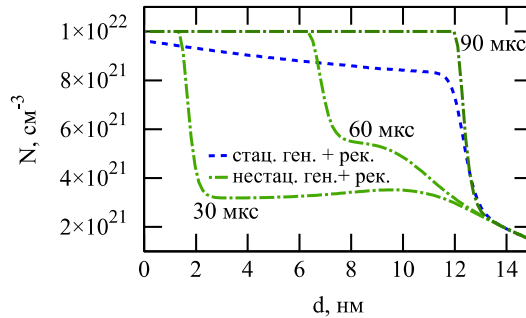


Рис. 2. Распределения концентрации вакансий по толщине оксидного слоя при $d = 15$ нм, $U = 3$ В в разные моменты времени с учетом процессов генерации и рекомбинации

Fig. 2. Concentration distribution of oxygen vacancies over oxide layer thickness at $d = 15$ nm, $U = 3$ V at different time moments with consideration of generation and recombination processes

Из рис. 3 следует, что существенные отличия распределений концентраций вакансий по толщине пленки, построенные с помощью разработанной нестационарной и известной стационарной модели, наблюдаются при температуре пленки 600 К. При температуре 300 и 900 К соответствующие результаты нестационарной и стационарной модели массопереноса кислородных вакансий практически не отличаются.

На рис. 4 для сравнения показаны кривые ВАХ, соответствующие открытию мемристора: 1 — экспериментальная [Kuzmichev, Markeev, 2021] (при скорости изменения

напряжения 5 В/с); 2 — расчетная при стационарном профиле концентрации вакансий [Busygin и др., 2023]; 3 — ВАХ в нестационарном режиме. Ток ($I = J\pi D^2/4$) пересчитан из расчетной плотности тока (J) через круглый электрод диаметром (D), равным 50 мкм.

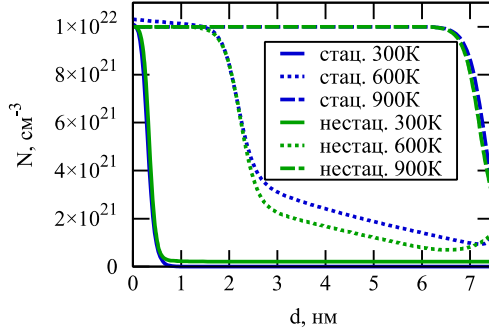


Рис. 3. Профиль распределения концентрации вакансий по толщине оксидного слоя мемристора в зависимости от его температуры

Fig. 3. Vacancy concentration distribution over oxide layer depending on its temperature

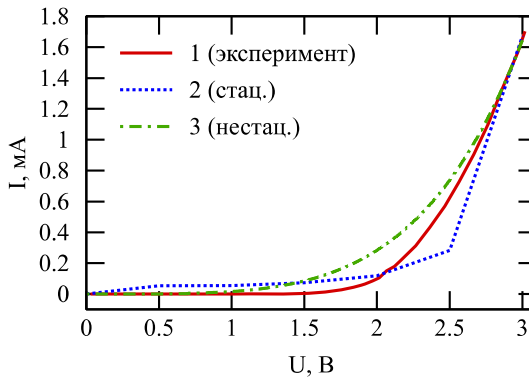


Рис. 4. ВАХ при открытии мемристора

Fig. 4. The current-voltage characteristic during memristor opening

Кроме этого, ток для кривой 3 получен при расчете профиля концентрации захваченных электронов по формулам (2), в отличие от использования средних значений для кривой 2. Из рис. 4 следует, что кривая ВАХ, соответствующая нестационарному режиму резистивного переключения мемристора, расположена ближе к экспериментальной кривой, чем кривая в случае стационарного режима.

На рис. 5 представлены кривые ВАХ открытия мемристора при различной температуре оксидного слоя.

Видно, что расчетный ток электронов увеличивается с ростом температуры. Это вызвано двумя процессами: 1) увеличивается общее количество вакансий в пленке за счет более интенсивной их генерации, 2) растет вероятность туннелирования захваченных

электронов между вакансиями. Близость экспериментальной и расчетной кривой ВАХ при определенной температуре позволяет косвенно оценить реальную температуру пленки активного слоя мемристора.

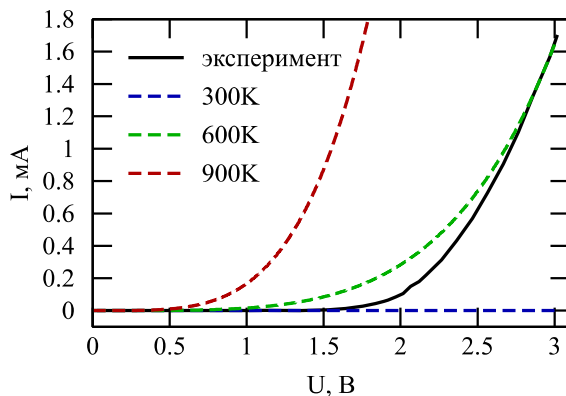


Рис. 5. Влияние температуры оксида металла на ВАХ мемристора

Fig. 5. The metal oxide temperature influence on the memristor current-voltage characteristic

Заключение

Предложена одномерная физико-математическая модель процесса массопереноса вакансий кислорода и захваченных вакансиями электронов в мемристоре с активным слоем из оксида переходного металла. Модель дополняет уравнения, предложенные А. Х. А. Ибрагимов и др. [2022] с учетом процессов генерации и рекомбинации вакансий и ионов кислорода, нестационарными уравнениями непрерывности для концентрации и плотности тока захваченных электронов в постоянном электрическом поле.

Обе модели (известная стационарная [Busygin и др., 2023] и предложенная нестационарная модель) имеют количественное отличие в расчетных профилях концентрации кислородных вакансий при сильной зависимости от температуры. При температуре активного слоя 600 К наблюдается значительное отличие распределений концентрации вакансий кислорода по толщине пленки. При температуре менее 300 и более 900 К численное моделирование без потери точности можно выполнять с использованием стационарного уравнения непрерывности для кислородных вакансий. Учет нестационарного процесса массопереноса вакансий кислорода позволяет оценить время установления стационарного резистивного состояния мемристора с помощью предложенной модели. С ростом времени нестационарный профиль концентрации вакансий перемещается в сторону отрицательно заряженного электрода мемристора и за 91 мкс достигает фронта стационарного профиля.

Нестационарная модель по сравнению со стационарной точнее воспроизводит экспериментальную ВАХ изготовленного мемристора. Расчетный ток электронов увеличивается с ростом температуры, что вызвано увеличением общего количества вакансий

в пленке за счет более интенсивной их генерации, а также ростом вероятности туннелирования захваченных электронов между вакансиями.

Представленная корректная модель востребована при численном моделировании процессов обработки сигналов в больших мемристорных массивах, разрабатываемых в нейроморфных устройствах.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Ибрагим А. Х., Удовиченко С. Ю. 2020. Математическое моделирование резистивных состояний и динамического переключения мемристора на основе оксида металла // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 6. № 2 (22). С. 127–144. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2020-6-2-127-144>
- Ибрагим А. Х. А., Бусыгин А. Н., Удовиченко С. Ю. 2022. Математическое моделирование резистивного переключения в мемристоре на основе полной модели процессов массопереноса кислородных вакансий и ионов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 8. № 2 (30). С. 198–214. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2022-8-2-198-214>
- Basnet P., Pahinkar D. G., West M. P., Perini C. J., Graham S., Vogel E. M. 2020. Substrate dependent resistive switching in amorphous-HfO_x memristors: an experimental and computational investigation // Journal of Materials Chemistry C. Vol. 8. No. 15. Pp. 5092–5101. <http://dx.doi.org/10.1039/C9TC06736A>
- Busygin A. N., Udovichenko S. Yu., Ebrahim A. H. A., Bobylev A. N., Gubin A. A. 2023. Mathematical model of metal-oxide memristor resistive switching based on full physical model of heat and mass transfer of oxygen vacancies and ions // physica status solidi (a). Vol. 220. No. 11. Article 2200478. <https://doi.org/10.1002/pssa.202200478>
- Chernov A. A., Islamov D. R., Pil'nik A. A., Perevalov T. V., Gritsenko V. A. 2017. Three-dimensional non-linear complex model of dynamic memristor switching // ECS Transactions. Vol. 75. No. 32. Pp. 95–104. <https://dx.doi.org/10.1149/07532.0095ecst>
- Dirkmann S., Kaiser J., Wenger C., Mussenbrock T. 2018. Filament growth and resistive switching in hafnium oxide memristive devices // ACS Applied Materials & Interfaces. Vol. 10. No. 17. Pp. 14857–14868. <https://doi.org/10.1021/acsami.7b19836>
- Graves C. E., Dávila N., Merced-Grafals E. J., Lam S.-T., Strachan J. P., Williams R. S. 2017. Temperature and field-dependent transport measurements in continuously tunable tantalum oxide memristors expose the dominant state variable // Applied Physics Letters. Vol. 110. No. 12. Article 123501. <https://doi.org/10.1063/1.4978757>
- Islamov D. R., Gritsenko V. A., Chin A. 2017. Charge transport in thin hafnium and zirconium oxide films // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. Vol. 53. No. 2. Pp. 184–189. <https://doi.org/10.3103/S8756699017020121>
- Kim S., Kim S.-J., Kim K. M., Lee S. R., Chang M., Cho E., Kim Y.-B., Kim C. J., In Chung, U., Yoo In-K. 2013. Physical electro-thermal model of resistive switching in bi-layered resistance-change memory // Scientific Reports. Vol. 3. No. 1. Article 1680. <https://doi.org/10.1038/srep01680>
- Kim S., Choi S. H., Lu W. 2014. Comprehensive physical model of dynamic resistive switching in an oxide memristor // ACS Nano. Vol. 8. No. 3. Pp. 2369–2376. <https://doi.org/10.1021/nn405827t>

- Kuzmichev D. S., Markeev A. M. 2021. Neuromorphic properties of forming-free non-filamentary TiN/Ta₂O₅/Ta structures with an asymmetric current–voltage characteristic // *Nanobiotechnology Reports*. Vol. 16. No. 6. Pp. 804–810. <https://doi.org/10.1134/S2635167621060136>
- Larentis S., Nardi F., Balatti S., Gilmer D. C., Ielmini D. 2012. Resistive switching by voltage-driven ion migration in bipolar RRAM — Part II: Modeling // *IEEE Transactions on Electron Devices*. Vol. 59. No. 9. Pp. 2468–2475. <https://doi.org/10.1109/TED.2012.2202320>
- Mazady A., Anwar M. 2014. Memristor: Part I — The underlying physics and conduction mechanism // *IEEE Transactions on Electron Devices*. Vol. 61. No. 4. Pp. 1054–1061. <https://doi.org/10.1109/TED.2014.2304436>
- Noman M., Jiang W., Salvador P. A., Skowronski M., Bain J. A. 2011. Computational investigations into the operating window for memristive devices based on homogeneous ionic motion // *Applied Physics A*. Vol. 102. No. 4. Pp. 877–883. <https://doi.org/10.1007/s00339-011-6270-y>
- Pahinkar D. G., Basnet P., West M. P., Zivasatienraj B., Weidenbach A., Doolittle W. A., Vogel E., Graham S. 2020. Experimental and computational analysis of thermal environment in the operation of HfO₂ memristors // *AIP Advances*. Vol. 10. No. 3. Article 035127. <https://doi.org/10.1063/1.5141347>
- Parit A. K., Yadav M. S., Gupta A. K., Mikhaylov A., Rawat B. 2021. Design and modeling of niobium oxide-tantalum oxide based self-selective memristor for large-scale crossbar memory // *Chaos, Solitons & Fractals*. Vol. 145. Article 110818. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.110818>
- Patil P. J., Ahir N. A., Yadav S., Revadekar C. C., Khot K. V., Kamat R. K., Dongale T. D., Kim D. K. 2020. Effect of conductive filament temperature on ZrO₂ based resistive random access memory devices // *Journal of Nano- and Electronic Physics*. Vol. 12. No. 2. Article 02008. [https://doi.org/10.21272/JNEP.12\(2\).02008](https://doi.org/10.21272/JNEP.12(2).02008)
- Pil'nik A. A., Chernov A. A., Islamov D. R. 2020. Charge transport mechanism in dielectrics: drift and diffusion of trapped charge carriers // *Scientific Reports*. Vol. 10. No. 1. Article 15759. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-72615-1>
- Sato Y., Kinoshita K., Aoki M., Sugiyama Y. 2007. Consideration of switching mechanism of binary metal oxide resistive junctions using a thermal reaction model // *Applied Physics Letters*. Vol. 90. No. 3. Article 033503. <https://doi.org/10.1063/1.2431792>
- Shen W., Kumar S., Kumar S. 2021. Experimentally calibrated electro-thermal modeling of temperature dynamics in memristors // *Applied Physics Letters* Vol. 118. No. 10. Article 103505. <https://doi.org/10.1063/5.0039797>

References

- Ebrahim, A. H., & Udovichenko, S. Yu. (2020). Mathematical modeling of resistive states and dynamic switching of a metal oxide memristor. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 6(2), 127–144. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2020-6-2-127-144> [In Russian]
- Ebrahim, A. H. A., Busygin, A. N., & Udovichenko, S. Yu. (2022). Mathematical modeling of memristor resistive switching based on mass transfer full model of oxygen vacancies and ions. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 8(2), 198–214. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2022-8-2-198-214> [In Russian]

- Basnet, P., Pahinkar, D. G., West, M. P., Perini, C. J., Graham, S., & Vogel, E. M. (2020). Substrate dependent resistive switching in amorphous-HfO_x memristors: an experimental and computational investigation. *Journal of Materials Chemistry C*, 8(15), 5092–5101. <http://dx.doi.org/10.1039/C9TC06736A>
- Busygin, A. N., Udovichenko, S. Yu., Ebrahim, A. H. A., Bobylev, A. N., Gubin, A. A. (2023). Mathematical model of metal–oxide memristor resistive switching based on full physical model of heat and mass transfer of oxygen vacancies and ions. *physica status solidi (a)*, 220(11), Article 2200478. <https://doi.org/10.1002/pssa.202200478>
- Chernov, A. A., Islamov, D. R., Pil'nik, A. A., Perevalov, T. V., & Gritsenko, V. A. (2017). Three-dimensional non-linear complex model of dynamic memristor switching. *ECS Transactions*, 75(32), 95–104. <https://dx.doi.org/10.1149/07532.009Secst>
- Dirkmann, S., Kaiser, J., Wenger, C., & Mussenbrock, T. (2018). Filament growth and resistive switching in hafnium oxide memristive devices. *ACS Applied Materials & Interfaces*, 10(17), 14857–14868. <https://doi.org/10.1021/acsami.7b19836>
- Graves, C. E., Dávila, N., Merced-Grafals, E. J., Lam, S.-T., Strachan, J. P., & Williams, R. S. (2017). Temperature and field-dependent transport measurements in continuously tunable tantalum oxide memristors expose the dominant state variable. *Applied Physics Letters*, 110(12), Article 123501. <https://doi.org/10.1063/1.4978757>
- Islamov, D. R., Gritsenko, V. A., & Chin, A. (2017). Charge transport in thin hafnium and zirconium oxide films. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 53(2), 184–189. <https://doi.org/10.3103/S8756699017020121>
- Kim, S., Kim, S.-J., Kim, K. M., Lee, S. R., Chang, M., Cho, E., Kim, Y.-B., Kim, C. J., In Chung, U., & Yoo, In-K. (2013). Physical electro-thermal model of resistive switching in bi-layered resistance-change memory. *Scientific Reports*, 3(1), Article 1680. <https://doi.org/10.1038/srep01680>
- Kim, S., Choi, S. H., & Lu, W. (2014). Comprehensive physical model of dynamic resistive switching in an oxide memristor. *ACS Nano*, 8(3), 2369–2376. <https://doi.org/10.1021/nn405827t>
- Kuzmichev, D. S., & Markeev, A. M. (2021). Neuromorphic properties of forming-free non-filamentary TiN/Ta₂O₅/Ta structures with an asymmetric current–voltage characteristic. *Nanobiotechnology Reports*, 16(6), 804–810. <https://doi.org/10.1134/S2635167621060136>
- Larentis, S., Nardi, F., Balatti, S., Gilmer, D. C., & Ielmini, D. (2012). Resistive switching by voltage-driven ion migration in bipolar RRAM — Part II: Modeling. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 59(9), 2468–2475. <https://doi.org/10.1109/TED.2012.2202320>
- Mazady, A., & Anwar, M. (2014). Memristor: Part I — The underlying physics and conduction mechanism. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 61(4), 1054–1061. <https://doi.org/10.1109/TED.2014.2304436>
- Noman, M., Jiang, W., Salvador, P. A., Skowronski, M., & Bain, J. A. (2011). Computational investigations into the operating window for memristive devices based on homogeneous ionic motion. *Applied Physics A*, 102(4), 877–883. <https://doi.org/10.1007/s00339-011-6270-y>
- Pahinkar, D. G., Basnet, P., West, M. P., Zivasatienraj, B., Weidenbach, A., Doolittle, W. A., Vogel, E., & Graham, S. (2020). Experimental and computational analysis of thermal environment in the operation of HfO₂ memristors. *AIP Advances*, 10(3), Article 035127. <https://doi.org/10.1063/1.5141347>
- Parit, A. K., Yadav, M. S., Gupta, A. K., Mikhaylov, A., & Rawat, B. (2021). Design and modeling of niobium oxide-tantalum oxide based self-selective memristor for large-scale crossbar memory. *Chaos, Solitons & Fractals*, 145, Article 110818. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.110818>

- Patil, P. J., Ahir, N. A., Yadav, S., Revadekar, C. C., Khot, K. V., Kamat, R. K., Dongale, T. D., & Kim, D. K. (2020). Effect of conductive filament temperature on ZrO₂ based resistive random access memory devices. *Journal of Nano- and Electronic Physics*, 12(2), Article 02008. [https://doi.org/10.21272/JNEP.12\(2\).02008](https://doi.org/10.21272/JNEP.12(2).02008)
- Pil'nik, A. A., Chernov, A. A., & Islamov, D. R. (2020). Charge transport mechanism in dielectrics: drift and diffusion of trapped charge carriers. *Scientific Reports*, 10(1), Article 15759. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-72615-1>
- Sato, Y., Kinoshita, K., Aoki, M., & Sugiyama, Y. (2007). Consideration of switching mechanism of binary metal oxide resistive junctions using a thermal reaction model. *Applied Physics Letters*, 90(3), Article 033503. <https://doi.org/10.1063/1.2431792>
- Shen, W., Kumar, S., & Kumar, S. (2021). Experimentally calibrated electro-thermal modeling of temperature dynamics in memristors. *Applied Physics Letters*, 118(10), Article 103505. <https://doi.org/10.1063/5.0039797>

Информация об авторах

Александр Николаевич Бусыгин, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; старший научный сотрудник, лаборатория мемристорных материалов, Центр природовдохновленного инжиниринга, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.n.busygin@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3439-8067>

Бауржан Хайрулович Габдулин, аспирант кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; младший научный сотрудник, лаборатория мемристорных материалов, Центр природовдохновленного инжиниринга, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
baurzhan.gabdulin@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0000-2586-7469>

Сергей Юрьевич Удовиченко, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; научный руководитель лаборатории мемристорных материалов, Центр природовдохновленного инжиниринга, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
udotgu@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3583-7081>

Никита Анатольевич Шулаев, аспирант кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; младший научный сотрудник, лаборатория мемристорных материалов, Центр природовдохновленного инжиниринга, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.a.shulaev@utmn.ru, <https://orcid.org/0009-0007-9673-0137>

Александр Дмитриевич Писарев, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; старший научный сотрудник, лаборатория мемристорных материалов, Центр природовдохновленного инжиниринга, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
spcb.doc@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5602-3880>

Абдулла Хайдар Абдо Ибрагим, кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник, лаборатория мемристорных материалов, Центр природовдохновленного инжиниринга, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
abdulla.ybragim@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1709-9882>

Information about the authors

Alexander N. Busygin, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Senior Researcher, Memristive Materials Laboratory, Center for Nature-Inspired Engineering, University of Tyumen, Tyumen, Russia
a.n.busygin@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3439-8067>

Baurzhan H. Gabdulin, Postgraduate Student, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Junior Researcher, Memristive Materials Laboratory, Center for Nature-Inspired Engineering, University of Tyumen, Tyumen, Russia
baurzhan.gabdulin@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0000-2586-7469>

Sergey Yu. Udovichenko, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Scientific Director of the Memristive Materials Laboratory, Center for Nature-Inspired Engineering, University of Tyumen, Tyumen, Russia
udotgu@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3583-7081>

Nikita A. Shulaev, Postgraduate Student, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Junior Researcher, Memristive Materials Laboratory, Center for Nature-Inspired Engineering, University of Tyumen, Tyumen, Russia
a.a.shulaev@utmn.ru, <https://orcid.org/0009-0007-9673-0137>

Alexander D. Pisarev, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Senior Researcher, Memristive Materials Laboratory, Center for Nature-Inspired Engineering, University of Tyumen, Tyumen, Russia
spcb.doc@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5602-3880>

Abdulla H. A. Ebrahim, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Junior Researcher, Memristive Materials Laboratory, Center for Nature-Inspired Engineering, University of Tyumen, Tyumen, Russia
abdulla.ybragim@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1709-9882>

Эволюция метки трассера в нефтяных пластах с трещиной гидроразрыва

Александр Иванович Филиппов¹, Альфред Ядгарович Давлетбаев²,
Рафаэль Радикович Гареев²✉

¹ Стерлитамакский филиал Уфимского университета науки и технологий, Стерлитамак, Россия

² Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Россия
Контакт для переписки: garrafrad@mail.ru✉

Аннотация. Представлены результаты по развитию микро- и макромоделей процесса конвективно-диффузионной эволюции метки трассера в природных коллекторах и описана взаимосвязь между ними. Уравнения для концентрации (плотности) трассера при движении раствора в трещине гидроразрыва и окружающей пористой среде построены с учетом локального химического равновесия. Найдены решения задач о поле концентрации трассера с учетом и без учета вклада диффузионных процессов. Обсуждаются результаты вычислительных экспериментов по моделированию полей скорости метки и концентрации вещества трассера при течении несущей жидкости в трещине гидроразрыва.

Показано, что осаждение вещества трассера на скелет на переднем фронте и вымывание на заднем приводит к уменьшению скорости движения метки, причем эта скорость снижается с ростом коэффициента Генри. Применение комбинации методов характеристик и функции Грина позволило уточнить вклад конвективного и диффузионного процессов в эволюцию метки трассера. Полученные результаты предоставляют новые возможности для развития методов интерпретации результатов трассерных исследований, особенно для исследования трещин автогидроразрыва между добывающей и нагнетательной скважинами или двумя нагнетательными.

Ключевые слова: математическая модель, диффузия, конвекция, уравнение неразрывности, метка трассера, пористая среда, трещина гидроразрыва

Цитирование: Филиппов А. И., Давлетбаев А. Я., Гареев Р. Р. 2024. Эволюция метки трассера в нефтяных пластах с трещиной гидроразрыва // Вестник Тюменского

государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 3 (39). С. 50–70. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-50-70>

Поступила 09.04.2024; одобрена 14.06.2024; принята 02.10.2024

Evolution of tracer mark in oil reservoirs with hydraulic fracture

Alexander I. Filippov¹, Alfred Ya. Davletbaev², Rafael R. Gareev²✉

¹ Sterlitamak Branch of Ufa University of Science and Technology, Sterlitamak, Russia

² Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

Corresponding author: garrafrad@mail.ru✉

Abstract. The results of the development of micro- and macromodels of the process of convective-diffusion evolution of the tracer mark in natural reservoirs are presented and the relationship between them is described. Equations for the concentration (density) of a tracer during solution movement in a hydraulic fracture and the surrounding porous medium are constructed taking into account local chemical equilibrium. Solutions have been found to problems on the tracer concentration field with and without taking into account the contribution of diffusion processes. The results of computational experiments on modeling the velocity fields of the mark and the concentration of the tracer substance during flow of the carrier fluid in a hydraulic fracture are discussed.

It is shown that deposition of the tracer substance onto the skeleton at the leading edge and washing away at the rear leads to a decrease in the speed of the tag, and this speed decreases with increasing Henry's coefficient. The use of a combination of characteristics methods and the Green's function made it possible to clarify the contribution of convective and diffusion processes to the evolution of the tracer mark. The results obtained provide new opportunities for the development of methods for interpreting the results of tracer studies.

Keywords: mathematical model, diffusion, convection, continuity equation, tracer mark, porous medium, hydraulic fracture

Citation: Filippov, A. I., Davletbaev, A. Ya., & Gareev, R. R. (2024). Evolution of tracer mark in oil reservoirs with hydraulic fracture. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(3), 50–70. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-50-70>

Received Apr. 9, 2024; Reviewed Jun. 14, 2024; Accepted Oct. 2, 2024

Введение

Практическое использование технологии горизонтального бурения открывает принципиально новые возможности добычи углеводородов и вместе с тем порождает проблемы. Одной из проблем является усложнение доставки геофизических приборов в продуктивные интервалы, что ограничивает возможности геофизических методов. В связи с этим возникает необходимость развития принципиально новых методов исследования пластов и скважин. Перспективным подходом в этом направлении представляется использование трассерных технологий. Их реализация заключается в растворении в технологических жидкостях (например, в пропантах, используемых при закачке в трещины гидроразрыва) особых добавок — трассеров, последующая регистрация которых обеспечивает получение важной информации о процессах в пласте и скважине [Бикметова и др., 2022].

Важным преимуществом трассерных технологий является существенное увеличение глубинности исследований, которая для классических геофизических методов ограничена размерами порядка одного метра. Показано, что добавление трассеров в воду, закачиваемую для поддержания пластового давления, позволяет исследовать продуктивные пласты между нагнетательной и добывающей скважинами или двумя нагнетательными, одна из которых переведена в режим излива. Одной из важных задач, которую позволяют решать трассерные технологии, здесь представляется контроль эволюции трещин, в том числе самопроизвольной природы (трещин автогидроразрыва пласта, или автоГРП) [Мальцев и др., 2012].

Развитие методов интерпретации результатов трассерных технологий сопряжено с необходимостью развития теоретических представлений, обеспечивающих описание эволюции метки трассера при ее движении в пласте с трещиной с учетом многообразия природных условий. Это приводит к необходимости решения новых задач конвективной диффузии. Отметим, что задачи такого рода традиционно представляют интерес не только применительно к нефтегазовым пластам, но и находят другие приложения в настоящее время [Goldobin, Krauzin, 2015; Гильманов и др., 2020; Estévez и др., 2022; Хабибуллин, Хасанова, 2023].

В классических работах задачи конвективной диффузии в нефтегазовых пластах рассмотрены без учета влияния массопереноса в трещине гидроразрыва. И. А. Хабибуллин и Р. З. Хасанова в своей работе [2023], наиболее близкой к тематике настоящей статьи, предприняли попытку создания математической модели конвективной диффузии в пласте с трещиной без учета конвективного массообмена трещины с пластом. Это позволило оценить вклад диффузионного массообмена при движении метки трассера трещины с окружающим коллектором и осуществить расчеты пространственно-временных зависимостей полей концентрации. Полученные результаты важны для совершенствования методов качественной интерпретации результатов исследований. Однако И. А. Хабибуллин и Р. З. Хасанова [2023] не исследовали вклад процессов конвективной диффузии [Нигматулин, 1987] и конвективного массообмена потока в трещине с окружающим коллектором. Именно этим вопросам уделено основное внимание в данной статье.

В представляемой работе описаны некоторые теоретические результаты, достигнутые авторами при исследовании взаимосвязи между микро- и макромоделами конвективно-диффузионных процессов при движении метки трассера в пласте с трещиной с учетом представлений о химическом равновесии в коллекторах [Mikhaylov и др., 2013; Филиппов, 2016].

Методы

1. Основные уравнения

При записи уравнений неразрывности, выражающих закон сохранения массы фильтрующейся жидкости и вещества скелета, при отсутствии трассера в растворе полагаем, что в пористой среде выполнены условия термического и химического равновесия. Это означает, что температура и химический потенциал одинаковы во всех пространственных точках системы. При этом вклад переноса тепла и процессов диффузии не оказывает существенного влияния на величину отклонения системы от состояния механического равновесия. Выполнение этих условий, общепринятое в подземной гидродинамике, существенно упрощает математическое описание процессов фильтрации несущей фазы.

В таких предположениях уравнение неразрывности фильтрующейся жидкости (несущей фазы в отсутствие растворенного трассера) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_l) + \nabla \vec{j} = 0, \quad (1.1)$$

где ρ_l — плотность жидкости, m — пористость. Вектор плотности конвективного потока массы фильтрующейся жидкости представляется как

$$\vec{j} = \rho_l \vec{v}, \quad (1.2)$$

где \vec{v} — вектор скорости фильтрации жидкости в пористой среде.

Уравнение для скелета пористой среды при отсутствии в нем трассера строится на предположении, что поток вещества скелета равен нулю. Это предположение означает, что уравнение строится для неподвижной в целом пористой среды. При этом пренебрегается деформационными смещениями, возникающими из-за наличия депрессии, а также диффузионными потоками вещества скелета. В таких предположениях уравнение неразрывности для скелета в отсутствие молекул трассера представляется как

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1 - m)\rho_c] = 0, \quad (1.3)$$

где ρ_c — плотность вещества, представляющего скелет.

При фильтрации несущей фазы с растворенным в ней трассером необходимо учитывать отсутствие полного химического равновесия в системе. Это означает, что необходимо учитывать диффузию вещества трассера в несущей фазе и скелете пористой среды. Величина диффузионного потока трассера в несущей фазе определяется градиентом химического потенциала μ_w и представляется как $\vec{j}_{dw} = -mD_{\mu w}\nabla\mu_w$.

При учете полного конвективного потока массы в пористой среде следует учитывать, что плотность переносимого вещества определяется суммой плотностей несущей фазы ρ и трассера ρ_s , а скорости фильтрации растворенного трассера и несущей фазы совпадают. Это следует из того, что трассер не представляет отдельную фазу, а является только растворенным в ней компонентом. Полный поток вещества несущей фазы с растворенным в ней трассером представляется суммой диффузионного и конвективного потока. Вектор плотности потока массы трассера в фильтрующейся жидкости имеет вид

$$\vec{j}_\Sigma = -mD_{\mu_w}\nabla\mu_w + (\rho_l + \rho_s)\vec{v}, \quad (1.4)$$

где первое слагаемое отвечает за диффузионный поток растворенного вещества в жидкости, текущей в пласте, а второе — описывает конвективный перенос подвижной фазы с растворенным в ней трассером.

При записи закона сохранения массы в виде уравнения неразрывности принято учитывать массообменные процессы между скелетом и несущей фазой, имеющие особое значение в микромасштабах на уровне размеров диаметра пор. Это осуществляется путем использования некоторой функции источников $g(\mu_s, \mu_w)$, зависящей от химических потенциалов вещества трассера в жидкости μ_w и скелете μ_s . По смыслу эта функция представляет массу трассера, проникающего через поверхность контакта скелета и флюида в единице объема пористой среды за единицу времени.

В создаваемых математических моделях трассерных технологий исследования скважин и пластов также возникает необходимость учета возможных химических превращений растворенного вещества. Это также осуществляется путем введения в уравнение дополнительной функции источников, которая в довольно общем случае представляется линейной зависимостью относительно концентрации растворенного трассера ρ_w и пористости m : $-\alpha m \rho_w$.

Для фильтрующейся жидкости уравнение неразрывности в таких предположениях принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} m(\rho_l + \rho_w) + \nabla \vec{j}_\Sigma = -g(\mu_s, \mu_w) - \alpha m \rho_w, \quad (1.5)$$

где ρ_w — плотность (концентрация) трассера в жидкости, α — постоянная химической реакции.

Аналогичное уравнение для скелета пористой среды, содержащей оседающий трассер, предполагает учет диффузионного потока вещества $\vec{j}_s = -D_s \nabla[(1 - m)\mu_s]$, где μ_s , D_s — соответственно химический потенциал и коэффициент диффузии вещества трассера в скелете, m — пористость скелета.

Массообменные процессы скелета с несущей фазой описываются той же функцией $g(\mu_s, \mu_w)$, что и в (5), однако в соответствующее уравнение неразрывности ее следует включить с противоположным знаком. Противоположный знак означает, что потеря вещества трассера несущей фазой за счет осаждения соответствует приходу его на скелет. При этом потери трассера при переходе отсутствуют.

Если химические превращения трассера в скелете совпадают с аналогичными реакциями в несущей фазе, то выражение для соответствующей функции источников представляется

как $\alpha \rho_s (1 - m)$. Если же реакции другие, то в выражении для источников вместо α необходимо использовать другое значение для константы реакции, например α_s .

При записи уравнения неразрывности для вещества скелета учтем, что его суммарная плотность равна $\rho_c + \rho_s$.

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - m)(\rho_c + \rho_s)] + \nabla \vec{j}_s = g(\mu_s, \mu_w) - \alpha(1 - m)\rho_s. \quad (1.6)$$

Уравнения (1.1), (1.3), (1.5) и (1.6) представляют полную систему для описания явлений массопереноса с учетом трассера. В практическом отношении для построения математических моделей такая система слишком сложна. Упрощение описания достигается путем вычитания из уравнения (1.5) уравнения (1.1). Это позволяет представить уравнение неразрывности вещества трассера в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} (m\rho_w) + \nabla \vec{j}_w = -g(\mu_s, \mu_w) - \alpha m\rho_w, \quad (1.7)$$

где ρ_w, D_w — соответственно плотность и коэффициент диффузии трассера в жидкости, а вектор плотности потока массы трассера в фильтрующей жидкости имеет вид

$$\vec{j}_w = -D_{\mu w} \nabla (m\mu_w) + \rho_w \vec{v}, \quad (1.8)$$

где первое слагаемое отвечает за диффузионный поток вещества в несущей фазе пористой среды.

Аналогичное вычитание уравнения (1.3) из уравнения (1.6) позволяет представить уравнения неразрывности вещества трассера в скелете как

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - m)\rho_s] + \nabla \vec{j}_s = g(\mu_s, \mu_w) - \alpha(1 - m)\rho_s, \quad (1.9)$$

где $\vec{j}_s = -D_{\mu s} \nabla [(1 - m)\mu_s]$ — диффузионный поток вещества в скелете, $\mu_s, D_{\mu s}$ — соответственно химический потенциал и коэффициент диффузии вещества трассера в скелете.

Представление уравнений неразрывности для вещества трассера в таком виде позволяет упростить создание математической модели путем разделения на первоначальное построение полей давления и скорости с помощью уравнений (1.1) и (1.3) и последующее нахождение полей концентрации с помощью (1.7)–(1.9), где \vec{v} представляется известной функцией. Этот прием использован в предположении, что вещество трассера существенно не изменяет фильтрационных свойств несущей фазы, что оправдано для большинства используемых на практике трассеров.

Записанные уравнения представляют некоторую микромодель процессов в пористой среде, причем каждое из уравнений описывает процессы в отдельной области пространства. Проблема заключается в том, что микроструктура этих областей имеет чрезвычайно сложную геометрию. Площадь контакта фаз в реальных пористых средах, содержащих нефть и газ, очень велика, размеры связанных пор малы, а их структура является хаотической. Физические поля, описывающие процессы в таких средах, обладают большой пространственной неоднородностью. Например, поле скорости сильно

меняется по сечению пор, а в соседних точках, представляющих скелет, вектор скорости равен нулю.

Отмеченные особенности приводят к тому, что построение микрополей возможно только для идеальных пористых сред, например среды, представленной пучком цилиндрических линейных капилляров. В общем случае восстановление структуры микрополей представляется трудновыполнимой задачей. Отметим, однако, что микроструктурное описание полей является часто избыточным для практических целей, поскольку отсутствует прямая возможность их измерения. На практике осуществляется измерение некоторых усредненных величин. Примером является скорость фильтрации, которая представляет усредненную по площади притока величину без учета просветности сечения.

Отмеченная проблема решается путем усреднения микроскопических уравнений [Нигматулин, 1987]. Усреднение может осуществляться различными способами, выбор которых часто определяется поставленной задачей и требованиями детальности описания. Здесь использована простейшая модель построения усредненных уравнений для описания процессов конвективной диффузии при движении метки трассера. Первый шаг такого усреднения уже осуществлен выше. Он заключается в использовании в уравнениях средней пористости m , которая по своей природе является случайной.

Следующим шагом усреднения является сложение уравнений для трассера в несущей жидкости и скелете. Возможность такого сложения неявно предполагает, что поля в суммарном уравнении определены в каждой точке физически малого объема пористой среды. Строго говоря, при этом кусочно определенные функции микроописания заменяются некоторыми непрерывными полями. Учет последствий использования такого предположения осуществлен ниже без детального обсуждения.

Складывая уравнения (1.7) и (1.9), получим усредненное уравнение неразрывности для вещества трассера:

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - m)\rho_s + m\rho_w] + \nabla(\rho_w \vec{v}) - \nabla \vec{j}_d = -\alpha[(1 - m)\rho_s + m\rho_w], \quad (1.10)$$

где суммарная плотность диффузионного потока трассера в пористой среде представляется как $\vec{j}_d = \vec{j}_s + \vec{j}_{wd} = -D_s(1 - m)\nabla\rho_s - D_w m \nabla\rho_w$. Доступной для измерения в этом уравнении является концентрация трассера в несущей фазе ρ_w , поэтому для построения математической модели следует определить зависимость плотности трассера в скелете ρ_s от ρ_w .

Химическое равновесие между скелетом и фильтрующейся жидкостью достигается при значениях диффузионного числа Фурье порядка единицы $(DT/h^2) \sim 1$. Характерная толщина жидкого или твердого слоя в скелете песчаника с развитой пористостью оценивается как $h \sim 10^{-5}$ м. При характерных значениях коэффициента диффузии $D \sim 10^{-9}$ м²/с характерное время выравнивания концентрации между скелетом и жидкостью оценивается как $T = (h^2/D) \sim 0,1$ с. Поскольку время перемещения метки в каждой точке пористой среды значительно больше полученных значений, то хорошим приближением, обеспечивающим получение удовлетворительных результатов, является предположение о химическом равновесии между скелетом и насыщающей жидкостью.

По этой причине ограничимся рассмотрением зависимости в виде функционального уравнения

$$\rho_s = \rho_s(\rho_w), \quad (1.11)$$

следующего из равенства химических потенциалов вещества трассера в скелете и насыщающей жидкости, хотя в общем случае такая зависимость представляется в виде дифференциальных уравнений. Более того, проиллюстрируем построение математической модели для случая, когда разложение (1.11) в ряд Маклорена содержит только первое слагаемое: $\rho_s = (\partial \rho_s / \partial \rho_w)(0) \rho_w$.

Это позволяет представить уравнение конвективной диффузии как

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\left((1-m) \frac{\partial \rho_s}{\partial \rho_w} + m \right) \rho_w \right] + \nabla(\rho_w \vec{v}) - \nabla \vec{J}_d = \\ = -\alpha[(1-m)\rho_s + m\rho_w], \end{aligned} \quad (1.12)$$

где $\vec{J}_d = \vec{J}_s + \vec{J}_{wd} = - \left(D_s(1-m) \frac{\partial \rho_s}{\partial \rho_w} + D_w m \right) \nabla \rho_w$.

Отсюда следует выражение для эффективного коэффициента диффузии:

$$D_d = D_s(1-m) \frac{\partial \rho_s}{\partial \rho_w} + D_w m. \quad (1.13)$$

Такой результат усреднения часто используется на практике. Однако он содержит существенный недостаток, требующий более детального усреднения микроскопических уравнений с учетом извилистости пор. Такое усреднение является весьма сложным в математическом представлении. Здесь ограничимся только изложением основных результатов такого усреднения.

Извилистость пор способствует возникновению встречных основному потоку течений, что сходно хаотическому движению молекул, инициирующему молекулярную диффузию D_d . Априори наличие встречных течений должно приводить к генерации дополнительного потока трассера (соответствующий процесс называется конвективной диффузией). Показано, что коэффициент конвективной диффузии D_{cv} является аддитивным к молекулярному D_d , а результирующий коэффициент представляется как $D = D_{cv} + D_d$.

С учетом этой поправки представленные здесь уравнения позволяют с достаточной для практических целей точностью описывать пространственно-временные зависимости полей концентрации трассера в пористой среде и трещинах гидроразрыва.

Итак, при построении математической модели эволюции метки трассера следует разделять микромоделю процессов и макроскопические модели, а также учитывать сложную взаимосвязь между ними. При этом для интерпретации результатов измерений пригодны только макроскопические модели, а микроскопические поля важны для уточнения макромоделей.

Будем считать, что зависимость концентрации примеси в пропанте, заполняющем трещину, от концентрации ее в жидкости линейна: $(\partial \rho_s / \partial \rho_w)(0) = K = \text{const}$ (изокумулянта Генри), что является хорошим приближением при сравнительно небольших концентрациях трассера $\rho_s = K\rho_w$. Здесь K — коэффициент распределения вещества трассера между носителем и скелетом (коэффициент Генри).

Далее полагаем, что носитель трассера является слабосжимаемым. В этом случае скорость несущей фазы с высокой точностью удовлетворяет уравнению $\nabla \vec{v} = 0$, а второе слагаемое в уравнении (1.12) представляется как $\nabla(\rho_w \vec{v}) = \vec{v} \nabla \rho_w$. С учетом этих предположений запишем уравнение (1.12) для плотности трассера в конвективной форме в жидкой фазе (воде) как

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \frac{\vec{v}}{(1-m)K+m} \nabla \rho_w - D \Delta \rho_w = -\alpha \rho_w. \quad (1.14)$$

Из (1.14) следует, что в уравнении, описывающем миграцию трассера, необходимо учитывать конвективный перенос трассера, осложненный наличием пористости в скелете пропанта и протекающими массообменными процессами между флюидом и пропантом/скелетом.

Уравнение (1.14) позволяет определить скорость конвективного переноса трассера \vec{u} в пористой среде (по аналогии со скоростью конвективного переноса тепла):

$$\vec{u} = \frac{\vec{v}}{(1-m)K+m}. \quad (1.15)$$

Из полученного выражения следует, что в трещине, не содержащей пропант ($m = 1$), скорость конвективного переноса примеси совпадает со скоростью течения растворителя ($\vec{u} = \vec{w}$). В среде, которая содержит неадсорбирующий скелет ($K = 0$), скорость конвективного переноса примеси совпадает с истинной скоростью движения несущей фазы ($\vec{u} = \vec{v}/m$).

В задачах о полях концентраций растворенных веществ при закачке раствора трассера в трещину гидроразрыва необходимо условие на входе. В качестве такого можно использовать заданную концентрацию $\rho_w|_{x=0} = \rho_0(t)$, которая определяется на основе дополнительной информации или непосредственных экспериментальных измерений.

Полная плотность трассера в пористой среде складывается из плотности в жидкой фазе и плотности в скелете с учетом объемного содержания каждой из них. Если известна константа K , определяющая соотношение плотностей веществ в скелете и фильтрующемся растворе, то для полной плотности вещества трассера в пористой среде имеет место выражение $\rho = ((1-m)K+m)\rho_w$.

Оно может быть использовано для определения уравнения, которым описывается полная плотность. Для этого достаточно умножить уравнение для жидкой фазы на постоянную величину $((1-m)K+m)$ и ввести обозначение для полной плотности. В результате получим уравнение

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\vec{v}}{(1-m)K+m} \nabla \rho - D \Delta \rho = -\alpha \rho, \quad (1.16)$$

по виду совпадающее с уравнением для плотности в подвижной фазе.

Различие тем не менее имеет место при задании граничного условия на входе. Действительно, умножая условие на входе для жидкой фазы на $((1 - m)K + m)$, получим условие для полной плотности в виде $\rho|_{x=0} = ((1 - m)K + m)\rho_0$. Это означает, что для определения поля плотности ρ необходима дополнительная информация о пористости m и константе равновесия K . Таким образом, суммарная плотность трассера существенно зависит от адсорбционных свойств среды.

В анизотропной по диффузионным свойствам среде, точнее ортотропной, выражение для диффузионного потока представляется в тензорном виде. Тогда выражение для диффузионного потока трассера в щели гидроразрыва и коллекторе можно записать как

$$\vec{j}_d = -D_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \vec{e}_x - D_y \frac{\partial \rho}{\partial y} \vec{e}_y, \quad (1.17)$$

где D_x, D_y — диагональные компоненты тензора диффузии.

С учетом этих предположений уравнение для плотности растворенного вещества, а именно двухмерное уравнение конвективной диффузии в пористой среде, запишется как

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - D_x \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} - D_y \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{1}{(1 - m)K + m} \left(v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) = -\alpha \rho. \quad (1.18)$$

Полученные уравнения являются основными для описания полей концентрации трассера в пористом пласте и трещине гидроразрыва.

Для трещины ГРП, заполненной трассером, в условиях низкопроницаемых коллекторов можно полагать, что компоненты скорости в направлении щели намного больше поперечных. Это позволяет пренебречь конвективным слагаемым в направлении оси x , тогда уравнение конвективной диффузии трассера приобретает вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - D_x \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} - D_y \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{v}{(1 - m)K + m} \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\alpha \rho. \quad (1.19)$$

Для химически стабильного трассера $\alpha = 0$ имеем уравнение эволюции концентрации трассера

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - D_x \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} - D_y \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{v}{(1 - m)K + m} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0. \quad (1.20)$$

Полученные уравнения использованы для изучения закономерностей формирования полей концентрации трассера в закачиваемом в пласт растворе.

Очевидно, что в случае малых градиентов концентрации трассера в закачиваемой жидкости влиянием диффузионных процессов можно пренебречь. Это означает, что в центральной зоне метки, представляющей протяженную зону с постоянной концентрацией, вклад диффузионных процессов пренебрежимо мал. Основное влияние диффузионных процессов происходит на концах метки, поскольку градиенты концентрации на ее концах обращаются в бесконечность.

2. Конвективная эволюция метки трассера

Рассмотрим сначала бездиффузионную эволюцию метки трассера $D = 0$ в трещине гидроразрыва. Такое приближение хорошо выполняется при наличии утечек из трещины в коллектор. Сопутствующий конвективный перенос вещества трассера приводит к снижению градиента концентрации на поверхностях контакта трещины и коллектора. Сравнение конвективного и диффузионного потоков массы трассера при указанных выше значениях коэффициента диффузии показывает, что при наличии утечек меченой жидкости диффузионным потоком в поперечном к трещине направлении почти всегда можно пренебречь. Этот процесс описывается уравнением

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \quad 0 < x < \infty, \quad t > 0. \quad (2.1)$$

В начальный момент времени концентрация трассера в рассматриваемой области равна нулю, т. е. вещество трассера в пласте отсутствует до начала закачки меченой жидкости.

$$\rho|_{t=0} = 0, \quad 0 < x < \infty. \quad (2.2)$$

В промежутке времени $t > 0$ в скважине на входе в трещину $x = 0$ поддерживается заданная концентрация трассера.

$$\rho|_{x=0} = \rho_0(t), \quad t > 0. \quad (2.3)$$

Будем считать, что потери вещества трассера из трещины относительно невелики и их вкладом можно пренебречь ($u = \text{const}$). Такие условия реализуются в случае, когда трещина гидроразрыва соединяет нагнетательную и эксплуатационную скважину. Этот случай представляется относительно редким и крайне негативным сценарием между нагнетательной и добывающей скважинами. Его наличие диагностируется по приходу фронта обводнения или корреляции давления в виду высокой гидродинамической связи. Стоит заметить, что использование трассерной технологии в таких условиях позволяет выявить нагнетательную скважину, в которой начинается трещина, и тем самым уточнить ее пространственное расположение. Полученная информация предоставляет дополнительные возможности для повышения нефтеизвлечения и оптимизации закачки воды. Анализ литературных источников свидетельствует, что подобные ситуации наиболее распространены между нагнетательными скважинами [Мальцев и др., 2012; Бикметова и др., 2022]. Известны также случаи развития трещин такого рода в процессе закачки (трещины автоГРП).

Решение задачи в описанных условиях представляет практический интерес, поскольку на практике диагностика трещин автогидроразрыва осуществляется путем проведения промысловых трассерных исследований.

Для решения поставленной задачи используем метод характеристик. Представим уравнение (2.1) в виде полной производной $d\rho/dt = 0$. Это возможно, если коэффициент перед вторым слагаемым в (2.1) определить как $dx/dt = u$. Полученные уравнения позволяют построить два интеграла:

$$\rho(t) = C, \quad x - ut = C_1. \quad (2.4)$$

Нахождение констант C и C_1 осуществляется следующим образом. Для условия (2.3) (поскольку оно задано в точке $x = 0$) из второго интеграла получим $-ut = C_1$ или $t = -(C_1/u)$, а само условие для $\rho(x, t)$ представим как

$$\rho\left(0, -\frac{C_1}{u}\right) = \rho_0\left(-\frac{C_1}{u}\right), \quad C_1 < 0. \quad (2.5)$$

Это позволяет представить решение задачи в параметрическом виде как

$$\rho = \rho_0\left(-\frac{C_1}{u}\right), \quad x - ut = C_1 < 0. \quad (2.6)$$

Исключив параметр C_1 , получим

$$\rho = \rho_0\left(t - \frac{x}{u}\right), \quad 0 < x < ut. \quad (2.7)$$

Для условия (2.2) (поскольку оно задано в момент времени $t = 0$) из второго интеграла получим $x = C_1$, а само условие для $\rho(x, t)$ представим как $\rho(C_1, t) = 0$, $x - ut = C_1 > 0$. Из первого интеграла следует, что $\rho = 0$ для всех $x > ut$.

Полное решение задачи о конвективной эволюции метки трассера запишем как

$$\rho = \begin{cases} \rho_0\left(t - \frac{x}{u}\right), & 0 < x < ut, \\ 0, & x > ut. \end{cases} \quad (2.8)$$

Из решения (2.3) следует, что значения концентрации на входе в трещину запаздывают в точке наблюдения с координатой x на величину времени $\tau = x/u$. Это означает, что величина u представляет скорость движения метки в трещине.

Если в течение промежутка времени $0 < t < T$ концентрация на входе в трещину поддерживается постоянной и равной ρ_0 , а далее — равной нулю, то решение задачи представится как

$$\rho = \begin{cases} \rho_0, & u(t - T) < x < ut, \\ 0, & 0 < x < u(t - T), x > ut. \end{cases} \quad (2.9)$$

Это решение можно представить с помощью функции Хевисайда ($\Phi(x)$) в виде

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 \left[\Phi\left(t - \frac{x}{u}\right) \right], & 0 < t < T, \\ \rho_0 \left[\Phi\left(t - \frac{x}{u}\right) - \Phi\left(t - T - \frac{x}{u}\right) \right], & t > T. \end{cases} \quad (2.10)$$

Полученное решение в промежуток времени $0 < t < T$ соответствует этапу формирования метки трассера, а далее $t > T$ описывает движение сформированной метки в трещине.

Анализ полученного решения показывает, что конвективная эволюция соответствует движению метки со скоростью u по трещине, при этом амплитуда метки не изменяется и остается равной ρ_0 .

3. Конвективно-кондуктивные процессы при движении метки трассера в трещине гидроразрыва

В предыдущем разделе пренебрегалось диффузионными процессами при движении метки трассера в трещине гидроразрыва. Благодаря этому достигнута цель оценки вклада конвективного переноса примеси в процесс формирования поля концентрации трассера. В данном разделе, напротив, предполагается оценить вклад молекулярной и конвективной диффузии в направлении щели при отсутствии утечек. Заметим, что вклад диффузии в поперечном к трещине направлении детально исследован ранее [Хабидуллин, Хасанова, 2023].

Здесь использован метод решения задачи о конвективной диффузии трассера, позволяющий упростить исследование взаимного влияния диффузионных и конвективных процессов при движении метки трассера в трещине гидроразрыва. Для этого при решении использована комбинация из метода характеристик и метода функции Грина, основанного на использовании аппарата теории обобщенных функций.

Процессы конвективной диффузии при движении метки трассера в трещине гидроразрыва, как следует из вышеизложенного, могут быть исследованы на основе задачи Коши для уравнения Эйнштейна — Колмогорова:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0, \quad (3.1)$$

$$\rho|_{t=0} = \rho_0(x). \quad (3.2)$$

Совершим переход к описанию процессов в подвижной системе координат, движущейся со скоростью w в положительном направлении пространственной оси. Взаимосвязь новых переменных t', x' со старыми совпадает с преобразованием Галилея t, x :

$$t' = t, \quad x' = x - wt. \quad (3.3)$$

При такой замене переменных вид пространственных производных в подвижной и неподвижной системе не изменяется: $\partial \rho / \partial x = \partial \rho / \partial x'$, $\partial^2 \rho / \partial x^2 = \partial^2 \rho / \partial x'^2$. Для преобразования производной по времени следует воспользоваться понятием полной производной, которая в подвижной системе представляется как

$$\frac{d\rho}{dt'} = \frac{\partial \rho}{\partial t'} + \frac{dx'}{dt'} \frac{\partial \rho}{\partial x'} = \frac{\partial \rho}{\partial t'} - w \frac{\partial \rho}{\partial x'}. \quad (3.4)$$

Уравнение конвективной диффузии при этом преобразуется к виду

$$\frac{\partial \rho}{\partial t'} + (u - w) \frac{\partial \rho}{\partial x'} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x'^2} = 0, \quad -\infty < x' < \infty, \quad t' > 0. \quad (3.5)$$

Далее заметим, что координаты x' и x при $t' = t = 0$ совпадают: $x' = x$. Это позволяет записать начальное условие в виде

$$\rho|_{t'=0} = \rho_0(x'). \quad (3.6)$$

Для простоты полагаем, что скорость конвективного переноса трассера является постоянной. Задача конвективной диффузии в подвижной системе координат, когда u и w совпадают по величине, является чисто диффузионной:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t'} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x'^2} = 0, \quad -\infty < x' < \infty, \quad t' > 0, \quad (3.7)$$

$$\rho|_{t'=0} = \rho_0(x'). \quad (3.8)$$

Ее решение построим на основе метода функций Грина. Для этого начальное условие представим с помощью дельта-функции в виде эквивалентных источников в правой части уравнения (2.7):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t'} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x'^2} = \rho_0(x')\delta(t'), \quad -\infty < x' < \infty, \quad t' > 0. \quad (3.9)$$

В справедливости такого представления нетрудно убедиться путем лебеговского интегрирования правой части уравнения (3.9) по времени.

Далее преобразуем правую часть уравнения (3.9) к виду

$$\rho_0(x')\delta(t') = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_0(y)\delta(t')\delta(x' - y)dy.$$

Подставив всё это в правую часть уравнения, для функции Грина (G), входящей в выражение

$$\rho = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_0(y)G(x' - y, t')dy,$$

получим уравнение

$$\frac{\partial G}{\partial t'} - D \frac{\partial^2 G}{\partial x'^2} = \delta(t')\delta(x') = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \exp(i(mt' + nx'))dmdn. \quad (3.10)$$

Отметим, что входящие в уравнение (3.10) дельта-функции выражены через интеграл Фурье. Нетрудно убедиться, что действие оператора $\hat{L} = \partial/\partial t' - D(\partial^2/\partial x'^2)$ на правую часть уравнения (3.10) сводится к умножению подынтегрального выражения на $im + Dn^2$. Это позволяет восстановить искомое выражение для функции Грина действием обратного оператора, которое состоит в умножении подынтегрального выражения на $(im + Dn^2)^{-1}$:

$$G = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i(mt' + nx'))}{im + Dn^2} dmdn. \quad (3.11)$$

Подынтегральное выражение в (3.11) содержит одну особую точку: $m = iDn^2$. С помощью теории вычетов получим выражение для интеграла

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i(mt' + nx'))}{im + Dn^2} dm = \begin{cases} 2\pi \exp(-Dn^2 t' + inx'), & t' > 0, \\ 0, & t' < 0. \end{cases} \quad (3.12)$$

Следующий интеграл сводится к интегралу ошибок, а его окончательное выражение имеет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-Dn^2 t' + inx') dn = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{Dt'}} \exp\left(-\frac{x'^2}{4Dt'}\right). \quad (3.13)$$

С помощью этих интегралов выражение для функции Грина запишем как

$$G = \frac{1}{2\sqrt{\pi Dt'}} \exp\left(-\frac{x'^2}{4Dt'}\right), \quad (3.14)$$

а искомое решение представим в виде

$$\rho = \frac{1}{2\sqrt{\pi Dt'}} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_0(y) \exp\left(-\frac{(x' - y)^2}{4Dt'}\right) dy. \quad (3.15)$$

Используя полученное решение, можно легко показать, что общая масса вещества трассера не изменяется при движении метки за счет диффузии в направлении трещины. Для этого вычислим общую массу трассера путем интегрирования по длине трещины в любой момент времени:

$$\begin{aligned} M &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x') dx' = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi Dt'}} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_0(y) dy \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(x' - y)^2}{4Dt'}\right) dx' = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho_0(y) dy. \end{aligned} \quad (3.16)$$

В результате убеждаемся, что в любой момент времени найденное значение массы трассера равно массе в метке в начальный момент времени. Здесь учтено, что

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi Dt}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(x' - y)^2}{4Dt}\right) dx' = 1.$$

Для метки трассера с постоянной начальной плотностью ρ_0 в интервале $-(L/2) < x' < L/2$ получим выражение для плотности трассера в виде

$$\begin{aligned} \rho(x', t') &= \frac{\rho_0}{2} \left(\operatorname{erf}\left(\frac{\frac{L}{2} - x'}{2\sqrt{Dt'}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{-\frac{L}{2} - x'}{2\sqrt{Dt'}}\right) \right) = \\ &= \frac{\rho_0}{2} \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{-\frac{L}{2} - x'}{2\sqrt{Dt'}}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{\frac{L}{2} - x'}{2\sqrt{Dt'}}\right) \right). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Итак, в подвижной системе координат, когда ее скорость совпадает со скоростью конвективного переноса примеси (а не скорости движения жидкости), процесс эволюции метки трассера является диффузионным. Диффузионная эволюция метки, по сути, накладывается на конвективную эволюцию, закономерности которой полностью определяются в неподвижной системе координат без учета диффузии.

Выражение (3.17) позволяет восстановить с использованием замены (3.3) решение задачи Коши для уравнения Эйнштейна — Колмогорова и представить его как

$$\begin{aligned} \rho(x', t') &= \frac{\rho_0}{2} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{\frac{L}{2} - x + ut}{2\sqrt{Dt}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{-\frac{L}{2} - x + ut}{2\sqrt{Dt}} \right) \right) = \\ &= \frac{\rho_0}{2} \left(\operatorname{erfc} \left(\frac{ut - \frac{L}{2} - x}{2\sqrt{Dt'}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{ut + \frac{L}{2} - x}{2\sqrt{Dt'}} \right) \right). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Результаты и обсуждение

Полученные зависимости открывают широкие возможности для вычислительных экспериментов, которые позволяют более глубоко понять основные закономерности эволюции метки трассера в пластах и трещинах гидроразрыва. Ниже обсуждаются только некоторые из них применительно к исследованию трещин гидроразрыва.

На рис. 1 представлены зависимости скорости движения метки трассера в трещине гидроразрыва от аккумулирующей способности пропанта, т. е. константы Генри (K), при различных значениях пористости. Из анализа кривых (рис. 1) следует, что при увеличении аккумулирующей способности вещества пропанта скорость движения метки (при той же скорости фильтрации) уменьшается. Диапазон изменения скорости возрастает с уменьшением пористости. В трещине, не заполненной пропантом, скорость движения метки совпадает с истинной скоростью течения жидкости в трещине.

Таким образом, осаждение вещества на скелет пористой среды приводит к замедлению движения метки. Это объясняется тем, что на переднем фронте метки происходит перемещение вещества трассера на скелет, а на заднем фронте — вымывание вещества трассера из скелета. Поскольку скелет является неподвижным, то осажденная на скелет часть вещества трассера также остается неподвижной, что и приводит к замедлению скорости движения метки.

Более глубокий анализ развитой теории показывает, что постулируемое условие химического равновесия трассера между скелетом и текучей фазой соответствует полному вымыванию вещества трассера со скелета при прохождении заднего фронта. Это является хорошим приближением для практических расчетов в случае, когда в качестве трассеров используются слабоосаждаемые вещества. Если же осаждение играет более заметную роль и даже приводит к появлению хвоста метки, то использование изокумулянты Генри для практических расчетов недостаточно. Это означает необходимость использования

более высоких степеней разложений Тейлора в выражении (1.11) или учета гистерезисных процессов, что требует более сложных уравнений равновесия.

Таким образом, осаждение трассера на скелет в рамках модели изокумулянты Генри не приводит к изменению концентрации в самой метке. Значение концентрации трассера в интервале метки не зависит от величины коэффициента Генри. Кривые, приведенные на рис. 1, свидетельствуют, что изменение значений этого коэффициента вызывает только изменение скорости движения метки в трещине: при увеличении коэффициента Генри скорость метки убывает. Физическая сущность этого явления заключается в том, что на переднем фронте происходит осаждение вещества трассера на скелет (пропант), а на заднем — обратный процесс, т. е. вымывание. С увеличением коэффициента Генри количество осажденного вещества увеличивается. Это является причиной уменьшения скорости движения метки трассера.

Более глубокие исследования и вычислительные эксперименты показывают, что утечки трассерной жидкости из трещины в пласт также не изменяют значения концентрации трассера в метке, а наличие утечек приводит только к изменению длины метки.

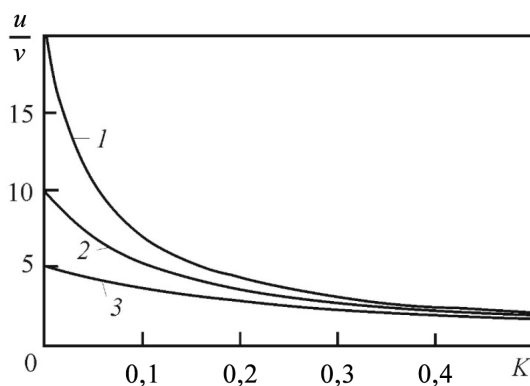


Рис. 1. Зависимость относительной скорости метки в пористой среде от константы Генри при различных значениях пористости: 1 — $m = 0,05$; 2 — $m = 0,1$; 3 — $m = 0,2$

Fig. 1. Dependence of the relative speed of the mark in a porous medium on the Henry constant at different porosity values: 1 — $m = 0.05$; 2 — $m = 0.1$; 3 — $m = 0.2$

На рис. 2 представлены пространственные распределения относительной концентрации вещества трассера от безразмерной волновой координаты ξ в различные моменты времени. Использование относительной волновой координаты $\xi = (x - ut)/L$ означает, что наблюдатель, по сути, движется вместе с меткой с ее скоростью u , а распределения на рис. 2 соответствуют различным положениям центра метки ($x_c = ut$) по длине трещины гидроразрыва.

Рис. 2 иллюстрирует вклад диффузионных процессов в эволюцию поля концентрации метки при ее движении в трещине гидроразрыва. В качестве параметра для кривых на рис. 2 использовано безразмерное время $\tau = Dt/L^2$. Использование безразмерных

переменных и волновой координаты позволяет обеспечить формирование довольно общих представлений об изменении формы прямоугольной в исходном состоянии метки в процессе ее движения. Из анализа кривых на рис. 2 следует, что диффузионные процессы обеспечивают «растекание» метки и уменьшение ее амплитуды в процессе движения. При этом общее количество вещества трассера за счет диффузии не изменяется.

Результаты расчетов свидетельствуют о том, что при значениях безразмерного времени $\tau < 0,001$, что соответствует характерному времени движения, оцениваемому выражением $T = (0,001 L^2)/D$, вкладом диффузии можно пренебречь. Из полученного выражения следует, что величина характерного времени зависит от длины метки. Для метки длиной 10 м это время составляет $T = 10^8$ с, если считать, что диффузия является чисто микроскопической молекулярной. Для конвективной диффузии $D \sim 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$ это время составляет $T = 10^2$ с, что свидетельствует о необходимости и важности ее учета при исследовании эволюции метки трассера.

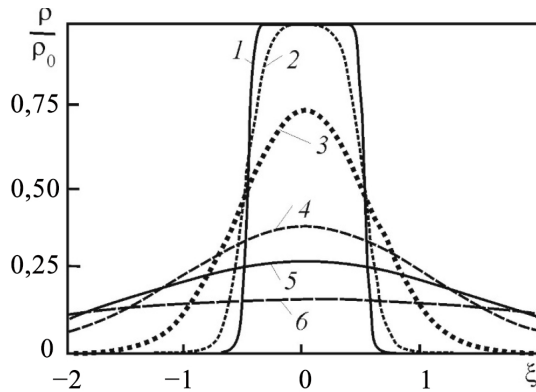


Рис. 2. Зависимость относительной концентрации вещества трассера от безразмерной волновой координаты ξ в различные моменты безразмерного времени τ : 1 — 0,001; 2 — 0,01; 3 — 0,1; 4 — 0,5; 5 — 1; 6 — 3

Fig. 2. Dependence of the relative concentration of the tracer substance on the dimensionless wave coordinate ξ at various moments of dimensionless time τ : 1 — 0.001; 2 — 0.01; 3 — 0.1; 4 — 0.5; 5 — 1; 6 — 3

Заключение

Отметим, что результаты, представленные в статье, получены на основе законов сохранения. Предположения, которые использованы для построения аналитических решений, четко сформулированы и не вызывают возражений. Решения задач найдены на основе хорошо обоснованных методов и легко контролируются прямой подстановкой, что гарантирует их математическую достоверность. Результаты численных расчетов также легко контролируемы. Традиционно модели такого рода служат основой для верификации численных моделей, а сопоставление с результатами натуральных и промышленных экспериментов позволяет уточнить природу процессов и обеспечить достоверность результатов интерпретации.

Итак, развитая теория позволяет сформировать основные представления о вкладе различных процессов в эволюцию метки трассера и рассчитать поля концентрации трассера в трещине гидроразрыва и пористой среде. Модели такого рода представляют новые возможности для развития технологии и методов интерпретации трассерных исследований на месторождениях нефти и газа.

Условные обозначения

D — полный коэффициент молекулярной и конвективной диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$; D_d — эффективный коэффициент молекулярной диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$; D_{cv} — коэффициент конвективной диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$; $D_{\mu w}$, $D_{\mu s}$ — коэффициенты диффузии вещества трассера в несущей жидкости и скелете относительно химического потенциала; G — функция Грина; i — мнимая единица; \vec{j} — вектор плотности потока массы, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$; $\vec{j}_s = -D_{\mu s} \nabla[(1 - m)\mu_s]$ — вектор плотности диффузионного потока вещества трассера в скелете, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$; $\vec{j}_w = -D_{\mu w} \nabla(m\mu_w) + \rho_w \vec{v}$ — вектор плотности суммарного конвективного и диффузионного потоков вещества трассера в текущей жидкости, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$; L — длина метки, м ; m — пористость; T — время закачки трассера в пласт, с ; t — время, с ; $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ — вектор скорости фильтрации, $\text{м}/\text{с}$; w — скорость движения системы отсчета, $\text{м}/\text{с}$; x, y — пространственные координаты, м ; x_c — координата центра метки, м ; α — постоянная химической реакции, с^{-1} ; $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака; μ_w, μ_s — химический потенциал трассера в несущей жидкости и скелете соответственно, Дж ; $\xi = (x - ut)/L$ — относительная волновая координата; ρ_w — плотность (концентрация) трассера в жидкости, $\text{кг}/\text{м}^3$; α — постоянная химической реакции, с^{-1} ; ρ_l — плотность фазы, несущей трассер, $\text{кг}/\text{м}^3$; ρ_c — плотность вещества скелета, $\text{кг}/\text{м}^3$; $\tau = Dt/L^2$ — безразмерное время; $\Phi(x)$ — функция единичного скачка Хевисайда.

Нижние индексы: d — диффузионный; l, w — несущая жидкость (вода); s, s — скелет; cv — конвективный; μ — отнесенный к химическому потенциалу; Σ — суммарная величина; 0 — начальное значение.

Обозначения математических символов общеприняты.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Бикметова А. Р., Асалхузина Г. Ф., Давлетбаев А. Я., Штинов В. А., Макеев Г. А., Мирошниченко В. П., Щутский Г. А., Сергейчев А. В. 2022. Оценка параметров трещин в горизонтальных скважинах с многостадийным гидроразрывом пласта путем настройки гидродинамической модели на результаты трассерных исследований // Нефтяное хозяйство. № 11. С. 118–121. <https://doi.org/10.24887/0028-2448-2022-11-118-121>
- Гильманов А. Я., Фёдоров К. М., Шевелёв А. П. 2020. Интегральная модель парогравитационного дренажа // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. № 6. С. 74–84. <https://doi.org/10.31857/S0568528120060055>
- Мальцев В. В., Асмандияров Р. Н., Байков В. А., Усманов Т. С., Давлетбаев А. Я. 2012. Исследование развития трещин автоГРП на опытном участке Приобского месторождения с линейной системой разработки // Нефтяное хозяйство. № 5. С. 70–73.

- Нигматулин Р. И. 1987. Динамика многофазных сред: в 2 ч. М.: Наука. Часть 1, 2.
- Филиппов А. И. 2016. Основы теории переноса радиоактивных растворов в пористой среде. Стерлитамак: Стерлитамакский филиал БашГУ. 219 с.
- Хабибуллин И. Л., Хасанова Р. З. 2023. Моделирование течения индикаторной жидкости в пласте с трещиной гидроразрыва // Инженерно-физический журнал. Том 96. № 6. С. 1520–1526.
- Estévez E. A. P., Mesa R. F., Pavlyukevich N. V. 2022. Nonstationary diffusion in hydrolytic degradation of a porous polymeric matrix // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. Vol. 95. No. 6. Pp. 1615–1623. <https://doi.org/10.1007/s10891-022-02630-8>
- Goldobin D. S., Krauzin P. V. 2015. Formation of bubbly horizon in liquid-saturated porous medium by surface temperature oscillation // Physical Review E. Vol. 92. No. 6. Article 063032. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.063032>
- Mikhaylov P. N., Filippov A. I., Mikhaylov A. P. 2013. Filtration of radioactive solutions in jointy layers // Mass Transfer — Advances in Sustainable Energy and Environment Oriented Numerical Modeling / H. Nakajima (ed.). Rijeka: IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/56042>

References

- Bikmetova, A. R., Asalkhuzina, G. F., Davletbaev, A. Ya., Shtinov, V. A., Makeev, G. A., Miroshnichenko, V. P., Schutsky, G. A., & Sergeichev, A. V. (2022). Estimating parameters in the horizontal wells with multistage fracturing using reservoir modeling and tracer analysis. *Oil Industry*, (11), 118–121. <https://doi.org/10.24887/0028-2448-2022-11-118-121> [In Russian]
- Gilmanov, A. Ya., Fedorov, K. M., & Shevelev, A. P. (2020). Integral model of steam-assisted gravity drainage. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza*, (6), 74–84. <https://doi.org/10.31857/S0568528120060055> [In Russian] (English version: *Fluid Dynamics*, 55(6), 793–803. <https://doi.org/10.1134/S0015462820060051>)
- Maltsev, V. V., Asmandiyarov, R. N., Baikov, V. A., Usmanov, T. S., & Davletbaev, A. Ya. (2012). Testing of auto hydraulic-fracturing growth of the linear oilfield development system of Priobskoye oil field. *Oil Industry*, (5), 70–73. [In Russian]
- Nigmatulin, R. I. (1987). *Dynamics of Multiphase Systems* (Vol. 1, 2). Nauka. [In Russian]
- Filippov, A. I. (2016). *Fundamentals of the Theory of Transfer of Radioactive Solutions in a Porous Medium*. Sterlitamak Branch of Ufa University of Science and Technology. [In Russian]
- Khajibullin, I. L., & Khasanova, R. Z. (2023). Simulation of the indicator liquid flow in a formation with hydraulic fracturing. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 96(6), 1520–1526. [In Russian]
- Estévez, E. A. P., Mesa, R. F., & Pavlyukevich, N. V. (2022). Nonstationary diffusion in hydrolytic degradation of a porous polymeric matrix. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 95(6), 1615–1623. <https://doi.org/10.1007/s10891-022-02630-8>
- Goldobin, D. S., & Krauzin, P. V. (2015). Formation of bubbly horizon in liquid-saturated porous medium by surface temperature oscillation. *Physical Review E*, 92(6), Article 063032. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.063032>
- Mikhaylov, P. N., Filippov, A. I., & Mikhaylov, A. P. (2013). Filtration of radioactive solutions in jointy layers. In H. Nakajima (Ed.), *Mass Transfer — Advances in Sustainable Energy and Environment Oriented Numerical Modeling*. IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/56042>

Информация об авторах

Александр Иванович Филиппов, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Стерлитамакский филиал Уфимского университета науки и технологий, Стерлитамак, Россия

filippovai1949@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0964-9805>

Альфред Ядгарович Давлетбаев, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной физики, Физико-технический институт, Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Россия

davletbaevay@rambler.ru

Рафаэль Радикович Гареев, соискатель ученой степени кандидата технических наук, Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Россия

garrafrad@mail.ru

Information about the authors

Alexander I. Filippov, Dr. Sci. (Tech.), Professor, Chief Researcher, Sterlitamak Branch of Ufa University of Science and Technology, Sterlitamak, Russia

filippovai1949@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0964-9805>

Alfred Ya. Davletbaev, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Applied Physics, Institute of Physics and Technology, Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

davletbaevay@rambler.ru

Rafael R. Gareev, Cand. Sci. (Tech.) Degree Seeking Applicant, Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

garrafrad@mail.ru

Численное исследование механической устойчивости течения в условиях естественной конвекции

Павел Иванович Томчик[✉], Павел Тихонович Зубков,
Анатолий Александрович Кислицын

Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
Контакт для переписки: p.i.tomchik@utmn.ru[✉]

Аннотация. Изучение устойчивости естественной конвекции актуально во многих областях современной науки: астрофизике, метеорологии, теплофизике, ядерной энергетике, машинном обучении и др. Одним из направлений исследований в данной области является численное моделирование конвекции в моменты изменений режима течения жидкости или газа. В статье выполнено детальное моделирование одно- и двухвихревых режимов течения несжимаемой жидкости в квадратной области с разбиением расчетной сеткой с четным и нечетным числом узлов. Промоделированы переходы между этими режимами течения при внесении возмущения в определенные узлы сетки. В начальный момент времени жидкость находится в состоянии покоя. С течением времени в процессе передачи тепла от горячей стороны квадратной области начинается естественная конвекция жидкости, при определенных условиях принимающая форму одного или нескольких вихрей ламинарного течения. В ходе исследования с точки зрения механической устойчивости наблюдался эффект перехода от двухвихревого к одновихревому течению при внесении в начальный момент времени источника возмущения в виде кратного повышения температуры. В работе использована математическая модель естественной конвекции в приближении Буссинеска. Расчеты выполнялись до выхода на стационарный режим течения. Результаты моделирования, полученные для расчетных сеток 20×20 и 21×21 контрольных объемов представлены на графиках в виде полей давления и температуры, проекций скорости на оси координат, а также в виде изображений линий тока.

Ключевые слова: естественная конвекция, численные методы, алгоритм SIMPLER, математическая модель, приближение Буссинеска, механическая устойчивость

Цитирование: Томчик П. И., Зубков П. Т., Кислицын А. А. 2024. Численное исследование механической устойчивости течения в условиях естественной конвекции // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 3 (39). С. 71–87. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-71-87>

Поступила 09.09.2024; одобрена 21.09.2024; принята 02.10.2024

Numerical study of the mechanical stability of the flow under the conditions of natural convection

Pavel I. Tomchik[✉], Pavel T. Zubkov[†], Anatoliy A. Kislitsin

University of Tyumen, Tyumen, Russia
Corresponding author: p.i.tomchik@utmn.ru[✉]

Abstract. Studying the stability of natural convection remains relevant in many areas of modern science: astrophysics, meteorology, thermal physics, nuclear power engineering, and machine learning, among others. One of such research areas is numerical modeling of convection during the changes in the flow regime of a liquid or gas. The article presents a detailed modeling of single- and double-vortex flow regimes of an incompressible fluid in a square region divided by a computational grid with an even and odd number of nodes. Transitions between these flow regimes are modeled when a disturbance is introduced into certain grid nodes. At start, the fluid is at rest; over time, during the heat transfer from the hot side of the square region, natural convection of the fluid begins, which forms under of one or more vortices of a laminar flow under certain conditions. The study has shown that as for the mechanical stability, the effect of the transition from a double-vortex to a single-vortex flow was observed when a disturbance source in the form of a multiple increase in temperature was introduced at the start. The authors have used a mathematical model of natural convection in the Boussinesq approximation; the calculations were performed until a steady-state flow regime was reached. The modeling results obtained for computational grids 20×20 and 21×21 control volumes are presented on graphs as pressure and temperature fields, velocity projections on coordinate axes, and streamline images.

Keywords: natural convection, numerical methods, SIMPLER algorithm, mathematical model, Boussinesq approximation, mechanical stability

[†] Deceased April 29, 2024.

Citation: Tomchik, P. I., Zubkov, P. T., & Kislitsin, A. A. (2024). Numerical study of the mechanical stability of the flow under the conditions of natural convection. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(3), 71–87. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-71-87>

Received Sep. 9, 2024; Reviewed Sep. 21, 2024; Accepted Oct. 2, 2024

Введение

Жидкость или газ, находящиеся в поле тяжести, могут сохранять механическое равновесие (т. е. отсутствие макроскопического движения) лишь при определенных условиях, а именно: распределение температуры (T) должно быть функцией только одной координаты — высоты y , в то время как абсолютная величина градиента температуры должна удовлетворять неравенству [Ландау, Лифшиц, 1988]

$$-\frac{dT}{dy} < \frac{g\beta T}{c_p}, \quad (1)$$

где g — ускорение свободного падения, c_p — теплоемкость при постоянном давлении, $\beta = [(\partial V/\partial T)_p]/V$ — коэффициент теплового расширения, который считается положительным. Другими словами, для сохранения равновесия необходимо, чтобы градиент температуры был либо направлен так же, как и ось y , вертикально вверх, либо, если градиент температуры направлен вниз, то его модуль должен быть меньше правой части неравенства (1). В обратном случае устойчивое равновесие невозможно, и в жидкости возникают течения, стремящиеся установить в ней постоянную температуру. Такие течения, обусловленные неоднородным нагревом, носят название *естественной конвекции*, в отличие от *вынужденной конвекции*, которая возникает в результате внешнего механического воздействия (насосов, вентиляторов и т. п.).

Естественная конвекция — самый распространенный вид течений газа и жидкости во Вселенной. Плазма звезд, атмосфера планет, в том числе Земли, находится в состоянии непрерывного конвективного движения, определяет климат и погоду планеты. Важную роль естественная конвекция играет в работе различных теплообменных аппаратов и других технических устройств. Например, в ядерных реакторах на быстрых нейтронах в аварийных режимах роль естественной конвекции становится решающей [Сорокин и др., 2020, 2022, 2024]. В биофизике актуальным направлением исследований являются математические модели термотаксиса [Нгуен-Кван, Аллу, 2019]. В теоретической термо-, газо- и гидродинамике задачи о конвекции дают материал для разработки новых идей, касающихся соотношения порядка и хаоса в структуре и поведении гидродинамических объектов [Короткий, Литвиненко, 2018; Маликов, Наврузов, 2024]. В актуальных направлениях развития машинного обучения, искусственного интеллекта и нейросетей эти задачи также могут найти применение в качестве обучающих и тестовых наборов данных. Таким образом, моделирование естественной конвекции и исследование ее особенностей актуально во многих областях современной науки.

Впервые постановка задачи о конвекции в линейном приближении была сформулирована Рэлеем в 1916 г. За сто с небольшим лет, прошедших с этого времени, достигнуты, конечно, огромные успехи в изучении и моделировании этого явления. Главные достижения последнего десятилетия относятся к решению конкретных прикладных задач, полученных в основном численными методами. Однако теория устойчивости в гидродинамике и, в частности, естественной конвекции до сих пор не завершена, т. к. исследования в этой области сталкиваются с большими математическими трудностями.

Часто предметом изучения оказывается конвекция в плоском горизонтальном слое жидкости, подогреваемом снизу, которую исторически не совсем правильно называют конвекцией Рэля — Бенара. В настоящее время установлено, что экспериментатор Бенар наблюдал явление, в котором главную роль играла температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения; сейчас этот вид конвекции называют *термокапиллярной конвекцией Бенара — Марангони* [Кислицын, Федорец, 2008]. В свою очередь, теоретик Рэлей рассматривал конвекцию, вызванную зависимостью плотности жидкости от температуры; различие этих механизмов проявляется в разной структуре течений [Гетлинг, 1991]. В данной статье рассмотрена конвекция, обусловленная рэлеевским механизмом.

Целью работы является изучение динамики развития вихрей после кратковременного возмущения температурного поля, произошедшего в некоторый момент времени. С практической точки зрения целью этих исследований является проверка возможности управления режимами стационарного конвективного течения, их формированием и сохранением устойчивости.

Постановка задачи

Рассматривается конвективное движение несжимаемой жидкости в квадратной области x, y с теплоизолированными боковыми стенками. Размер стороны квадрата обозначен буквой L и принят за единицу длины; в направлении третьей координаты область не ограничена. Сила тяжести направлена вертикально вниз, а ось y — вертикально вверх (рис. 1б). Все теплофизические параметры жидкости предполагаются постоянными.

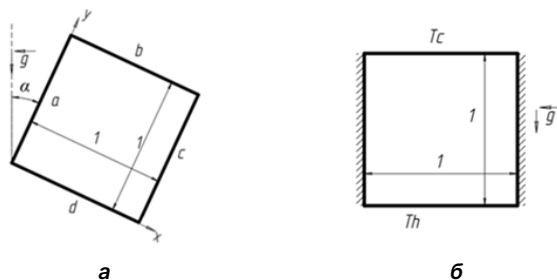


Рис. 1. Изучаемая область: а — общая формулировка; б — задача естественной конвекции в квадратной области с адиабатическими боковыми стенками, угол $\alpha = 0$

Fig. 1. The study area: а — the general statement; б — the problem of natural convection in a square area with adiabatic side walls, angle $\alpha = 0$

В исходном состоянии жидкость неподвижна, а ее температура в области моделирования всюду постоянна и равна T_c . В начальный момент времени температура нижней стенки («дна») быстро («скачком») устанавливается равной $T_h > T_c$ и затем поддерживается на этом уровне, а температура верхней стенки («крышки») остается более холодной и также поддерживается постоянной на прежнем уровне T_c . Внутри квадратной области начинается прогрев жидкости, в некоторый момент времени условие равновесия (1) нарушается, и начинается конвекция жидкости. Еще через некоторое время поток тепла от нижней стенки к верхней достигает стационарного значения, а линии тока конвективного течения приобретают стационарную форму в виде одного или нескольких вихрей. В качестве примера линии тока разнонаправленных одно- и двухвихревых стационарных решений системы уравнений математической модели конвективного движения жидкости в квадратной области показаны на рис. 2.

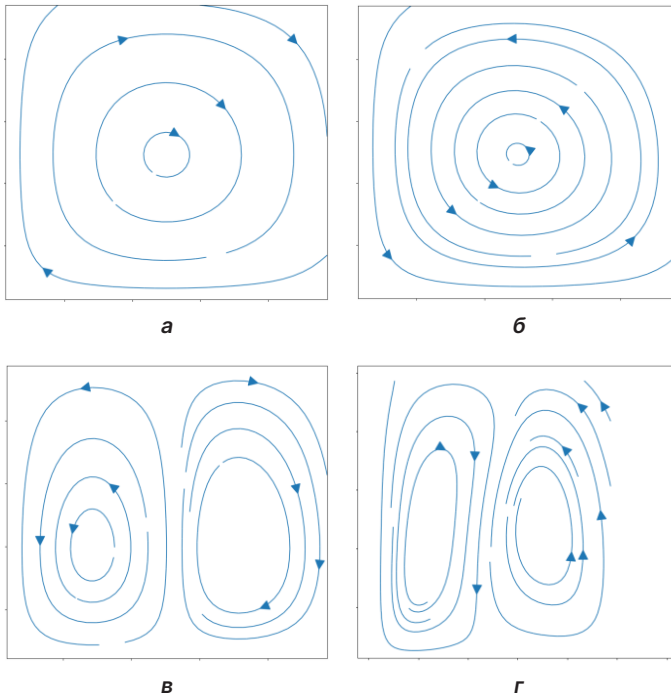


Рис. 2. Линии тока типовых стационарных решений: а, б — разнонаправленные одновихревые течения; в, г — разнонаправленные двухвихревые течения

Fig. 2. The current lines of typical stationary solutions: а, б — multidirectional single-vortex flows; в, г — multidirectional two-vortex flows

Математическая модель

Полная система уравнений, описывающих естественную конвекцию в несжимаемой жидкости, была сформулирована в 1903 г. Буссинеском. Кратко она может быть записана в следующем виде [Ландау, Лифшиц, 1988]:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\frac{\nabla p'}{\rho} + \nu\Delta\mathbf{v} - \beta\mathbf{g}T', \quad (2)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla T' = a\Delta T', \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \quad (4)$$

В этих уравнениях a — коэффициент температуропроводности жидкости, t — текущее время, ρ — плотность жидкости, ν — кинематическая вязкость жидкости, β — коэффициент теплового расширения жидкости, T' и p' — отклонение температуры и давления от значений, соответствующих механическому равновесию, \mathbf{v} — скорость жидкости, \mathbf{g} — ускорение свободного падения (векторы выделены жирным шрифтом).

Уравнение (2) получено из уравнения Навье — Стокса в предположении, что отклонения температуры и давления жидкости мало отличаются от значений, соответствующих механическому равновесию, и поэтому членами, содержащими произведения T' и p' , можно пренебречь как величинами второго порядка малости. Уравнение (3) получено из уравнения теплопроводности в движущейся среде с учетом того, что при естественной конвекции тепловыделением вязкого трения по сравнению с другими членами уравнения можно пренебречь. Уравнение (4) — это уравнение непрерывности для несжимаемой жидкости. При естественной конвекции изменением плотности жидкости из-за изменения давления можно пренебречь по сравнению с тепловым расширением, поэтому жидкость можно считать несжимаемой.

Для стационарного движения система уравнений (2)–(4) принимает вид:

$$(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla\frac{p'}{\rho} + \nu\Delta\mathbf{v} - \beta\mathbf{g}T', \quad (5)$$

$$\mathbf{v}\nabla T' = a\Delta T', \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \quad (7)$$

Важнейшим предметом исследований в данной постановке является устойчивость стационарного течения и величина установившегося теплового потока. В качестве признака адекватности [Башев, 2018] данной модели выбрана потенциальная энергия. По результатам ранее проведенных исследований модели течения в условиях естественной конвекции при различных положениях расчетной области в поле силы тяжести [Сагитов, Шарифулин, 2017, 2018; Вертгейм и др., 2019] установлено, что обладающая большей потенциальной энергией жидкость механически менее устойчива [Зубков и др., 2004а, б]. Наблюдаемый в математической модели эффект перехода между одновихревым и двухвихревым течением позволяет сделать предположение о различной степени механической устойчивости вихрей вследствие различия потенциальной энергии.

В качестве системы дифференциальных уравнений для математического моделирования естественного конвективного течения в произвольно расположенной в поле силы тяжести квадратной области (общая формулировка рис. 1а) выбрана система

нестационарных уравнений (2)–(4), записанная для проекций u и v вектора скорости \mathbf{v} на оси x и y соответственно [Зубков и др., 2004а, б, 2007; Kanashina и др., 2004]:

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \rho_0 u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_0 v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \\ &+ \rho_0 g [1 - \beta(T - T_0)] \sin(\alpha), \\ \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \rho_0 u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_0 v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \\ &- \rho_0 g [1 - \beta(T - T_0)] \cos(\alpha), \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right),$$

где для зависимости плотности от температуры использовано линейное приближение: $\rho = \rho_0 (1 - \beta(T - T_0))$, $\rho_0 = \text{const}$ — начальное значение плотности, $\beta = \text{const} = (-1/\rho)(\partial\rho/\partial T)_p$ — коэффициент объемного теплового расширения, T_0 — средняя температура стенок квадратной области.

Моделирование выполнялось для значения угла $\alpha = 0$, средняя температура стенок (T_0) определялась как среднее арифметическое постоянных температур верхней и нижней стенки квадратной области [Зубков, Нарыгин, 2018]:

$$T_0 = \frac{T_h + T_c}{2}, \quad T_h > T_c. \quad (9)$$

Система уравнений (8) была приведена к безразмерному виду:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial X} + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - \text{Gr} \cdot \Theta \cdot \sin \alpha, \quad (10)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial Y} + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \text{Gr} \cdot \Theta \cdot \cos \alpha, \quad (11)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right), \quad (13)$$

где $U = u/\bar{v}$, $V = v/\bar{v}$ — безразмерные проекции скорости \mathbf{v} на оси x и y соответственно, $X = x/L$, $Y = y/L$ — безразмерные координаты x и y , $\Theta = (T - T_c)/(T_h - T_c)$ — безразмерная температура, $\bar{p} = (p + \rho_0 g(x \sin \alpha + y \cos \alpha))/\rho_0 \bar{v}^2$ — безразмерное давление, $\tau = t/\bar{\tau}$ — безразмерное время, а в качестве характерных параметров взяты следующие величины: L — характерная длина (сторона квадрата области моделирования), $(T_h - T_c)$ — характерная температура, $\rho_0 \bar{v}^2$ — характерное давление, $\bar{\tau} = L^2/\nu$ — характерное время (время, за которое скачок y -компонента скорости v распространяется за счет вязкого трения на расстояние L в перпендикулярном направлении, т. е. по оси x), $\bar{v} = L/\bar{\tau} = \nu/L$ — характерная скорость (средняя скорость, с которой за счет вязкого трения движется скачок скорости в перпендикулярном направлении).

Начальные и граничные условия поставленной задачи имеют вид:

$$\text{При } \tau = 0: \quad \theta = 1, \quad U = V = 0, \quad (14)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{При } X = 0: \\ \text{При } X = 1: \\ \text{При } Y = 0: \\ \text{При } Y = 1: \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \\ \theta = 1 \\ \theta = 1 \\ \theta = 0 \end{array} \right\} U = V = 0. \quad (15)$$

В систему уравнений (10)–(13) входят два безразмерных параметра — число Прандтля (Pr) и число Грасгофа (Gr):

$$Pr = \frac{\nu}{a}, \quad (16)$$

$$Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3}{\nu^2}, \quad (17)$$

поэтому результат решения задач естественной конвекции выражается через эти два числа. Два течения подобны, если их значения Pr и Gr одинаковы [Ландау, Лифшиц, 1988].

Число Прандтля (отношение кинематической вязкости жидкости к коэффициенту ее температуропроводности) — это свойство вещества жидкости, табличное значение. Основной характеристикой естественной конвекции является число Грасгофа. При этом многочисленные исследования показывают, что очень часто результат может быть выражен через произведение этих чисел. Поэтому для краткости это произведение часто обозначают как новый безразмерный параметр, который называется числом Рэлея (Ra):

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3}{\nu \cdot a}. \quad (18)$$

Расчеты выполнялись численным методом контрольных объемов в соответствии с каноническим алгоритмом SIMPLER [Патанкар, 1984; Нарыгин, Зубков, 2023], исходный код программ адаптирован для компилятора GNU Fortran. Адекватность адаптированного программного кода подтверждена тестовым решением системы уравнений математической модели конвективного течения. Результаты тестовых расчетов линий тока типовых стационарных решений приведены выше на рис. 2.

Для получения дискретного аналога уравнение непрерывности умножено на θ и просуммировано с уравнением энергии:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \Big| \times \theta, \quad \theta \frac{\partial U}{\partial X} + \theta \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + \theta \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \left(V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + \theta \frac{\partial V}{\partial Y} \right) - \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial(U\theta)}{\partial X} - \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right) + \left(\frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} - \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) = 0, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left(U\theta - \frac{1}{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\theta - \frac{1}{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = 0. \quad (22)$$

Дискретный аналог уравнений (19)–(22) для произвольного контрольного объема (рис. 3) в таком случае имеет следующий вид:

$$\frac{(\theta_p - \theta_p^0) \delta X \delta Y}{\delta \tau} + J_e - J_w + J_n - J_s = 0,$$

где
$$J_e = \int_0^{\delta Y} J_x dY, \quad J_w = \int_0^{\delta Y} J_x dY, \quad J_n = \int_0^{\delta X} J_y dX, \quad J_s = \int_0^{\delta X} J_y dX$$

являются суммарными потоками через грани e, w, n и s контрольного объема (рис. 3).

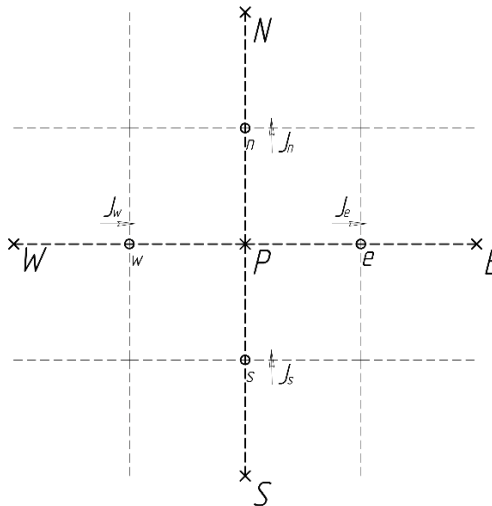


Рис. 3. Произвольный контрольный объем

Fig. 3. A random control volume

Профиль конвективно-диффузионных потоков [Патанкар, 1984]

$$J_x = U\theta - \frac{1}{Pr} \frac{d\theta}{dX}, \quad J_y = V\theta - \frac{1}{Pr} \frac{d\theta}{dY} \quad (23)$$

аппроксимирован степенной интерполяцией точного решения уравнений

$$\frac{d}{dX} \left(U\theta - \frac{1}{Pr} \frac{d\theta}{dX} \right) = 0, \quad \frac{d}{dY} \left(V\theta - \frac{1}{Pr} \frac{d\theta}{dY} \right) = 0.$$

Из уравнения непрерывности системы уравнений (8) следует, что $U, V = \text{const}$, и уравнения принимают вид

$$\frac{d}{dX} \left(\theta - \frac{1}{Pe_x} \frac{d\theta}{dX} \right) = 0, \quad \frac{d}{dY} \left(\theta - \frac{1}{Pe_y} \frac{d\theta}{dY} \right) = 0, \quad (24)$$

где $Pe_x = U \cdot Pr = uL/a$ и $Pe_y = V \cdot Pr = vL/a$ — числа Пекле.

Точное решение уравнений (24) для следующих граничных условий

$$\begin{aligned} X = 0, \quad Y = 0 : \theta &= \theta_0 \\ X = 1, \quad Y = 1 : \theta &= \theta_1 \end{aligned}$$

имеет вид

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} = \frac{\exp(Pe_x \cdot X) - 1}{\exp(Pe_x) - 1}, \quad \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} = \frac{\exp(Pe_y \cdot Y) - 1}{\exp(Pe_y) - 1}. \quad (25)$$

Заменяя θ_0, θ_1 на соответствующие граням контрольного объема $\theta_E, \theta_W, \theta_N, \theta_S$ и θ_P в точном решении (25) и подставляя его в уравнения (23), получим соответствующие выражения суммарных потоков:

$$\begin{aligned} J_w &= \theta_W - \frac{\theta_P - \theta_W}{\exp(Pe_w) - 1}, \quad J_e = \theta_P - \frac{\theta_E - \theta_P}{\exp(Pe_e) - 1}, \\ J_s &= \theta_S - \frac{\theta_P - \theta_S}{\exp(Pe_s) - 1}, \quad J_n = \theta_P - \frac{\theta_N - \theta_P}{\exp(Pe_n) - 1} \end{aligned}$$

где Pe_w, Pe_e, Pe_s, Pe_n — числа Пекле для граней w, e, s и n соответственно.

Подставляя полученные выражения в уравнение дискретного аналога и приводя подобные, получим

$$\begin{aligned} a_P \cdot \theta_P &= a_E \cdot \theta_E + a_W \cdot \theta_W + a_N \cdot \theta_N + a_S \cdot \theta_S + a_P^0 \cdot \theta_P^0, \\ \text{где} \quad a_P^0 &= \frac{\delta X \delta Y}{\delta \tau}, \quad a_E = \frac{1}{\exp(Pe_e) - 1}, \quad a_W = \frac{\exp(Pe_w)}{\exp(Pe_w) - 1}, \\ a_N &= \frac{1}{\exp(Pe_n) - 1}, \quad a_S = \frac{\exp(Pe_s)}{\exp(Pe_s) - 1}, \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0. \end{aligned}$$

Аналогично определены дискретные аналоги прочих уравнений системы (10)–(13).

Результаты моделирования

Моделирование выполнялось в два этапа. Вначале в покоящуюся жидкость в один из контрольных объемов вносилось возмущение, начиналась конвекция, и моделирование продолжалось от момента внесения возмущения до выхода на одно- или двухвихревой режим течения. Далее в этот установившийся режим вновь вносилось возмущение, и наблюдались переходы между этими режимами также от момента внесения возмущения до выхода на стационарный режим.

Результаты первого этапа моделирования были представлены П. Т. Зубковым, Э. И. Нарыгиным [2018]. Результаты второго этапа публикуются впервые: на рис. 4–9 представлены поля скоростей U и V , распределения температуры θ и давления \bar{p} , а также линии тока в различные моменты времени в процессе перехода от двухвихревого режима течения к одновихревому.

На рис. 4–6 представлен переход от двухвихревого течения к одновихревому, который наблюдался на расчетной сетке 21×21 при внесении в начальный момент времени возмущения $\theta = 2$ в контрольный объем с координатами $(2; 11)$ для значений чисел Прандтля $Pr = 9,46$ и Грасгофа $Gr = 400,15$. Как видно, переход выражался в постепенном увеличении левого вихря и уменьшении правого до полного заполнения левым вихрем расчетной области.

Похожий результат был получен для перехода от двухвихревого течения к одновихревому на расчетной сетке 20×20 при внесении в начальный момент времени такого же возмущения $\theta = 2$ в контрольный объем с почти такими же координатами $(2; 10)$ и для тех же значений чисел Прандтля $Pr = 9,46$ и Грасгофа $Gr = 400,15$. Первое отличие заключалось в том, что в этом случае переход произошел в 5 раз быстрее (за 1,385 единиц характерного времени вместо 6,925 единиц в предыдущем случае), а второе — этот переход выражался в увеличении правого вихря и уменьшении левого до полного заполнения правым вихрем расчетной области (последовательность рис. 7–9).

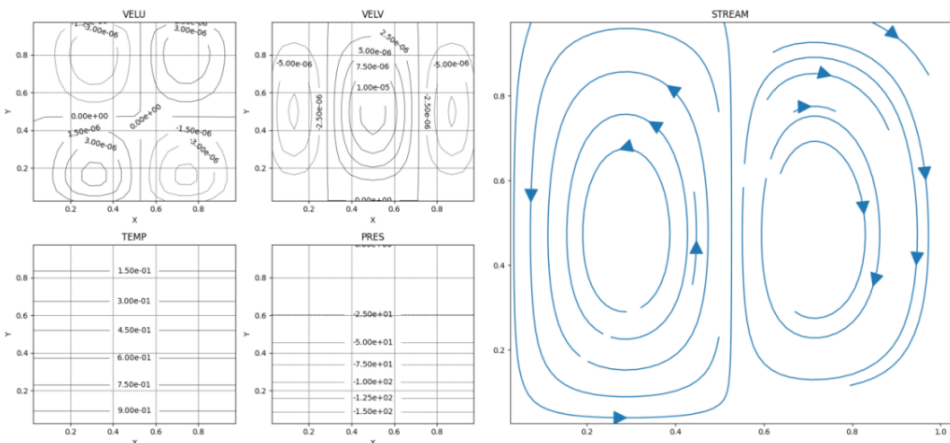


Рис. 4. Двухвихревое течение ($\tau = 2,9086$), расчетная сетка 21×21

Fig. 4. The two-vortex flow ($\tau = 2.9086$), computational grid 21×21

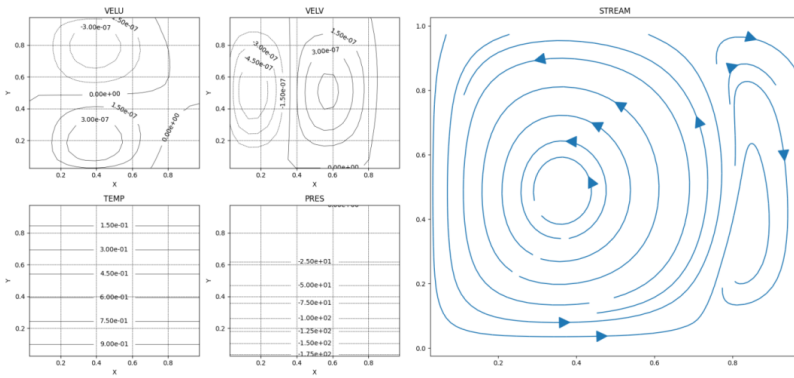


Рис. 5. Переход от двухвихревого течения к одновихревому ($\tau = 4,4321$), расчетная сетка 21×21

Fig. 5. The transition from the two-vortex flow to the single-vortex flow ($\tau = 4.4321$), computational grid 21×21

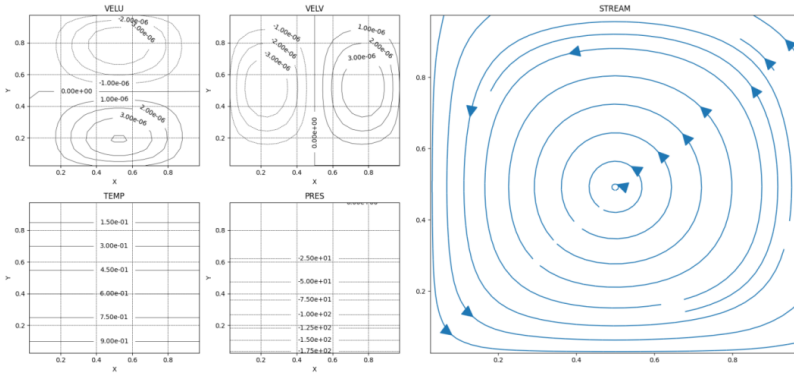


Рис. 6. Одновихревое течение ($\tau = 6,9252$), расчетная сетка 21×21

Fig. 6. The single-vortex flow ($\tau = 6.9252$), computational grid 21×21

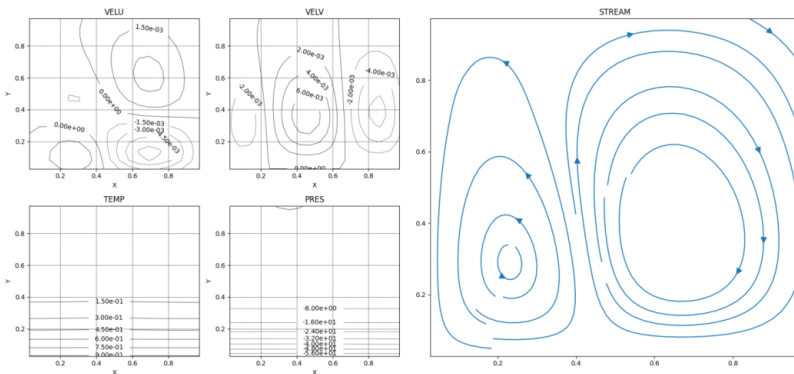


Рис. 7. Двухвихревое течение ($\tau = 0,277$), расчетная сетка 20×20

Fig. 7. The two-vortex flow ($\tau = 0.277$), computational grid 20×20

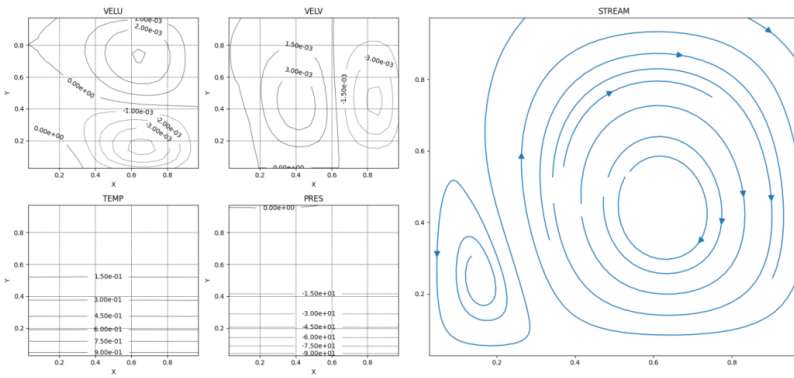


Рис. 8. Переход от двухвихревого течения к одновихревому ($\tau = 0,554$), расчетная сетка 20×20

Fig. 8. The transition from the two-vortex flow to the single-vortex flow ($\tau = 0.554$), computational grid 20×20

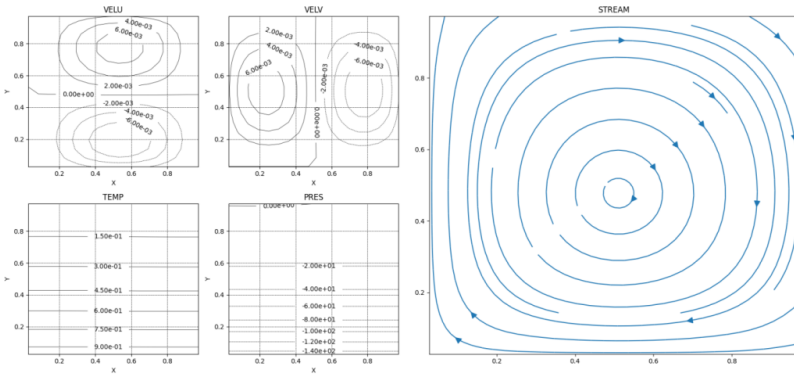


Рис. 9. Одновихревое течение ($\tau = 1,3850$), расчетная сетка 20×20

Fig. 9. The single-vortex flow ($\tau = 1.3850$), computational grid 20×20

Из этих результатов можно сделать следующие выводы:

- Как было отмечено выше, два течения подобны, если их значения Pr и Gr одинаковы [Ландау, Лифшиц, 1988]. Таким образом, можно утверждать, что для всех случаев естественной конвекции несжимаемой жидкости в квадратной области с теплоизолированными боковыми стенками с числами $Pr = 9,46$ и $Gr = 400,15$ одновихревой режим естественной конвекции энергетически выгоднее, чем двухвихревой.
- Причина того, что в одном численном эксперименте вся расчетная область заполнилась левым вихрем, а в другом — правым, вероятно, заключается в небольшом различии расчетных сеток, из-за чего в момент внесения возмущения вихри не были вполне симметричными.
- На вопрос, в чем причина пятикратной разницы во времени перехода, ответа пока нет, он должен быть получен в результате дальнейших исследований.

Заключение

Приведен краткий обзор исследований и кратко описано современное состояние моделирования механической устойчивости естественной конвекции.

Сформулирована замкнутая система уравнений в безразмерных переменных, описывающих естественную конвекцию в приближении Буссинеска.

Исходный код программного пакета SIMPLER, основанный на методе контрольного объема, адаптирован для компилятора GNU Fortran. Адекватность кода подтверждена необходимыми тестовыми расчетами.

Выполнено детальное моделирование естественной конвекции несжимаемой жидкости в квадратной области на расчетных сетках с четным и нечетным числом узлов, начиная с момента внесения возмущения и заканчивая выходом на стационарный режим течения.

Промоделированы переходы между двухвихревым и одновихревым режимом течения при внесении возмущения в определенные узлы сетки. Результаты моделирования представлены на графиках в виде полей давления и температуры, проекций скорости на оси координат, а также в виде изображений линий тока. Впервые установлено, что для естественной конвекции несжимаемой жидкости в квадратной области с теплоизолированными боковыми стенками со значениями $Pr = 9,46$ и $Gr = 400,15$ одновихревой режим естественной конвекции энергетически выгоднее, чем двухвихревой.

Проведенные исследования позволят в будущем исследовать зависимости механической устойчивости вихрей от их потенциальной энергии.

Список источников

- Башев А. А. 2018. О выборе математических моделей, идентификации и адекватности динамических систем // Актуальные проблемы электроэнергетики: сб. ст. / отв. ред. А. Б. Дарьенков. Нижний Новгород: Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р. Е. Алексеева. С. 66–69.
- Вертгейм И. И., Сагитов Р. В., Шарифулин А. Н. 2019. Устойчивость и бифуркации стационарных режимов двумерного двоякопериодического течения вязкой несжимаемой жидкости // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сб. тр. в 4 т. Уфа: Башкирский государственный университет. Том 2. С. 524–526.
- Гетлинг А. В. 1991. Формирование пространственных структур конвекции Рэлея — Бенара // Успехи физических наук. Том 161. № 9. С. 1–80. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0161.199109a.0001>
- Зубков П. Т., Канашина М. В., Калабин Е. В. 2004а. Процесс переноса тепла естественной конвекцией в квадратной полости, температура одной из стенок которой изменяется по синусоидальному закону // Теплофизика высоких температур. Том 42. № 1. С. 118–124.
- Зубков П. Т., Канашина М. В., Калабин Е. В. 2004б. Свободноконвективный перенос тепла в квадратной полости при периодическом изменении температуры одной из стенок // Доклады Академии наук. Том 397. № 3. С. 334–336.
- Зубков П. Т., Канашина М. В., Тарасова Е. Н. 2007. Явление гистерезиса в двумерной и трехмерной задачах естественной конвекции // Известия Российской академии наук. Энергетика. № 2. С. 106–110.

- Зубков П. Т., Нарыгин Э. И. 2018. Естественно конвективный перенос тепла при наличии вязкой диссипации в квадратной области // Труды 7-й Российской национальной конференции по теплообмену: в 3 т. (22–26 октября 2018 г, Москва). М.: Издательский дом МЭИ. Том 1. С. 323–326.
- Кислицын А. А., Федорев А. А. 2008. Термокапиллярные и концентрационнокапиллярные течения в тонких слоях жидкости: науч. монография. Тюмень: Изд-во Тюмен. гос. ун-та. 174 с.
- Короткий А. И., Литвиненко А. Л. 2018. Разрешимость одной смешанной краевой задачи для стационарной модели реакции-конвекции-диффузии // Труды института математики и механики УрО РАН. Том 24. № 1. С. 106–120. <https://doi.org/10.21538/0134-4889-2018-24-1-106-120>
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. 1988. Теоретическая физика: в 10 т. / отв. ред. Л. П. Питаевский. Том 6: Гидродинамика. М.: Наука. 736 с.
- Маликов З. М., Наврузов Д. П. 2024. Моделирование турбулентной естественной конвекции на основе 2-жидкостного подхода // Вычислительная механика сплошных сред. Том 17. № 1. С. 111–118. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2024.17.1.10>
- Нарыгин Э. И., Зубков П. Т. 2023. Модель естественной конвекции в кольцевом канале с подвижной внутренней границей // Вестник Башкирского университета. Том 28. № 2. С. 131–136.
- Нгуен-Кван Т., Аллу З. 2019. Особенности термотаксиса в жидкой среде // Российский журнал биомеханики. Том 23. № 1. С. 88–103.
- Патанкар С. В. 1984. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / пер. с англ. под ред. В. Д. Виленского. М. Энергоатомиздат. 150 с.
- Сагитов Р. В., Шарифулин А. Н. 2017. Устойчивость стационарных режимов конвективных течений в наклоненной прямоугольной полости // Неравновесные процессы в сплошных средах: материалы междунар. симп.: в 2 т. Пермь: Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Том 2. С. 178–180.
- Сагитов Р. В., Шарифулин А. Н. 2018. Бифуркации и устойчивость стационарных режимов конвективных течений в наклоненной прямоугольной полости // Вычислительная механика сплошных сред. Том 11. № 2. С. 185–201. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.2.15>
- Сорокин А. П., Денисова Н. А., Иванов Е. Ф., Кузина Ю. А., Низовцев А. А., Привезенцев В. В., Сорокин Г. А. 2020. Экспериментальные и расчетные исследования теплообмена при кипении жидких металлов на моделях ТВС быстрых реакторах в аварийных режимах // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-реакторные константы. № 2. С. 150–172.
- Сорокин А. П., Кузина Ю. А., Денисова Н. А., Сорокин Г. А. 2022. Моделирование процесса кипения жидких металлов в модельных сборках быстрых реакторов в аварийных режимах // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-реакторные константы. № 2. С. 204–220.
- Сорокин А. П., Кузина Ю. А., Денисова Н. А., Сорокин Г. А. 2024. Обобщение результатов экспериментального и численного моделирования кипения щелочных жидких металлов в активной зоне быстрых реакторов (картограмма режимов, теплоотдача) // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-реакторные константы. № 1. С. 154–178.
- Kanashina M. V., Zubkov P. T., Kalabin E. V. 2004. Natural convective heat transfer in a square cavity with time-varying sidewall temperature // СНТ-04 — Advances in Computational Heat Transfer III. Proceedings of the 3rd International Symposium. <https://doi.org/10.1615/ICHMT.2004.CHT-04.740>

References

- Bashev, A. A. (2018). On the choice of mathematical models, identification and adequacy of dynamic systems. In A. B. Darienkov (Ed.), *Actual Problems of Electric Power Engineering* (pp. 66–69). Nizhny Novgorod State Technical University named after R. E. Alekseev. [In Russian]
- Vertgeim, I. I., Sagitov, R. V., & Sharifulin, A. N. (2019). Stability and bifurcations of stationary regimes of a two-dimensional doubly periodic flow of a viscous incompressible fluid. In *Proceedings of 12th All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics* (Vol. 2, pp. 524–526). Bashkir State University. [In Russian]
- Getling, A. V. (1991). Formation of spatial structures in Rayleigh–Bénard convection. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 161(9), 1–80. <https://doi.org/10.3367/UFNR.0161.199109a.0001> [In Russian] (English version: *Soviet Physics Uspekhi*, 34(9), 737–776. <https://doi.org/10.1070/PU1991v034n09ABEH002470>)
- Zubkov, P. T., Kanashina, M. V., & Kalabin, E. V. (2004a). The process of heat transfer by natural convection in a square enclosure the temperature of one of whose walls varies by sine law. *Teplofizika vysokikh nauk*, 42(1), 118–124. [In Russian] (English version: *High Temperature*, 42(1), 119–125. <https://doi.org/10.1023/B:HITE.0000020099.21583.0e>)
- Zubkov, P. T., Kanashina, M. V., & Kalabin, E. V. (2004b). Free convective heat transfer in a square cavity with periodic temperature variation on one of the walls. *Doklady Akademii nauk*, 397(3), 334–336. [In Russian] (English version: *Doklady Physics*, 49(7), 426–427. <https://doi.org/10.1134/1.1784858>)
- Zubkov, P. T., Kanashina, M. V., & Tarasova, E. N. (2007). The phenomena of hysteresis in 2D- and 3D- problems of natural convection. *Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Energetika*, (2), 106–110. [In Russian]
- Zubkov, P. T., & Narygin, E. I. (2018). Naturally convective heat transfer in the presence of viscous dissipation in the square region. *Proceedings of the 7th Russian National Conference on Heat Transfer* (Vol. 1, pp. 323–326). MPEI Publishing House. [In Russian]
- Kislitsin, A. A., & Fedorets, A. A. (2008). *Thermocapillary and Concentration-Capillary Flows in Thin Liquid Layers*. University of Tyumen. [In Russian]
- Korotkii, A. I., & Litvinenko, A. L. (2018). Solvability of a mixed boundary value problem for a stationary reaction-convection-diffusion model. *Proceedings of Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS*, 24(1), 106–120. <https://doi.org/10.21538/0134-4889-2018-24-1-106-120> [In Russian]
- Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1988). *Theoretical Physics* (Vol. 6: Hydrodynamics). Nauka. [In Russian]
- Malikov, Z. M., & Navruzov, D. P. (2024). Modeling of turbulent natural convection based on a two-fluid approach. *Computational Continuum Mechanics*, 17(1), 111–118. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2024.17.1.10> [In Russian]
- Narygin, E. I., & Zubkov, P. T. (2023). A model of natural convection in an annular channel with movable internal border. *Vestnik Bashkirskogo universiteta*, 28(2), 131–136. [In Russian]
- Nguyen-Quang, T., & Alloui, Z. (2019). Thermotaxis pattern in fluid medium. *Russian Journal of Biomechanics*, 23(1), 88–103. [In Russian]
- Patankar, S. V. (1984). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow* (V. D. Vilenky, Trans.). Energoatomizdat. [In Russian] (Originally published in 1980 by McGraw-Hill)
- Sagitov, R. V., & Sharifulin, A. N. (2017). Stability of stationary modes of convective flows in an inclined rectangular cavity. In *Nonequilibrium Processes in Continuous Media* (Vol. 2, pp. 178–180). Perm State National Research University. [In Russian]

- Sagitov, R. V., & Sharifulin, A. N. (2018). Bifurcations and stability of steady regimes of convective flows in an inclined rectangular cavity. *Computational Continuum Mechanics*, 11(2), 185–201. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.2.15> [In Russian]
- Sorokin, A. P., Ivanov, Eu. F., Kuzina, Ju. A., Denisova, N. A., Nizovtsev, A. A., Privezentsev, V. V., & Sorokin, G. A. (2020). Experimental and computational studies of the boiling process of liquid metal during the development of an accident in a fast reactor: heat transfer and circulation stability. *Problems of Atomic Science and Technology. Series: Nuclear and Reactor Constants*, (2), 150–172. [In Russian]
- Sorokin, A. P., Kuzina, Yu. A., Denisova, N. A., & Sorokin, G. A. (2022). Simulation of the boiling process of liquid metals in model assemblies of fast reactors in accident regimes. *Problems of Atomic Science and Technology. Series: Nuclear and Reactor Constants*, (2), 204–220. [In Russian]
- Sorokin, A. P., Kuzina, Yu. A., Denisova, N. A., & Sorokin, G. A. (2024). Generalization of the results of experimental and numerical simulation of boiling of alkaline liquid metals in the core of fast reactors (cartogram of two-phase flow regimes, heat transfer). *Problems of Atomic Science and Technology. Series: Nuclear and Reactor Constants*, (1), 154–178. [In Russian]
- Kanashina, M. V., Zubkov, P. T., & Kalabin, E. V. (2004). Natural convective heat transfer in a square cavity with time-varying sidewall temperature. In *CHT-04 — Advances in Computational Heat Transfer III. Proceedings of the 3rd International Symposium*. Begel House Inc. <https://doi.org/10.1615/ICHMT.2004.CHT-04.740>

Информация об авторах

Павел Иванович Томчик, аспирант кафедры фундаментальной математики и механики, Школа компьютерных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
p.i.tomchik@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6960-4097>

Павел Тихонович Зубков, доктор физико-математических наук, профессор кафедры фундаментальной математики и механики, Школа компьютерных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

Анатолий Александрович Кислицын, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.a.kislitsyn@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3863-0510>

Information about the authors

Pavel I. Tomchik, Postgraduate Student, Department of Fundamental Mathematics and Mechanics, School of Computer Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia
p.i.tomchik@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6960-4097>

Pavel T. Zubkov (Deceased April 29, 2024.), Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Fundamental Mathematics and Mechanics, School of Computer Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia

Anatoliy A. Kislitsin, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia
a.a.kislitsyn@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3863-0510>

Моделирование изгиба композитных конструкций стеновых панелей

Юрий Евгеньевич Якубовский¹, Ирина Адольфовна Донкова^{1,2}✉

¹ Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

² Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

Контакт для переписки: i.a.donkova@utmn.ru ✉

Аннотация. Перспективным направлением современного строительства зданий и сооружений является сборно-монолитная каркасная технология и технология несъемной опалубки. В качестве конструктивных элементов каркасных сооружений используют тонкостенные стеновые панели, которые образованы внешними слоями из стального профиля и внутренним бетонным слоем. Для проектирования и расчета соответствующих многослойных конструкций предлагается использовать модели и методы теории составных пластин. В статье представлен вариант математической модели деформирования многослойных пластин с учетом сдвигающих напряжений в швах. Выполнены расчеты составных конструкций, которые образованы тремя пластинами с соединением слоев посредством анкеров. Внешние слои стальные, материал внутреннего слоя — бетонный наполнитель. Проведено исследование влияния изменения величины усилий, приходящихся на анкер, в зависимости от жесткости анкерных связей. Решение системы дифференциальных уравнений теории составных пластин проводилось в функциях усилий с помощью тригонометрических рядов Фурье.

Ключевые слова: составные пластины, каркасные системы строительства, анкерное соединение слоев, напряженно-деформированное состояние

Цитирование: Якубовский Ю. Е., Донкова И. А. 2024. Моделирование изгиба композитных конструкций стеновых панелей // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 3 (39). С. 88–101. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-88-101>

Поступила 19.10.2023; одобрена 15.09.2024; принята 02.10.2024

Modeling bending of wall panel multilayer structures

Yuriy E. Yakubovskiy¹, Irina A. Donkova^{1,2}✉

¹ Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

² University of Tyumen, Tyumen, Russia

Corresponding author: i.a.donkova@utmn.ru✉

Abstract. Precast-monolithic frame house building, use of stay-in-place formwork technology, improvement of concrete quality by means of additives and introduction of new materials are all innovations in the scope of high-rise construction. Thin wall panels formed by outer layers of structural steel sections and inner layers of concrete are used as structural elements of frame structures. The solution of structure elements strength problems is related to a stress-strain state analysis. Significant difficulties arise in calculation of structures having a complex geometric shape with different combinations of loads; such structures include thin wall composite systems. Reinforcing structural elements in composite plates and shells, such as stiffeners and re-bars, makes the structure piecewise inhomogeneous. Constructive heterogeneity occurs in anchor connection of layers. Mathematical modeling of multilayer structures follows the methodology of the composite plates and shells theory. The nonlinear straining mathematical model takes into account shear stresses in joints. The problem was solved as the force functions using trigonometric Fourier series. A composite structure formed by three plates with anchor connections of layers has been calculated. The outer layers are steel, and the material of the inner layer is concrete filler. The variation effect of the forces that fall on each individual anchor depending on the stiffness of the anchor connections has been studied. The stress-strain state of the steel-concrete structure has also been studied. The effects associated with variations in the stress state due to the relationship of the steps between the anchors in two orthogonal directions, or the number of anchor connections in the joints has been revealed. Anchor connections ensure compatibility of different layers of a composite construction, but there are problems of strength of the anchor due to shear forces in the anchor areas where the loads are concentrated.

Keywords: composite plates, construction frame systems, anchor connection of layers, stress-strain state

Citation: Yakubovskiy, Yu. E., & Donkova, I. A. (2024). Modeling bending of wall panel multilayer structures. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(3), 88–101. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-88-101>

Received Oct. 19, 2023; Reviewed Sep. 15, 2024; Accepted Oct. 2, 2024

Введение

В настоящее время наиболее эффективными считаются архитектурно-строительные каркасные системы строительства высотных зданий, которые изначально были спроектированы и начали применяться во Франции, Великобритании, США и Японии. В России достаточно активно осуществляется переход к современным каркасным системам строительства зданий и сооружений с использованием многослойных (как правило, трехслойных) сэндвич-панелей. Такие панели образованы двумя внешними металлическими листами и внутренним слоем (прослойкой), выполняющим теплоизоляционные функции. Популярность сборно-монолитной каркасной технологии объясняется такими факторами, как энергосбережение, быстрые сроки строительства, расширенные возможности планировки и др.

В качестве объекта исследования в работе рассматриваются конструкции зданий, которые сочетают тонкостенные стальные оцинкованные каркасы и легкий бетон. Бетонная смесь заливается между стеновыми панелями по технологии несъемной опалубки, которая позволяет производить монтаж несущих элементов конструкции непосредственно на бетонное основание и в дальнейшем не демонтируется. Конструктивная особенность каркасных систем — это наличие тонкостенных элементов, которые не только обладают свойствами тепло- и звукоизоляции, но и значительно снижают весовую нагрузку. Решение проблем прочности этих элементов конструкций связано с анализом напряженно-деформированного состояния. Значительные трудности возникают при расчетах конструкций, имеющих сложную геометрическую форму при различных сочетаниях нагрузок. К таким конструкциям относятся и тонкостенные составные системы. Подкрепляющие конструктивные элементы в составных пластинах, такие как ребра жесткости, приводят к тому, что конструкция становится кусочно-неоднородной. Конструктивная неоднородность имеет место и при анкерном соединении слоев.

Цель работы — на основе математической модели составных пластинчатых конструкций исследовать напряженно-деформированное состояние композитных конструкций в виде трехслойных стеновых панелей.

Обзор литературы

Рассмотрим основные особенности моделирования составных конструкций на основе сборно-монолитной каркасной технологии. К. И. Стрелец, М. Д. Стрелкова [2019] указали на распространение в гражданском строительстве конструктивных систем из сборного, сборно-монолитного и монолитного железобетона. По мнению авторов, для сборно-монолитного каркаса (СМК) требуется меньше расходных материалов (полимерраствор, бетон марки В20 или В30 и др.), что обуславливает низкую себестоимость такой системы. Экономичность каркасной технологии строительства отметили А. Ю. Жигулина, Л. О. Буров [2020]. Они перечислили особенности каркасных систем в Японии, Англии, Канаде, Германии и России как на ранних исторических этапах, так и в современных условиях. Универсальность панельно-каркасной технологии домостроения (ПКД) подтверждена С. В. Николаевым и др. [2015]:

«по качественным характеристикам, в том числе по архитектуре зданий, панельное домостроение не уступает другим видам домостроения, а по стоимости строительства (на 15–20%) и по скорости возведения (более чем в два раза) опережает каркасное домостроение» [Николаев и др., 2015, с. 3].

Лысова и др. [2022] привели описание конструктивно-технологических решений и основных направлений развития сборно-монолитных каркасных систем (СМКС) с использованием технологии несъемной опалубки в странах Восточной Азии (Японии и Китае). А. Н. Белых и др. [2021] рассмотрели структурные изолированные панели, представляющие собой изоляционный слой пенополиуретана, зажатый между двумя структурными поверхностями обшивки, и отметили их эффективность, а именно: экономичность, экологичность, универсальность, сокращение сроков строительства. С. Г. Абрамян, Д. В. Гнатюк [2017] описали основные типы каркасных систем сборно-монолитных и сборных высотных зданий:

«Выбор каркасной системы для строительства массового комфортабельного жилья, зданий и сооружений другого назначения, должен отвечать определенным критериям: надежности, экологичности, высокотехнологичности, архитектурной выразительности, гибкости принимаемых решений на всех стадиях жизненного цикла объекта недвижимости» [Абрамян, Гнатюк, 2017, с. 5].

С. Н. Овсянников, В. Б. Максимов [2018] обосновали энергоэффективность трехслойных стеновых панелей каркасно-панельных зданий, выполнили теплотехнические расчеты с построением температурных полей. В качестве материала слоев использовался керамзитобетон, пенополистирол, легкий бетон, а также другие композитные материалы. Гранев и др. [2019] привели новый свод правил для проектирования сборных железобетонных конструкций каркасных зданий из тяжелого, мелкозернистого и легкого конструктивного бетона. В стыках конструкций «... могут возникать три стадии напряженно-деформированного состояния: условно-упругая, упруго-пластическая и предельная по несущей способности» [Гранев и др., 2019, с. 7]. А. В. Терентьев, О. П. Терехова [2023] указали следующие преимущества технологии сборно-монолитного строительства: снижение сроков строительства и себестоимости, возможность реализации геометрии фасадов и перепланировки в любом из периодов строительства и эксплуатации, а также значительное увеличение срока службы таких зданий. И. И. Подшивалов, И. А. Андриенко [2022] рассмотрели вопросы моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) каркасных зданий.

Таким образом, вопросы моделирования композитных конструкций стеновых панелей и исследования НДС конструктивных элементов зданий и сооружений с использованием сборно-монолитной каркасной технологии и технологии несъемной опалубки являются востребованными задачами. В статье представлена математическая модель, расчет и исследование напряженно-деформированного состояния составной конструкции. Объект исследования — это трехслойная стеновая панель с внешними стальными тонкостенными слоями и внутренним слоем из легкого бетона. Математическая модель получена согласно методологии теории составных конструкций [Арутюнян, Зевин, 1988; Новожилов, 1991; Якубовский, 1994; Якубовский и др., 2016; Yakubovskiy и др., 2016a, б; Glumov, Yakubovskiy, 2017; Якубовский, Герасимов, 2018; Якубовский и др., 2018a, б].

Модели и методы

Исходные допущения и гипотезы

Под составными конструкциями здесь понимаются две или несколько пластин, связанных швами, в которых возможны продольные сдвиговые деформации и отсутствуют деформации в поперечном направлении. Прогиб каждого отдельного слоя совпадает с общим прогибом конструкции $w(x, y)$. Продольные перемещения $u(x, y)$ и $v(x, y)$ вдоль координатных осей x и y в зоне i -го шва двух смежных слоев (i -го и $(i + 1)$ -го) различаются. Это приводит к тому, что по обе стороны i -го шва возникает разность продольных перемещений Δu^i и Δv^i .

Предполагается, что для каждого слоя составной конструкции (но не для всего пакета) выполняется гипотеза прямых нормалей. Число слоев конструкции в общем случае равно $(n + 1)$ и трем слоям для расчетной конструкции, представленной в статье. Число промежутков между слоями (податливых швов) равно n (для модели в общем случае), для изучаемой конструкции число швов равно двум.

В основе моделирования положены предположения и допущения теории составных тонкостенных конструкций [Арутюнян, Зевин, 1988; Новожилов, 1991; Якубовский, 1994; Якубовский и др., 2016; Yakubovskiy и др., 2016a, б; Glumov, Yakubovskiy, 2017; Якубовский, Герасимов, 2018; Якубовский и др., 2018a, б]. Математическую модель задачи деформирования составных конструкций с произвольным числом слоев можно записать с помощью системы дифференциальных уравнений в частных производных [Якубовский, 1994]:

$$L_1^i(B^*, \varphi) + L_2^i(B^*, \varphi) - L_1^i(B^*, T) - L_2^i(B^*, T) = L(w + w_0) + \Lambda^i(c, w), \quad (1)$$

где

$$L_1^i(B^*, \varphi) = B_{22}^{*i} \frac{\partial^4 \varphi^i}{\partial x^4} + 2 \left(\frac{1}{2} B_{66}^{*i} - B_{12}^{*i} \right) \frac{\partial^4 \varphi^i}{\partial x^2 \partial y^2} + B_{11}^{*i} \frac{\partial^4 \varphi^i}{\partial y^4};$$

$$L_2^i(B^*, \varphi) = 2 \left[\frac{\partial B_{22}^{*i}}{\partial x} \frac{\partial^3 \varphi^i}{\partial y^3} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} B_{66}^{*i} - B_{12}^{*i} \right) \frac{\partial^3 \varphi^i}{\partial x^2 \partial y} \right] + \left(\frac{\partial B_{22}^{*i}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 B_{12}^{*i}}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 \varphi^i}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial B_{11}^{*i}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 B_{12}^{*i}}{\partial x^2} \right) \frac{\partial^2 \varphi^i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_{66}^{*i}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \varphi^i}{\partial x \partial y}; \quad (2)$$

$$L_1^i(B^*, T) = (B_{11}^i - B_{12}^{*i}) \left(\frac{\partial^2 T^i}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 T^{i-1}}{\partial y^2} \right) + (B_{22}^i - B_{21}^{*i}) \left(\frac{\partial^2 T^i}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 T^{i-1}}{\partial x^2} \right);$$

$$L_2^i(B^*, T) = \frac{\partial^2(B_{11}^{*i} - B_{12}^{*i})}{\partial y^2} (T^i - T^{i-1}) + 2 \frac{\partial(B_{11}^{*i} - B_{12}^{*i})}{\partial y} \times$$

$$\times \frac{\partial(T^i - T^{i-1})}{\partial y} + \frac{\partial^2(B_{22}^{*i} - B_{21}^{*i})}{\partial x^2} \times$$

$$\times (T^i - T^{i-1}) + 2 \frac{\partial(B_{22}^{*i} - B_{21}^{*i})}{\partial x} \cdot \frac{\partial(T^i - T^{i-1})}{\partial x};$$

$$L(w + w_0) = \left[\frac{\partial^2(w + w_0)}{\partial x \partial y} \right]^2 - \left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right] - \frac{\partial^2(w + w_0)}{\partial x^2} -$$

$$- \frac{\partial^2(w + w_0)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_0 \partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2};$$

$$\Lambda^i(c, w) = \frac{\partial^2 \varepsilon_2^i}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \gamma_{12}^i}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_1^i}{\partial y^2};$$

$$B_{11}^{*i} = \frac{B_{22}^i}{(B_0^i)^2}; \quad B_{22}^{*i} = \frac{B_{11}^i}{(B_0^i)^2}; \quad B_{12}^{*i} = \frac{B_{22}^i}{(B_0^i)^2}; \quad B_{66}^{*i} = \frac{1}{B_{66}^i};$$

$$(B_0^i)^2 = (B_{11}^i (B_{22}^i - (B_{12}^i)^2))^2.$$

Здесь $\varepsilon_1^i, \varepsilon_2^i$ и γ_{12}^i — компоненты деформаций срединной поверхности i -го слоя; φ^i — функция усилий; T^i — потенциальная функция, отражающая распределение сдвигающих напряжений τ_x^i и τ_y^i в i -м шве; w — функция прогиба; w_0 — отклонение от плоскости поверхности пластин; $B_{11}^i, B_{12}^i, B_{21}^i, B_{22}^i, B_{66}^i$ — интегральные характеристики жесткости материала i -го слоя конструкции.

При упругом линейном деформировании без конструктивных подкрепляющих элементов характеристики жесткости в i -х слоях определяются по формулам, которые предложили Н. Х. Арутюнян, А. А. Зевин [1988]:

$$B_{11}^i = -\frac{E_1^i h^i}{(1 - \nu_1^i \nu_2^i)}; \quad B_{12}^i = B_{21}^i = \frac{E_1^i \nu_2^i h^2}{(1 - \nu_1^i \nu_2^i)}; \quad B_{22}^i = \frac{E_2^i h^i}{(1 - \nu_1^i \nu_2^i)}; \quad B_{66}^i = G^i h^i.$$

Здесь E_1^i, E_2^i — модули упругости; ν_1^i, ν_2^i — коэффициенты Пуассона материала i -го слоя в направлениях координатных осей x и y ; G^i — модуль сдвига.

На основе соотношений теории составных пластин [Якубовский и др., 2016] разность перемещений Δu^i и Δv^i по обе стороны разделяющей поверхности i -го шва можно определить с помощью формул:

$$\begin{aligned} \Delta u^i &= u^{i+1} - u^i + \frac{\partial w}{\partial x} c^i + k_1^i (b^i u^{i+1} + a^i u^i); \\ \Delta v^i &= v^{i+1} - v^i + \frac{\partial w}{\partial y} c^i + k_2^i (b^i v^{i+1} + a^i v^i), \end{aligned} \quad (3)$$

где $u^i(x, y)$, $v^i(x, y)$, $w(x, y)$ — продольные и поперечные перемещения точек срединной поверхности i -го слоя; c^i — расстояния между срединными поверхностями слоев по обе стороны i -го шва; a^i , b^i — расстояния от срединного слоя до поверхности пластины; k_1^i и k_2^i — главные кривизны i -го слоя.

Для пластинчатых составных конструкций главные кривизны k_1^i и k_2^i равны нулю.

Связь между разностями смещений (Δu^i , Δv^i) и сдвигающими напряжениями в i -м шве (τ_x^i , τ_y^i) при переменной толщине слоев $c^i = c^i(x, y)$ с учетом ортотропии и нелинейности жесткости связей сдвига в направлениях координатных осей x и y определяется, согласно В. В. Новожилову [1991], соотношениями:

$$\tau_x^i = \eta_x^i \Delta u^i; \quad \tau_y^i = \eta_y^i \Delta v^i, \quad (4)$$

где $\eta_x^i(x, y)$ и $\eta_y^i(x, y)$ — нелинейные коэффициенты жесткости связей сдвига в направлениях x и y , зависящие от величины результирующей разности сдвига одного слоя по отношению к другому.

Из выражений (4) с учетом соотношений (3) получаем:

$$\frac{1}{\eta_x^i} \tau_x^i = C^i \frac{\partial w}{\partial x}; \quad \frac{1}{\eta_y^i} \tau_y^i = C^i \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (5)$$

Для решения задачи в линейной упругой постановке использована следующая зависимость [Якубовский, 1994]:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_x^i + \Delta \varepsilon_y^i &= B_{11}^{*i+1} \frac{\partial^2 \varphi^{i+1}}{\partial y^2} + B_{22}^{*i+1} \frac{\partial^2 \varphi^{i+1}}{\partial x^2} - B_{12}^{*i+1} \nabla^2 \varphi^{i+1} - \\ &- (B_{11}^{*i+1} - 2B_{12}^{*i+1} + B_{22}^{*i+1})(T^{i+1} - T^i) - \left(B_{11}^{*i} \frac{\partial^2 \varphi^i}{\partial y^2} + B_{22}^{*i} \frac{\partial^2 \varphi^i}{\partial x^2} \right) + B_{12}^{*i+1} \nabla^2 \varphi^i + \\ &+ (B_{11}^{*i} - 2B_{12}^{*i} + B_{22}^{*i})(T^i - T^{i-1}). \end{aligned} \quad (6)$$

В случае изотропии материала слоев составной конструкции постоянной жесткости используется выражение вида [Якубовский и др., 2018a]:

$$\frac{1}{\eta_x^i} \frac{\partial^2 T^i}{\partial x^2} + \frac{1}{\eta_y^i} \frac{\partial^2 T^i}{\partial y^2} = c^i \nabla^2 w + (B_{11}^{*i+1} - B_{12}^{*i+1}) \cdot [\nabla^2 \varphi^i - 2(T^{i+1} - T^i)] - (B_{11}^{*i} - B_{12}^{*i}) [\nabla^2 \varphi^i - 2(T^i - T^{i-1})] \quad (7)$$

где $B_{11}^{*i} = 1/(E^i h^i)$; $B_{12}^{*i} = \nu^i B_{11}^{*i}$.

Таким образом, для составной пластины, состоящей из $(n + 1)$ слоев, должна быть решена система дифференциальных уравнений относительно искомым функций: функции прогиба w , функции усилий φ^i и потенциальной функции T^i .

Кроме того, математическая модель деформирования составной конструкции должна быть дополнена краевыми условиями.

Граничные условия в случае шарнирного опирания торцов при $x = 0$ и $x = a$ запишутся в виде:

$$w = 0, \quad M_x^i = 0, \quad T^i = 0, \quad V^i = 0, \quad N_x^i = 0.$$

Здесь w — функция прогиба; M_x^i — изгибающий момент i -го слоя; T^i — потенциальная функция i -го слоя; N_x^i — растягивающие усилия i -го слоя; V^i — перемещения срединной поверхности i -го слоя вдоль оси y .

Аналогично можно расписать краевые условия на двух других краях.

Результаты и обсуждение

Расчет трехслойной конструкции

Для расчета используется трехслойная стеновая панель, которую можно представить как тонкостенную конструкцию, состоящую из двух внешних стальных слоев и внутреннего бетонного слоя. Данная сталебетонная конструкция симметрична относительно срединной поверхности внутреннего слоя. Крепежными элементами слоев являются анкера. Шаг расстановки анкеров равен величине швов. Поперечная нагрузка распределена в центральной зоне и имеет интенсивность q .

Краевые условия конструкции на прямоугольном контуре отвечают условиям шарнирного опирания торцов. В качестве аппроксимирующих функций прогиба $W(x, y)$ и усилий $\varphi(x, y)$ при краевых условиях в случае шарнирного опирания использованы тригонометрические ряды Фурье [Арутюнян, Зевин, 1988]:

$$W(x, y) = \sum_n \sum_m W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$\varphi^{(1)}(x, y) = \sum_n \sum_m \varphi_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (m = 1.2...M, n = 1.2...N),$$

$$\varphi^{(1)}(x, y) = \varphi^{(3)}(x, y),$$

где коэффициенты W_{mn} , φ_{mn} в тригонометрических рядах определяются из решения пластин в форме Навье.

Механические характеристики материала слоев и линейные размеры трехслойной сталебетонной конструкции приведены в табл. 1.

Таблица 1. Механические характеристики материала слоев и геометрические параметры конструкции

Table 1. Mechanical characteristics of the material of the layers and geometric parameters of the structure

Наименование	Числовые значения
Модуль упругости материала внешних слоев	$E^{(1)} = E^{(3)} = 2,1 \cdot 10^5$ МПа
Коэффициент Пуассона материала внешних слоев	$\nu^{(1)} = \nu^{(3)} = 0,3$
Модуль упругости материала внутреннего слоя	$E^{(2)} = 8 \cdot 10^3$ МПа
Коэффициент Пуассона материала внутреннего слоя	$\nu^{(2)} = 0,2$
Длины сторон квадратной конструкции	$a = b = 1,2$ м
Толщина внешних (первого и третьего) слоев	$h^1 = h^3 = 1$ мм
Толщина среднего (второго) слоя	$h^2 = 118$ мм

Расчеты проведены при нагрузке с интенсивностью $q = 1$ МПа, распределенной в центральной зоне на площадке с линейными размерами 200×200 мм². Выполнено исследование НДС с различными значениями коэффициентов жесткости швов $\eta^{(1)}$ и $\eta^{(2)}$.

Усилия на анкерах и напряжения вычислялись с учетом локального воздействия анкеров, соединяющих слои. Расстояние между анкерами определялись по соотношениям вида:

$$h_x = \frac{a}{(K - 1)}, \quad h_y = \frac{b}{(L - 1)},$$

где K и L — количество анкеров вдоль координатных осей x , y соответственно.

Сосредоточенные усилия анкеров $P_x^i(k, l)$, $P_y^i(k, l)$ с учетом их координат вычисляются по формулам:

$$P_x^i(k, l) = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \tau(x, y) dx dy;$$

$$x_1 = x_0 - \frac{h_x}{2}, \quad x_2 = x_0 + \frac{h_x}{2},$$

$$y_1 = y_0 - \frac{h_x}{2}, \quad y_2 = y_0 + \frac{h_x}{2},$$

где x_0, y_0 — координаты расположения анкеров; h_x — расстояние между анкерами.

Расстояние между анкерами, которое связывает внешние стальные листы со средним слоем, равно 120 мм. При такой сетке анкеров и данных параметрах конструкции указанная жесткость обеспечивается при установке анкеров диаметром $d = 8,7$ мм. При проведении исследований трехслойной пластины с анкерным соединением слоев величины жесткости связей швов варьировались в пределах от 1 до 20 кН/мм³.

Результаты распределения усилий P_x в анкерах при различных значениях коэффициентов жесткости шва приведены на рис. 1 и 2.

Из расчетов, приведенных на рис. 1, видно, что чем больше жесткость связи, тем значительнее усилия, связанные со сдвигом слоев, которые находятся на относительном расстоянии $0,3 \leq x/a \leq 0,4$.

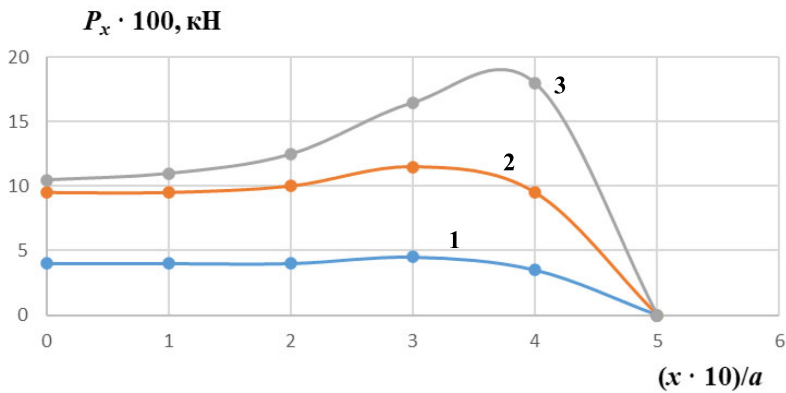


Рис. 1. Усилия P_x в анкерах трехслойной плиты ($y = 0,5b$). Значения координаты x и коэффициентов жесткости шва: 1 — 1 кН/мм³; 2 — 5 кН/мм³; 3 — 20 кН/мм³

Fig. 1. Forces P_x in anchors of a three-layer plate ($y = 0.5b$). Coordinate x values and joint stiffness factors: 1 — 1 кН/мм³; 2 — 5 кН/мм³; 3 — 20 кН/мм³

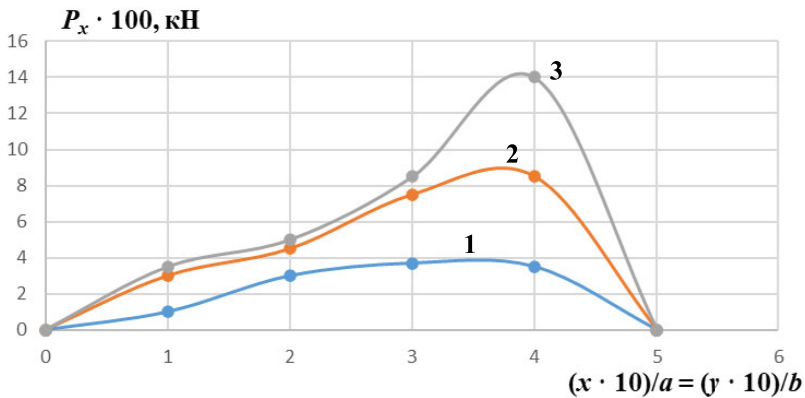


Рис. 2. Распределение усилий от анкеров. Значения коэффициентов жесткости шва: 1 — 1 кН/мм³; 2 — 5 кН/мм³; 3 — 20 кН/мм³

Fig. 2. Distribution of anchor forces. Values of joint stiffness factors: 1 — 1 кН/мм³; 2 — 5 кН/мм³; 3 — 20 кН/мм³

Распределение усилий P_x от анкеров по сечению вдоль диагонали отражено на рис. 2. Расчет по определению напряжений проведен для точек, координаты которых в ячейке с размерами 1×1 мм. При большей податливости связей величина наибольшего усилия сдвигается к внешнему краю пластины.

Как видно из приведенных расчетов, при изменении жесткости анкерных связей изменяются не только величины усилий P_x , приходящихся на каждый анкер, но и картина распределения усилий между анкерами. Последнее связано с изменением формы распределения сдвигающих напряжений в шве. Это явление наблюдается и при изменении других параметров исследуемой конструкции, например изменении жесткости среднего слоя.

Заключение

Таким образом, получена математическая модель деформирования составной многослойной (в частном случае трехслойной) конструкции, выполнены расчеты с учетом анкерного соединения слоев и выделены усилия, приходящиеся на отдельный анкер. Выявлены эффекты, связанные с изменением напряженного состояния от соотношения шагов между анкерами в двух ортогональных направлениях или от количества анкерных связей в соединительных швах. Связи в виде анкеров обеспечивают совместность работы слоев составной композитной конструкции, но при этом возникают проблемы прочности самого анкера из-за сдвигающих усилий в околоанкерных зонах, где приложены сосредоточенные нагрузки.

Варьируя шагом расстановки анкеров, можно обеспечить отсутствие проскальзывания одного слоя по отношению к другому. Величина шага зависит от интегральных характеристик жесткости отдельных слоев и от податливости анкеров, связывающих слои. При увеличении шага расстановки анкеров наблюдается уменьшение жесткости связи между слоями. Дальнейшим развитием теории расчета каркасных систем, представляющих собой составные пластины, предполагается разработка модели для исследования напряженно-деформированного состояния систем с дискретным соединением слоев из композитных материалов.

Список источников

- Абрамян С. Г., Гнатюк Д. В. 2017. Сборные и сборно-монолитные каркасные системы высотных зданий с плоскими плитами перекрытия // *Науковедение*. Том 9. № 1. С. 83.
- Арутюнян Н. Х., Зевин А. А. 1988. Расчет строительных конструкций с учетом ползучести. М.: Стройиздат. 256 с.
- Белых А. Н., Астахов И. А., Ткач Р. А. 2021. Современные структурные изолированные панели // *Перспективы науки*. № 11 (146). С. 54–56.
- Гранев В. В., Кодыш Э. Н., Трекин Н. Н., Терехов И. А., Еремин К. И., Шмаков С. Д. 2019. Проектирование сборных железобетонных конструкций каркасных зданий: новый свод правил // *Промышленное и гражданское строительство*. № 4. С. 4–9. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2019.04.04-09>

- Жигулина А. Ю., Буров Л. О. 2020. История развития каркасных малоэтажных зданий // Традиции и инновации в строительстве и архитектуре: сб. ст. 77-й Всерос. науч.-техн. конф. (26–30 октября 2020 г., Самара, Россия) / под ред. М. В. Шувалова, А. А. Пищулева, Е. А. Ахмедовой. Самара: Самарский гос. техн. ун-т. С. 296–301.
- Лысова Ю. Д., Фомин Н. И., Сяо Ш., Сюй В. 2022. Конструктивно-технологические решения сборно-монолитных систем в странах Восточной Азии // Инженерный вестник Дона. № 10 (94). С. 283–300.
- Николаев С. В., Шрейбер А. К., Этенко В. П. 2015. Панельно-каркасное домостроение — новый этап развития КПД // Жилищное строительство. № 2. С. 3–7.
- Новожилов В. В. 1991. Основы нелинейной теории упругости. Л.: Политехника. 211 с.
- Овсянников С. Н., Максимов В. Б. 2018. Энергоэффективные наружные стеновые панели каркасно-панельных зданий // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. Том 20. № 6. С. 107–114. <https://doi.org/10.31675/1607-1859-2018-20-6-107-114>
- Подшивалов И. И., Андриенко И. А. 2022. Моделирование напряженно-деформированного состояния одноэтажного каркасного здания, получившего повреждения // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. Том 24. № 6. С. 119–128. <https://doi.org/10.31675/1607-1859-2022-24-6-119-128>
- Стрелец К. И., Стрелкова М. Д. 2019. Эффективность применения сборно-монолитных каркасных систем в гражданском строительстве // Неделя науки СПбПУ: материалы науч. конф. с междунар. участием (18–23 ноября 2019 г., Санкт-Петербург, Россия). Инженерно-строительный институт. В 3 ч. / отв. ред. Н. Д. Беляев, В. В. Елистратов. СПб.: Политех-Пресс. Ч. 2. С. 196–198.
- Терентьев А. В., Терехова О. П. 2023. Особенности технологий сборно-монолитного каркасного строительства объектов // Вестник науки. Том 2. № 5 (62). С. 541–551.
- Якубовский Ю. Е. 1994. Нелинейная теория изгиба и расчет составных пластин и пологих оболочек переменной жесткости: автореф. дис. д-ра техн. наук. Екатеринбург: Урал. гос. техн. ун-т. 46 с.
- Якубовский Ю. Е., Гуляев Б. А., Колосов В. И., Кривчун Н. А., Якубовская С. В. 2016. Изгиб составных пластин и пологих оболочек: монография. Тюмень: Тюмен. индустр. ун-т. 185 с.
- Якубовский Ю. Е., Герасимов Д. С. 2018. Моделирование тонкостенных сталебетонных составных конструкций: монография. Тюмень: Тюмен. индустр. ун-т. 130 с.
- Якубовский Ю. Е., Гуляев Б. А., Донкова И. А., Кузьяев А. Г. 2018а. Моделирование и расчет составных пластин, пологих и цилиндрических оболочек: монография. Тюмень: Тюмен. индустр. ун-т. 190 с.
- Якубовский Ю. Е., Колосов В. И., Донкова И. А., Круглов С. О. 2018б. Моделирование вязкоупругих свойств стареющего материала // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 4. № 4. С. 181–190. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2018-4-4-181-190>
- Glumov I. S., Yakubovskiy Yu. E. 2017. Model of requirements to a resource providing system to maintain buses and train drivers in the motor transport companies engaged in passenger transportation // Transportation Research Procedia. Vol. 20. Pp. 219–224. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2017.01.055>

- Yakubovskiy Yu. E., Goltsov V. S., Kolosov V. I. 2016a. Deformation of working shells of mixing devices in the production of concrete for underground construction // *Procedia Engineering*. Vol. 165. Pp. 1238–1245. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.846>
- Yakubovskiy Yu. E., Kolosov V. I., Gulyaev B. A., Goltsov V. S. 2016b. Bending of structurally orthotropic composite structures with anchor connection layers // *Procedia Engineering*. Vol. 165. Pp. 1246–1253. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.847>

References

- Abramyan, S. G., & Gnatyuk, D. V. (2017). Precast and cast-in-situ frame systems of high-rise buildings with flat slabs. *Naukovedenie*, 9(1), 83. [In Russian]
- Arutyunyan, N. Kh., & Zevin, A. A. (1988). *Calculation of Building Structures Taking into Account Creep*. Strojizdat. [In Russian]
- Belykh, A. N., Astakhov, I. A., & Tkach, R. A. (2021). Modern structural insulated panels. *Science Prospects*, (11), 54–56. [In Russian]
- Granev, V. V., Kodysh, E. N., Trekin, N. N., Terekhov, I. A., Yeromin, K. I., & Shmakov, S. D. (2019). Design of precast reinforced concrete structures of frame buildings: a new set of rules. *Industrial and Civil Engineering*, (4), 4–9. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2019.04.04-09> [In Russian]
- Jigulina, A. Yu., & Burov, L. O. (2020). History of the development of frame low-rise buildings. In M. V. Shuvalov, A. A. Pischulev, & E. A. Ahmedova (Eds.), *Traditions and Innovations in Construction and Architecture: Collection of Articles of the 77th All-Russian Scientific and Technical Conference (October 26–30, 2020, Samara, Russia)* (pp. 296–301). Samara State Technical University. [In Russian]
- Lysova, Yu. D., Fomin, N. I., Siao, S., & Siui, V. (2022). Structural and technological solutions for prefabricated-monolithic systems in East Asia. *Engineering Journal of Don*, (10), 283–300. [In Russian]
- Nikolaev, S. V., Shrejber, A. K., & Etenko, V. P. (2015). Panel and frame house building is a new stage of large-panel construction development. *Housing Construction*, (2), 3–7. [In Russian]
- Novozhilov, V. V. (1991). *Fundamentals of Nonlinear Elasticity Theory*. Politechnika. [In Russian]
- Ovsyannikov, S. N., & Maksimov, V. B. (2018). Energy-efficient external wall panels of frame-panel buildings. *Journal of Construction and Architecture*, 20(6), 107–114. <https://doi.org/10.31675/1607-1859-2018-20-6-107-114> [In Russian]
- Podshivalov, I. I., & Andrienko, I. A. (2022). Finite element modeling of stress-strain state of damaged one-storey frame building. *Journal of Construction and Architecture*, 24(6), 119–128. <https://doi.org/10.31675/1607-1859-2022-24-6-119-128> [In Russian]
- Strelets, K. I., & Strelkova, M. D. (2019). The effectiveness of the use of prefabricated monolithic frame systems in civil engineering. In N. D. Belyaev, & V. V. Elistratov (Eds.), *SPbPU Science Week: Materials of a Scientific Conference with International Participation (November 18–23, 2019, Saint Petersburg, Russia)*. Institute of Civil Engineering. In 3 parts (Part 2, pp. 196–198). Politech-Press. [In Russian]
- Terentyev, A. V., & Terekhova, O. P. (2023). Features of technologies of prefabricated monolithic frame construction of objects. *Vestnik nauki*, 2(5), 541–551. [In Russian]
- Yakubovskiy, Yu. E. (1994). *Nonlinear Theory of Bending and Calculation of Composite Plates and Flat Shells of Variable Stiffness* [Dr. Sci. (Tech.) dissertation abstract, Ural State Technical University]. [In Russian]

- Yakubovskiy, Yu. E., Gulyaev, B. A., Kolosov, V. I., Krivchun, N. A., & Yakubovskaya, S. V. (2016). *Bending of Composite Plates and Flat Shells*. Industrial University of Tyumen [In Russian]
- Yakubovskiy, Yu. E., & Gerasimov, D. S. (2018). *Modeling of Thin-Walled Steel Concrete Structures*. Industrial University of Tyumen. [In Russian]
- Yakubovskiy, Yu. E., Gulyaev, B. A., Donkova, I. A., & Kuzyaev, A. G. (2018a). *Modeling and Calculation of Composite Plates of Flat and Cylindrical Shells*. Industrial University of Tyumen. [In Russian]
- Yakubovskiy, Yu. E., Kolosov, V. I., Donkova, I. A., & Kruglov, S. O. (2018b). Modeling viscoelastic properties of aging material. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 4(4), 181–190. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2018-4-4-181-190> [In Russian]
- Glumov, I. S., & Yakubovskiy, Yu. E. (2017). Model of requirements to a resource providing system to maintain buses and train drivers in the motor transport companies engaged in passenger transportation. *Transportation Research Procedia*, 20, 219–224. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2017.01.055>
- Yakubovskiy, Yu. E., Goltsov, V. S., & Kolosov, V. I. (2016a). Deformation of working shells of mixing devices in the production of concrete for underground construction. *Procedia Engineering*, 165, 1238–1245. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.846>
- Yakubovskiy, Yu. E., Kolosov, V. I., Gulyaev, B. A., & Goltsov, V. S. (2016b). Bending of structurally orthotropic composite structures with anchor connection layers. *Procedia Engineering*, 165, 1246–1253. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.847>

Информация об авторах

Юрий Евгеньевич Якубовский, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной механики, Институт транспорта, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
jakubovskijje@tyuiu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6838-0631>

Ирина Адольфовна Донкова, кандидат технических наук, доцент кафедры программного обеспечения, Институт математики и компьютерных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; доцент кафедры прикладной механики, Институт транспорта, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
i.a.donkova@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1151-4931>

Information about the authors

Yuriy E. Yakubovskiy, Dr. Sci. (Tech.), Professor, Department of Applied Mechanics, Institute of Transport, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia
jakubovskijje@tyuiu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6838-0631>

Irina A. Donkova, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor, Department of Software, Institute of Mathematics and Computer Science, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Associate Professor, Department of Applied Mechanics, Institute of Transport, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia
i.a.donkova@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1151-4931>

Повышение эффективности моделирования притока к газоконденсатным горизонтальным скважинам при помощи инструмента определения профиля притока

Богдан Леонидович Васильев^{1,2✉}, Наиль Габсалямovich Мусакаев^{1,3}

¹ Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

² Газпромнефть-Заполярье, Тюмень, Россия

³ Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия

Контакт для переписки: bogdan_vasilev_1999@mail.ru✉

Аннотация. Разработка месторождений углеводородного сырья с использованием горизонтальных скважин позволяет с минимальной депрессией достигнуть рентабельных дебитов и повысить коэффициент извлечения нефти. После запуска в работу горизонтальной скважины и в процессе ее последующей эксплуатации необходимо провести промысловые геофизические исследования для оценки состояния ствола скважины и оптимизации разработки. Но при проведении и интерпретации таких исследований могут возникнуть затруднения с качественным и количественным определением такого важного показателя, как профиль притока, что может свидетельствовать о низкой информативности проведенного исследования. Негативное влияние этого фактора на добычу углеводородного сырья может выступить в качестве существенной причины значительных просчетов в разработке месторождений углеводородов. В данной работе рассмотрены основные причины низкой информативности промыслово-геофизических исследований в скважинах с горизонтальным окончанием, а также способы повышения точности данных исследований. Целью работы является создание цифрового инструмента по определению профиля притока флюида к газовым горизонтальным добывающим скважинам по данным скважинной барометрии, который может дополнить или заменить низкоинформативную во многих случаях механическую расходомерию. Представлено описание методики расчета и осуществлена на основе реальных промысловых данных проверка эффективности созданного инструмента. Расчетным путем показана его эффективность. Так, построенная

расчетная эпюра давления имеет хорошую сходимость с промышленными данными, расчетный дебит также совпал с фактическим. Оценены риски и дальнейшие улучшения предлагаемого инструмента.

Ключевые слова: горизонтальная скважина, газ, конденсат, механическая расходомерия, барометрия, промыслово-геофизические исследования

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (№ 124021500017-5).

Цитирование: Васильев Б. А., Мусакаев Н. Г. 2024. Повышение эффективности моделирования притока к газоконденсатным горизонтальным скважинам при помощи инструмента определения профиля притока // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 3 (39). С. 102–116. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-102-116>

Поступила 20.06.2024; одобрена 15.08.2024; принята 02.10.2024

Improving the efficiency of modeling inflow to gas-condensate horizontal wells using an inflow profiling tool

Bogdan L. Vasiliev^{1, 2✉}, Nail G. Musakaev^{1, 3}

¹ University of Tyumen, Tyumen, Russia

² Gazpromneft-Zapolyarye, Tyumen, Russia

³ Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia

Corresponding author: bogdan_vasilev_1999@mail.ru✉

Abstract. The development of hydrocarbon deposits using horizontal wells makes it possible to achieve profitable flow rates with minimal depression and increase the oil recovery factor. Having launched and running a horizontal well, it is necessary to conduct field geophysical surveys to assess the condition of the wellbore and optimize development. But when conducting and interpreting such studies, difficulties may arise with the qualitative and quantitative determination of such an important indicator as the inflow profile, which may indicate the low information content of the study. The negative impact of this factor on the production of hydrocarbon raw materials can act as a significant reason for significant miscalculations in the development of hydrocarbon fields. This paper discusses the main reasons for the low information content of field geophysical surveys in wells with horizontal completion,

as well as ways to improve the accuracy of survey data. The goal of the work is to create a digital tool for determining the profile of fluid inflow to gas horizontal production wells based on well barometry data, which can complement or replace mechanical flow metering, which is low-informative in many cases. A description of the calculation methodology is presented and the effectiveness of the created tool is verified based on real field data. Its effectiveness has been shown by calculation; the calculated pressure diagram has good convergence with field data, and the calculated flow rate also coincides with the actual flow rate. The risks and further improvements of the proposed tool are assessed.

Keywords: horizontal well, gas, condensate, mechanical flow metering, barometry, field logging

Acknowledgements: the research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. 124021500017-5).

Citation: Vasiliev, B. L., & Musakaev, N. G. (2024). Improving the efficiency of modeling inflow to gas-condensate horizontal wells using an inflow profiling tool. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(3), 102–116. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-102-116>

Received Jun. 20, 2024; Reviewed Aug. 15, 2024; Accepted Oct. 2, 2024

Введение

В последние годы всё большая доля добычи нефти и газа производится с использованием горизонтальных одно- и многоствольных скважин с горизонтальным окончанием (горизонтальная скважина), позволяющих с минимально возможной депрессией достигнуть рентабельных дебитов и высокой нефте- и газоотдачи пласта. Разработка месторождений углеводородного сырья с помощью горизонтальных скважин позволяет в ряде случаев повысить коэффициент извлечения нефти (КИН); так, по данным из открытых источников, использование горизонтальных скважин дает прирост КИН на 9% [Валиуллин, Яруллин, 2014].

После запуска в работу горизонтальной скважины и в процессе ее последующей эксплуатации необходимо провести промысловые геофизические исследования (ПГИ) для оценки состояния ствола скважины и оптимизации разработки [Ипатов, Кремнецкий, 2010]. Стоит отметить, что технология ПГИ создает условия для решения ряда задач контроля, а именно для нахождения гидродинамических характеристик пористого коллектора, выбора нужного для целей производства режима функционирования технологического оборудования скважины, анализа текущего состояния фонда скважин, изучения процесса вытеснения флюида в пласте и т. д. [Колесникова и др., 2016].

При проведении и интерпретации промыслово-геофизических исследований могут проявиться существенные затруднения, связанные с качественным и количественным установлением такого важного показателя, как профиль притока [Гринченко и др.,

2020]. Данный показатель важен при решении ряда задач, таких как адаптация гидродинамической модели насыщенного пласта и, соответственно, повышение качества прогнозных расчетов, оценка эффективности работы ствола скважины, планирование технических и технологических операций на действующей скважине, а также подсчет запасов углеводородного сырья и их выработки. Качественное и количественное определение профилей притока является одной из важнейших задач при изучении эксплуатационных характеристик пласта. Данный параметр в горизонтальных скважинах определяют методами ПГИ [Abdel-Ghani и др., 2011; Al-Harhi, Ahmad, 2013] или с помощью стационарных систем дистанционного долговременного мониторинга.

На рис. 1 представлен пример проведенных промыслово-геофизических исследований, а именно барометрии и механической расходомерии (РГД), для трех разных скважин.

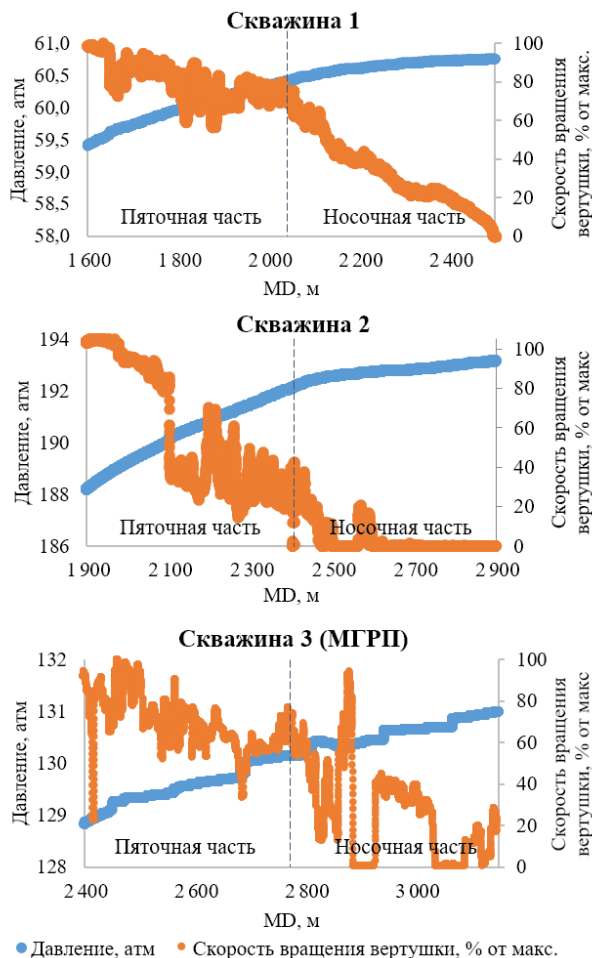


Рис. 1. Результаты барометрии и механической расходомерии для горизонтальных скважин

Fig. 1. Results of barometry and mechanical flow metering for horizontal wells

Видно, что скорость вращения вертушки механического расходомера ведет себя некорректно на некоторых участках (это обстоятельство наиболее заметно при исследовании скважин 2 и 3), где скорость значительно изменяется в пределах одного и того же участка, что может свидетельствовать о низкой информативности проведенного исследования и невозможности оценки (не только на количественном, но и на качественном уровне) о характере притока к горизонтальной скважине.

Методы

Неинформативность методов ПГИ исходит из того, что в добывающих компаниях имеются трудности при проведении и интерпретации данных исследований в скважинах с горизонтальным окончанием. Условия проведения исследований в вертикальных и горизонтальных скважинах могут существенным образом различаться, поэтому действовать по ранее отработанным алгоритмам уже не получается.

Первой причиной вышеобозначенного различия выступает то, что в скважине движется многофазная смесь сложного состава и структуры, зачастую имеющая характер расслоенного потока [Валиуллин и др., 2002; Falcone и др., 2008]. Такое возможно независимо от того, с какой скважиной приходится иметь дело (нефтяной, газовой). Более тяжелая фаза движется ближе к нижней направляющей горизонтальной скважины, более легкая ближе к верху, притом с разными скоростями; происходит явление проскальзывания, что делает неинформативной механическую расходомерию, имеющую одну вертушку, центрированную в стволе скважины.

Второй причиной неинформативности методов ПГИ в горизонтальных скважинах является однородность физических полей (в первую очередь, теплового поля) в горизонтальном участке.

Третья причина — спуск компоновки приборов в большинстве случаев производится на гибких насосно-компрессорных трубах (ГНКТ), что обуславливает изменение притока флюида к стволу в связи с изменяющейся газо- и гидродинамикой флюида и дросселированием потока.

Четвертая причина — сложность траектории горизонтальной скважины и появление из-за этого в стволе застойных зон. В скважине образуется застойная зона, крыльчатка расходомера и другие датчики забиваются, и замер из-за этого получается неинформативным.

На основе вышеизложенных сложностей были выделены несколько групп методов повышения точности ПГИ в горизонтальной скважине.

Первый — изменение метода спуска прибора в скважину. Были отобраны три основных метода (ГНКТ, жесткий кабель и забойный трактор) и проведен сравнительный анализ по условиям их применения.

Как уже было сказано ранее, при спуске ГНКТ происходит изменение гидравлики в стволе скважины, которое нужно учитывать при интерпретации, при этом риск аварии при спуско-подъемных операциях через НКТ невелик. Что касается забойного трактора, то снижение эксплуатационных расходов на 20% по сравнению с ГНКТ не компенсирует высокий риск зацепления трактора за НКТ. Поэтому необходимо обоснование выбора

способа перед проведением исследования. Жесткий кабель же сложно применим в горизонтальных скважинах сложной конструкции.

Второй — изменение компоновки приборов ПГИ. Если для вертикальных скважин стандартным комплексом исследований считается расходометрия, термометрия, барометрия и методы приток-состава (резистивиметрия, влагометрия), то для горизонтальных скважин предлагается использовать многодатчиковые расходометрию и термометрию [Brown, 2008], которые, по сути, решают проблему многофазного потока, но не решают проблему возможного загрязнения крыльчаток, а также барометрию, методы приток-состава и спектральную шумомерию, с довольно высокой точностью определяющую работающие интервалы в газовых скважинах.

Таким образом, добавление в комплекс спускаемых приборов спектральной шумомерии и многодатчиковой термометрии позволяет выделить работающие интервалы, при этом количественная интерпретация по определению профиля притока по-прежнему затруднена.

Была составлена матрица (рис. 2) с основными задачами ПГИ в горизонтальной скважине и методами ПГИ, которые их решают в разных типах скважин. Каждому методу на основе экспертной оценки расставлена надежность исследования от низкой до высокой. На основе данной матрицы можно сделать вывод, что нет надежных методов количественного определения профиля притока, заменяющего механическую расходомерию.

Основные задачи ПГИ в ГС	Тип горизонтальной скважины			
	Нефтяная скважина	Газовая скважина	Нефтяная скважина с МГРП	Газовая скважина с МГРП
Определение работающих участков пласта	Термометрия (многодатчиковая)	Термометрия (многодатчиковая) Спектральная шумометрия	Термометрия (многодатчиковая)	Термометрия (многодатчиковая) Спектральная шумометрия
	Состав притекающего флюида в скважину	Многодатчиковая влагометрия Резистивиметрия	Многодатчиковая влагометрия Резистивиметрия	Многодатчиковая влагометрия Резистивиметрия
Определение траектории скважины	Барометрия	Барометрия	Барометрия	Барометрия
Определение заколонных перетоков	Термометрия (многодатчиковая)	Термометрия (многодатчиковая) Спектральная шумометрия	Термометрия (многодатчиковая)	Термометрия (многодатчиковая) Спектральная шумометрия
	Количественное определение профиля притока	Механическая расходометрия (многодатчиковая) СТД	Механическая расходометрия (многодатчиковая) СТД	Механическая расходометрия (многодатчиковая) Трассерные исследования СТД
Определение забойного давления		Барометрия	Барометрия	Барометрия

Низкая надежность исследования
 Средняя надежность исследования
 Высокая надежность исследования

Рис. 2. Матрица надежности основных методов ПГИ

Fig. 2. Reliability matrix of the main logging methods

Вернемся к ранее упоминаемым причинам неинформативности ПГИ в горизонтальной скважине. Первые две причины решаются при помощи изменения самого комплекса исследования. Две другие проблемы не находят своего метода решения.

Для решения этих проблем на помощь может прийти повышение точности интерпретации ПГИ за счет его моделирования [Kabir, Sanchez, 2009; Neylon и др., 2009] путем создания инструмента по учету гидравлики на основе барометрии при спуске в скважину ГНКТ. В основе предлагаемого инструмента лежит найденное на основе совместного решения двух уравнений (уравнение притока флюида к скважине и соотношение для нахождения потерь давления в самом стволе с заданными граничными условиями) распределение давления вдоль ствола скважины.

Аргументами в пользу преимущественного использования исследований на основе барометрии являются, на наш взгляд, следующие обстоятельства. Данный метод входит в большинство комплексов ПГИ, он не подвержен осложнениям при проведении замера, в отличие от, например, замера с помощью расходомера, для которого есть существенная зависимость от структуры газожидкостного потока или наличия в нем каких-либо скоплений. Дополнительным обстоятельством в пользу использования барометрии выступает возможность качественного ее описания на основе уравнений газо- и гидродинамики.

Изменения значений давления и объемного расхода флюида вдоль всего ствола горизонтального участка скважины могут быть найдены из решения следующих уравнений [Алиев, Бондаренко, 2004]:

$$\frac{dp}{dx} = -\lambda \frac{\rho v^2}{2D} - \rho g, \quad (1)$$

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{-A + \sqrt{A^2 + 4B(p_k^2 - p^2)}}{2B}, \quad (2)$$

где λ — коэффициент гидравлического сопротивления (коэффициент трения); ρ — плотность флюида; g — ускорение свободного падения; v — скорость течения флюида; D — диаметр трубопровода, по которому течет флюид; A и B — соответственно линейный и квадратичный коэффициент фильтрационного сопротивления; p_k — давление на контуре питания скважины; p — забойное давление.

Соотношение (2) представляет собой уравнение притока флюида к горизонтальному участку скважины, в котором параметры A и B отвечают за фильтрационное сопротивление. Коэффициент λ зависит от числа Рейнольдса (Re) и значения шероховатости (ϵ), и для его расчета обычно используют эмпирические зависимости, некоторые из них представлены в работах [Брил, Мукерджи, 2006; Губайдуллин и др., 2010].

Параметры фильтрационного сопротивления A и B могут быть определены с учетом результатов интерпретации геофизических исследований скважин. Сопоставляя расчетную и фактическую (т. е. с учетом замеренного давления) кривую, возможно оценить такие параметры, как дебит скважины, изменение расхода вдоль горизонтального ствола (т. е. профиль притока) и достоверность полученных расчетных данных.

Для расчета в модели первым делом задаем исходные данные — инклинометрию скважины (MD и TVD), конструкцию скважины и спущенного внутрискважинного оборудования (диаметры, толщины стенок и глубины спуска, а также глубину верхних дыр перфорации), PVT-свойства и относительные фазовые проницаемости. Также задаем среднее пластовое давление, замеренную фактическую барометрию и проницаемость вдоль ствола по результатам интерпретации геофизических исследований скважин. Схема проведения ПГИ в горизонтальной скважине представлена на рис. 3.

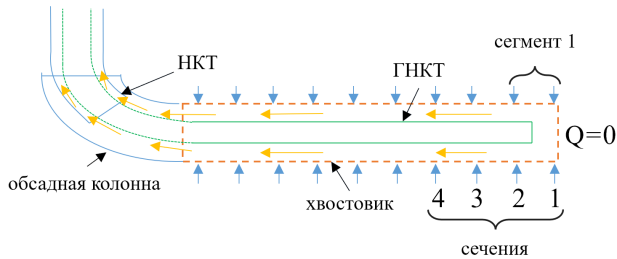


Рис. 3. Схема ПГИ на ГНКТ

Fig. 3. Scheme of logging on coiled tubing

Алгоритм расчета инструмента:

- 1) задаем произвольное давление в «носке» (сечение 1) скважины и нулевой расход;
- 2) исходя из имеющихся результатов интерпретации геофизических исследований скважин, PVT-свойств флюида и расположения скважины в пласте, находим для каждого сегмента скважины (dx) коэффициенты фильтрационного сопротивления (A и B) для газовой скважины;
- 3) находим значение производной dQ/dx для сегмента 1 ствола;
- 4) расход флюида, протекающий через сечение 2, равен притоку к первому сегменту;
- 5) определяем скорость течения флюида через сечение 2 с учетом значения объемного расхода флюида;
- 6) находим число Re и с учетом этого параметра вычисляем коэффициент гидравлического сопротивления λ ;
- 7) из соотношения (1) для сегмента 1 определяем значение производной dp/dx ;
- 8) находим значение давления в сечении 2 как разницу между давлением в сечении 1 и значения dp/dx сегмента 1;
- 9) проводим те же операции для второго и последующих сегментов скважины с условием того, что флюид, протекающий через сечение 3, имеет объемный расход, складывающийся из притока к первому и второму сегменту, протекающий через сечение 4 — сумму притока первых трех сегментов и т. д.;
- 10) осуществляем подбор параметра давления в «носке» (сечение 1) через таблицу данных так, чтобы устьевое давление было равно фактическому давлению во время проведения ПГИ;

- 11) определяем, насколько расчетный дебит совпал с фактическим значением;
- 12) далее, имитируя спуск приборов ПГИ на ГНКТ, с устья начинаем поочередно переключать течение на кольцевое между НКТ и ГНКТ путем изменения площади течения флюида в трубе (площадь становится меньше) и записываем рассчитанные давление и расход в точке, где течение изменяется с кольцевого на трубное (где располагаются в данный момент датчики ПГИ на башмаке ГНКТ).

Основными критериями адаптации модели выступают:

- устьевое давление,
- забойное давление в «пятке»,
- забойное давление в «носке»,
- дебит скважины на устье.

При этом граничные условия могут быть приняты следующим образом:

- расход в «носке» скважины равен нулю;
- забойное давление в «носке» задаем произвольное (через подбор параметра);
- устьевое давление в модели равно фактическому устьевому давлению.

Адаптируемые параметры:

- шероховатость внутренней поверхности эксплуатационной колонны, насосно-компрессорной трубы, ГНКТ;
- коэффициенты адаптации: K_1 на потери давления на трение и K_2 на гидростатическое давление.

Результаты и обсуждение

На рис. 4–6 представлены результаты расчета на инструменте. При помощи инструмента получаем модельный профиль давления, имеющий хорошую сходимость с фактическим профилем, и модельный профиль притока газа, полученный как для реального случая спуска ГНКТ в скважину с учетом изменяющейся гидродинамики, так и пересчитанный на условия работы скважины без ГНКТ. Из представленных на рис. 4–6 данных видно хорошее совпадение расчетной величины дебита и фактического значения: разница между значениями не превышает 3%.

Для эксплуатации скважины с отсутствием осаждения жидкости [Denney, 2007; Shekhar, Kelkar, 2016; Andrianata и др., 2017; Abdullahi и др., 2019] в ее горизонтальном участке в модель добавлена проверка на превышение скорости газа на забое критической скорости газа (v_{cr}), рассчитанной по критерию Тернера [Turner и др., 1969; Li и др., 2014]:

$$v_{cr} = 3,71 \sqrt[4]{\frac{\sigma(\rho_l - \rho_g)g}{\rho_g^2}},$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения; ρ_l и ρ_g — плотность жидкости и газа соответственно.

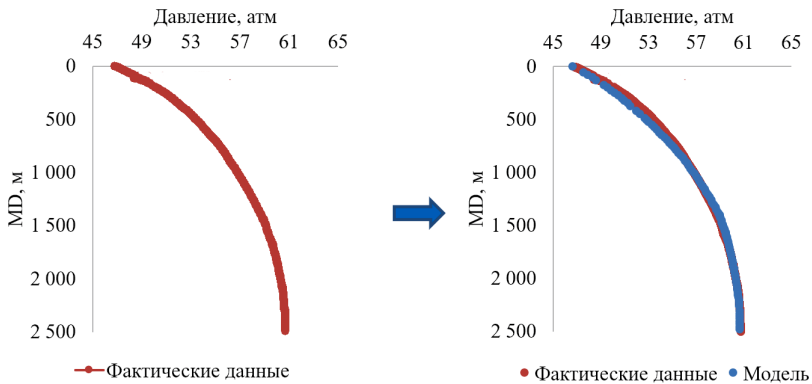


Рис. 4. Результаты расчета по предложенному алгоритму

Fig. 4. Calculation results using the proposed algorithm

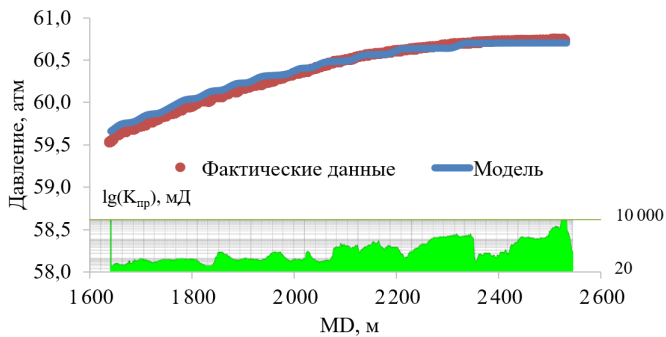


Рис. 5. Результаты расчета по предложенному алгоритму (хвостовик)

Fig. 5. Calculation results using the proposed algorithm (liner)

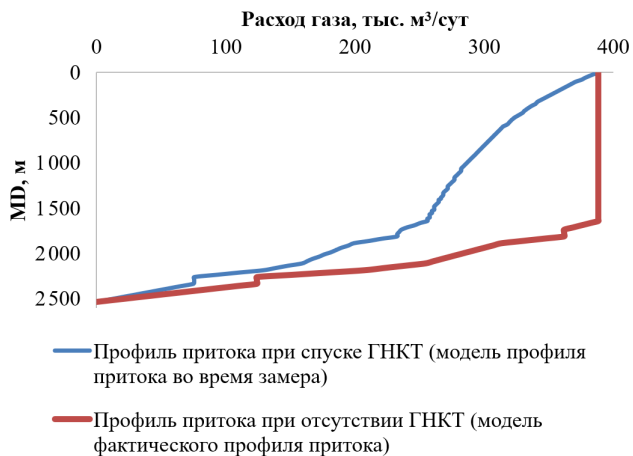


Рис. 6. Профиль притока, полученный по результатам расчета на инструменте

Fig. 6. Inflow profile obtained from the calculation results on the tool

Была составлена матрица рисков проекта, представленная в табл. 1 и на рис. 7, и выделены риски: как прямо влияющие на реализацию исследования и проекта в целом, так и влияющие на точность созданного инструмента.

Основными рисками являются неточный замер давления и скопление жидкости на забое. Их митигация может быть достигнута за счет применения высокоточных скважинных манометров, а также калибровки приборов и эксплуатации скважины при значениях скорости течения флюида, превосходящих v_{cr} .

Таблица 1. Риски проекта и мероприятия по их митигации

Table 1. Project risks and mitigation measures

Риск	Мероприятия по снижению риска
Неравномерное обводнение по длине горизонтальной скважины / прорывы воды	Использование в инструменте показаний влагометрии
Прорывы газа	Использование показаний спектральной шумометрии
Неточный замер давления	Использование высокоточных скважинных манометров, своевременная калибровка
Скопление жидкости на забое скважины	Эксплуатация скважины на скоростях, превышающих критическую скорость выноса жидкости (по критерию Тернера)

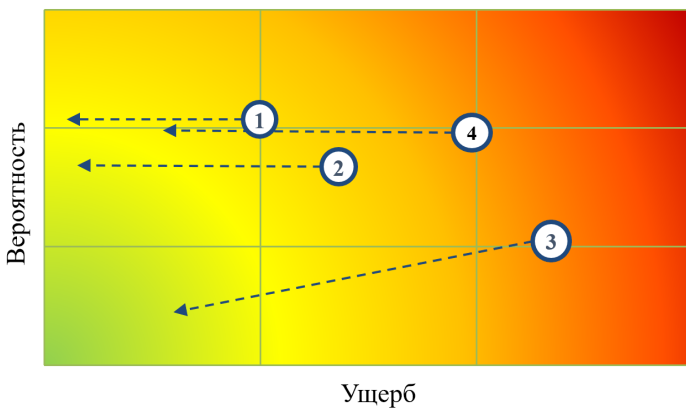


Рис. 7. Матрица рисков

Fig. 7. Risk matrix

Заключение

В работе проанализированы основные причины низкой информативности промышленных геофизических исследований в горизонтальной скважине и методы снижения их влияния. Сформировано дерево решений по используемым комплексам датчиков в горизонтальной скважине. Выявлено, что нет надежных методов количественного определения профиля притока, заменяющего низконформативную механическую

расходомерию. Создан аналитический инструмент по количественной интерпретации данных ПГИ по скважинной барометрии. Проверка предложенного инструмента с учетом реальных данных показала его эффективность. Созданный инструмент обладает уникальностью за счет того, что в существующем специализированном программном обеспечении отсутствует техническая возможность отслеживания давления и объемного расхода флюида при спуско-подъемных операциях ГНКТ, т. е. разном перекрытии хвостовика гибкой трубой. Помимо этого, созданный инструмент при определенной доработке позволит учитывать потери давления в хвостовике газовых скважин и увеличит прогнозную способность гидродинамического моделирования без приобретения дополнительных опций, а также позволит оперативно оптимизировать проходку газовых скважин в режиме реального времени для достижения проектного дебита с минимизацией затрат бурения при помощи учета потерь давления в хвостовике.

Список источников

- Алиев З. С., Бондаренко В. В. 2004. Исследования горизонтальных скважин: учеб. пос. М.: Нефть и газ. 300 с.
- Брил Дж. П., Мукерджи Х. 2006. Многофазный поток в скважинах. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований. 384 с.
- Валиуллин Р. А., Шарафутдинов Р. Ф., Яруллин Р. К., Федотов В. Я., Медведев Н. Я., Глебочева Н. К. 2002. Исследование многофазных потоков в горизонтальных скважинах // Нефтяное хозяйство. № 12. С. 55–56.
- Валиуллин Р. А., Яруллин Р. К. 2014. Особенности геофизических исследований действующих горизонтальных скважин // Вестник Академии наук Республики Башкортостан. Том 19. № 1. С. 21–28.
- Гринченко В. А., Валеев Р. Р., Абдуллин М. М., Щекотов И. В., Копылов А. В., Свяшенко А. В., Яценко С. А., Кобяшев А. В., Комягин А. И., Мандругин А. В., Истишева В. Ф. 2020. Особенности проведения сложных промыслово-геофизических исследований по контролю разработки месторождений в осложненных условиях Восточной Сибири // Нефтяное хозяйство. № 11. С. 56–61. <https://doi.org/10.24887/0028-2448-2020-11-56-61>
- Губайдуллин А. А., Мусакаев Н. Г., Бородин С. Л. 2010. Математическая модель восходящего газожидкостного потока в вертикальной скважине // Вестник Тюменского государственного университета. № 6. С. 68–75.
- Ипатов А. И., Кременецкий М. И. 2010. Геофизический и гидродинамический контроль разработки месторождений углеводородов. Ижевск: Институт компьютерных исследований. 779 с.
- Колесникова А. А., Кременецкий М. И., Ипатов А. И., Коваленко И. В., Комаров В. С., Немирович Г. М. 2016. Промыслово-геофизические исследования горизонтальных скважин при низком нестабильном притоке // Нефтяное хозяйство. № 8. С. 84–88.
- Abdel-Ghani R., Krinis D., Camargo J. N. 2011. Incorporating PLT-distributed dynamic permeability — into reservoir simulation models — improves and accelerates the history matching process // SPE Reservoir Characterisation and Simulation Conference and Exhibition (9–11 October 2011, Abu Dhabi, UAE). Paper SPE-145416-MS. <https://doi.org/10.2118/145416-MS>

- Abdullahi M. B., Sulaiman A. D., Abdulkadir U., Salaudeen I., Shehu B. U. 2019. Production optimization of liquid loading problem in offshore niger delta gas condensate field // SPE Nigeria Annual International Conference and Exhibition (5–7 August 2019, Lagos, Nigeria). Paper SPE-198873-MS. <https://doi.org/10.2118/198873-MS>
- Al-Harhi M. A., Ahmad N. A. 2013. Evaluating horizontal wells inflow profiles and performance, utilizing an integrated approach of multiphase production logs coupled with drilling, completion, and production data: Case study // SPE Kuwait Oil and Gas Show and Conference (8–10 October 2013, Kuwait City, Kuwait). Paper SPE-167344-MS. <https://doi.org/10.2118/167344-MS>
- Andrianata S., Allo K. R., Lukman A., Kramadibrata A. T. 2017. Extending life of liquid loaded gas wells using velocity string application: Case study & candidate selection // SPE/IATMI Asia Pacific Oil & Gas Conference and Exhibition (17–19 October 2017, Jakarta, Indonesia). Paper SPE-186362-MS. <https://doi.org/10.2118/186362-MS>
- Brown G. 2008. Downhole temperatures from optical fiber // *Oilfield Review*. Vol. 20. Pp. 34–39.
- Denney D. 2007. Improved model for the liquid-loading process in gas wells // *Journal of Petroleum Technology*. Vol. 59. No. 11. Pp. 92–94. <https://doi.org/10.2118/1107-0092-JPT>
- Falcone G., Teodoriu C., Reinicke K. M., Bello O. O. 2008. Multiphase-flow modeling based on experimental testing: An overview of research facilities worldwide and the need for future developments // *SPE Projects, Facilities & Construction*. Vol. 3. No. 3. Pp. 1–10. <https://doi.org/10.2118/110116-PA>
- Kabir A., Sanchez G. 2009. Accurate inflow profile prediction of horizontal wells through coupling of a reservoir and a wellbore simulator // SPE Reservoir Simulation Symposium (2–4 February 2009, The Woodlands, Texas, USA). Paper SPE-119095-MS. <https://doi.org/10.2118/119095-MS>
- Li J., Almudairis F., Zhang H.-q. 2014. Prediction of critical gas velocity of liquid unloading for entire well deviation // International Petroleum Technology Conference (10–12 December 2014, Kuala Lumpur, Malaysia). Paper IPTC-17846-MS. <https://doi.org/10.2523/IPTC-17846-MS>
- Neylon K., Reiso E., Holmes J. A., Nesse O. B. 2009. Modeling well inflow control with flow in both annulus and tubing // SPE Reservoir Simulation Symposium (2–4 February 2009, The Woodlands, Texas, USA). Paper SPE-118909-MS. <https://doi.org/10.2118/118909-MS>
- Shekhar S., Kelkar M. 2016. Prediction of onset of liquid loading in vertical, inclined and near horizontal wells // SPE North America Artificial Lift Conference and Exhibition (25–27 October 2016, The Woodlands, Texas, USA). Paper SPE-181244-MS. <https://doi.org/10.2118/181244-MS>
- Turner R. G., Hubbard M. G., Dukler A. E. 1969. Analysis and prediction of minimum flow rate for the continuous removal of liquids from gas wells // *Journal of Petroleum Technology*. Vol. 21. No. 11. Pp. 1475–1482. <https://doi.org/10.2118/2198-PA>

References

- Aliiev, Z. S., & Bondarenko, V. V. (2004). *Horizontal Well Surveys*. Neft i gaz. [In Russian]
- Brill, J. P., & Mukherjee, H. (2006). *Multiphase Flow in Wells*. Institut kompyuternykh issledovaniy. [In Russian] (Originally published in 1999 by Henry L. Doherty Memorial Fund of Aime, Society of Petroleum Engineers)
- Valiullin, R. A., Sharafutdinov, R. F., Yarullin, R. K., Fedotov, V. Ya., Medvedev, N. Ya., & Glebocheva, N. K. (2002). Study of multiphase flows in horizontal wells. *Oil Industry*, (12), 55–56. [In Russian]

- Valiullin, R. A., & Iarullin, R. K. (2014). Peculiarities of geophysical research in running horizontal wells. *Vestnik Akademii nauk Respubliki Bashkortostan*, 19(1), 21–28. [In Russian]
- Grinchenko, V. A., Valeev, R. R., Abdullin, M. M., Schekotov, I. V., Kopylov, A. V., Sviaschenko, A. V., Yaschenko, S. A., Kobyashev, A. V., Komyagin, A. I., Mandrugina, A. V., & Istisheva, V. F. (2020). Specific PLT features in complex conditions of East Siberia to assist reservoir management. *Oil Industry*, (11), 56–61. <https://doi.org/10.24887/0028-2448-2020-11-56-61> [In Russian]
- Gubaidullin, A. A., Musakaev, N. G., & Borodin, S. L. (2010). Mathematical model of upward gas liquid flow in the vertical well. *Tyumen State University Herald*, (6), 68–75. [In Russian]
- Ipatov, A. I., & Kremenetsky, M. I. (2010). *Geophysical and Hydrodynamic Control of Hydrocarbon Field Development*. Institute of Computer Research. [In Russian]
- Kolesnikova, A. A., Kremenetskiy, M. I., Ipatov, A. I., Kovalenko, I. V., Komarov, V. S., & Nemirovich, G. M. (2016). Field-geophysical research of horizontal wells in low unstable inflow. Problems and solutions. *Oil Industry*, (8), 84–88. [In Russian]
- Abdel-Ghani, R., Krinis, D., & Camargo, J. N. (2011, Oct. 9–11). *Incorporating PLT-distributed dynamic permeability — into reservoir simulation models — improves and accelerates the history matching process* [Conference paper SPE-145416-MS]. SPE Reservoir Characterisation and Simulation Conference and Exhibition, Abu Dhabi, UAE. <https://doi.org/10.2118/145416-MS>
- Abdullahi, M. B., Sulaiman, A. D., Abdulkadir, U., Salaudeen, I., & Shehu, B. U. (2019, Aug. 5–7). *Production optimization of liquid loading problem in offshore niger delta gas condensate field* [Conference paper SPE-198873-MS]. SPE Nigeria Annual International Conference and Exhibition, Lagos, Nigeria. <https://doi.org/10.2118/198873-MS>
- Al-Harathi, M. A., & Ahmad, N. A. (2013, Oct. 8–10). *Evaluating horizontal wells inflow profiles and performance, utilizing an integrated approach of multiphase production logs coupled with drilling, completion, and production data: Case study* [Conference paper SPE-167344-MS]. SPE Kuwait Oil and Gas Show and Conference, Kuwait City, Kuwait. <https://doi.org/10.2118/167344-MS>
- Andrianata, S., Allo, K. R., Lukman, A., & Kramadibrata, A. T. (2017, Oct. 17–19). *Extending life of liquid loaded gas wells using velocity string application: Case study & candidate selection* [Conference paper SPE-186362-MS]. SPE/IATMI Asia Pacific Oil & Gas Conference and Exhibition, Jakarta, Indonesia. <https://doi.org/10.2118/186362-MS>
- Brown, G. (2008). Downhole temperatures from optical fiber. *Oilfield Review*, 20, 34–39.
- Denney, D. (2007). Improved model for the liquid-loading process in gas wells. *Journal of Petroleum Technology*, 59(11), 92–94. <https://doi.org/10.2118/1107-0092-JPT>
- Falcone, G., Teodoriu, C., Reinicke, K. M., & Bello, O. O. (2008). Multiphase-flow modeling based on experimental testing: An overview of research facilities worldwide and the need for future developments. *SPE Projects, Facilities & Construction*, 3(3), 1–10. <https://doi.org/10.2118/110116-PA>
- Kabir, A., & Sanchez, G. (2009, Feb. 2–4). *Accurate inflow profile prediction of horizontal wells through coupling of a reservoir and a wellbore simulator* [Conference paper SPE-119095-MS]. SPE Reservoir Simulation Symposium, The Woodlands, Texas, USA. <https://doi.org/10.2118/119095-MS>
- Li, J., Almudairis, F., & Zhang, H.-q. (2014, Dec. 10–12). *Prediction of critical gas velocity of liquid unloading for entire well deviation* [Conference paper IPTC-17846-MS]. International Petroleum Technology Conference, Kuala Lumpur, Malaysia. <https://doi.org/10.2523/IPTC-17846-MS>

- Neylon, K., Reiso, E., Holmes, J. A., & Nesse, O. B. (2009, Feb. 2–4). *Modeling well inflow control with flow in both annulus and tubing* [Conference paper SPE-118909-MS]. SPE Reservoir Simulation Symposium, The Woodlands, Texas, USA. <https://doi.org/10.2118/118909-MS>
- Shekhar, S., & Kelkar, M. (2016, Oct. 25–27). *Prediction of onset of liquid loading in vertical, inclined and near horizontal wells* [Conference paper SPE-181244-MS]. SPE North America Artificial Lift Conference and Exhibition, The Woodlands, Texas, USA. <https://doi.org/10.2118/181244-MS>
- Turner, R. G., Hubbard, M. G., & Dukler, A. E. (1969). Analysis and prediction of minimum flow rate for the continuous removal of liquids from gas wells. *Journal of Petroleum Technology*, 21(11), 1475–1482. <https://doi.org/10.2118/2198-PA>

Информация об авторах

Богдан Леонидович Васильев, аспирант кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; главный специалист по геологии и разработке, Газпромнефть-Заполярье, Тюмень, Россия
bogdan_vasilev_1999@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0009-3247-3922>

Наиль Габсалимович Мусакаев, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; главный научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия
musakaev68@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8589-9793>

Information about the authors

Bogdan L. Vasiliev, Postgraduate Student, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Science, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Chief Specialist in Geology and Development, Gazpromneft-Zapolyarye, Tyumen, Russia
bogdan_vasilev_1999@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0009-3247-3922>

Nail G. Musakaev, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Professor of the Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Science, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Chief Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia
musakaev68@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8589-9793>

Обоснование граничных значений функций относительных фазовых проницаемостей системы «нефть — вода» с использованием эмпирических моделей

Михаил Алексеевич Загоровский^{1,2}✉, Александр Борисович Шабаров²

¹ Тюменский нефтяной научный центр, Тюмень, Россия

² Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

Контакт для переписки: mazagorovskiy2@tnnc.rosneft.ru✉

Аннотация. В работе представлены результаты поиска многопараметрических эмпирических зависимостей для определения граничных значений функций относительных фазовых проницаемостей (ОФП) системы «нефть — вода» — остаточной водонасыщенности, остаточной нефтенасыщенности, фазовой проницаемости нефти при остаточной водонасыщенности и фазовой проницаемости воды при остаточной нефтенасыщенности. Исследование выполнено на основе лабораторных данных по четырем группам терригенных пород месторождений, разрабатываемых ПАО «НК „Роснефть“», которые различаются между собой по характерным признакам строения пустотного пространства и свойствам пластовых флюидов. Многопараметрические зависимости искались в виде произведения комбинации безразмерных влияющих параметров в собственных степенях. Проведен анализ чувствительности зависимостей к объему выборки данных. Полученные зависимости могут быть использованы для предварительной оценки граничных значений функций ОФП и могут уточняться по мере накопления экспериментальных данных. На основе эмпирических зависимостей и ранее разработанной модели фильтрации водонефтяной смеси в масштабе ядра реализован полностью расчетный метод определения ОФП, который может быть использован в условиях дефицита или отсутствия ядерного материала, в том числе для зон пласта, в которых не проводился отбор ядра.

Ключевые слова: относительная фазовая проницаемость, фильтрация, нефть, вода, лабораторное исследование ядра, эмпирическая зависимость

Благодарности: авторы выражают благодарность Алексею Анатольевичу Загоровскому, эксперту лаборатории потоковых исследований Центра исследований ядра Тюменского нефтяного научного центра, за предоставление экспериментальных данных и консультации.

Цитирование: Загоровский М. А., Шабаров А. Б. 2024. Обоснование граничных значений функций относительных фазовых проницаемостей системы «нефть — вода» с использованием эмпирических моделей // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 3 (39). С. 117–134. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-117-134>

Поступила 28.06.2024; одобрена 20.08.2024; принята 02.10.2024

Estimating of the boundary values of the relative phase permeability functions of the oil-water system by using empirical correlations

Mikhail A. Zagorovskiy^{1,2}✉, Alexander B. Shabarov²

¹ Tyumen Petroleum Research Center, Tyumen, Russia

² University of Tyumen, Tyumen, Russia

Corresponding author: mazagorovskiy2@tnnc.rosneft.ru✉

Abstract. The article describes the results of a search for multiparametric empirical correlations to determine the boundary values of the functions of the relative phase permeability (RPP) of the oil-water system — residual water saturation, residual oil saturation, phase permeability of oil with residual water saturation and phase permeability of water with residual oil saturation. The study was carried out by using a laboratory data on four groups of terrigenous rocks of oil field developed by PJSC Rosneft Oil Company, which differ from each other in characteristic features of the structure of the pore-space and the properties of reservoir fluids. Multiparametric dependencies were searched in a form of a combination of dimensionless influencing parameters in proper degrees. An analysis of the sensitivity of dependencies to the volume of the data sample was carried out. The obtained correlations can be used for a preliminary assessment of the boundary values of the functions of the RPP and can be refined as experimental data accumulate. On the basis of empirical correlations and a previous model of filtration of an oil-water mixture at the core scale, a fully

calculated method for determining RPP has been implemented. Method can be used in conditions of shortage or absence of core material, including for reservoir zones in which core sampling has not been carried out.

Keywords: relative phase permeability, filtration, oil, water, laboratory core analysis, empirical correlation

Acknowledgements: the authors express their gratitude to Alexey A. Zagorovskiy, an expert of the filtration research laboratory at the Center for Core Research of Tyumen Petroleum Research Center, for providing experimental data and advice.

Citation: Zagorovskiy, M. A., & Shabarov, A. B. (2024). Estimating of the boundary values of the relative phase permeability functions of the oil-water system by using empirical correlations. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(3), 117–134. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-117-134>

Received Jun. 28, 2024; Reviewed Aug. 20, 2024; Accepted Oct. 2, 2024

Введение

Получение информации об относительных фазовых проницаемостях (ОФП) и коэффициенте вытеснения ($K_{\text{выт}}$) нефти водой, наряду с определением пористости и абсолютной проницаемости, необходимо для проектирования и моделирования разработки месторождений нефти, эксплуатируемых с применением заводнения.

Экспериментальное определение ОФП в области совместной фильтрации на керне, а также граничных значений ОФП осложнено длительностью и трудоемкостью лабораторного эксперимента. Например, для высокопроницаемой терригенной породы процесс определения ОФП в системе «нефть — вода» в соответствии с отраслевым стандартом ОСТ 39-235-89ⁱ может занимать порядка семи суток, а для низко проницаемой породы длительность одного эксперимента может достигать нескольких недель. Очевидно, что при отсутствии кондиционного ядерного материала проведение физического эксперимента и получение достоверных данных по ОФП невозможно.

В подобной ситуации для предварительной оценки граничных значений ОФП могут использоваться эмпирические зависимости, получение и обоснование которых для различных типов горных пород является актуальной задачей. Под граничными значениями ОФП здесь и далее понимаются: остаточная водонасыщенность (S_{wr}), остаточная нефтенасыщенность (S_{or}), а также значения фазовой проницаемости нефти при остаточной водонасыщенности ($k_o(S_{wr})$) и фазовой проницаемости воды при остаточной нефтенасыщенности ($k_w(S_{or})$). Кроме того, при построении эмпирических моделей для оценки данных параметров могут учитываться различные показатели, характеризующие свойства коллектора, свойства пластовых флюидов и условия протекания фильтрации.

ⁱ ОСТ 39-235-89. Нефть. Метод определения фазовых проницаемостей в лабораторных условиях при совместной стационарной фильтрации. М.: Типография ХОЗУ Миннефтепрома, 1989. 36 с.

По результатам лабораторных исследований ядра принято строить стандартные однопараметрические зависимости вида $S_{wr} = f(K_{perm})$, $S_{or} = f(K_{perm})$, $S_{or} = f(S_{wr})$, $k_o(S_{wr}) = f(K_{perm})$ (где K_{perm} — абсолютная проницаемость), применительно к определенному продуктивному пласту или группе пластов [Иванов и др., 1974; Гильманов и др., 2010; Ахметов, 2012; Загоровский и др., 2015; Байков и др., 2018; El Sharawy, Gaafar, 2019; Беяков, 2021]. Например, С. В. Соколов [2010] приводит статистические зависимости между фильтрационными параметрами для одной из залежей пласта ЮВ₁, причем он также отмечает, что переход от однопараметрического к двухпараметрическому виду корреляционной зависимости для расчета остаточной нефтенасыщенности позволил улучшить качество зависимости и увеличить значение коэффициента R^2 с 0,14 до 0,82. В. П. Сонич и др. [1997] на основе обработки экспериментальных данных по группам пластов А, Б, Ю месторождений Западной Сибири получили обобщенные зависимости остаточной нефтенасыщенности от начальной нефтенасыщенности и скорости вытеснения. А. А. Альвард и др. [2021] приводят аналитические зависимости для оценки коэффициента вытеснения нефти по пластам БС, БП, Ю в зависимости от коэффициентов пористости, абсолютной проницаемости и начальной нефтенасыщенности.

Помимо параметров, характеризующих фильтрационно-емкостные свойства горных пород, экспериментально установлено, что на граничные значения ОФП оказывают влияние некоторые свойства пластовых флюидов и параметры массопереноса. Согласно М. М. Элланскому и др. [1987], увеличение минерализации пластовой воды приводит к уменьшению остаточной водонасыщенности терригенных пород. Увеличение соотношения вязкостей нефти и воды приводит к увеличению остаточной нефтенасыщенности и уменьшению ОФП воды при остаточной нефтенасыщенности [Nejad и др., 2011]. В других работах [Chatzis и др., 1988; Shen и др., 2006] показано, что увеличение капиллярного числа приводит к уменьшению остаточной нефтенасыщенности, а также к увеличению фазовой проницаемости вытесняющей фазы. Кроме того, обобщались [Esmaili и др., 2019] результаты исследований влияния температуры как комплексного параметра системы «порода — флюиды» на величины граничных значений ОФП. Установлено, что для различных типов горных пород и систем флюидов увеличение температуры приводит к увеличению остаточной водонасыщенности и уменьшению остаточной нефтенасыщенности, но по-разному влияет на значения фазовых проницаемостей в концевых точках, приводя как к их увеличению, так и уменьшению.

В данной работе представлены многопараметрические эмпирические зависимости граничных значений ОФП системы «нефть — вода» от безразмерных параметров, полученные для четырех групп терригенных пород месторождений Западной и Восточной Сибири, разрабатываемых ПАО «НК „Роснефть“», которые различаются по характерным признакам строения пустотного пространства и свойствам пластовых флюидов. Полученные зависимости позволяют на основе цифровой модели ядра [Загоровский и др., 2024] реализовать расчетный метод вычисления ОФП, который может применяться для приближенной оценки относительных фазовых проницаемостей в условиях дефицита ядерного материала с помощью стандартных исследований ядра и без проведения фильтрационных исследований.

Многопараметрические эмпирические зависимости для граничных значений ОФП

Для построения эмпирических моделей граничных значений ОФП был выполнен анализ и систематизация данных лабораторных экспериментов по определению ОФП методом стационарной фильтрации, проведенных в аттестованных лабораториях Центра исследований ядра Тюменского нефтяного научного центра в период с 2009 по 2023 г. Общий объем выборки составил 740 определений, из них 528 определений для терригенных коллекторов.

Использовались результаты лабораторных экспериментов, проведенных по одинаковому для всех образцов ядра методу и одинаковой методике проведения эксперимента. Такое условие позволило уже на начальном этапе анализа данных нивелировать погрешность определения граничных значений ОФП, вызываемую тем, что свойства одного и того же образца горной породы, определенные разными методами или одним методом, но по разным методикам проведения эксперимента, могут отличаться [Гильманов, 2020; Саломатин и др., 2021]. В том случае, если массив лабораторных данных содержит результаты экспериментов, полученные по разным методикам, точность определения граничных значений ОФП с использованием эмпирических моделей будет ниже.

Поиск аппроксимационных зависимостей выполнен применительно к четырем группам терригенных пород, которые различаются по характерным признакам строения пустотного пространства, свойствам пластовых флюидов, термобарическим условиям и обстановке осадконакопления. Группа 1 представлена консолидированными песчаниками месторождений легкой маловязкой нефти юга Западной Сибири, средне- и мелкозернистыми, однородными, с преимущественно мономинеральным минералогическим составом. Группа 2 представлена консолидированными мелкозернистыми неоднородными песчаниками и алевролитами месторождений нефти и газа севера Западной Сибири с неравномерной глинизацией и интенсивной карбонизацией. Группа 3 представлена слабо консолидированными алевролитистыми песчаниками месторождений высоковязкой нефти севера Западной Сибири с глинистой цементацией. Группа 4 представлена консолидированными разноминеральными песчаниками одного из месторождений нефти Восточной Сибири с высокой засоленностью порового пространства галитом, полиминеральным составом цемента и высокой гидрофобизацией внутривывальной поверхности коллектора. Суммарный объем исследуемой выборки данных составил 158 определений. В пределах каждой группы данных свойства образцов изменяются в широком диапазоне (табл. 1).

Многопараметрические зависимости искались в безразмерном виде и представляли собой произведение комбинации влияющих параметров в своих степенях (1). Переход от размерных величин к безразмерным осуществлен путем деления каждого параметра на его медианное значение в группе данных. Особенностью данного подхода, помимо использования безразмерного вида уравнения, является то, что если значения влияющих параметров стремятся к своим средним значениям по выборке данных, то и значение аппроксимируемой характеристики стремится к среднему значению.

Таблица 1. Характеристики исследуемых групп терригенных пород

Table 1. Characteristics of the studied groups of terrigenous rocks

Группа	1	2	3	4
Пласты	Ю ₁₋₃	АЧ _{1-5'} , АС _{5, 7, 10'} БС ₆₋₈	ПК ₁₋₄	Вч
Количество определений	63	52	21	22
Фильтрационно-емкостные свойства				
K_{por} , д. ед.	$\frac{0,11...0,245}{0,177}$	$\frac{0,145...0,243}{0,2}$	$\frac{0,266...0,392}{0,349}$	$\frac{0,095...0,246}{0,171}$
K_{perm} , мД	$\frac{1,21...802}{20,4}$	$\frac{0,23...1\ 390}{54,9}$	$\frac{20,2...1\ 962}{615}$	$\frac{7,6...8\ 135}{597}$
S_{wr} , д. ед.	$\frac{0,156...0,535}{0,301}$	$\frac{0,135...0,582}{0,303}$	$\frac{0,074...0,502}{0,283}$	$\frac{0,054...0,579}{0,157}$
S_{or} , д. ед.	$\frac{0,199...0,461}{0,327}$	$\frac{0,281...0,455}{0,355}$	$\frac{0,25...0,475}{0,38}$	$\frac{0,301...0,596}{0,421}$
$k_o(S_{wr})$, мД	$\frac{0,231...557}{14,36}$	$\frac{0,003...926,2}{36,8}$	$\frac{2,57...940,1}{152}$	$\frac{0,25...3\ 749}{317,8}$
$k_w(S_{or})$, мД	$\frac{0,005...118,5}{0,587}$	$\frac{0,0003...96,4}{1,013}$	$\frac{0,006...64,37}{4,862}$	$\frac{0,048...1\ 703}{99,3}$
Свойства флюидов				
C , г/л	$\frac{10...80}{29}$	$\frac{18...30}{24}$	$\frac{9...23}{9}$	$\frac{26,3...400}{26,3}$
μ_{wr} , сП	$\frac{0,29...0,37}{0,35}$	$\frac{0,3...0,49}{0,38}$	$\frac{0,27...1}{0,6}$	$\frac{1,9...4,1}{2,3}$
μ_o , сП	$\frac{0,41...4,98}{3,8}$	$\frac{0,961...7,64}{2,8}$	$\frac{4,45...143}{31,9}$	$\frac{3,4...4,25}{4,15}$
Пластовые термобарические условия				
$P_{пл}$, МПа	$\frac{7...62,5}{36}$	$\frac{28...43}{34}$	$\frac{18...21}{20,4}$	$\frac{24...29}{29}$
$T_{пл}$, °С	$\frac{79...97}{87,5}$	$\frac{59...99}{79}$	$\frac{20...120}{50}$	$\frac{12...20}{12}$
Глубина залегания, м	$\frac{2\ 443...3\ 048}{2\ 740}$	$\frac{1\ 846...2\ 898}{2\ 335}$	$\frac{793...1\ 176}{865}$	$\frac{1\ 593...2\ 258}{1\ 724}$

Примечание. В числителе приведен диапазон изменения параметра, в знаменателе — его среднее значение.

Note. The numerator shows the range of variation of the parameter, the denominator shows its average value.

$$\frac{Y}{Y_{med.}} = \prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{X_{i.med.}} \right)^{m_i} = \left(\frac{X_1}{X_{1.med.}} \right)^{m_1} \cdot \left(\frac{X_2}{X_{2.med.}} \right)^{m_2} \cdot \dots \cdot \left(\frac{X_N}{X_{N.med.}} \right)^{m_N}, \quad (1)$$

где Y — аппроксимируемая характеристика; $Y_{med.}$ — медианное значение характеристики Y в группе данных; X_i — влияющие параметры; $X_{i.med.}$ — медианные значения влияющих параметров X_i в группе данных; N — количество влияющих параметров.

Оптимизационная задача по поиску степеней m_i , обеспечивающих минимум невязки между расчетными и экспериментальными значениями характеристики Y , решалась с помощью генетического алгоритма. Оценка качества полученных зависимостей проводилась на основе корректной сходимости расчетных и фактических данных, а также числовой метрики $MAPE_{avg}$ (2):

$$MAPE_{avg} = \frac{1}{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} \left| \frac{Y_{exp} - Y_{calc}}{Y_{exp}} \right| \cdot 100\%, \quad (2)$$

где N_Y — количество экспериментальных значений Y в группе данных; Y_{exp} и Y_{calc} — экспериментальное и расчетное значение Y соответственно.

В качестве влияющих параметров X_i в (1) рассматривались стандартные петрофизические свойства керна, свойства пластовой нефти и воды, капиллярное число, температура и ряд других параметров. Набор влияющих параметров, представленный в табл. 2, определялся для каждого граничного параметра ОФП, исходя из общих физических соображений, наличия экспериментальных исследований других авторов и прослеживаемых однопараметрических взаимосвязей. Кроме того, при поиске аппроксимационных уравнений учитывалось наличие известных корреляционных связей, например между остаточной водонасыщенностью и абсолютной проницаемостью, остаточной нефтенасыщенностью и остаточной водонасыщенностью, фазовой проницаемостью и абсолютной проницаемостью (рис. 1).

С учетом вышеописанных аспектов для групп коллекторов 1–4 по экспериментальным данным получены следующие многопараметрические уравнения для оценки остаточной водонасыщенности, остаточной нефтенасыщенности при вытеснении водой, фазовой проницаемости нефти при остаточной водонасыщенности, фазовой проницаемости воды при остаточной нефтенасыщенности:

$$\bar{S}_{wr} = (\bar{K}_{perm})^{m_1} \cdot (\bar{C})^{m_2} \cdot (\bar{T})^{m_3}, \quad (3)$$

$$\bar{S}_{or} = (\bar{K}_{perm})^{m_1} \cdot (\bar{E}_{inv})^{m_4} \cdot (\bar{T})^{m_3} \cdot (\bar{S}_{wr})^{m_8} \cdot (\bar{Ca})^{m_9}, \quad (4)$$

$$\bar{k}_o(\bar{S}_{wr}) = (\bar{K}_{perm})^{m_1} \cdot (\bar{S}_{wr})^{m_8} \cdot (\bar{\mu})^{m_5} \cdot (\bar{T})^{m_3}, \quad (5)$$

$$\bar{k}_w(\bar{S}_{or}) = (\bar{K}_{perm})^{m_1} \cdot (\bar{\mu})^{m_5} \cdot (\bar{KS}_1)^{m_6} \cdot (\bar{KF})^{m_7} \cdot (\bar{T})^{m_3} \cdot (\bar{Ca})^{m_9}, \quad (6)$$

где значения степеней m_1 – m_9 , представлены в табл. 3. Медианные значения граничных значений ОФП и влияющих параметров, необходимые для расчета комплексов \bar{X} , \bar{Y} , приведены в табл. 4.

Таблица 2. Набор влияющих параметров для аппроксимации граничных значений ОФП

Table 2. A set of influencing parameters for approximating the boundary values of the RPP functions

Параметр	Обозначение/формула	Единицы измерения
Абсолютная проницаемость	K_{perm}	мД
Минерализация пластовой воды	C	г/л
Температура	T	°С
Соотношение динамических вязкостей воды и нефти	$\mu = \frac{\mu_w}{\mu_o}$	—
Параметр инверсии водонефтяной эмульсии по модели Браунера — Ульмана	$E_{inv} = \frac{\left(\frac{\rho_w}{\rho_o}\right) \left(\frac{\mu_w}{\mu_o}\right)^{0,4}}{1 + \left(\frac{\rho_w}{\rho_o}\right) \left(\frac{\mu_w}{\mu_o}\right)^{0,4}}$ <p>(здесь ρ_w, ρ_o — плотности воды и нефти соответственно)</p>	—
Капиллярное число	$Ca = \frac{\mu_w v}{\sigma}$ <p>(здесь v — скорость фильтрации, σ — межфазное натяжение)</p>	—
Параметр, характеризующий отношение объемов, занятых остаточной фазой	$KS_1 = \frac{S_{wr}}{S_{or}}$	—
Параметр, характеризующий смачиваемость породы	$KF = \frac{k_o(S_{wr})}{k_w(S_{or})}$	—

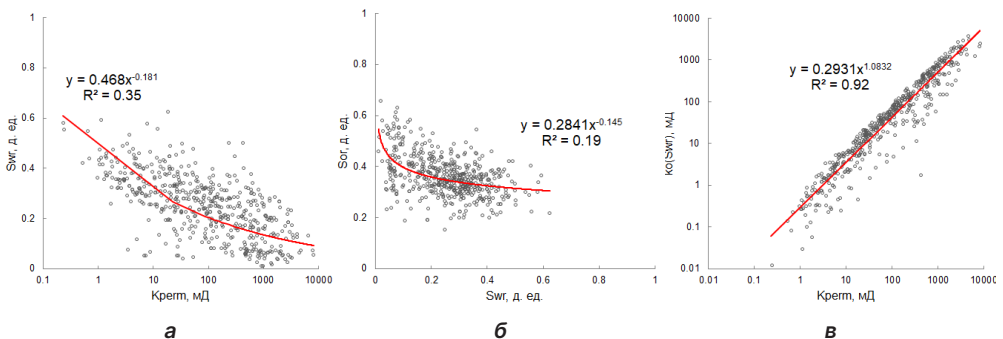


Рис. 1. Зависимости для выборки терригенных коллекторов без кластеризации вида: а — $S_{wr} = f(K_{perm})$; б — $S_{or} = f(S_{wr})$; в — $k_o(S_{wr}) = f(K_{perm})$

Fig. 1. Dependencies for terrigenous reservoirs without clustering: а — $S_{wr} = f(K_{perm})$; б — $S_{or} = f(S_{wr})$; в — $k_o(S_{wr}) = f(K_{perm})$

Таблица 3. Значения степеней m_i зависимостей (3)–(6)

Table 3. The values of the degrees of m_i in dependencies (3)–(6)

Характеристика	Группа пород	Параметр								
		Степень влияния								
		$\frac{K_{perm}}{m_1}$	$\frac{C}{m_2}$	$\frac{T}{m_3}$	$\frac{E_{inv}}{m_4}$	$\frac{\mu}{m_5}$	$\frac{KS_1}{m_6}$	$\frac{KF}{m_7}$	$\frac{S_{wr}}{m_8}$	$\frac{Ca}{m_9}$
S_{wr}	1	-0,090	-0,070	0,720	—	—	—	—	—	—
	2	-0,290	-0,230	0,330	—	—	—	—	—	—
	3	-0,227	-0,570	0,014	—	—	—	—	—	—
	4	-0,257	-0,215	1,220	—	—	—	—	—	—
S_{or}	1	-0,050	—	-0,450	0,09	—	—	—	-0,200	-0,070
	2	-0,050	—	-0,450	0,09	—	—	—	-0,200	
	3	-0,560	—	-1,230	2,80	—	—	—	-1,200	
	4	-0,049	—	-0,450	0,09	—	—	—	-0,196	
$k_o(S_{wr})$	1	0,990	—	4,460	—	-0,65	—	—	-0,710	—
	2	0,990	—	0,472	—	-0,04	—	—	-0,090	
	3	1,340	—	0,180	—	-0,18	—	—	-0,140	
	4	1,127	—	0,262	—	-0,03	—	—	-0,228	
$k_w(S_{or})$	1	0,990	—	3,360	—	-0,66	-0,20	-1,04	—	0,325
	2	1,200	—	0,680	—	-0,01	-0,07	-0,84	—	
	3	1,750	—	0,012	—	-0,01	-0,07	-0,26	—	
	4	1,142	—	0,502	—	-0,02	-0,13	-1,06	—	

Таблица 4. Медианные значения граничных значений ОФП и влияющих параметров

Table 4. The median values of the boundary values of the RPP and the influencing parameters

Параметр	Группа пород			
	1	2	3	4
$S_{wr med.}$	0,301	0,303	0,283	0,157
$S_{or med.}$	0,327	0,356	0,38	0,422
$k_o(S_{wr}) med.$	14,36	36,79	152	317,75
$k_w(S_{or}) med.$	0,587	1,013	4,862	99,325
$K_{perm med.}$	20,4	54,9	615	596,5
$C med.$	29	24	9	26,3
$T med.$	87,5	79	50	12
$E_{inv. med.}$	0,293	0,337	0,171	0,47
$\mu med.$	0,094	0,155	0,018	0,554
$KS_1 med.$	0,909	0,863	0,767	0,352
$KF med.$	27,2	33,9	28,25	3,153
$Ca med.$	2,08 · 10 ⁻⁵			

Полученные зависимости имеют ряд особенностей. Во-первых, применительно к заданному параметру ОФП для разных групп пород сохраняется характер влияния управляющих параметров (знаки степеней), но при этом различаются степени влияния данных параметров. Например, на фазовую проницаемость нефти при остаточной водонасыщенности приблизительно в равной степени для всех групп пород влияет абсолютная проницаемость, и в разной степени влияет температура. Аналогичная картина имеет место и для фазовой проницаемости воды. Такое поведение во многом определяется особенностями строения горной породы на микроуровне. Так, по данным минералогического и рентгено-структурного анализа, породы группы 3 содержат до 19% глинистых минералов, таких как каолинит и монтмориллонит (рис. 2), расширение которых при увеличении температуры закачиваемой воды может приводить к изменению структуры порового пространства и уменьшению эффективного сечения поровых каналов. Это, в свою очередь, негативно сказывается на проницаемости, поэтому степень влияния температуры на фазовую проницаемость выше для пород с меньшим содержанием глин и карбонатной цементацией, например из группы 2.

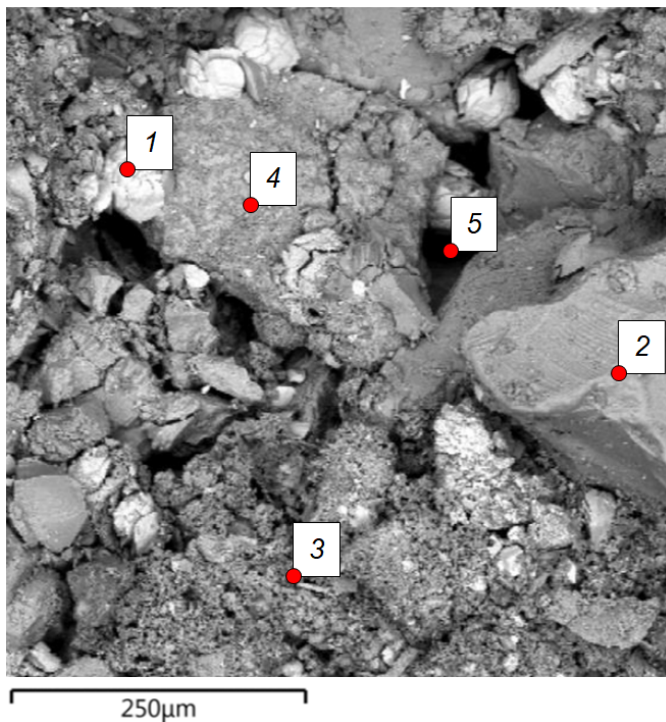


Рис. 2. Снимок зерен породы и межзерновых пустот в песчанике пласта ПК₄, полученный на сканирующем электронном микроскопе. На снимке: 1 — сидерит, 2 — кварц, 3 — каолинит, 4 — калиевый полевой шпат, 5 — поровое пространство

Fig. 2. An image of rock grains and intergranular voids in the sandstone of the PK₄ formation obtained using a scanning electron microscope. In the picture: 1 — siderite, 2 — quartz, 3 — kaolinite, 4 — potassium feldspar, 5 — pore space

Другая особенность заключается в том, что аппроксимационная зависимость для расчета фазовой проницаемости воды при остаточной нефтенасыщенности содержит в качестве управляющего параметра параметр KF , равный отношению граничных значений ОФП нефти и воды. Таким образом, уравнение (6), являясь функцией нескольких переменных, принимает неявный вид: $f(x_1, x_3, x_5, x_6, x_9, y) = 0$. Целесообразность введения данного параметра обусловлена существенным влиянием смачиваемости на фазовую проницаемость вытесняющей фазы. Учет влияния смачиваемости позволил уменьшить погрешность прогноза граничного значения ОФП воды более чем на 30% в относительных величинах. Для определения значения $k_w(S_{or})$ уравнение (6) может быть решено численно.

На рис. 3 представлено распределение значений метрики $MARE_{avg}$, характеризующей погрешность расчета граничных параметров ОФП по полученным зависимостям, для исследуемых групп пород. Наименьшая погрешность аппроксимации достигается для емкостных характеристик — остаточной водо- и нефтенасыщенности, что позволяет использовать данные параметры в качестве управляющих при аппроксимации фильтрационных характеристик. По данным групп терригенных пород 1–4, средняя относительная погрешность аппроксимации остаточной водонасыщенности составляет 13,1%, остаточной нефтенасыщенности — 14,1%, фазовой проницаемости нефти — 35,4%, фазовой проницаемости воды — 34,1%.

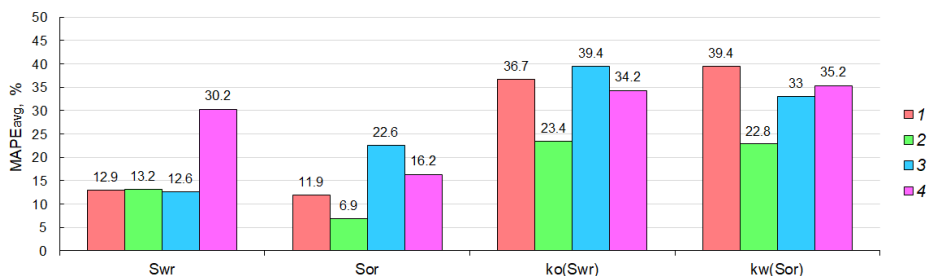


Рис. 3. Значения средней относительной погрешности расчета граничных значений ОФП системы «нефть — вода» по полученным эмпирическим зависимостям: 1 — группа пород № 1; 2 — группа пород № 2; 3 — группа пород № 3; 4 — группа пород № 4

Fig. 3. The values of the average relative error in calculating the boundary values of the RPP of the oil-water system according to the empirical correlations: 1 — rock group No. 1; 2 — rock group No. 2; 3 — rock group No. 3; 4 — rock group No. 4

Учитывая особенности получения экспериментальных данных, можно предположить, что погрешность прогнозирования граничных значений ОФП может быть уменьшена за счет исключения из рассмотрения непредставительных данных, а также уточнения эмпирических моделей по мере накопления результатов фильтрационных исследований при различных капиллярных числах.

Для оценки устойчивости найденных закономерностей было проведено исследование влияния объема выборки данных, по которой строились многопараметрические

зависимости, на вид зависимостей и погрешность прогнозирования граничных параметров ОФП. Исследование проводилось применительно к группе пород № 1. Объем обучающей выборки составлял 80, 60 и 40% всего объема данных, объем тестовой выборки составлял соответственно 20, 40 и 60% данных. Выборки формировались путем последовательного исключения из рассмотрения 20% случайно выбранных данных из изначального объема данных.

В результате исследования было установлено, что объемы выборок данных для построения зависимостей слабо влияют на качество аппроксимации (рис. 4). Вид зависимостей и характер влияния управляющих параметров также остался неизменным, при этом для части параметров степени влияния претерпели незначительные изменения. Например, степень влияния температуры на остаточную нефтенасыщенность при уменьшении объема обучающей выборки с 80 до 40% изменилась с $-0,314$ до $-0,293$ (на 6,6%).

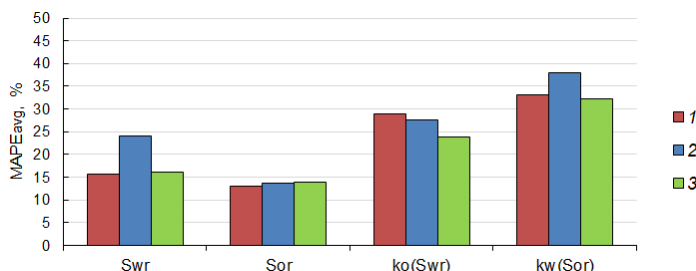


Рис. 4. Гистограмма средних относительных погрешностей определения параметров ОФП тестовых выборок данных для трех объемов обучающих выборок данных: 1 — 40%; 2 — 60%; 3 — 80%

Fig. 4. A histogram of the average relative errors in determining the parameters of the RPP test data samples for three volumes of training data samples: 1 — 40%; 2 — 60%; 3 — 80%

Расчетный метод определения функций ОФП

Полученные многопараметрические зависимости (3)–(6) позволяют на основе расчетно-экспериментального метода получения ОФП [Загоровский и др., 2024] реализовать полностью расчетный метод определения ОФП в системе «нефть — вода». Детально исходная физико-математическая модель и принятые допущения описаны А. Е. Алтуниным и др. [2013], М. А. Загоровским и др. [2024]. Здесь же отметим, что данная модель состоит из геометрической модели капиллярного кластера как совокупности пересекающихся поровых каналов и гидравлической модели течения водонефтяной смеси. Расчетный метод состоит из следующих этапов:

- 1) подготовки лабораторных данных о свойствах пластовых флюидов (плотность, вязкость, межфазное натяжение, минерализация пластовой воды) и свойствах породы (коэффициент пористости, абсолютная проницаемость);
- 2) расчета граничных значений ОФП — S_{wr} , S_{or} , $k_o(S_{wr})$, $k_w(S_{or})$ по эмпирическим зависимостям (3)–(6);

- 3) расчета геометрических и гидравлических параметров капиллярного кластера, определения параметров функции межфазного взаимодействия [Загоровский и др., 2024];
- 4) вычисления ОФП нефти f_{oj} и воды f_{wj} по формулам (7), (8) [Загоровский и др., 2024].

$$f_{oj}(S_j) = \frac{\pi D^4}{128K_{perm}F_c K_{izv.B}} \cdot \frac{(1 - \Phi MB_j)}{K_{Bj} \left(1 + \mu \left(\frac{S_{Bwj}}{1 - S_{Bwj}} \right) \right)}, \quad (7)$$

$$f_{wj}(S_j) = \frac{\pi}{128K_{perm}F_c} \cdot \left(\frac{D^4(1 - \Phi MB_j)}{K_{izv.B}K_{Bj} \left(1 + \frac{1}{\mu} \left(\frac{1 - S_{Bwj}}{S_{Bwj}} \right) \right)} + \frac{\beta d^4}{K_S K_{izv.S}} \right), \quad (8)$$

где β — количество малых каналов в кластере; D, d — средние диаметры больших и малых каналов в кластере; $K_{izv.B}, K_{izv.S}$ — коэффициенты извилистости каналов; F_c — площадь сечения кластера; K_{Bj}, K_S — безразмерные коэффициенты местных потерь давления в больших и малых каналах; S_{Bwj} — объемная доля воды в водонефтяной смеси, движущейся в большом канале кластера; S_j — нормированная водонасыщенность.

Применительно к данному методу вычисления ОФП исходная информация о граничных значениях ОФП необходима не только для расчета геометрических и гидравлических параметров капиллярного кластера, но и для определения параметров функции межфазного взаимодействия (ФМВ) по аппроксимационным зависимостям от ФЕС, свойств флюидов и параметров кластера. При этом ФМВ, являясь функцией водонасыщенности, характеризует величину потерь давления из-за межфазного взаимодействия и определяет вид функций ОФП в области двухфазной фильтрации, начиная от остаточной водонасыщенности и заканчивая максимальной водонасыщенностью, соответствующей остаточной нефтенасыщенности. Это означает, что погрешность расчета граничных значений ОФП по эмпирическим зависимостям будет отражаться в том числе на точности расчета ОФП в области совместной фильтрации.

На рис. 5 приведено сопоставление расчетных и экспериментальных ОФП для терригенной породы пласта Ю₂ одного из месторождений Западной Сибири. Точки на графике соответствуют экспериментальным определениям, линия 1 — результатам вычисления ОФП по расчетно-экспериментальному методу [Загоровский и др., 2024], линия 2 — результатам вычисления ОФП по полностью расчетному методу. В обоих случаях для определения ФМВ использовались полученные ранее многопараметрические зависимости от свойств флюидов и ФЕС, включая отношения остаточных насыщенныхностей фаз и отношение фазовых проницаемостей в концевых точках [Загоровский и др., 2024]. Как видно, имеет место приемлемое соответствие результатов

расчета ОФП экспериментальным данным, при этом закономерным является то, что результаты расчета, полученные при наличии данных о концевых точках (линия 1), демонстрируют более высокий уровень сходимости с экспериментальными данными, чем результаты вычисления ОФП по полностью расчетному методу (линия 2), в особенности для нефти.

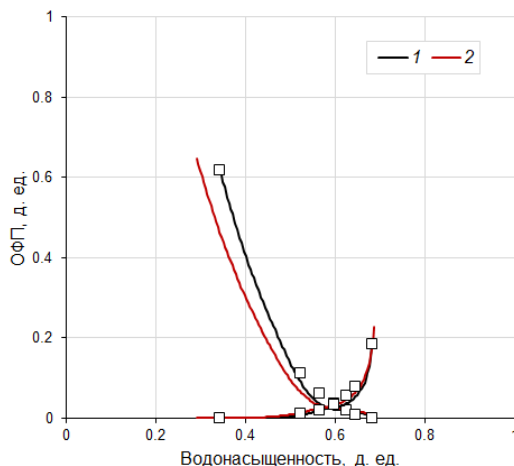


Рис. 5. Сопоставление расчетных и экспериментальных ОФП в системе «нефть — вода»: 1 — расчетно-экспериментальный метод, 2 — расчетный метод

Fig. 5. Comparison of calculated and experimental RPP functions in the oil-water system: 1 — computational and experimental method, 2 — computational method

Расчетный метод может быть использован для приближенной оценки функций ОФП, в том числе для зон пласта, в которых не проводился отбор керна, но известно распределение пористости по данным геофизических исследований скважин. Необходимые при этом данные по проницаемости могут быть получены по зависимостям типа «пористость — проницаемость» или зависимостям вида:

$$K_{perm} = a\Psi^b, \quad (9)$$

где $\Psi = \sqrt{K_{perm}} \left(\frac{K_{por}}{1 - K_{por}} \right)^{-1,5}$; K_{por} — пористость; a, b — коэффициенты, определяемые при калибровке модели на результаты экспериментальных определений абсолютной проницаемости.

На рис. 6 представлены примеры зависимостей типа $K_{perm} = f(\Psi)$ (рис. 6а) и $K_{perm} = f(K_{por})$ (рис. 6б) для терригенных пород пластов Ю₂-Ю₄ исследуемой группы пород № 1. Видно, что зависимость вида (9) имеет более высокий коэффициент детерминации, чем зависимость «пористость — проницаемость», и позволяет рассчитывать проницаемость с меньшей погрешностью. Параметры a и b зависимости (9) для данной группы пород соответственно равны 0,001 и 2,574.

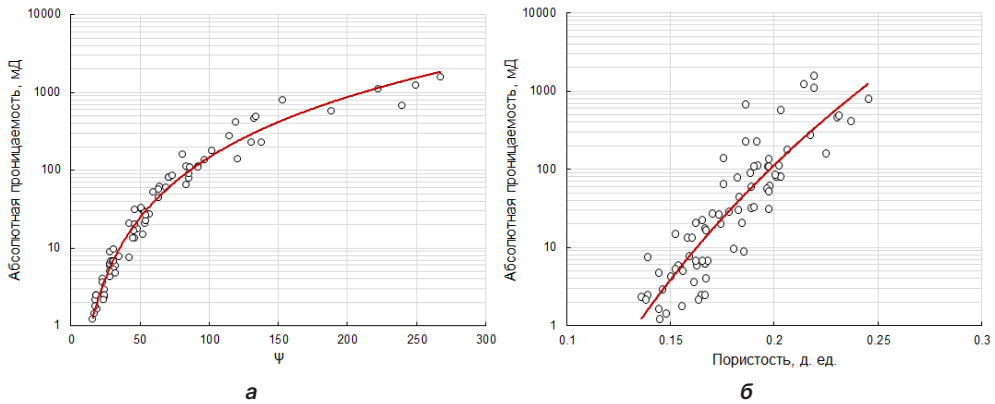


Рис. 6. Зависимости для терригенных пород пластов Ю₂-Ю₄: а — $K_{perm} = f(\psi)$, $R^2 = 0,97$; б — $K_{perm} = f(K_{por})$, $R^2 = 0,78$

Fig. 6. Dependencies for terrigenous rocks of the Yu₂-Yu₄ formations: а — $K_{perm} = f(\psi)$, $R^2 = 0.97$; б — $K_{perm} = f(K_{por})$, $R^2 = 0.78$

Выводы

1. По результатам лабораторных исследований получены многопараметрические эмпирические зависимости граничных значений относительных фазовых проницаемостей системы «нефть — вода» от безразмерных параметров для четырех групп терригенных коллекторов, которые различаются по характерным признакам строения пустотного пространства и свойствам пластовых флюидов.
2. Разработанные модели характеризуются удовлетворительной погрешностью аппроксимации. Они могут использоваться для предварительной оценки граничных значений ОФП, но также должны уточняться по мере накопления экспериментальных данных, в особенности фильтрационных исследований при различных капиллярных числах.
3. На основе полученных эмпирических зависимостей и ранее разработанной цифровой модели ядра реализован расчетный метод определения ОФП, который может быть использован в условиях дефицита или отсутствия ядерного материала, в том числе для зон пласта, в которых не проводился отбор ядра.

Список источников

- Алтунин А. Е., Соколов С. В., Степанов С. В., Черемисин Н. А., Шабаров А. Б. 2013. Расчетный метод получения относительных фазовых проницаемостей на основе решения обобщенных уравнений Бернулли для системы поровых каналов // Нефтепромысловое дело. № 8. С. 40–46.
- Альвард А. А., Биглов А. Ш., Салихов М. Р. 2021. Обоснование коэффициентов вытеснения нефти водой с использованием статистических моделей в условиях нефтяных месторождений АО «Газпромнефть-Ноябрьскнефтегаз» // Нефтяное хозяйство. № 12. С. 56–59. <https://doi.org/10.24887/0028-2448-2021-12-56-59>

- Ахметов Р. Т. 2012. Остаточная нефтенасыщенность в рамках гантельной модели строения пустотного пространства породы // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. № 12. С. 39–42.
- Байков В. А., Жонин А. В., Коновалова С. И., Мартынова Ю. В., Михайлов С. П., Рыкус М. В. 2018. Петрофизическое моделирование сложнопостроенного терригенного коллектора // Территория «Нефтегаз». № 11. С. 34–38.
- Беляков Е. О. 2021. Петрофизическое моделирование фильтрационно-емкостных свойств нефтеносных коллекторов в концепции связанности порового пространства (на примере традиционных терригенных коллекторов Западной Сибири). М., Ижевск: Институт компьютерных исследований. 288 с.
- Гильманов Я. И. 2020. Опыт ООО «ТННЦ» в определении пористости образцов керн // Нефтепромысловое дело. № 9 (621). С. 35–41. [https://doi.org/10.30713/0207-2351-2020-9\(621\)-35-41](https://doi.org/10.30713/0207-2351-2020-9(621)-35-41)
- Гильманов Я. И., Загоровский А. А., Комисаренко А. С., Фадеев А. М., Лазеев А. Н., Гордеев Я. И. 2010. Специальные исследования керн пласта-коллектора Вч Верхнечонского месторождения // Нефтяное хозяйство. № 11. С. 66–71.
- Загоровский А. А., Виноградов И. А., Комисаренко А. С. 2015. Обобщение опыта и результатов специальных исследований керн терригенного пласта Верхнечонского месторождения Восточно-Сибирского нефтегазоносного региона // Нефтяное хозяйство. № 11. С. 16–21.
- Загоровский М. А., Шабаров А. Б., Степанов С. В. 2024. Кластерная капиллярная модель керн для вычисления относительных фазовых проницаемостей при фильтрации нефти и воды // Математическое моделирование. Том 36. № 1. С. 85–104. <https://doi.org/10.20948/mm-2024-01-06>
- Иванов В. А., Храмова В. Г., Дияров Д. О. 1974. Структура порового пространства коллекторов нефти и газа. М.: Недра. 96 с.
- Саломатин Е. Н., Бородин Д. А., Шульга Р. С. 2021. Поточковые исследования слабосцементированного керн методом центрифугирования // Каротажник. № 8 (314). С. 69–82.
- Соколов С. В. 2010. Обоснование коэффициента вытеснения нефти водой при проектировании разработки месторождений // Нефтяное хозяйство. № 11. С. 51–53.
- Сонич В. П., Барков С. Л., Печеркин М. Ф., Малышев Г. А. 1997. Новые данные изучения полноты вытеснения нефти водой. М.: ВНИИОЭНГ. 32 с.
- Элланский М. М., Рынская Г. О., Дмитриева Т. А., Богданович А. Н. 1987. Влияние минерализации пластовой воды на остаточную водонасыщенность глинистых терригенных пород. М.: Институт нефти и газа им. И. М. Губкина. 18 с.
- Chatzis I., Kuntamukkula M. S., Morrow N. R. 1988. Effect of capillary number on the microstructure of residual oil in strongly water-wet sandstones // SPE Reservoir Engineering. Vol. 3. No. 3. Pp. 902–912. <https://doi.org/10.2118/13213-PA>
- El Sharawy M. S., Gaafar G. R. 2019. Impacts of petrophysical properties of sandstone reservoirs on their irreducible water saturation: Implication and prediction // Journal of African Earth Sciences. Vol. 156. Pp. 118–132. <https://doi.org/10.1016/j.jafrearsci.2019.04.016>
- Esmaili S., Sarma H., Harding T., Maini B. 2019. Review of the effect of temperature on oil-water relative permeability in porous rocks of oil reservoirs // Fuel. Vol. 237. Pp. 91–116. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2018.09.100>

- Nejad K. S., Berg E. A., Ringen J. K. 2011. Effect of oil viscosity on water/oil relative permeability // International Symposium of the Society of Core Analysts (18–21 September 2011, Austin, Texas, USA). Paper SCA 2011-12.
- Shen P., Zhu B., Li X.-B., Wu Y.-S. 2006. The influence of interfacial tension on water/oil two-phase relative permeability // SPE/DOE Symposium on Improved Oil Recovery (22–26 April 2006, Tulsa, Oklahoma, USA). Paper SPE-95405-MS. <https://doi.org/10.2118/95405-MS>

References

- Altunin, A. E., Sokolov, S. V., Stepanov, S. V., Cheremisin, N. A., & Shabarov, A. B. (2013). Calculation method of receiving relative phase permeability based on solution of Bernoulli generalized equations for a system of porous channels. *Oilfield Engineering*, (8), 40–46. [In Russian]
- Alward, A. A., Biglov, A. Sh., & Salikhov, M. R. (2021). Estimating the oil displacement coefficient by using statistical models in the conditions of Gazpromneft-Noyabrskneftegas JSC oil fields. *Oil Industry*, (12), 56–59. <https://doi.org/10.24887/0028-2448-2021-12-56-59> [In Russian]
- Akhmetov, R. T. (2012). Residual amount of oil saturation within the limits of a dumb-bell model of rock voids. *Geology, Geophysics and Development of Oil and Gas Fields*, (12), 39–42. [In Russian]
- Baikov, V. A., Zhonin, A. V., Konovalova, S. I., Martynova, Yu. V., Mikhailov, S. P., & Rykus, M. V. (2018). Petrophysical modeling of complex terrigenous reservoirs. *Territory “Neftegaz”*, (11), 34–38. [In Russian]
- Belyakov, E. O. (2021). *Petrophysical Modeling of Filtration and Capacitance Properties of Oil-Bearing Reservoirs in the Concept of Pore Space Connectivity (Using the Example of Traditional Terrigenous Reservoirs in Western Siberia)*. Institute of Computer Research. [In Russian]
- Gilmanov, Ya. I. (2020). Experience of LLC “Tyumen Petroleum Research Center” (LLC “TPRC”) in determining the porosity of core samples. *Oilfield Engineering*, (9), 35–41. [https://doi.org/10.30713/0207-2351-2020-9\(621\)-35-41](https://doi.org/10.30713/0207-2351-2020-9(621)-35-41) [In Russian]
- Gilmanov, Ya. I., Zagorovsky, A. A., Komisarenko, A. S., Fadeev, A. M., Lazeev, A. N., & Gordeev, Ya. I. (2010). Special core analysis of Vc reservoir, Verkhnechonskoye field. *Oil Industry*, (11), 66–71. [In Russian]
- Zagorovskiy, A. A., Vinogradov, I. A., & Komisarenko, A. S. (2015). Generalization of experience and results in special core research of Verkhnechonskoye oil field terrigenous formation in Eastern-Siberian petroleum-bearing region. *Oil Industry*, (11), 16–21. [In Russian]
- Zagorovskiy, M. A., Shabarov, A. B., & Stepanov, S. V. (2024). Cluster capillary core model for calculation of relative phase permeability for oil and water filtration. *Matematicheskoe modelirovanie*, 36(1), 85–104. <https://doi.org/10.20948/mm-2024-01-06> [In Russian]
- Ivanov, V. A., Khranova, V. G., & Diyarov, D. O. (1974). *The Structure of the Pore Space of Oil and Gas Reservoirs*. Nedra. [In Russian]
- Salomatin, E. N., Borodin, D. A., & Shulga, R. S. (2021). Poorly consolidated core flow centrifugation experiments. *Karotazhnik*, (8), 69–82. [In Russian]
- Sokolov, S. V. (2010). Substantiation of water-oil displacement factor in designing field development. *Oil Industry*, (11), 51–53. [In Russian]
- Sonich, V. P., Barkov, S. L., Pecherkin, M. F., & Malyshev, G. A. (1997). *New Data on the Study of the Completeness of Oil Displacement by Water*. VNIIOENG. [In Russian]

- Ellansky, M. M., Rynskaya, G. O., Dmitrieva, T. A., & Bogdanovich, A. N. (1987). *The Effect of Mineralization of Reservoir Water on the Residual Water Saturation of Clayey Terrigenous Rocks*. Gubkin Institute of Oil and Gas. [In Russian]
- Chatzis, I., Kuntamukkula, M. S., & Morrow, N. R. (1988). Effect of capillary number on the microstructure of residual oil in strongly water-wet sandstones. *SPE Reservoir Engineering*, 3(3), 902–912. <https://doi.org/10.2118/13213-PA>
- El Sharawy, M. S., & Gaafar, G. R. (2019). Impacts of petrophysical properties of sandstone reservoirs on their irreducible water saturation: Implication and prediction. *Journal of African Earth Sciences*, 156, 118–132. <https://doi.org/10.1016/j.jafrearsci.2019.04.016>
- Esmaeili, S., Sarma, H., Harding, T., & Maini, B. (2019). Review of the effect of temperature on oil-water relative permeability in porous rocks of oil reservoirs. *Fuel*, 237, 91–116. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2018.09.100>
- Nejad, K. S., Berg, E. A., & Ringen, J. K. (2011, Sep. 18–21). *Effect of oil viscosity on water/oil relative permeability* [Conference paper SCA 2011-12]. International Symposium of the Society of Core Analysts, Austin, Texas, USA.
- Shen, P., Zhu, B., Li, X.-B., & Wu, Y.-S. (2006, Apr. 22–26). *The influence of interfacial tension on water/oil two-phase relative permeability* [Conference paper SPE-95405-MS]. SPE/DOE Symposium on Improved Oil Recovery, Tulsa, Oklahoma, USA. <https://doi.org/10.2118/95405-MS>

Информация об авторах

Михаил Алексеевич Загоровский, специалист управления научно-технического развития, Тюменский нефтяной научный центр, Тюмень, Россия; аспирант кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
mazagorovskiy2@tnnc.rosneft.ru

Александр Борисович Шабаров, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, профессор кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.b.shabarov@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5374-8704>

Information about the authors

Mikhail A. Zagorovskiy, Specialist, Department of Scientific and Technological Development, Tyumen Petroleum Research Center, Tyumen, Russia; Postgraduate Student, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Science, University of Tyumen, Tyumen, Russia
mazagorovskiy2@tnnc.rosneft.ru

Alexander B. Shabarov, Dr. Sci. (Tech.), Professor, Honored Scientist of the Russian Federation, Professor, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Science, University of Tyumen, Tyumen, Russia
a.b.shabarov@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5374-8704>

Применение характеристик вытеснения нефти водой при разработке нефтяных залежей

Валерий Алексеевич Андреев¹, Семён Фёдорович Мулявин²✉,
Александр Витальевич Бяков¹, Антон Максимович Ведменский²,
Ирина Георгиевна Стешенко², Ольга Александровна Баженова²

¹ Многопрофильное научное предприятие «Геодата», Тюмень, Россия

² Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

Контакт для переписки: muljavinsf@tyuiu.ru ✉

Аннотация. В статье приводится описание характеристик вытеснения, являющихся зависимостями между накопленными отборами нефти и жидкости или обводненностью. Рассмотрены различные подходы к интерпретации этих зависимостей, а также критерии применимости тех или иных функций в зависимости от характеристик разрабатываемой залежи. Показаны примеры построения данных зависимостей для некоторых месторождений Западной Сибири, а также расчет параметров для зависимости, предложенной авторами для Муравленковского месторождения.

Ключевые слова: разработка нефтяных месторождений, характеристики вытеснения, функция Бакли — Леверетта, накопленная добыча, обводненность, коэффициент извлечения нефти

Цитирование: Андреев В. А., Мулявин С. Ф., Бяков А. В., Ведменский А. М., Стешенко И. Г., Баженова О. А. 2024. Применение характеристик вытеснения нефти водой при разработке нефтяных залежей // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 3 (39). С. 135–149. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-135-149>

Поступила 09.09.2024; одобрена 16.09.2024; принята 02.10.2024

Application of the properties of oil displacement by water in the development of oil deposits

Valerij A. Andreev¹, Semyon F. Mulyavin²✉, Aleksandr V. Bjakov¹, Anton M. Vedmenskiy², Irina G. Steshenko², Olga A. Bazhenova²

¹ Multidisciplinary Scientific Enterprise “Geodata”, Tyumen, Russia

² Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

Corresponding author: muljavinsf@tyuiu.ru✉

Abstract. This article describes the concept of displacement characteristics, which are dependencies between accumulated oil and liquid withdrawals or waterlogging. The authors present various approaches towards interpreting these dependencies and the criteria for functions’ application depending on the properties of the deposit under development. Examples of constructing such dependencies for fields in Western Siberia are shown, as well as the calculation of parameters for the dependence proposed by the authors as shown in the Muravlenkovskoe field.

Keywords: oil field development, displacement characteristics, Buckley–Leverett function, accumulated production, water availability, oil recovery coefficient

Citation: Andreev, V. A., Mulyavin, S. F., Bjakov, A. V., Vedmenskiy, A. M., Steshenko, I. G., & Bazhenova, O. A. (2024). Application of the properties of oil displacement by water in the development of oil deposits. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(3), 135–149. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-3-135-149>

Received Sep. 9, 2024; Reviewed Sep. 16, 2024; Accepted Oct. 2, 2024

Введение

Целью работы является установление значимости и применимости характеристик вытеснения для повышения эффективности разработки нефтяных залежей.

Обоснование и выбор определенных параметров одномерных или нульмерных моделей пласта является основным подходом при одномерном моделировании процесса разработки эксплуатационного объекта. С математической точки зрения эти параметры должны учитывать характеристики поровой среды, геологическое строение пласта, а также параметры насыщающих флюидов. Информация о продуктивном пласте является основополагающей при математическом моделировании. С другой стороны, многомерная модель должна содержать и использовать весь спектр геологической, геофизической

и промысловой информации достаточно точной степени достоверности, что практически невозможно на сегодняшний день. Актуальным становится установление связей между фильтрационными свойствами и геологическими характеристиками системы «поровая среда — флюид», а также то, как технология эксплуатации пласта оказывает влияние на эти параметры.

Однако достигнутый уровень развития моделирования имеет ограничения в области решения таких задач. Таким образом, специалисты нефтегазовой отрасли стремятся использовать менее сложные модели с небольшим количеством задаваемых параметров [Мирзаджанзаде и др., 1987].

Сопоставление моделей

Одной из важнейших составляющих модели служат характеристики вытеснения одного флюида, насыщающего поровую среду коллектора, другой жидкостью. В работах В. М. Ревенко [1983], В. А. Андреева и др. [1987], В. А. Бочарова [2000], А. А. Рощина [2009], а также в СТО 51.00.026.86ⁱ и РД 39-0147035-254-88Рⁱⁱ дается определение характеристикам вытеснения как взаимозависимостям накопленных отборов нефти и жидкости или отборов нефти и значения обводненности. Эти зависимости могут быть представлены формулами:

$$Q_H = F_1(Q_{\text{ж}}) \quad (1)$$

или

$$Q_H = F_2(f) = F_2(f_H), \quad (2)$$

$$f = \frac{dQ_{\text{в}}}{dQ_{\text{ж}}}, \quad (3)$$

$$f_H = \frac{dQ_H}{dQ_{\text{ж}}}, \quad (4)$$

где Q_H , $Q_{\text{в}}$, $Q_{\text{ж}}$ — соответственно накопленная добыча нефти, воды, жидкости с начала разработки, тыс. т; f — обводненность продукции, д. ед.; $f_H = (1 - f)$ — доля нефти в потоке, д. ед.

Пусть $q(t)$ — дебит поступающей в пласт воды; σ — нормированная (или «динамическая») водонасыщенность ($0 \leq \sigma \leq 1$); $f(\sigma)$ — функция Бакли — Леверетта, определяемая равенством:

$$f(\sigma) = \left(1 + \frac{\mu_0 f_H(\sigma)}{f_{\text{в}}(\sigma)} \right)^{-1}, \quad (5)$$

где $f_H(\sigma)$ и $f_{\text{в}}(\sigma)$ — функции относительных фазовых проницаемостей для нефти и воды, μ_0 — отношение вязкостей воды и нефти.

ⁱ СТО 51.00.026.86. Регламент на технологию проведения кислотных обработок на месторождениях Главтюменнефтегаза. Тюмень: СибНИИИП, 1986. 45 с.

ⁱⁱ РД 39-0147035-254-88Р. Руководство по применению системной технологии воздействия на нефтяные пласты месторождений Главтюменнефтегаза. М.; Тюмень; Нижневартовск: ВНИИ, 1988. 21 с.

Основное содержание модели Бакли — Леверетта, описывающей процесс вытеснения нефти водой из однородного пористого пласта, составляет фактически зависимость между функцией Бакли — Леверетта $f(\sigma)$ и функцией $T(x)$:

$$\frac{Q_n(t)}{Q_0} = T\left(\frac{Q(t)}{Q_0}\right). \quad (6)$$

Данная зависимость имеет вид:

$$\frac{T(x)}{x} = 1 - f(\sigma) + \sigma f'(\sigma), \quad \frac{1}{x} = f'(\sigma), \quad \sigma \in [0, 1], \quad (7)$$

$$f(\sigma) = 1 - T'(x), \quad \sigma = T(x) - xT'(x), \quad x \in [\delta, \Delta], \quad (8)$$

$$\delta = \frac{1}{f'(0)}, \quad \Delta = \frac{1}{f'(1)}, \quad f'(0) \neq 0. \quad (9)$$

Кроме того, эта зависимость параметрически задает как $T(x)$ по данной функции $f(\sigma)$, так и $f(\sigma)$ при известной выпуклой вверх функции $T(x)$. При этом $T(x) \equiv x$ для $x \in [0, \delta]$, $T(x) \equiv 1$ при $x \geq \Delta$, а насыщенность σ изменяется на интервале $[\sigma_\phi, 1]$, где $\sigma_\phi = \delta(1 - \lambda)$, $\lambda = T'(\delta) \leq 1$. Очевидно также, что $f'(\sigma_\phi) = f(\sigma_\phi)/\sigma_\phi$, и поэтому в обычном смысле σ_ϕ является насыщенностью на скачке [Чарный, 1963], введенном впервые в работе Бакли и Леверетта [Buckley, Leverett, 1942]. Мы, однако, считаем, что случаю $T'(\delta) < 1$ соответствуют эффекты капиллярного запираания на выходе из пласта (точнее, из образца пористой среды в лабораторных опытах по определению $f(\sigma)$), а они, как известно, не могут быть описаны в рамках модели Бакли — Леверетта [Buckley, Leverett, 1942].

При известном дебите закачки $q(t)$ найденная по $f(\sigma)$ функция $T(x)$ полностью описывает весь процесс вытеснения, в то время как при заданном перепаде давления необходимо дополнительно определять $q(t)$ с использованием функций относительных фазовых проницаемостей $f_n(\sigma)$ и $f_w(\sigma)$. Рассматривая в дальнейшем только случай известного дебита закачки, укажем теперь модель слоистого пласта, полностью эквивалентную этому «дебитному» описанию модели Бакли — Леверетта.

Пусть имеется слоистый пласт с функцией $F(K)$ распределения слоев по проницаемости $K = k/k_{\max}$, где k — абсолютная проницаемость, k_{\max} — ее максимальное значение, а в каждом слое вытеснение носит поршневой характер, как в отдельной трубке тока. В предположении об одинаковых фильтрационных свойствах воды и вытесняемой ею нефти (отношение μ их подвижностей равно в этом случае единице) для дебита $dq(t, K)$ воды, поступающей в пропласток с проницаемостью K и площадью поперечного сечения $AdF(K)$ (назовем его для удобства K -слоем), выполняется соотношение

$$dq(t, K) = Kq_0(t)dF(K), \quad (10)$$

где $q_0(t)$ — коэффициент пропорциональности, имеющий размерность дебита. Суммированием по всем прослоям получаем

$$q_0(t) = \frac{q(t)}{\delta}, \quad \delta = \int_{\alpha}^1 KdF(K), \quad \alpha = \frac{k_{\min}}{k_{\max}}. \quad (11)$$

Зная количество поступившей в K -слой воды, находим положение водонефтяного контакта в пласте, а тем самым и характеристики вытеснения. Получим

$$T(x) = 1 - \frac{\left[1 - \delta - \Phi\left(\frac{\delta}{x}\right)\right]x}{\delta}, \quad \Phi(K) = \int_K^1 F(K)dK, \quad (12)$$

$$F(K) = 1 - T\left(\frac{\delta}{K}\right) + \frac{\delta T'\left(\frac{\delta}{K}\right)}{K}. \quad (13)$$

Из данного выражения следует, что функция $T(x)$ связана только с $F(K)$ (основным параметром задачи), как и в модели Бакли — Леверетта. Исходя из этого, можно указывать функции $f(\sigma)$ и $F(K)$, приводящие к одной и той же в данном случае зависимости $T(x)$. Итак, модель слоистого пласта (при $\mu = 1$) эквивалентна модели Бакли — Леверетта. Тогда

$$F(K) = 1 - \sigma, \quad K = \frac{f'(\sigma)}{f'(0)}, \quad \sigma \in [0, 1]. \quad (14)$$

Таким образом, мы можем рассматривать вместо однородного пласта модели Бакли — Леверетта расслоенный пласт с функцией распределения (14) и условно считать, что при этом нефть «превратилась» в воду.

Отметим, что подобное сравнение уже встречалось в литературе [Андреев и др., 1987; Медведский, 1987; Андреев, 1990] и было использовано Ю. П. Борисовым [1959] для описания процесса «отмывки» слоистого пласта, когда в каждом прослое вытеснение нефти водой осуществлялось по схеме Бакли — Леверетта. Это позволяло после расслоения каждого прослоя в соответствии с функцией $f(\sigma)$ перестроить пласт в такой же слоистый, но с другой функцией распределения. Здесь мы, не указывая вида этой новой функции распределения, сразу же приводим легко получаемое выражение для функции $T_*(x)$ перестроенного пласта через соответствующую $f(\sigma)$ функцию $T(x)$ из (1) и функцию распределения $F(K)$ первоначального пласта:

$$T_*(x) = \int_{\alpha}^1 T\left(\frac{xK}{\delta}\right) dF(K). \quad (15)$$

Подчеркнем, что $T(x)$ определена при всех $x \geq 0$. Кроме того, если $\bar{\delta} = \int_{\alpha}^1 K dF(K)$, $\bar{\Delta} = \alpha/\delta$, то $T_*(x) < \min(x, 1)$ на интервале (δ_*, Δ_*) с $\delta_* = \delta\bar{\delta}$, $\Delta_* = \Delta\bar{\Delta}$.

Представленные функции эффективно применимы на достаточной истории эксплуатации пласта и при значении обводенности не менее 30%. Эффективность извлечения запасов нефти может быть определена только при условии установления характеристик вытеснения нефти водой. Эти характеристики могут быть использованы для определения извлекаемых запасов, а также при оценке эффективности извлечения нефти за период разработки эксплуатационного объекта. Характеристики вытеснения устанавливаются по фактическим технологическим параметрам эксплуатации пластов, что повышает эффективность их применения. Эти зависимости основываются на геолого-физической

характеристике продуктивных пластов, реальных показателях работы скважин, свойствах пластовых флюидов, а также реализованной системе разработки объекта. Для определения технологической эффективности применения различных методов увеличения нефтеотдачи пластов и интенсификации притока характеристики вытеснения также получили обширное применение.

Благодаря построению этих зависимостей возможно объективное отражение процесса вытеснения нефти водой по истории разработки объекта в удобной для изучения форме [Сазонов, 1962; Колганов и др., 1966; Сазонов, 1973; Мулявин, 2011].

К положительным сторонам использования характеристик вытеснения для анализа, прогнозирования и определения технологической эффективности процессов разработки можно отнести:

- относительно малое количество требуемой исходной геологической и геофизической информации для определения способа анализа и прогнозирования;
- прогнозирование извлекаемых запасов нефти без предварительной оценки ввиду того, что определение балансовых запасов и коэффициентов извлечения нефти (КИН) в некоторых случаях представляется затруднительным;
- возможность интегрально учесть особенности разработки и характеристики объекта на основании фактических данных по истории эксплуатации;
- простоту построения зависимостей и высокую скорость применения.

Недостатками являются:

- использование при реализованной системе заводнения залежей;
- удовлетворительная эффективность применения метода при достижении 30% обводненности пласта.

Приведем наиболее широко применяемые формулы для характеристик вытеснения нефти водой (табл. 1).

1. Зависимость В. Д. Лысенко [2003]:

$$Q_H = Q_0 \left(1 - \exp \left(-b \frac{Q_{ж}}{Q_0} \right) \right), \quad (16)$$

$$Q_H = Q_0 \left(1 - \frac{f}{b} \right), \quad (17)$$

$$T(x) = 1 - \exp(-bx). \quad (18)$$

2. Зависимость В. М. Ревенко [Аганов и др., 1973а, б; Ревенко, 1983]:

$$Q_H = Q_0 \left(1 - (1 - d) \left(\frac{Q_{ж}}{Q_{пр}} \right)^{-a} \right), \quad (19)$$

$$Q_H = Q_0 (1 - (1 - d) f_H^d), \quad (20)$$

где $a = d/(1 - d)$, $Q_{пр} = Q_0 d$.

3. Зависимость С. Н. Назарова и Н. В. Сипачёва [1972]:

$$\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{Q_{\text{ж}} - Q_{\text{н}}}{Q_0} + b, \quad (21)$$

$$\left(\frac{Q_0 - Q_{\text{н}}}{Q_0}\right)^2 = \frac{(b-1)f_{\text{н}}}{1-f_{\text{н}}}. \quad (22)$$

4. Зависимость Р. И. Медведского [Медведский, 1987; Медведский, Севастьянов, 2004]:

$$Q_{\text{н}} = Q_0 \left(1 - (1-d) \left[1 + \frac{1}{\alpha} \frac{d}{1-d} \frac{Q_{\text{ж}} - Q_{\text{пр}}}{Q_{\text{пр}}}\right]^{-\alpha}\right), \quad (23)$$

$$Q_{\text{н}} = Q_0(1 - (1-d)f_{\text{н}}^{d_1}), \quad (24)$$

$$T(x) = 1 - (1-d) \left(1 + \frac{1}{\alpha} \frac{d}{1-d} (x)\right)^{-d}, \quad (25)$$

где $a = d_1/(1-d_1)$.

5. Зависимость МБА (С. Ф. Мулявин, А. В. Бяков, В. А. Андреев) [Бяков и др., 1997]:

$$\left(\frac{Q_0 - Q_{\text{н}}}{Q_0}\right)^M = \frac{(\alpha - \beta)f_{\text{н}}}{1 - \beta f_{\text{н}}}. \quad (26)$$

При $\beta = 1$ получаем обобщенную зависимость С. Н. Назарова и Н. В. Сипачёва [1972], при $\beta = 0$ — зависимость Р. И. Медведского [Медведский, 1987; Медведский, Севастьянов, 2004].

6. LR-обобщенная зависимость В. А. Андреева [Андреев и др., 1987]:

$$Q_{\text{н}} = Q_0 - (Q_0 - Q_{\text{нп}}) \exp\left\{-L \left(\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_{\text{п}}} - 1\right) - R \ln\left(\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_{\text{п}}}\right)\right\}. \quad (27)$$

При $R = 0$ получается формула В. Д. Лысенко [2003], а при $L = 0$ — зависимость В. М. Ревенко [Атанов и др., 1973а, б; Ревенко, 1983].

7. АВ-обобщенная зависимость В. А. Андреева [Андреев и др., 1987; Андреев, 1990]:

$$(Q_0 - Q_{\text{нп}}) \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{нп}}}{Q_0 - Q_{\text{н}}} = A(Q - Q_{\text{п}}) + B(Q_{\text{н}} - Q_{\text{нп}}), \quad (28)$$

$$T(x) = \frac{Q_{\text{н}}(t)}{Q_0}, \quad (29)$$

$$x = \frac{Q_{\text{ж}}(t)}{Q_0}, \quad (30)$$

где $T(x) = Q_{\text{н}}(t)/Q_0$; $x = Q_{\text{ж}}(t)/Q_0$; $Q_{\text{н}}$ — количество извлеченной нефти за весь период разработки; $Q_{\text{в}}$ — количество извлеченной воды за весь период; $Q_{\text{ж}}$ — количество извлеченной жидкости за весь период; Q_0 — потенциально-извлекаемые

запасы нефти; $Q_{\text{нн}}$ — последняя фактическая точка истории; $q_{\text{н}}$ — текущий дебит нефти; $q_{\text{в}}$ — текущий дебит воды; $d, d_1, \alpha, \beta, A, B, L, R$ — коэффициенты, полученные в ходе статической обработки показателей методом наименьших квадратов.

Таблица 1. Основные формулы характеристик вытеснения
Table 1. Basic formulas of displacement properties

$Q_{\text{н}} = F_1(Q_{\text{ж}})$	$Q_{\text{н}} = F_2(f_{\text{н}})$
1. Г. С. Камбаров [Камбаров и др., 1974]	
$Q_{\text{н}} = Q_0 - \frac{b}{Q_{\text{ж}}}$	$Q_{\text{н}} = Q_0 - \sqrt{b(1 - f_{\text{н}})}$
2. В. Д. Лысенко [2003]	
$Q_{\text{н}} = Q_0 \left(1 - \exp\left(-b \frac{Q_{\text{ж}}}{Q_0}\right)\right)$	$Q_{\text{н}} = Q_0 \left(1 - \frac{f}{b}\right)$
3. В. М. Ревенко [Атанов и др., 1973а, б; Ревенко, 1983]	
$Q_{\text{н}} = Q_0 \left(1 - (1 - d) \left(\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_0 d}\right)^{-a}\right)$, где $a = d/(1 - d)$	$Q_{\text{н}} = Q_0(1 - (1 - d)f_{\text{н}}^d)$
4. С. Н. Назаров, Н. В. Сипачёв [1972]	
$\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{Q_{\text{ж}} - Q_{\text{н}}}{Q_0} + b$	$\left(\frac{Q_0 - Q_{\text{н}}}{Q_0}\right)^2 = \frac{(b - 1)f_{\text{н}}}{1 - f_{\text{н}}}$
5. Р. И. Медведский [Медведский, 1987; Медведский, Севастьянов, 2004]	
$Q_{\text{н}} = Q_0 \left\{1 - (1 - d) \left(1 + \frac{1}{a} \frac{d}{1 - d} \frac{Q_{\text{ж}}}{Q_0 d}\right)^{-a}\right\}$	$Q_{\text{н}} = Q_0(1 - (1 - d)f_{\text{н}}^{d1})$ или $\left(\frac{Q_0 - Q_{\text{н}}}{Q_0}\right)^{\alpha} = (1 - d)^{\alpha} f_{\text{н}}$
6. Б. Ф. Сазонов [1962]	
$Q_{\text{н}} = A + B \ln Q_{\text{ж}}$	$Q_{\text{н}} = A + B \ln \frac{B}{f}$
7. Обобщенная С. Н. Назарова и Н. В. Сипачёва [1972]	
$Q_{\text{в}} = Q_0 \frac{b - 1}{1 - \alpha} \left(1 - \left(1 - \frac{Q_{\text{н}}}{Q_0}\right)^{1 - \alpha}\right)$	$\left(\frac{Q_0 - Q_{\text{н}}}{Q_0}\right)^{\alpha} = \frac{(b - 1)f_{\text{н}}}{1 - f_{\text{н}}}$
8. В. А. Андреев (зависимость LR) [Андреев и др., 1987]	
$Q_{\text{н}} = Q_0 - (Q_0 - Q_{\text{н}}^*) \exp\left\{-L \left(\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_{\text{ж}}^*} - 1\right) - R \ln \left(\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_{\text{ж}}^*}\right)\right\}$ При $R = 0$ — зависимость В. Д. Лысенко [2003]; при $L = 0$ — зависимость В. М. Ревенко [Атанов и др., 1973а, б; Ревенко, 1983]	$Q_{\text{ж}} - \beta Q_{\text{н}} = \frac{b - \beta}{1 - \alpha} Q_0 \left(1 - \left(\frac{Q_0 - Q_{\text{н}}}{Q_0}\right)^{1 - \alpha}\right)$
9. В. А. Андреев (зависимость АВ) [Андреев и др., 1987; Андреев, 1990]	
$\frac{(Q_0 - Q_{\text{н}})(Q_{\text{н}} - Q_{\text{н}}^*)}{Q_0 - Q_{\text{н}}} = A(Q_{\text{ж}} - Q_{\text{ж}}^*) + B(Q_{\text{н}} - Q_{\text{н}}^*)$ Обобщение зависимости С. Н. Назарова и Н. В. Сипачёва [1972]	—

Окончание таблицы 1
Table 1 (end)

$Q_n = F_1(Q_{ж})$	$Q_n = F_2(f_n)$
10. Зависимость МБА ₁ (С. Ф. Мулявин, А. В. Бяков, В. А. Андреев) [Бяков и др., 1997]	
$Q_{ж} - Q_n = Q_0 \left[\frac{b-1}{1-a} \left[1 - \left(1 - \frac{Q_n}{Q_0} \right) \right] \right]^{1-a}$ <p>При $\beta = 1$ — обобщенная зависимость С. Н. Назарова и Н. В. Сипачёва [1972]; при $\beta = 0$ — зависимость Р. И. Медведского [Медведский, 1987; Медведский, Севастьянов, 2004], где $\alpha = 1/d_1$, $b = (1-d)^a$</p>	$\left(\frac{Q_0 - Q_n}{Q_0} \right)^\alpha = \frac{(b-\beta)f_n}{1-\beta f_n}$
11. Зависимость МБА ₂ (В. А. Андреев) [Андреев, 1990]	
$Q_{ж} = Q_* + a(Q_n - Q_n^*) + bQ_n \left[\left(\frac{Q_0 - Q_n^*}{Q_0 - Q_n} \right)^e - 1 \right]$	$f = \frac{Q_n - Q_0}{\alpha Q_n + bQ_{ж} + c}$

Результаты и обсуждение

В основе вывода формул лежат уравнения Велджа:

$$\begin{cases} f = 1 - T'(x), \\ f' = \frac{1}{x}, \\ \sigma = T(x) - xT'(x). \end{cases} \quad (31)$$

При изменении параметра d в зависимости Р. И. Медведского [Медведский, 1987; Медведский, Севастьянов, 2004] получаются функции (1), (2) и (3) как частные случаи:

- при $d = d_1$ — зависимость В. М. Ревенко [Атанов и др., 1973а, б; Ревенко, 1983];
- при $d = 0,5$ — зависимость Г. С. Камбарова [Камбаров и др., 1974];
- при $d_1 \rightarrow \infty$ — зависимость В. Д. Лысенко [2003].

Поскольку в зависимости Р. И. Медведского [Медведский, 1987; Медведский, Севастьянов, 2004] применен параметр безводной добычи нефти d , получается, что эта зависимость характеризует только нефтяную зону залежи. Для прочих типов залежей также можно использовать эту функцию путем замены значения d на нулевое или отрицательное, что в результате приведет к определению залежи как водонефтяной.

В зависимости С. Н. Назарова и Н. В. Сипачёва [1972] входит параметр $b = 1/f_0$ (f_0 — входная обводненность новых скважин). Данная функция характеризует только водонефтяную зону пласта.

$$\left(\frac{Q_0 - Q_n}{Q_0} \right)^M (1 - \beta f_n) = (\alpha - \beta) f_n, \quad (32)$$

$$\left(\frac{Q_0 - Q_n}{Q_0} \right)^M (1 - \beta f_n) = \left(\frac{Q_0 - Q_n}{Q_0} \right)^M \beta f_n + (\alpha - \beta) f_n, \quad (33)$$

$$\left(\frac{Q_0 - Q_H}{Q_0}\right)^M = \left\{ \beta \left(\frac{Q_0 - Q_H}{Q_0}\right)^M + (\alpha - \beta) \right\} f_H. \quad (34)$$

Потому как $f_H = dQ_H/dQ_{ж}$, переходим к уравнению

$$\left(\frac{Q_0 - Q_H}{Q_0}\right)^M = \left\{ \beta \left(\frac{Q_0 - Q_H}{Q_0}\right)^M + (\alpha - \beta) \right\} \frac{dQ_H}{dQ_{ж}}, \quad (35)$$

или

$$f_H = \left\{ \beta + (\alpha - \beta) \left(\frac{Q_0 - Q_H}{Q_0}\right)^{-M} \right\}, \quad (36)$$

где Q_0 — потенциально извлекаемые запасы, которые определяются путем нахождения по историческим данным о добыче функции, которая имеет наименьшее среднеквадратичное отклонение от фактических показателей разработки. Тогда

$$K_{\text{охв}} = \frac{Q_0}{Q_{\text{геол}} K_{\text{выт}}}, \quad (37)$$

где $Q_{\text{геол}}$ — геологические запасы нефти; Q_0 — потенциально извлекаемые запасы нефти; $K_{\text{выт}}$ — коэффициент вытеснения.

На рис. 1 представлена взаимосвязь между КИН и обводненностью продукции, продемонстрированная для продуктивных пластов месторождений, расположенных в Западной Сибири. Рис. 2 отражает на примере Муравленковского месторождения результаты расчетов параметров, позволяющих определить зависимости (26) с наименьшими среднеквадратичными отклонениями.

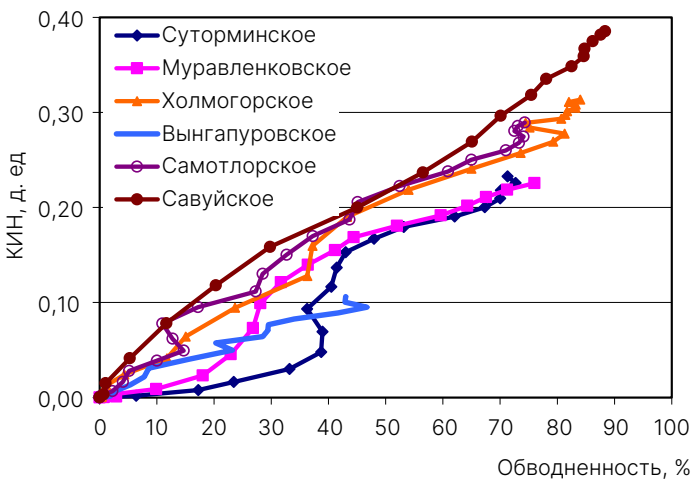


Рис. 1. Характеристики вытеснения нефти месторождений Западной Сибири

Fig. 1. Oil displacement properties in Western Siberia

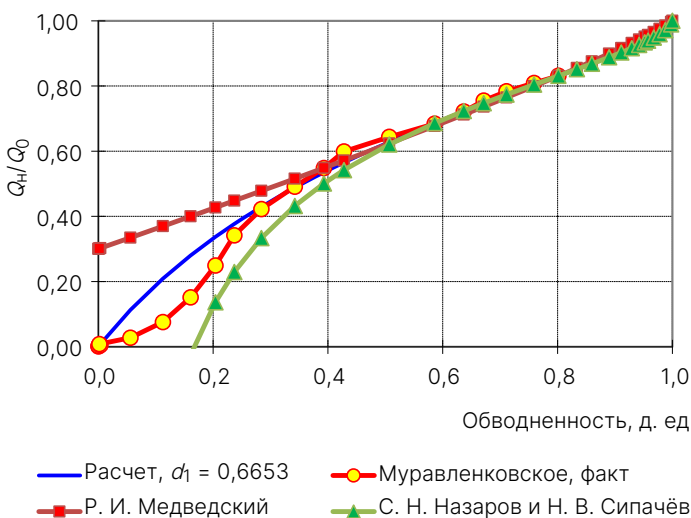


Рис. 2. Характеристика вытеснения нефти Муравленковского месторождения
 Fig. 2. Oil displacement properties at the Muravlenkovskoye field

Заклучение

Можно утверждать, что характеристики вытеснения служат удобным, эффективным и простым инструментом, доступным для использования в определении потенциальных извлекаемых запасов нефти. Их можно успешно применять, если обводненность составляет не менее 30%, опираясь при этом на исторические данные о разработке залежи. Более того, такие характеристики позволяют оценивать эффективность геолого-технических мероприятий, устанавливать коэффициент охвата пласта процессом вытеснения и прогнозировать объемы добычи нефти. В статье приведены и рассмотрены зависимости, которые могут быть успешно использованы для оценки коэффициента извлечения нефти в зависимости от параметров залежи, предоставляя ценное аналитическое понимание.

Среди положительных сторон применения характеристик вытеснения отмечается: учет всех особенностей разработки эксплуатационного объекта на основании реальных исторических данных, небольшое количество необходимой исходной геологической и геофизической информации, возможность в затруднительных случаях определять количество извлекаемых запасов нефти без предварительной оценки.

Авторами проанализированы подходы к определению и построению характеристик вытеснения, выделены особенности и преимущества их применения с целью определения эффективности разработки эксплуатационных объектов месторождений. Предложено определение функции распределения через выражение для функции $T(x)$ слоистого пласта. Построены и сопоставлены с фактическими данными функции КИН от обводненности для Муравленковского месторождения. С помощью данных функций возможно определить параметры зависимости (26) с наименьшим среднеквадратичным отклонением.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Андреев В. А. 1990. О математическом описании процессов разработки нефтяных месторождений // Применение математических методов: сб. науч. тр. Тюмень: ЗапСибНИГНИ. С. 124–131.
- Андреев В. А., Левков П. А., Сартаков А. М. 1987. Вытеснение нефти водой из двумерного пласта по схеме Бакли — Леверетта // Техничко-экономические кондиции месторождений Западной Сибири: сб. науч. тр. Тюмень: ЗапСибНИГНИ. С. 26–35.
- Атанов Г. А., Вашуркин А. И., Ревенко В. М. 1973а. К вопросу прогнозирования разработки нефтяных месторождений по промысловым данным // Проблемы нефти и газа Тюмени. № 17. С. 15–17.
- Атанов Г. А., Вашуркин А. И., Ревенко В. М. 1973б. Применение осредненных фильтрационных характеристик при прогнозе показателей разработки нефтяных месторождений // Проблемы нефти и газа Тюмени. № 19. С. 34–36.
- Борисов Ю. П. 1959. Учет неоднородности пласта при проектировании разработки нефтяной залежи // Разработка нефтяных месторождений и гидродинамика пласта. М.: Гостоптехиздат. С. 245–260.
- Бочаров В. А. 2000. Разработка нефтяных пластов в условиях проявления начального градиента давления. М.: ВНИИОЭНГ. 185 с.
- Бяков А. В., Мулявин С. Ф., Нефедова В. П. 1997. Опыт применения метода характеристик и его обобщение // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. № 6. С. 77–78.
- Камбаров Г. С., Алмамедов Д. Г., Махмудова Т. Ю. 1974. К определению начального извлекаемого запаса нефтяного месторождения // Азербайджанское нефтяное хозяйство. № 3. С. 22–23.
- Колганов В. И., Сургучёв М. Л., Сазонов Б. Ф. 1966. Обводнение нефтяных скважин и пластов. М.: Недра. 264 с.
- Лысенко В. Д. 2003. Разработка нефтяных месторождений. Проектирование и анализ. М.: Недра. 638 с.
- Медведский Р. И. 1987. Универсальный закон изменения дебита скважин в период его падения // Техничко-экономические кондиции месторождений Западной Сибири: сб. науч. тр. Тюмень: ЗапСибНИГНИ. С. 26–35.
- Медведский Р. И., Севастьянов А. А. 2004. Оценка извлекаемых запасов нефти и прогноз уровней добычи нефти по промысловым данным. СПб.: Недра. 192 с.
- Мирзаджанзаде А. Х., Аметов И. М., Ентов В. М., Рыжик В. М. 1987. Подземная гидродинамика: задачи и возможности // Нефтяное хозяйство. № 12. С. 30–35.
- Мулявин С. Ф. 2011. Проектирование разработки нефтяных и газовых месторождений: учеб. пос. Тюмень: ТюмГНГУ. 210 с.
- Назаров С. Н., Сипачёв Н. В. 1972. Методика прогнозирования технологических показателей на поздней стадии разработки нефтяных залежей // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. № 10. С. 41–45.
- Ревенко В. М. 1983. Методика организации постоянно действующей модели разработки Самотлорского месторождения // Проблемы геологии и разработки Самотлорского месторождения. Тюмень: СибНИИИП. С. 58–78.

- Рошин А. А. 2009. Повышение эффективности разработки месторождений углеводородов на основе многозабойных скважин: автореф. дис. ... кан. техн. наук. М.: Ин-т проблем нефти и газа РАН. 29 с.
- Сазонов Б. Ф. 1962. Характеристики процесса вытеснения несмешивающихся жидкостей в систему скважин // Труды института «Гипровостокнефть». № 5. С. 82–88.
- Сазонов Б. Ф. 1973. Совершенствование технологии разработки месторождений с водонапорным режимом. М.: Недра. 240 с.
- Чарный И. А. 1963. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат. 396 с.
- Buckley S. E., Leverett M. C. 1942. Mechanism of fluid displacement in sands // Transactions of the AIME. Vol. 146. No. 01. Pp. 107–116. <https://doi.org/10.2118/942107-G>

References

- Andreev, V. A., Levkov, P. A., & Sartakov, A. M. (1987). Displacement of oil by water from a two-dimensional reservoir according to the Buckley–Leverett scheme. In *Technical and Economic Conditions of the Deposits of Western Siberia* (pp. 26–35). ZapSibNIGNI. [In Russian]
- Andreev, V. A. (1990). On the mathematical description of the processes of oil field development. In *Application of Mathematical Methods* (pp. 124–131). ZapSibNIGNI. [In Russian]
- Atanov, G. A., Vashurkin, A. I., & Revenko, V. M. (1973a). On the issue of forecasting the development of oil fields based on field data. *Problems of Oil and Gas in Tyumen*, (17), 15–17. [In Russian]
- Atanov, G. A., Vashurkin, A. I., & Revenko, V. M. (1973b). The use of averaged filtration characteristics in forecasting oil field development indicators. *Problems of Oil and Gas in Tyumen*, (19), 34–36. [In Russian]
- Borisov, Yu. P. (1959). Reservoir heterogeneity accountability in the design of oil field development. In *Development of Oil Fields and Reservoir Hydrodynamics* (pp. 245–260). Gostoptekhizdat. [In Russian]
- Bocharov, V. A. (2000). *Development of Oil Reservoirs in Conditions of Manifestation of the Initial Pressure Gradient*. VNIIOENG. [In Russian]
- Byakov, A. V., & Mulyavin, S. F. (1997). The experience of using the method of characteristics and its generalization. *Oil and Gas Studies*, (6), 77–78. [In Russian]
- Kambarov, G. S., Almamedov, D. G., & Mahmudova, T. Y. (1974). Determination of the initial recoverable reserve of an oil field. *Azerbaijdzhanskoe neftyanoe khozyaystvo*, (3), 22–23. [In Russian]
- Kolganov, V. I., Surguchev, M. L., & Sazonov, B. F. (1966). *Watering of Oil Wells and Reservoirs*. Nedra. [In Russian]
- Lysenko, V. D. (2003). *Development of Oil Fields. Design and Analysis*. Nedra. [In Russian]
- Medvedsky, R. I. (1987). The universal law of changes in the flow rate of wells during its fall. In *Technical and Economic Conditions of Deposits in Western Siberia* (pp. 26–35). ZapSibNIGNI. [In Russian]
- Medvedsky, R. I., & Sevastyanov, A. A. (2004). *Assessment of Recoverable Oil Reserves and Forecast of Oil Production Levels Based on Field Data*. Nedra. [In Russian]
- Mirzajanzade, A. Kh., Ametov, I. M., Kolesnikov, V. M., & Ryzhik, V. M. (1987). Underground hydrodynamics: tasks and opportunities. *Neftyanoe khozyaystvo — Oil Industry*, (12), 30–35. [In Russian]

- Mulyavin, S. F. (2011). *Designing the Development of Oil and Gas Fields*. Tyumen State Oil and Gas University. [In Russian]
- Nazarov, S. N., & Sipachev, N. V. (1972). Methodology of forecasting technological indicators at a late stage of oil deposits development. *Oil and Gas Studies*, (10), 41–45. [In Russian]
- Revenko, V. M. (1983). The methodology of the organization of a permanent model for the development of the Samotlor deposit. In *Problems of Geology and Development of the Samotlor Deposit* (pp. 58–78). SibNIINP. [In Russian]
- Roshchin, A. A. (2009). *Improving the Efficiency of Hydrocarbon Deposits Development Based on Multihole Wells* [Cand. Sci. (Tech.) dissertation abstract, Institute of Oil and Gas Problems of the Russian Academy of Sciences]. [In Russian]
- Sazonov, B. F. (1962). Characteristics of the process of displacement of immiscible liquids into the well system. *Trudy instituta "Gyprovostokneft"*, (5), 82–88. [In Russian]
- Sazonov, B. F. (1973). *Improving the Technology of Developing Fields with a Water-Pressure Regime*. Nedra. [In Russian]
- Charny, I. A. (1963). *Underground Hydrogas Dynamics*. Gostoptehizdat. [In Russian]
- Buckley, S. E., & Leverett, M. C. (1942). Mechanism of fluid displacement in sands. *Transactions of the AIME*, 146(01), 107–116. <https://doi.org/10.2118/942107-G>

Информация об авторах

Валерий Алексеевич Андреев, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Многопрофильное научное предприятие «Геодата», Тюмень, Россия
msf-052@mail.ru

Семён Фёдорович Мулявин, доктор технических наук, профессор кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, Институт геологии и нефтегазодобычи, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
muljavinsf@tyuiu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4768-8511>

Александр Витальевич Бяков, заведующий отделом разработки нефтяных и газовых месторождений, Многопрофильное научное предприятие «Геодата», Тюмень, Россия
byakov@mnpgeodata.ru

Антон Максимович Ведменский, кандидат технических наук, доцент кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, Институт геологии и нефтегазодобычи, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
vedmenskijam@tyuiu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2123-8109>

Ирина Георгиевна Стешенко, инженер кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, Институт геологии и нефтегазодобычи, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
steshenkoig@tyuiu.ru

Ольга Александровна Баженова, лаборант кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, Институт геологии и нефтегазодобычи, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия
bazhenovaoa@tyuiu.ru

Information about the authors

Valerij A. Andreev, Cand. Sci. (Tech.), Senior Researcher, Multidisciplinary Scientific Enterprise “Geodata”, Tyumen, Russia
msf-052@mail.ru

Semyon F. Mulyavin, Dr. Sci. (Tech.), Professor, Department of Development and Operation of Oil and Gas Fields, Institute of Geology and Oil and Gas Production, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia
muljavinsf@tyuiu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4768-8511>

Aleksandr V. Bjakov, Head of the Oil Field Development Department, Multidisciplinary Scientific Enterprise “Geodata”, Tyumen, Russia
byakov@mnpgeodata.ru

Anton M. Vedmenskij, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor, Department of Development and Operation of Oil and Gas Fields, Institute of Geology and Oil and Gas Production, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia
vedmenskijam@tyuiu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2123-8109>

Irina G. Steshenko, Engineer, Department of Development and Operation of Oil and Gas Fields, Institute of Geology and Oil and Gas Production, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia
steshenkoig@tyuiu.ru

Olga A. Bazhenova, Laboratory Assistant, Department of Development and Operation of Oil and Gas Fields, Institute of Geology and Oil and Gas Production, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia
bazhenovaoa@tyuiu.ru

Научное издание



ВЕСТНИК ТЮМЕНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика
2024. Том 10. № 3 (39)

Редактор	<i>Т. П. Сербин</i>
Перевод	<i>Т. А. Протасов</i>
Компьютерная верстка	<i>Т. П. Сербин</i>
Дизайн обложки	<i>Г. Ф. Бикмулина</i>
Печать	<i>А. В. Башкиров</i>

Дата выхода в свет 12.11.2024
Формат 70 × 108/16. Бумага Xerox Perfect Print
Обложка Stromcard LI. Гарнитура Arno Pro
Печать электрографическая. 13,13 усл. печ. л., 10,5 уч.-изд. л.
Цена свободная.
Тираж 500 экз. Заказ № 263